Q2-RLCserie

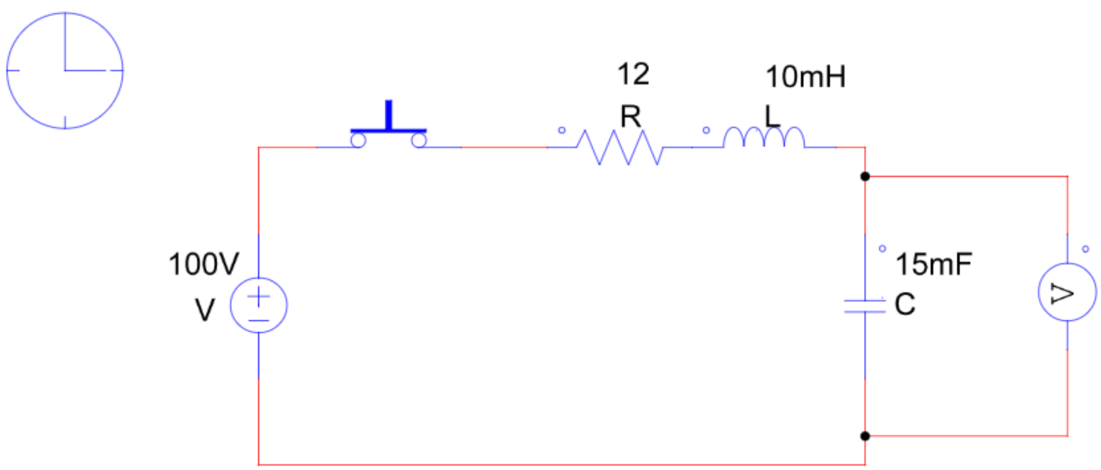
November 29, 2020

1 Q2

Dado o Circuito abaixo, vamos encontrar o tensão no capacitor admitindo os parametros configurados no RLC da imagem

[2]:
```
from IPython.display import Image
Image(filename='RLC.png')
```

[2]:



Em $t = 0$ o botão se fecha e é aplicado ao circuito a tensão V. Já em $t > 0$ podemos aplicar malhas de Kirchhoff e podemos perceber que:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + V_c = V$$

Como, no capacitor

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

podemos reduzir a equação e chegar a

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{LC} = \frac{V}{LC}$$

Tendo a EDO de segunda ordem não homogênea formatada, sabemos que há uma solução particular somada a uma homogênea.

$$v_c(t) = v_h(t) + v_p(t)$$

Sendo a solução homogênea a resposta natural do circuito, pois é como tivessemos desligado a fonte, e a solução particular da EDO é chamada de reposta forçada do circuito.

Existe então três casos possíveis de resolução para essa EDO já conhecida, Caso de Superamortecido, Amortecimento Crítico e Subamortecido, cada um com uma resposta forçada diferente já conhecida pela literatura.

Quando $t \to \infty$ teremos já consolidado o regime permanente, e com isso o indutor se comportará como um curto-circuito e o capacitor como um circuito aberto, sendo assim para resposta natural $v_p(t) = v_c(\infty) = V$

Primeiro passo para resolução no circuito simulado, é achar

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

e

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Para assim determinarmos o caso de resposta forçada.

[11]:
```
from math import *
import sympy as sp

R = 12
L = 10e-3
C = 15e-3
V = 100

vp = V
vc = sp.Function("v_c")
vh = sp.Function("v_h")
t,a,w,A,B= sp.symbols("t alpha omega_0 A B")

a = R/(2*L)
w = 1/sp.sqrt(L*C)

print("a = {}, w = {} e vp(t) = {}".format(a,w,vp))
```

```
a = 600.0, w = 81.6496580927726 e vp(t) = 100
```

Como $\alpha > \omega_0$ estamos diante de um caso de Superamortecido que tem como resposta forçada

$$v_h(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

uma vez que $r_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

[12]:
```
r1 = -a+sp.sqrt(a**2 - w**2)
r2 = -a-sp.sqrt(a**2 - w**2)

vh = lambda t: A*sp.exp(r1*t)+B*sp.exp(r2*t)
vh(t)
```

