# lista2

November 2, 2020

# 1 Lista 2

## 1.1 Q1

Primeiro passo, calculo a densidade da distribuição de carga e configurou-se o parâmetro

[22]:
```
from math import *
import numpy as np

q1=50e-6
Q=500e-6*pi
radius=5

rho=Q/(pi*radius**2)

print("Rho = {:.2e}".format(rho))
```

```
Rho = 2.00e-05
```

$$\rho_s = \frac{Q}{S}$$

$$\rho_s = 2.00 * 10^{-5}$$

Segundo passo,

$$d\vec{F} = \frac{k * q_1 * dQ}{R^3}\vec{R}$$

onde o vetor $\vec{R}$ é composto por:

$$\vec{R} = -r\vec{a}_r + 5\vec{a}_z$$

e

$$dQ = \rho_s\ r\ dr\ d\phi$$

então ficou-se:

$$d\vec{F} = \frac{k\ q_1\ (\rho_s\ r\ dr\ d\phi)}{R^3}\vec{R}$$

na forma integral:

$$\vec{F} = \iint \frac{k\ q_1\ (\rho_s\ r\ dr\ d\phi)}{R^3} \vec{R}$$

[23]:
```
# from sympy import *
from math import *
# from numpy import *
import sympy as sp
import numpy as np
k = 9e9

r = sp.Symbol('r')
p = sp.Symbol('p')
R = sp.sqrt((25+r**2))

f = (k*q1*rho*radius*r)/(R**3)

F = integrate(integrate(f,(r,0,5)),(p,0,2*pi))

print("F = {:.4}az N".format(F.evalf()))
```

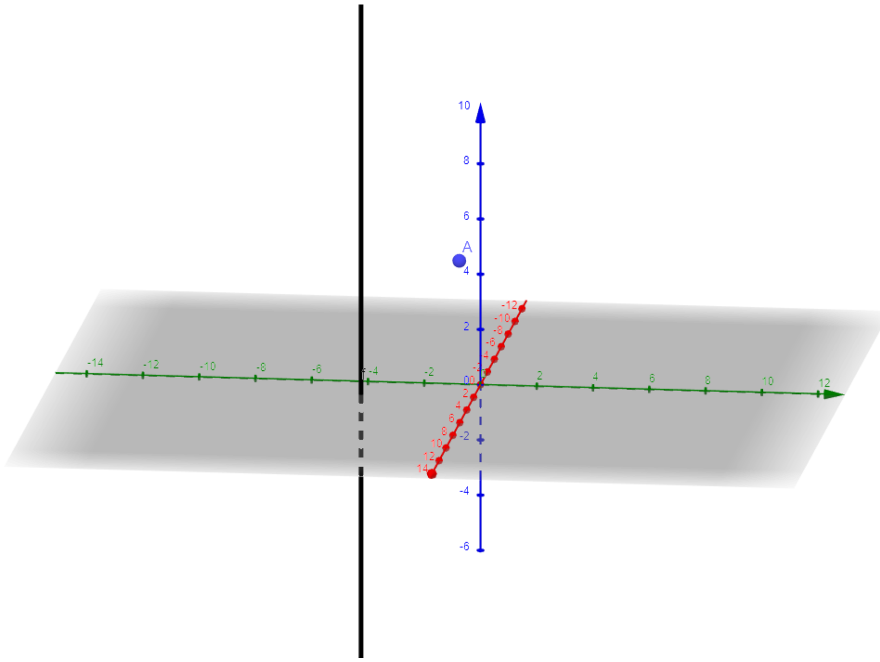
```
F = 16.56az N
```

### 1.2 Q2

Para uma melhor compreensão do cálculo vetorial desenhou-se o exercicio proposto:

[24]:
```
from IPython.display import Image
Image("lista 2 eletromag - Q2.png")
```

