QUESTÃO 01

Determine a força sobre uma carga pontual de 50μC em (0,0,5) m devido a uma carga de 500π μC que está uniformemente distribuída sobre um disco circular de raio 5m, localizado em z=0.

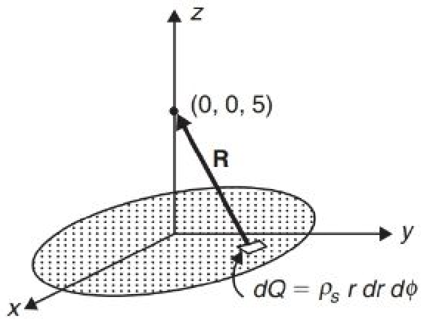


Figura 3-11

A densidade de carga é

$$\rho_s = \frac{Q}{A} = \frac{500\pi \times 10^{-6}}{\pi(5)^2} = 0{,}2 \times 10^{-4}\ \mathrm{C/m^2}$$

Em coordenadas cilíndricas,

$$\mathbf{R} = -r\mathbf{a}_r + 5\mathbf{a}_z$$

Então cada carga diferencial resulta em uma diferencial de força

$$d\mathbf{F} = \frac{(50 \times 10^{-6})(\rho_s r\, dr\, d\phi)}{4\pi(10^{-9}/36\pi)(r^2+25)}\left(\frac{-r\mathbf{a}_r + 5\mathbf{a}_z}{\sqrt{r^2+25}}\right)$$

Antes de integrar, observe que as componentes radiais se cancelam e que $\mathbf{a}_z$ é constante. Assim,

$$\mathbf{F} = \int_0^{2\pi}\int_0^5 \frac{(50 \times 10^{-6})(0{,}2 \times 10^{-4})5r\, dr\, d\phi}{4\pi(10^{-9}/36\pi)(r^2+25)^{3/2}}\,\mathbf{a}_z$$

$$= 90\pi \int_0^5 \frac{r\, dr}{(r^2+25)^{3/2}}\,\mathbf{a}_z = 90\pi\left[\frac{-1}{\sqrt{r^2+25}}\right]_0^5 \mathbf{a}_z = 16{,}56\mathbf{a}_z\ \mathrm{N}$$

QUESTÃO 02

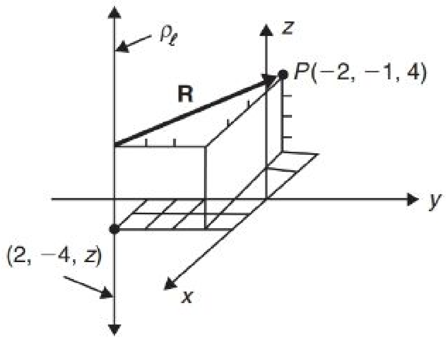
sobre uma linha descrita por x=2m, y=-4m, há uma distribuição uniforme de cargas de densidade ρl= 20nC/m. Determine o campo elétrico E em (-2,-1,4) m.

Uma vez que a linha é paralela a $\mathbf{a}_z$, o campo não possui componentes em z.

$$\mathbf{R} = -4\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y$$

e

$$\mathbf{E} = \frac{20\times 10^{-9}}{2\pi\epsilon_0(5)}\left(\frac{-4\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}{5}\right) = -57{,}6\mathbf{a}_x + 43{,}2\mathbf{a}_y \text{ V/m}$$



QUESTÃO 03

Duas linhas uniformes de cargas de densidade ρl= 4nC/m situam-se no plano x=0, em y=± 4 m. Determine E em (4,0,10).

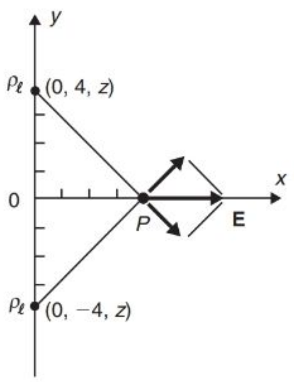


Figura 3-16

Ambas as linhas de cargas são paralelas a $\mathbf{a}_z$; os campos devido a elas são radiais e paralelos ao plano xy. Para cada linha de cargas, o módulo do campo em P é

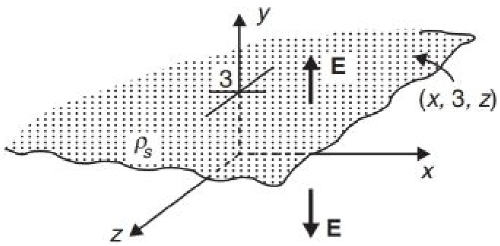
$$|\mathbf{E}| = \frac{\rho_\ell}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{18}{\sqrt{2}} \text{ V/m}$$

O campo devido às duas linhas de cargas é obtido por superposição

$$\mathbf{E} = 2\left(\frac{18}{\sqrt{2}}\cos 45^\circ\right)\mathbf{a}_x = 18\mathbf{a}_x \text{V/m}$$

QUESTÃO 04 .

