GSI008 – Sistemas Digitais

Sistemas Numéricos Posicionais

Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Computação
Prof. João Henrique de Souza Pereira

Créditos dos slides para o Prof. Dr. Daniel D. Abdala

Na Aula passada ...

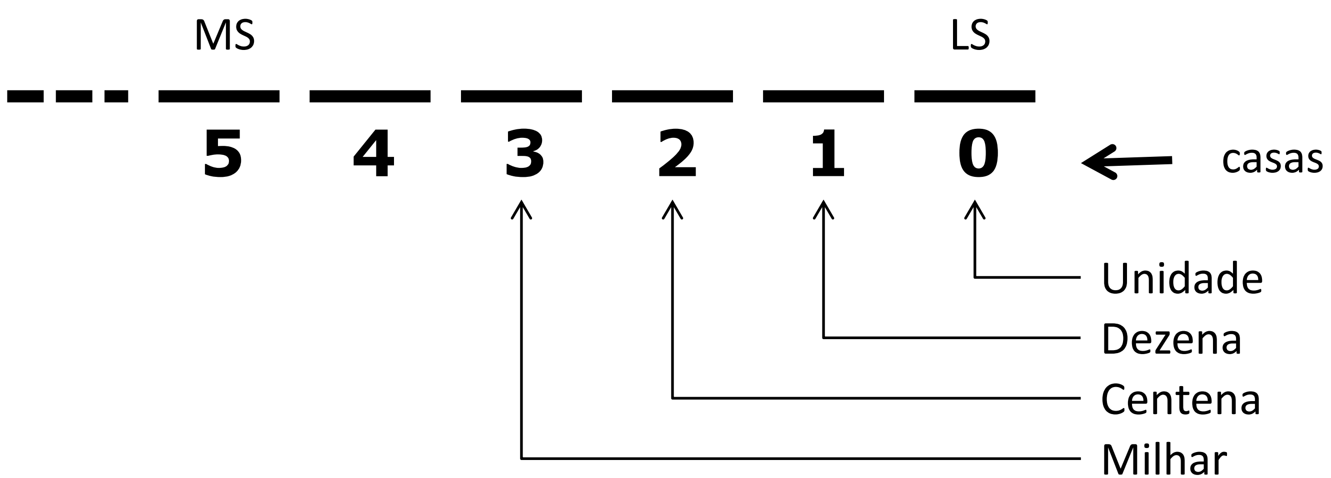
- Apresentação da disciplina;
- Introdução aos SDs;
- O processo de Abstração em SD;
- Revisão dos conceitos de eletrônica básica;
- Sinais Analógicos vs Digitais.

Nesta Aula

- Fundamentação dos sistemas Numéricos Posicionais
- Sistema Numéricos
  - Decimal
  - Binário
  - Octal
  - Hexadecimal
- Conversão de bases

Sistemas Numéricos Posicionais

- Associam um "peso" ou potência a cada um dos algarismos do número, dependendo da sua posição;
- Permitem a representação de quantidades infinitas.



Exemplos: (Base Decimal)

$$ \text{---}\ \_\_\_\ \_\_\_\ \_\_\_\ \_\_\_\ \_\_\_\ \_\_\_ $$

$10^5 \quad 10^4 \quad 10^3 \quad 10^2 \quad 10^1 \quad 10^0$ ← Potências associadas as casas

$$\underline{4}\ \ \underline{2}\ \ \underline{4}\ \ \underline{2}$$

$10^3 \quad 10^2 \quad 10^1 \quad 10^0$

$$= 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Base dos Sistemas Numéricos

- A base, ou alfabeto dos sistemas numéricos posicionais define quantos símbolos distintos são utilizados:
  - Decimal {1,2,3,4,5,6,7,8,9,0}
  - Binária {1,0}
  - Octal {1,2,3,4,5,6,7,0}
  - Hexadecimal {1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,0}

Base Numérica Binária

- Utiliza apenas dois algarismos {1,0};
- Requer mais casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal;
- Muito útil para lidar com números em sistemas digitais .

