Cap7

7.3

a)

Usando Biot-Savart para fio teremos

$$H = \frac{1}{4\pi}\int_{corpo}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

logo dadas as codições ficamos com

$$H = \frac{I}{2\pi\rho}a_\phi - \int_{-a}^{a}\frac{Id\vec{z}\ a_z \times [\rho a_\rho - z a_z]}{4\pi[\rho^2+z^2]^{\frac{3}{2}}}$$

In [660…

```
import sympy as sp
from math import *
import numpy as np
import sympy.vector as spv

R = spv.CoordSys3D('R') #sentando coord cartesian, a unitario de referencia
# c = spv.CoordSys3D('c', transformation='cylindrical', variable_names=('rho','phi','z')) #setando coord cilindricas, c unitario d


p,I,z,a,theta = sp.symbols("rho I z a theta")
# a = CoordSys3D('a', transformation= lambda p,theta,z: (p*sp.cos(theta),p*sp.sin(theta),z)
# ##vetores unitários
ap = sp.Matrix([1,0,0])
aphi = sp.Matrix([0,1,0])
az = sp.Matrix([0,0,1])

f = ((I*az).cross(p*ap-z*az))/(4*sp.pi*(p**2+z**2)**(3/2))

f
```

Out[660…

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I\rho}{4\pi(\rho^2+z^2)^{1.5}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

In [661…

```
H = (I/(2*sp.pi*p))*aphi - sp.integrate(f,(z,-a,a))
H[1].evalf(4)
```

Out[661…

$$-\frac{0.1592Ia}{\rho^{2.0}\left(\frac{a^2}{\rho^2}+1.0\right)^{0.5}}+\frac{0.1592I}{\rho}$$

b)

cap8

8.5

Sabendo que

$$F = \int_{corpo} I\,dL \times B$$

$$F = \int_{corpo} I\,dL \times \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{a}$$

Criaremos uma função que calcula a força en todos os lados

In [662…

```
ax = sp.Matrix([1,0,0])
ay = sp.Matrix([0,1,0])
az = sp.Matrix([0,0,1])
r = sp.symbols('r')
mi0 = sp.pi*4e-7
i = 15
I = 6e-6

# a1 e a2 : vetores unitarios
# r : distancia até o fio
```

```
F = lambda a1,a2,r,eixo,inicio,final: sp.integrate((I*a1).cross(((i*mi0)/(2*sp.pi*r))*a2),(eixo,inicio,final))
```

a)

In [663…

```
Fbc = F(az,ay,3,z,1,4)
Fbc
```

Out[663…

$$\begin{bmatrix} -1.8 \cdot 10^{-11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b)

In [664…

```
Fab = F(ax,ay,x,x,1,3)
Fab.evalf(3)
```

Out[664…

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.98 \cdot 10^{-11} \end{bmatrix}$$

c)

In [665…

```
Fda = F(-az,ay,1,z,1,4)
Fda
```

Out[665…

$$\begin{bmatrix} 5.4 \cdot 10^{-11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

In [666…

```
F_total = Fda + Fbc
F_total
```

Out[666…

$$\begin{bmatrix} 3.6 \cdot 10^{-11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Uma vez que todas as forças dadas em (N).

cap9

9.15

Sabendo que $B = \mu H$ podemos denotar que

$$B = \mu 2\cos(10^{10}t - \beta x)a_z$$

Aplicando Maxwell temos

$$\nabla \times H = -\frac{\partial D}{\partial t}$$

Primeiro faremos $\nabla \times H = -\frac{\partial H}{\partial x}a_y$

In [667…

```
b,t = sp.symbols('beta t')

mi = 3e-5
e = 1.2e-10
sig = 0

H = 2*sp.cos(10e10*t-b*x)

dHdx = -H.diff(x)
dHdx
# spv.Del().cross(H)
```

Out[667…

$$2\beta \sin\left(\beta x - 100000000000.0t\right)$$

Usando D ficaremos com

$$D = \int -\frac{\partial H}{\partial x}a_y \, dt$$

In [668…

```
D = sp.integrate(dHdx,t)
D*R.j
```

Out[668…

$$\left(2.0 \cdot 10^{-11}\beta \cos\left(\beta x - 100000000000.0t\right)\right)\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{R}}$$

posto isso vamos encontrar o campo elétrico, uma vez que

$$E = \frac{D}{\epsilon}$$

In [669…

```
E = D/e
E*R.j
```

Out[669… $(0.166666666666667\beta \cos{(\beta x - 100000000000.0t)})\hat{\mathbf{j}}_{\mathbf{R}}$