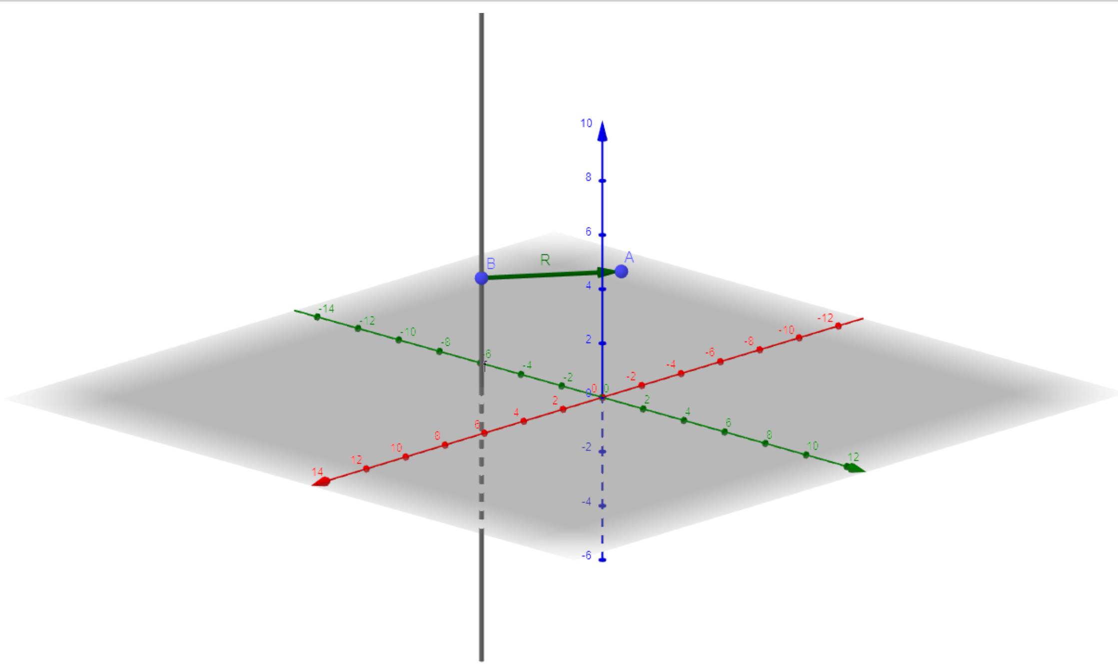
[24]:




pegou-se um ponto na linha de carga, cuja o vetor construído fosse perpendicular a tal linha e na direção de $B$ o ponto $(-2, -1, 4)$, para saber a direção do campo

[25]:
```python
from IPython.display import Image
Image("lista 2 eletromag - Q2(1).png")
```

[25]:



posto isso pode-se definir o vetor:

$$\vec{R} = (-4a_x + 3a_y)\ V/m$$

logo isso definido calculo-se o campo elétrico no ponto:

$$\vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\ \epsilon_o\ R}\vec{a_R}$$

[26]:
```python
import numpy as np
from math import *

rho2 = 20e-9
r = np.array([-4,3,0])
e0 = 8.85e-12
R = sqrt(sum(r**2))

ar = r/R

E = (rho/(2*pi*e0*R))*ar

print('E = {:.4}*i {:.4}*j '.format(*E))
```

```
E = -5.755e+04*i 4.316e+04*j
```

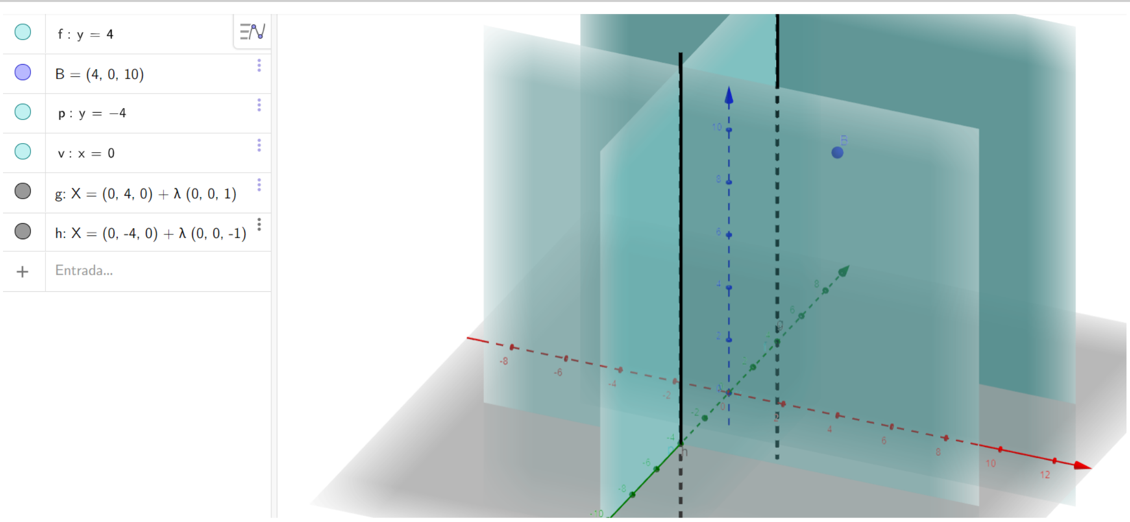
$$\vec{E} = (-57.55a_x + 43.2a_y)\ V/m$$