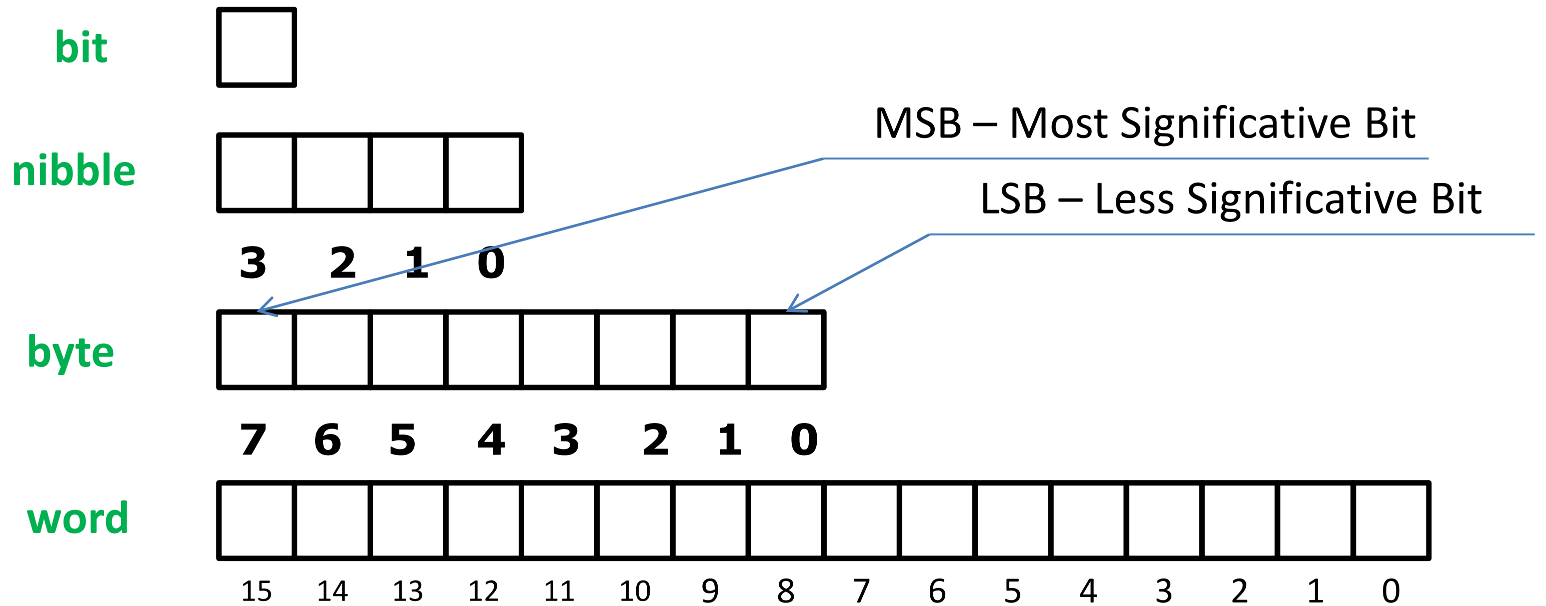
$$\text{- - -}\ \underline{\quad}_{2^5}\ \underline{\quad}_{2^4}\ \underline{\quad}_{2^3}\ \underline{\quad}_{2^2}\ \underline{\quad}_{2^1}\ \underline{\quad}_{2^0} \longleftarrow$$

Potências associadas as casas

$$\underset{2^3}{\underline{1}}\ \underset{2^2}{\underline{0}}\ \underset{2^1}{\underline{1}}\ \underset{2^0}{\underline{0}} = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = \boxed{10_{10}}$$

Base Numérica Binária

- Embora seja possível representar infinitas quantidades, em geral, do ponto de vista de SD é interessante limitarmos o número de casas a serem utilizadas por motivos de implementação de hardware

