Q1

November 14, 2020

1 Q1

Temos que a distribuição de carga volumétrica é dada por

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{\dfrac{-r}{a}}$$

tal que , $(0 \leq r < \infty)$.

Vamos definir uma esfera tal como, θ sendo o ângulo azimutal e ϕ o ângulo zenital, dessa forma ficamos com.

$$dV = r^2 \ \sin\phi \ \ dr \ d\phi \ d\theta$$

1.1 a)

Podemos escrever a carga Q como:

$$Q = \iiint \left(\rho_0 \cdot e^{\dfrac{-r}{a}} \right) r^2 \ \sin\phi \ \ dr \ d\phi \ d\theta$$

Reduzindo chegamos em:

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \rho_0 \cdot e^{\left(\dfrac{-r}{a}\right)} r^2 \ \sin\phi \ \ dr \ d\phi \ d\theta$$

Vamos adotar para o raio de $]0,5]$ para a integral não ficar muito abstrata. Para plotagem do gráfico precisamos definir valores numéricos para nossas constantes, desta forma adotamos $\rho_0 = 3.2 \cdot 10^{-4} \ C/m^3 \ e \ a = 1$

[199]:
```
import numpy as np
import sympy as sp
from math import *



r = sp.Symbol("r")
phi = sp.Symbol("phi")
```

```
theta = sp.Symbol("theta")
rho = 3.2e-4
a = 1
e0 = 8.85e-12
f =rho*sp.exp(-r/a)*r**2*sp.sin(phi)

Q = sp.integrate(sp.integrate(sp.integrate(f,(r,0,5)),(phi,0,sp.
↪pi)),(theta,0,2*sp.pi))

Q.simplify()
```

[199]: $-\frac{0.04736\pi}{e^5} + 0.00256\pi$

1.2 b)

Aplicando a lei de Gaus para campos elétricos temos que

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{env}}{\epsilon_0}$$

logo temos que

$$E = \frac{Q}{4\pi\ \epsilon_0\ r^2}$$

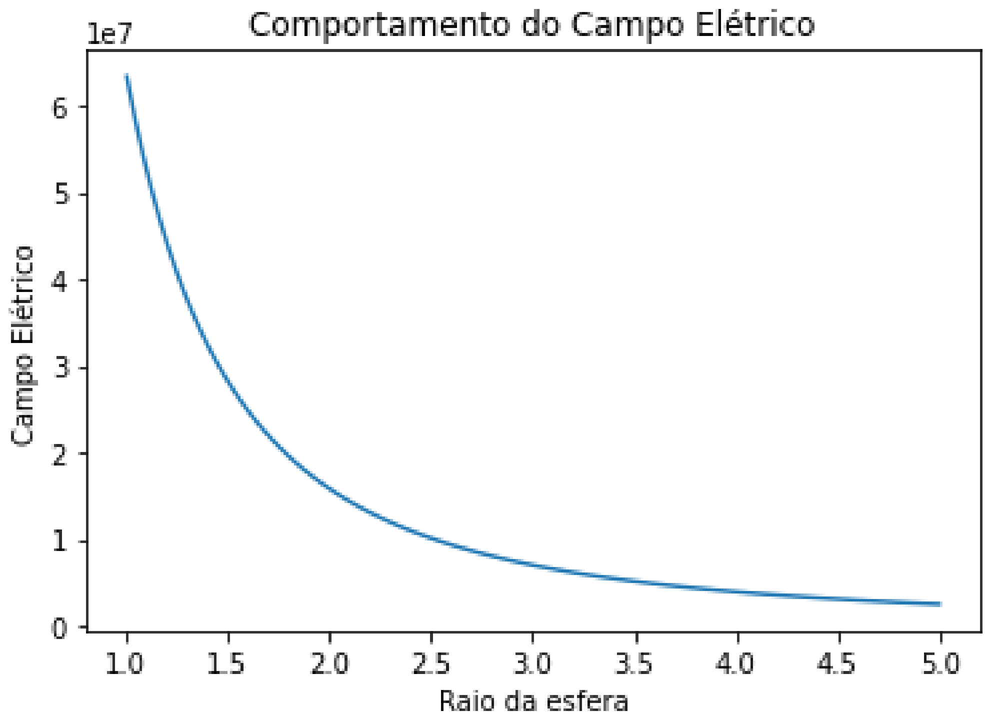
pensando agr que o campo eletríco cai com o inverso do quadrado do raio, faremos uma distribuição para o intervalo radial proposto.

[200]:
```
import matplotlib.pyplot as plt

r = np.linspace(1,5,100)
E = lambda r: Q/(4*sp.pi*e0*r**2)
E(r)
plt.title("Comportamento do Campo Elétrico")
plt.xlabel("Raio da esfera")
plt.ylabel("Campo Elétrico")

plt.plot(r,E(r))
```

[200]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x23893164580>]


Comportamento do Campo Elétrico
1e7
6
5
4
3
2
1
0
Campo Elétrico
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
5.0
Raio da esfera