### 1.3 Q3

Primeiro adotou-se uma correção, de que o plano $(x = 0)$ e $y = \pm y$, posto isso pode-se desenhar a interseção dos planos e consequente formação de 2 retas.

[27]:
```python
from IPython.display import Image
Image("Q3.png")
```

[27]:



Com isso, pode-se então ordenar pontos nessas retas (linhas de carga), e assim formando vetores cujo são perpendiculares ao ponto $B$, onde este determina a intensidade do campo elétrico.

Construiu-se o ponto $A = (0, 4, 10)$ e $B = (0, -4, 10)$ ambos em suas respectivas linhas de cargas, pode-se desenvolver o vetor $\vec{ab} = (4, -4, 0)$ e $\vec{cb} = (4, 4, 0)$ conseguindo assim visualizar que o campo elétrico só vai estar na componente $x$ uma vez que a resultate presente é $\vec{R} = (8, 0, 0)$

Aplicando a mesma relação de campo elétrico para distribuição de carga para linhas infinitas tempos:

$$\vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\ \epsilon_o\ R}\vec{a_R}$$

[28]:
```
r = np.array([8,0,0])
rho=4e-9
R = sqrt(sum(r))
e0 = 8.85e-12

ar = r/R

E = (rho/(2*pi*e0*R))*ar

print('E = {:.4}ax'.format(*E))
```

```
E = 71.93ax
```

$$\vec{E} = 71.93\ \vec{a}_x\ V/m$$

### 1.4 Q4

Com a simétria anulando os vetores em suas respectivas compenentes, o campo elétrico no plano infinito independe da distância.

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}\vec{a}_z$$

logo, para $y > 3$ tem-se só a alteração do sentido do vetor unitário $\vec{a_y}$ adota-se tal vetor como

$$\vec{a}_y = (0, 1, 0)$$

[29]:
```
rho = 1e-8/(6*pi)
E = rho/(2*e0)

print('E = {:.4}'.format(E))
```

```
E = 29.97
```

$$\vec{E} = 29.97\ \vec{a}_y\ V/m$$

para $(y < 3)$, isto é, $\vec{a}\_y = (0, -1, 0)$ o campo é

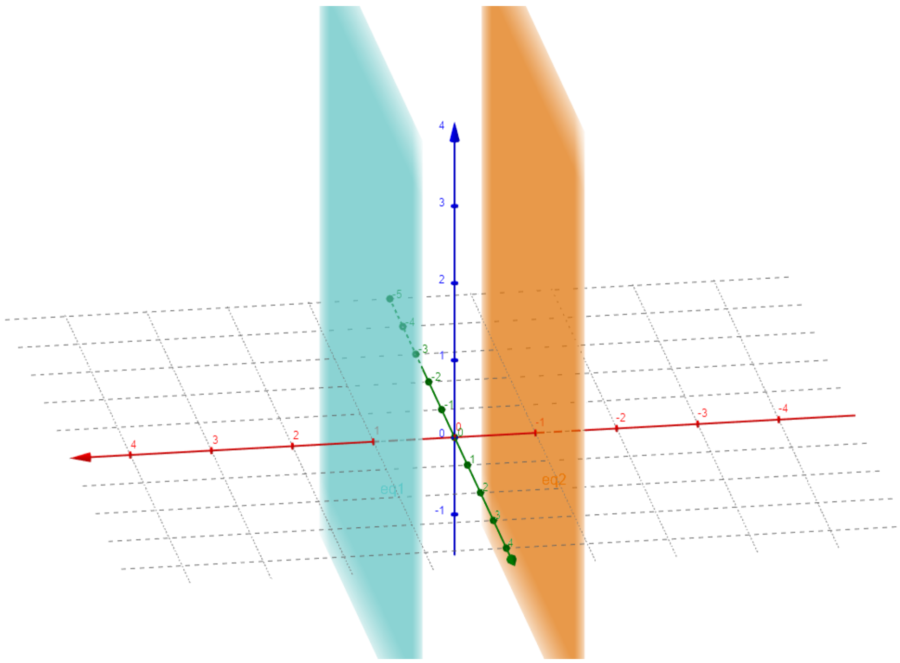
$$\vec{E} = -29.97\ \vec{a}_y\ V/m$$

### 1.5 Q5

Os dois palnos infinitos de carga, fazem um campo elétrico resultante em cada possível região do espaço, uam vez que a desindade dos mesmo é a mesma.