Usando Maxwell novamente

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

e $\nabla \times E = \frac{\partial E_y}{\partial x}\ a_z$

In [670…

```
dEdx = E.diff(x)
dEdx*R.k
```

Out[670… $(-0.166666666666667\beta^2 \sin{(\beta x - 100000000000.0t)})\hat{\mathbf{k}}_{\mathbf{R}}$

Usando B ficaremos com

$$B = \int -\frac{\partial E_y}{\partial x} a_z\, dt$$

In [671…

```
B = sp.integrate(dEdx,t)
B*R.k
```

Out[671… $(-1.66666666666667 \cdot 10^{-12}\beta^2 \cos{(\beta x - 100000000000.0t)})\hat{\mathbf{k}}_{\mathbf{R}}$

Já determinamos que

$$B = \mu 2 \cos(10^{10}t - \beta x) a_z$$

logo por comparação a equação a cima podemos denotar que:

$$2\mu = 1.67 \cdot 10^{-12}\beta^2$$

In [672…

```
f = 1.67e-12*b**2 - 2*mi
b = sp.solve(f,b)
b
```

Out[672…

```
[-5994.00898502620, 5994.00898502620]
```

Logo ficamos

In [673…

```
D
```

Out[673…

$$2.0 \cdot 10^{-11} \beta \cos\left(\beta x - 100000000000.0t\right)$$

In [674…

```
E
```

Out[674…

$$0.166666666666667 \beta \cos\left(\beta x - 100000000000.0t\right)$$

In [675…

```
B
```

Out[675…

$$-1.66666666666667 \cdot 10^{-12} \beta^{2} \cos\left(\beta x - 100000000000.0t\right)$$

In [676…

```
b
```

Out[676…

```
[-5994.00898502620, 5994.00898502620]
```

cap4 - José Cardoso

Q1

a)

Como D é constante, uma vez que r é consntate e está paralelo a $d\vec{S}$ podemos escrever que

$$\oint D \cdot dS = D \cdot S_{lateral} = D \cdot 2\pi r l$$

temos também $D \cdot 2\pi r l = \rho_l l$

logo fivamos com

$$D = \frac{\rho_l}{2\pi r}(C/m^2)$$

b)

sabendo que $D = \epsilon E$ temos que

$$E = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0 r}(V/m)$$

c)

Para o potencial teremos a integração abaixo

$$V = -\int_A^B E \cdot dl$$

$$V = \int_b^a \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0 r} \cdot dl$$

Resultante em

$$V = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}\ln(\frac{b}{a})$$

d)

Já a capacitância do cabo coaxial $C = Q/V$ é dada por

$$C = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0 l}{\ln(\frac{b}{a})}(F)$$

isolando C/l teremos a capacitância por unidade de comprimento

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}(F/m)$$

4 - Digitadas

Configurando o quadrado como $A = (1,0,0), B = (3,0,0), C = (1,2,0), D = (3,2,0)$. Vamos determinar que no fio

$$F = \int_{corpo} I\, dL \times B$$

e o campo $B = \mu_0 H$ e $H = \frac{15}{2\pi x} az$

In [677…
```
H = 15/(2*sp.pi*x)*R.k
B = mi0*H
B
```

Out[677… $(\frac{3.0 \cdot 10^{-6}}{x})\mathbf{\hat{k}_R}$

In [678…
```
I = 2e-3
F = lambda a,uni,dL,inicio,final :sp.integrate(I*B.subs(x,a).cross(uni),(dL,inicio,final))

Fac = F(1,-R.j,y,0,2)
Fac
```