[12]: $Ae^{-5.58151666243305t} + Be^{-1194.41848333757t}$

Uma vez que sabemos a reposta forçada, podemos compor a tesão no capacitor como

$$v_c(t) = 100 + v_h(t)$$

[13]:
```
vc = lambda t: vp + vh(t)
vc(t)
```

[13]: $Ae^{-5.58151666243305t} + Be^{-1194.41848333757t} + 100$

Para $t < 0$ a fonte de tesão estava desligada e o capacitor e o indutor sem energia armazenadas. Logo $v_c(0^-) = 0$ e $i_c(0^-) = 0$. Olhando para o capacitor podemos relembrar que a tensão sobre ele não pode variar instantaneamente logo

$$v_c(0^-) = v_c(0^+)$$

aplicando essas deduções ficaremos com

[14]:
```
vc0 = vc(0)
vc0
```

[14]: $A + B + 100$

sabendo que a corrente no capacitor é

$$i = C\frac{dv_c}{dt}$$

temos

$$i(0^+) = C\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 0$$

podemos então derivar $v_c(t)$

[15]:
```
dvc0 = vc(t).diff(t).subs(t,0)
dvc0
```

[15]: $-5.58151666243305A - 1194.41848333757B$

Então aplicando $t = 0^+$ temos um sistema linear composto por A e B

[16]:
```
ab=sp.solve_poly_system([dvc0, vc0], A, B)
A = ab[0][0]
B = ab[0][1]
print("A = {} e B = {}".format(A,B))
```

A = -100.469493868284 e B = 0.469493868283982

Logo equação geral para tensão no capacitor ficar

[18]:
```
vc(t)
```

[18]:

$$100 + 0.469493868283982e^{-1194.41848333757t} - 100.469493868284e^{-5.58151666243305t}$$

derivando a tensão no capacitor podemos também fazer o gráfico de corrente uma vez que sabemos que:

$$i(t) = C\frac{dv_c}{dt}$$

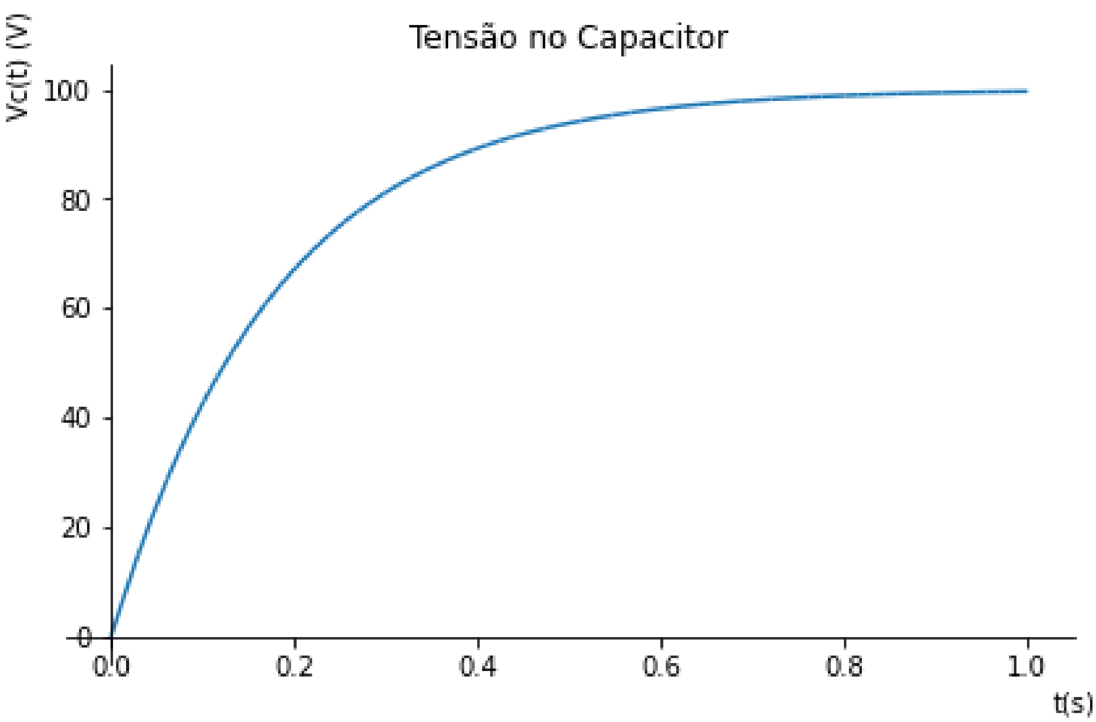
[19]:
```
i = lambda t: C*vc(t).diff(t)
i(t)
```