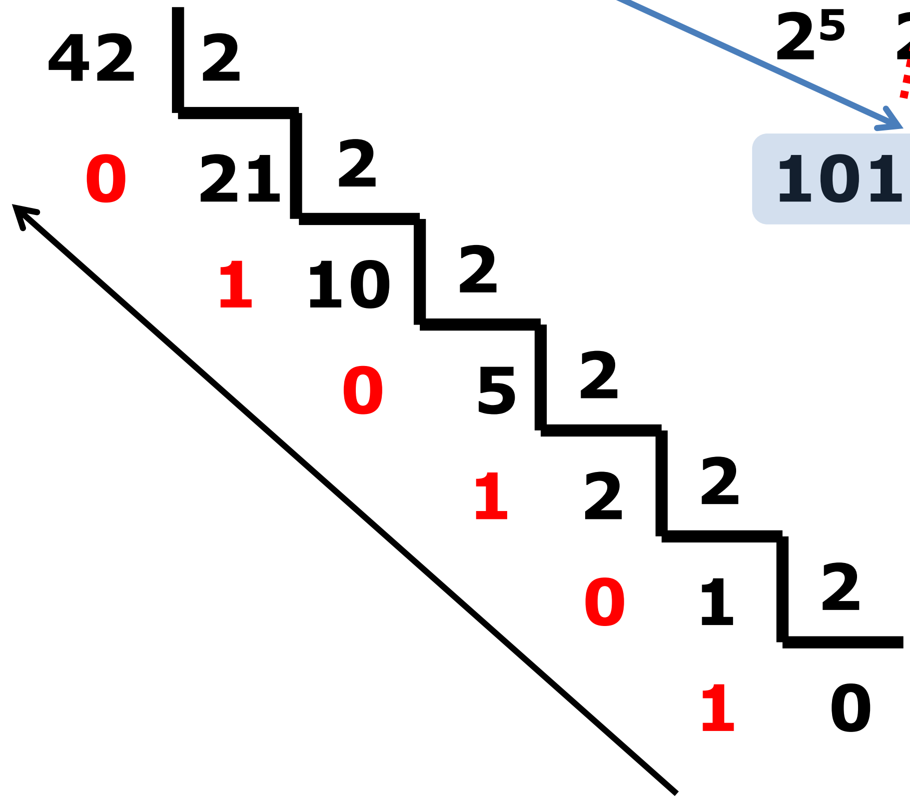


Contagem em Binário

Decimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Conversão Binário - Decimal

Notação: <Número>$_{<\text{Base}>}$



1	~~0~~	1	~~0~~	1	~~0~~
2^5	$\cancel{2^4}$	2^3	$\cancel{2^2}$	2^1	$\cancel{2^0}$

$$\boxed{101010_2} = 2^5+2^3+2^1$$

$$= \boxed{42_{10}}$$

Exemplos:

- Converta 42_{10} para $?_{2}$
- Converta 1024_{10} para $?_{2}$
- Converta 10000001_{2} para $?_{10}$
- Converta 1011_{2} para $?_{10}$
- Quantos algarismos são necessário para representar o número 4242_{10} em base binária?

Base Numérica Octal

- Utiliza algarismos {1,2,3,4,5,6,7,0};
- Requer mais casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal, porem menos casas em comparação a base binária;
- Note que a base octal é uma base potência da base binária:

$$\text{---}\quad \underline{\quad}_{8^5}\quad \underline{\quad}_{8^4}\quad \underline{\quad}_{8^3}\quad \underline{\quad}_{8^2}\quad \underline{\quad}_{8^1}\quad \underline{\quad}_{8^0}\quad \longleftarrow$$

Potências associadas as casas

$$\underset{8^3}{\underline{1}}\quad \underset{8^2}{\underline{0}}\quad \underset{8^1}{\underline{7}}\quad \underset{8^0}{\underline{0}} = 1\text{x}8^3+ 0\text{x}8^2+7\text{x}8^1+0\text{x}8^0=568_{10}$$

Contagem em Octal

Decimal	Octal
0	00
1	01
2	02
3	03
4	04
5	05
6	06
7	07
8	10
9	11
10	12
11	13
12	14
13	15
14	16
15	17

Conversão Octal - Decimal

Notação: <Número><Base>

$$\cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad 5 \quad 2$$

$$\cancel{8^5} \quad \cancel{8^4} \quad \cancel{8^3} \quad \cancel{8^2} \quad 8^1 \quad 8^0$$

$$\boxed{000052_8} = 5*8^1 + 2*8^0$$

$$= \boxed{42_{10}}$$

$$
\begin{array}{r|l}
42 & 8 \\
\hline
2 \quad 5 & 8 \\
\hline
5 & 0
\end{array}
$$

Conversão Binário-Octal

- Note que qualquer algarismo em octal pode ser representado por 3 dígitos binários;

$$\underbrace{5}_{101}\quad\underbrace{2}_{010}$$ em octal (52_8)

$$\underbrace{101}_{5}\underbrace{010}_{2}\underbrace{101}_{5}\underbrace{010}_{2}$$

em octal (5252_8)

Binário	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Base Numérica Hexadecimal