[30]:
```python
from IPython.display import Image
Image("Q5.png")
```

[30]:

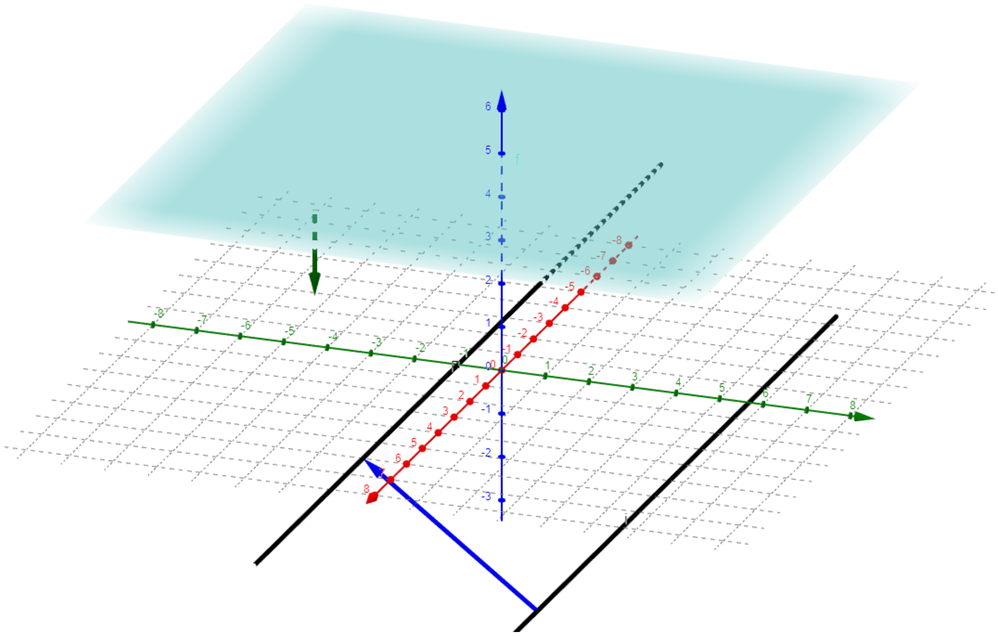



$$E_1 + E_2 = \begin{cases} -\left(\dfrac{\rho_s}{\epsilon_0}\right)\vec{a}_x & \text{para} \quad \text{x<-1} \\ 0 & \text{para} \quad \text{-1<x<-1} \\ -\left(\dfrac{\rho_s}{\epsilon_0}\right)\vec{a}_x & \text{para} \quad \text{x>1} \end{cases}$$

### 1.6 Q6

[31]:
```python
from IPython.display import Image
Image("Q6.png")
```

[31]:



Os vetores Azul e Verde apontam a direção do campo elétrico para nossa reta $(x, -1, 0)$. O vetor Verde corresponde ao campo saindo do plano por tanto o vetor normal do campo em um plano

$$\vec{E_s} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}(-\vec{a}_z)$$

Já o vetor Azul corresponde ao campo saindo da linha de carga

$$\vec{E_L} = \frac{\rho_l}{2\pi\ \epsilon_o\ R}\vec{a_R}$$

logo sabe-se que o vetor resultate é a soma vetorial desses, para realizar essa soma precisa-se do vetor que $\vec{R}$ de $\vec{a_R}$