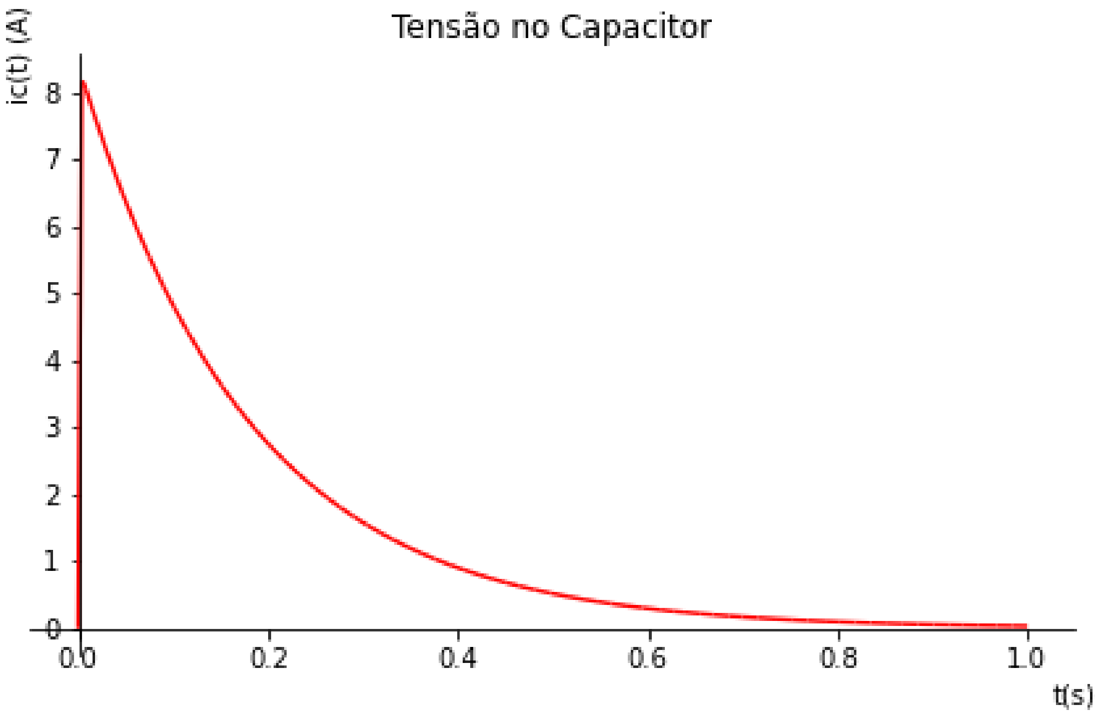
[19]:

$$-8.41158231138063e^{-1194.41848333757t} + 8.41158231138063e^{-5.58151666243305t}$$

Plotando o gráfico e fazendo as comparações para com o circuito simulado no PSIM

[21]:
```
sp.plot(vc(t),(t,0,1),title= "Tensão no Capacitor", xlabel="t(s)",␣
 ↪ylabel="Vc(t) (V)")
sp.plot(i(t),(t,0,1),title= "Tensão no Capacitor", xlabel="t(s)", ylabel="ic(t)␣
 ↪(A)", line_color = "red")
```