Out[678… $(1.2 \cdot 10^{-8})\mathbf{\hat{i}_R}$

In [679…
```
Fbd = F(3,R.j,y,0,2)
Fbd
```

Out[679… $(-4.0 \cdot 10^{-9})\mathbf{\hat{i}_R}$

In [680…
```
Fab = F(x,R.i,x,1,3)
Fab.evalf(4)
```

Out[680… $(6.592 \cdot 10^{-9})\mathbf{\hat{j}_R}$

In [681…
```
Fdc = F(x,-R.i,x,1,3)
Fdc.evalf(4)
```

Out[681… $(-6.592 \cdot 10^{-9})\mathbf{\hat{j}_R}$

In [682…
```
F_t = Fab+Fbd+Fac+Fdc
F_t.evalf(4)
```

Out[682… $(8.0 \cdot 10^{-9})\hat{\mathbf{i}}_{\mathbf{R}}$

cap3 - José Cardoso

Q11

Sabendo que

$$\phi = B \cdot A$$

e que a f.e.m é

$$\epsilon = -\frac{\phi}{T} = -\frac{BA}{T}$$

Posto isso podemos lembrar que $T = f^{-1}$

logo ficamos com

$$\epsilon = -B \cdot A \cdot f$$

In [683…

```
f = 1500/60
B = 50e-3
A = 5e-2*10e-2

e = -B*A*f
e
```

Out[683… `-0.006250000000000001`

$$\epsilon = 6.25mV$$

cap4 - José Cardoso

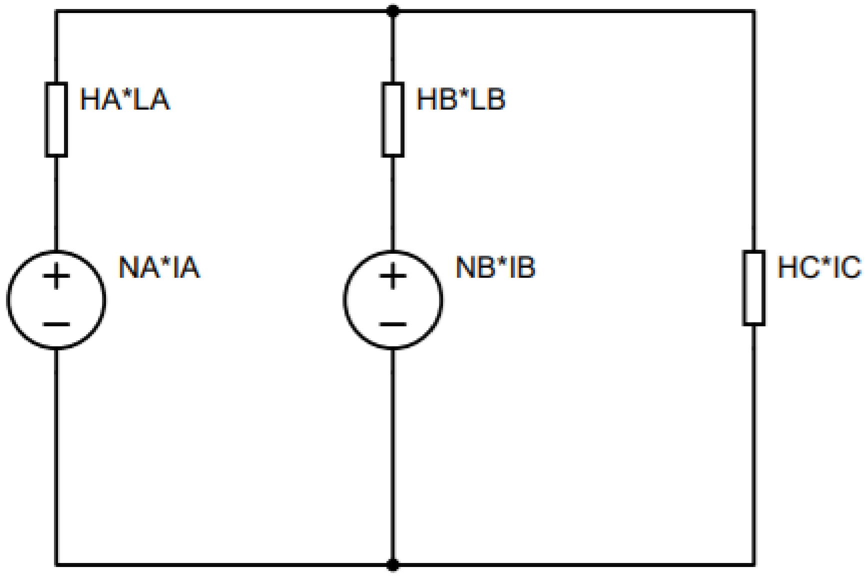
Q12

Como o fluxo magnetico em B é zero, então $\phi_A = \phi_b$ o que implica que $H_A = H_C$. Posto isso vamos para o circuito equivalente abaixo

In [684…

```
from IPython.display import Image
Image(filename='circuito.png')
```

Out[684…



Fazendo as malhas do circuito encontramos as seguintes equações

$$N_a I_a - H_a l_a + H_b l_b - N_b I_b = 0$$

$$N_b I_b - H_b l_b - H_c l_c = 0$$

$$N_a I_a - H_a l_a - H_c l_c = 0$$

In [685…

```
na = 1e3
nb = 200
ia = 0.5
la = 60e-2
lb = 16e-2
lc = 60e-2
ib,Hb,Hc,Ha= sp.symbols('I_b H_b H_c H_a')

#Hc = Ha
eq1 = na*ia-Ha*la+Hb*lb-nb*ib
```

```
eq2 = nb*ib-Hb*lb-Ha*lc

eq3 = na*ia-Ha*la-Ha*lc
```

In [686…

```
eq1
```

Out[686…

$$-0.6H_a + 0.16H_b - 200I_b + 500.0$$

In [687…

```
eq2
```

Out[687…

$$-0.6H_a - 0.16H_b + 200I_b$$

In [688…

```
eq3
```

Out[688…

$$500.0 - 1.2H_a$$

In [689…

```
ha=sp.solve(eq3,Ha)
ha[0]
```

Out[689…

$$416.666666666667$$

Logo $H_a = 2.0833$

In [690…

```
eq1sub=eq1.subs(Ha,ha[0])
eq1sub
```

Out[690…

$$0.16H_b - 200I_b + 250.0$$

In [691…

```
eq2sub=eq2.subs(Ha,ha[0])
eq2sub
```

Out[691…

$$-0.16H_b + 200I_b - 250.0$$

In [692…

```
eq4=sp.solve((eq1sub,eq2sub))
eq4[H_b]
```

Out[692…

$$1250.0I_b - 1562.5$$

Aplicando a Lei Circuital de Ampère para

$$H_b - \frac{N_b I_b}{l_b} = 0$$

In [693…

```
eq5 = Hb - nb*ib/lb
```

In [694…

```
resp = sp.solve((eq4[H_b],eq5))

resp[I_b]
```

Out[694…

1.25

temos que $I_b = 1.25A$