Para construção do vetor pegou-se as duas retas $\vec{R} = (x, -1, 0) - (x, 3, -3)$ com isso

$$\vec{R} = (0, -4, 3) = -4\ \vec{a}_y + 3\ \vec{a}_z$$

Como o campo tem carga negativa, danda pela distribuição de densidade, tem que se adotar que o vetor $\vec{R}$ está sendo atraido pela linha de carga, logo o que vai influênciar esse campo é um unitário de:

$$\vec{E_L} = \frac{\rho_l}{2\pi\ \epsilon_o\ R}(-\vec{a_R})$$

[32]:

```
from math import *

rho_s = 1e-9/(3*pi)
rho_l = 25e-9/9 ##sinal da carga já foi interpratado no vetor unitário campo elétrico
```

```
R = np.array([0,4,-3]) #sinal invertido para dar a referencia do campo
r = sqrt(sum(R**2))

ar = R/r
az = np.array([0,0,-1])

E_s = rho_s/(2*e0)*az
E_l = (rho_l/(2*pi*e0*r))*ar

E_r = E_s + E_l

print("E_r = {:.4}ax {:.4}ay {:.4}az".format(*E_r))
```

```
E_r = 0.0ax 7.993ay -11.99az
```

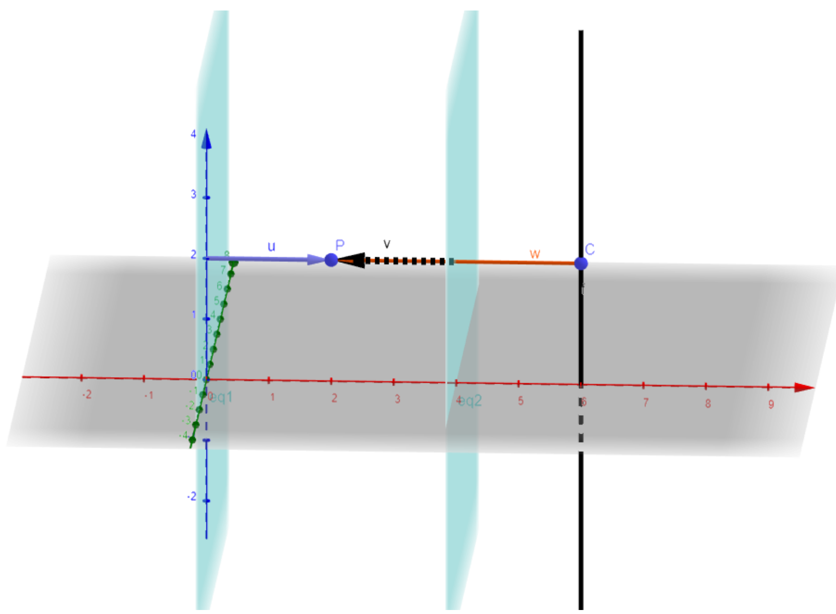
Então o vetor resultate é:

$$\vec{E_r} = 7.99\ \vec{a}_y - 11.99\ \vec{a}_z \quad V/m$$

### 1.7 Q7

[33]:
```
from IPython.display import Image
Image("Q7.png")
```

[33]:




Pode-se identificar pelo desenho que o vetor $u$ e $v$ são vetores normais dos planos propostos e que pode-se fácilmente se calcular traçando um ponto em cada plano cuja a altura em $z$ corresponda a altura do ponto $P$ o mesmo se faz na linha de carga. Posto todos os vetores unitários no mesmo sentido podemos fazer a soma vetorial para achar o campo resultade em $P$.

$$E = \frac{\rho_l}{2\pi\ \epsilon_o\ R}\vec{a_r}\ +\ \frac{\rho_{s_1}}{2\ \epsilon_0}\vec{a_{n_1}}\ +\ \frac{\rho_{s_2}}{2\ \epsilon_o}\vec{a_{n_2}}$$

[34]:
```python
## Calculando vetor R
C = np.array([6,0,2]) #contido na linha de carga
P = np.array([2,0,2])

r = P - C #carga P é atraída para a distribuição no ponto em C
R = sqrt(sum(r**2))
ar = r/R

## calculando vetor an usando S1 que sera o vetor an de S1 com sentido␣
↪diferente, como campo no plano não é influênciado pela distância(o modulo)␣
↪então pode-se simplismente pegar o unitário simétrico

B = np.array([0,0,2])
n = P - B
N = sqrt(sum(n**2))

an1 = n/N

##############
C = np.array([6,0,2])
n2 = P-C
N2 = sqrt(sum(n2**2))
an2 = n2/N2


rho_s = 1e-9/(3*pi)
rho_l = -2e-9 ## vetor se mantem por que não interpretamos a carga no campo␣
↪diretamente nos calculos vetoriais



E_s1 = rho_s/(2*e0)*an1
E_s2 = rho_s/(2*e0)*(an2)

E_l = (rho_l/(2*pi*e0*R))*ar



E = E_l + E_s1 + E_s2



print("E = {:.4}ax {:.4}ay {:.4}az".format(*E))
```

```
E = 8.992ax 0.0ay 0.0az
```

$$E = 8.992\ \vec{a}_x\ \ V/m$$

### 1.8 Q8 e Q9 Demostrativas

### 1.9 Q10

Entende-se por distribuição senoidal que:

$$\rho_{(x)} = \theta_0 \ \sin\left(\theta_1 x\right)$$

onde $\theta_0$ e $\theta_1$ são constantes.