- Utiliza dezesseis algarismos {1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,0};
- Requer menos casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal;
- Menos suscetível a erros de leitura que a base binária;
- Também é uma base potência de 2;

$$\text{---}\ \underline{\quad}_{16^5}\ \underline{\quad}_{16^4}\ \underline{\quad}_{16^3}\ \underline{\quad}_{16^2}\ \underline{\quad}_{16^1}\ \underline{\quad}_{16^0} \leftarrow$$

Potências associadas as casas

$$\underset{16^3}{\underline{A}}\ \underset{16^2}{\underline{0}}\ \underset{16^1}{\underline{0}}\ \underset{16^0}{\underline{1}} = 10 \times 16^3 + 1 \times 16^0 = 40961_{10}$$

Contagem em Binário e Hexadecimal

Decimal	Binário	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Conversão Hexadecimal- Decimal

1	A	2
16^2	16^1	16^0

$$1A2_{16} = 1x16^2 + 10x16^1 + 2x16^0 = 418_{10}$$

Números com mais de um dígito devem ser convertidos para a sua letra correspondente

42	16	
10	2	16
	2	0

Conversão Binário-Hexadecimal

- Note que qualquer algarismo octal pode ser representado por 3 dígitos binários

$$\overbrace{2}^{}\quad \overbrace{A}^{}$$

$$\underbrace{}_{0010}\quad \underbrace{}_{1010}$$

em hexa ($2A_{16}$)

$$\underbrace{1010}_{A}\,\underbrace{1110}_{E}\,\underbrace{1001}_{9}$$

em hexadecimal ($AE9_{16}$)

Comparativo Entre Bases Posicionais

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tabela de Correspondência para Diferentes Bases Numéricas

potência	valor	potência	valor	potência	valor
10^0	1	2^0	1	16^0	1
10^1	10	2^1	2	16^1	16
10^2	100	2^2	4	16^2	256
10^3	1.000	2^3	8	16^3	4096
10^4	10.000	2^4	16	16^4	65536
10^5	100.000	2^5	32	16^5	1048576
10^6	1.000.000	2^6	64	16^6	16777216
10^7	10.000.000	2^7	128	16^7	268435456
10^8	100.000.000	2^8	256	16^8	4294967296
10^9	1000.000.000	2^9	512	16^9	68719476736
10^{10}	10000.000.000	2^{10}	1024	16^{10}	1099511627776

Exercícios:

1. $42_{10} \rightarrow ?_{2}$
2. $13_{10} \rightarrow ?_{2}$
3. $511_{10} \rightarrow ?_{2}$
4. $2046_{10} \rightarrow ?_{2}$
5. $001010_{2} \rightarrow ?_{10}$
6. $00111111_{2} \rightarrow ?_{10}$
7. $100100100_{2} \rightarrow ?_{10}$
8. $42_{16} \rightarrow ?_{2}$
9. $BEABA_{16} \rightarrow ?_{2}$
10. $1234_{16} \rightarrow ?_{2}$
11. $F0F0_{16} \rightarrow ?_{2}$
12. $42_{8} \rightarrow ?_{2}$
13. $42_{8} \rightarrow ?_{2}$
14. $555_{8} \rightarrow ?_{2}$
15. $7400_{8} \rightarrow ?_{10}$
16. $4011_{10} \rightarrow ?_{8}$
17. $4081_{10} \rightarrow ?_{16}$
18. $4147_{8} \rightarrow ?_{16}$

Pro Lar

- Leitura: (Tocci) 1.4 até 1.5 (pgs. 9-14)
- Leitura: (Capuano) 1.1 até 1.5.3 (pgs. 15-42)
- Leitura Optativa: (Tocci) 1.6 até 1.0 (pgs. 14-21)
- Lista de exercícios 1:
- Exercícios: (Tocci): E={1.3, 1.4, ... , 1.12}
- Exercícios: (Capuano): E={1.2.1.3, 1.2.2.1, 1.2.3.5, 1.3.1.2, 1.3.3.2, 1.3.4.2, 1.3.1.2, 1.4.4.2, 1.4.3.2, 1.4.4.2, 1.5.1.2, 1.5.2.2 }

Bibliografia Comentada

- TOCCI, R. J., WIDMER, N. S., MOSS, G. L. **Sistemas Digitais – Princípios e Aplicações**. 11ª Ed. Pearson Prentice Hall, São Paulo, S.P., 2011, Brasil.

- CAPUANO, F. G., IDOETA, I. V. **Elementos de Eletrônica Digital**. 40ª Ed. Editora Érica.
- São Paulo. S.P. 2008. Brasil.