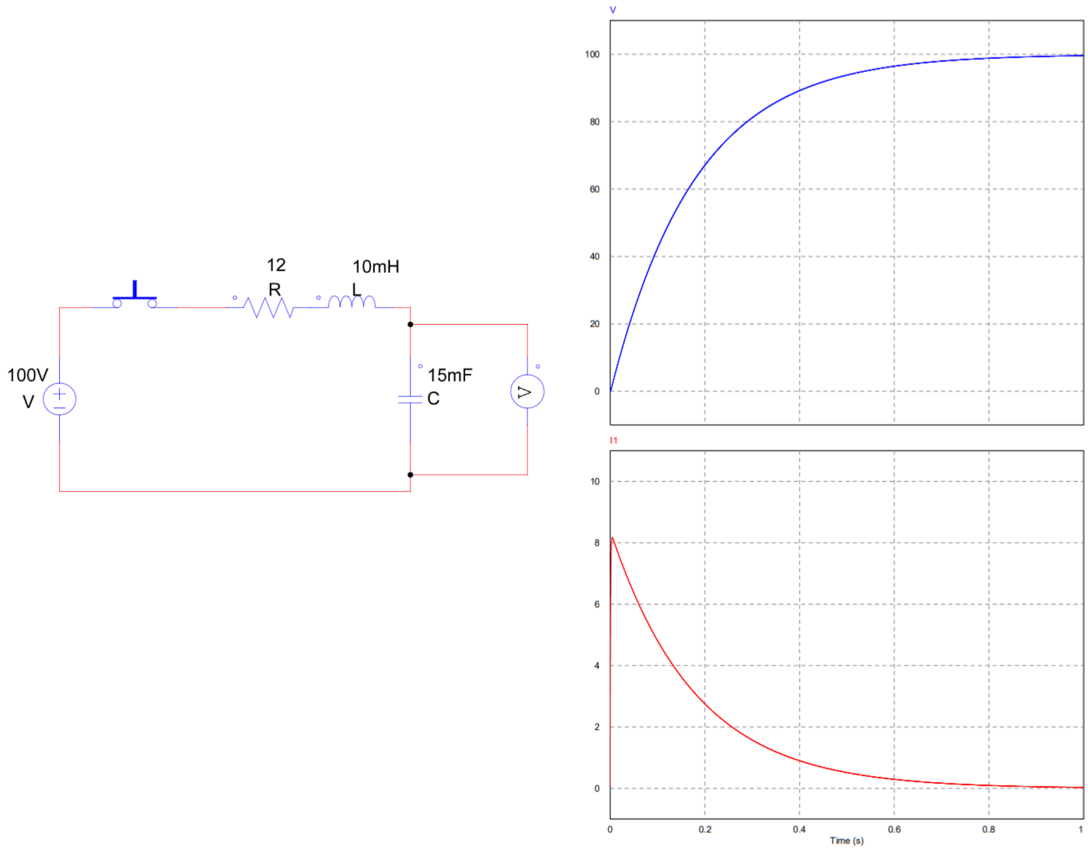


[21]: <sympy.plotting.plot.Plot at 0x1e9c8dfb820>

No PSIM

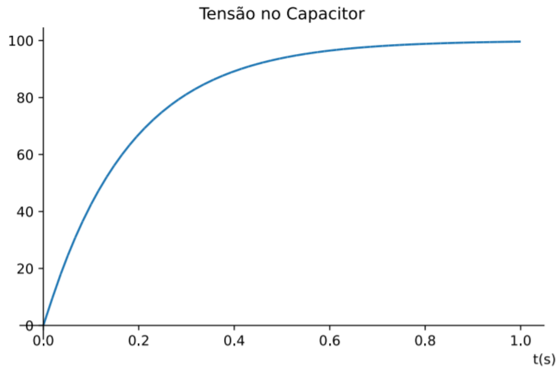
[22]:
```
Image(filename='grafCircuito.png')
```

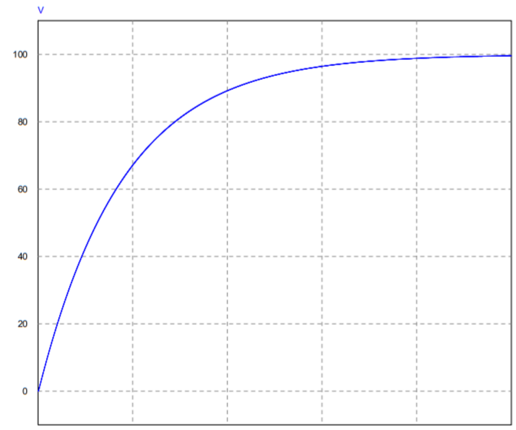
[22]:

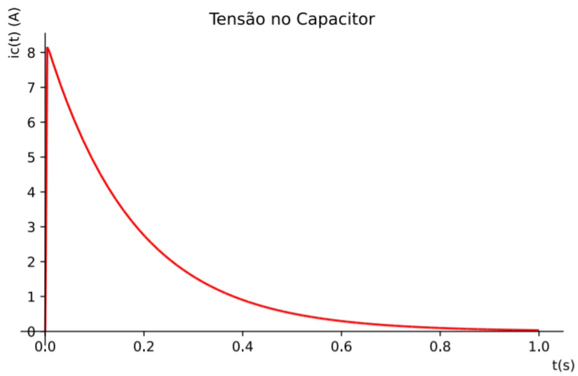


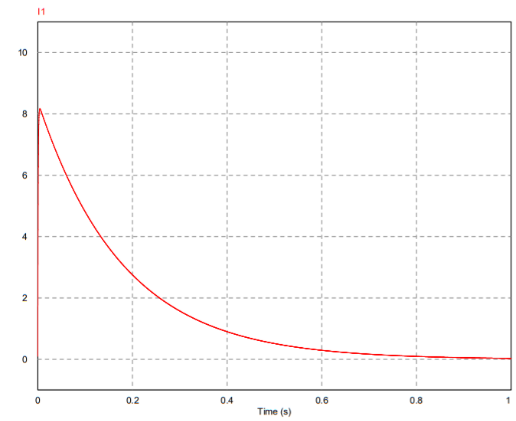
A esquerda o Circuito calculado usando python e a esquerda usando o simulador PSIM

[23]:
```
Image(filename='comparacao.png')
```
[23]:


Tensão no Capacitor
t(s)


V


Tensão no Capacitor
ic(t) (A)
t(s)


I1
Time (s)