vamos entender que a frequencia $\theta_1$, de acordo com a figura, seja $\frac{\pi}{d}$ ficando

$$\rho_{(x)} = \theta_0 \ \sin\left(\frac{\pi}{d}x\right)$$

sabe-se que $Q = \int_L \rho_{(x)} \ dl$ desenvolvendo

$$Q = \int_0^x \theta_0 \ \sin\left(\frac{\pi}{d}x\right) \ dx$$

logo : $\theta\_1 = \frac{\pi Q}{d}$

$$\rho_L = \frac{\pi Q}{d} \sin\left(\frac{\pi}{d}x\right)$$

### 1.10 Q11

A densidade volumétrica é dada pelo pela razão de carga no volume:

$$\rho_v = \frac{Q}{V}$$

Como a questão não informou a densidade volumétrica pode-se descrever só que o volume máximo é

$$v = \pi r^2 h$$

[35]:
```
r = 0.1
h = 0.3
v = pi*(r**2)*h
print("V = {:.2e} m³".format(v))
```

```
V = 9.42e-03 m³
```

logo pode-se expressar a máxima quantidade de carga nesse volume, em função da distribuição de densidade

$$Q = 9.42 * 10^{-3} \rho_v$$

### 1.11 Q12

Entendo que a distribuição de carga é dada por uma função seno, tem-se:

$$\rho_{(x)} = A \sin{(Bx)}$$

e que a carga é dado por

$$Q = \iint \rho_{(x)} dxdy$$

De acordo com o gráfico sabe-se que a senoide passa por $(\frac{1}{2}, 0)$ tendo em vista, os pares ordenados.

$$\rho_{(x)} = A \sin{(Bx)}$$

$$0 = A \sin{\left(\frac{B}{2}\right)}$$

$$B = 2 * \arcsin{0}$$

$$B = k\pi, \quad \forall k \in \mathbf{Z}$$

então,

$$\rho_{(x)} = A \sin{(k\pi x)}$$

integrando $Q$ pode-se obter:

$$Q = \iint \rho_{(x)} dxdy$$

$$Q = \int_0^1 \int_0^{0.5} A \sin{(\pi x)} dxdy$$

$$10p = A \int_0^1 \int_0^{0.5} \sin{(\pi x)} dxdy$$

$$A = \frac{10p}{\int_0^1 \int_0^{0.5} \sin{(\pi x)} dxdy}$$

[36]:
```
from math import *
from sympy import *
```

```python
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')
f = sin(pi*x)



A = 10e-12/integrate(integrate(f,(x,0,0.5)),(y,0,1))

A
```

[36]: $1.0 \cdot 10^{-11}\pi$

$$A = 0.1p\ \pi$$

logo a expressão para densidade:

$$\rho_s = 0.1\ \pi \sin\left(k\pi\ x\right)\ \ pC/m^2$$

onde $k \in \mathbf{Z}$

### 1.12 Q13

Semelhante a questão anteior, a senoide passa pelor par ordenado $(45, 0)$ logo caíra em um $arcsen(0)$ que sugere pelo desenvolvimento anterior que a frequência ângular dessa senoide seja um $k\frac{\pi}{45}$ para $k$ sendo multiplo de 45, como mostra a divisão em 3 partes pode-se adaptar a frequencia para

$$\rho_{(x)} = A\sin\left(\frac{k\pi}{15}x\right)$$

tendo-se a carga de $5nC$ integrou-se para assim acharmos $A$

[37]:
```python
from math import *
from sympy import *

x = Symbol('x')
f = sin((pi/15)*x)

A = 5/integrate(f,(x,0,45))

A
```

[37]: $\frac{\pi}{6}$

logo,

$$\rho_{(x)} = \frac{\pi}{6}\sin\left(\frac{k\pi}{15}x\right)\ \ nC/m, \quad \forall k \in M(15)$$