O plano y=3m contém uma distribuição uniforme de cargas com densidade $\rho s=(10^{-8}/6\pi)$ C/m². Determine E em todos os pontos.



Para $y > 3$ m,

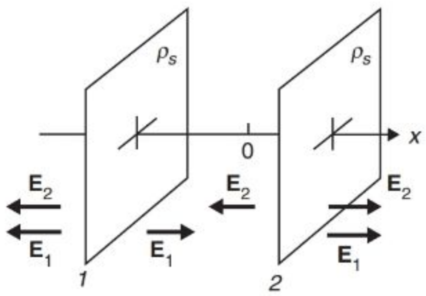
$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}\,\mathbf{a}_n = 30\mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

e para $y < 3$ m,

$$\mathbf{E} = -30\mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

QUESTÃO 05 .

Dois planos infinitos de carga, cada qual com densidade ρs estão localizados em x=$\pm$ 1m. Determine E em todas as regiões.



Apenas parte dos dois planos de carga estão ilustrados na Fig. Ambos produzem um campo **E** na direção x, cujo módulo independe da distância. Então

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \begin{cases} -(\rho_s/\epsilon_0)\,\mathbf{a}_x & x < -1 \\ 0 & -1 < x < 1 \\ (\rho_s/\epsilon_0)\,\mathbf{a}_x & x > 1 \end{cases}$$

QUESTÃO 06

Um plano uniforme carregado com ρs=(1/3π) nC/m² está localizado em z=5m, e uma linha uniformemente carregada ρl=(-25/9) nC/m está em z=-3m e y=3m. Determine E em (x,-1,0)m.

As duas configurações de carga são paralelas ao eixo x. Assim, a vista na Fig. 3-20 é tomada olhando para o plano yz a partir do semieixo x positivo. O campo devido ao plano de cargas é

$$\mathbf{E}_s = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}\mathbf{a}_n$$

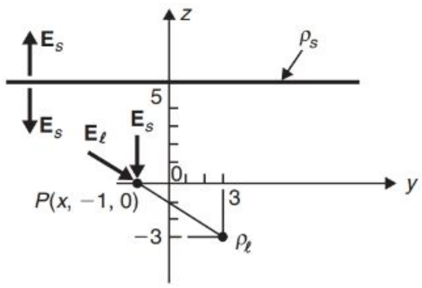


Figura 3-20

No ponto P, $\mathbf{a}_n = -\mathbf{a}_z$ e

$$\mathbf{E}_s = -6\mathbf{a}_z \text{ V/m}$$

O campo devido à linha de cargas é

$$\mathbf{E}_\ell = \frac{\rho_\ell}{2\pi\epsilon_0 r}\mathbf{a}_r$$

e em P

$$\mathbf{E}_\ell = 8\mathbf{a}_y - 6\mathbf{a}_z \text{ V/m}$$

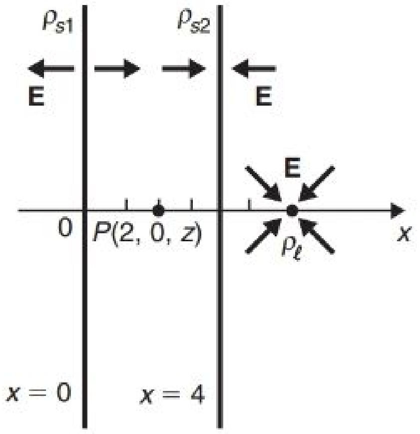
O campo elétrico total é a soma vetorial, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\ell + \mathbf{E}_s = 8\mathbf{a}_y - 12\mathbf{a}_z$ V/m.

QUESTÃO 07 .

Determine E em (2,0,2) m devido a três configurações de cargas elementares a seguir: um plano em x=0 uniformemente carregado com ρs_1=(1/3π) nC/m², um plano em x=4 m uniformemente carregado com ρs_2=(-1/3π) nC/m² e uma linha em x=6 m, y= 0m uniformemente carregada com ρl=- 2 nC/m.

Uma vez que as três configurações de carga são paralelas a $\mathbf{a}_z$, não haverá componente z do campo. O ponto (2, 0, 2) terá o mesmo campo que qualquer ponto (2, 0, z). Na Fig. , P está localizado entre os dois planos de carga, onde os campos se somam devido à diferença de sinal das densidades de carga ρ_s.

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_{s1}}{2\epsilon_0}\mathbf{a}_n + \frac{\rho_{s2}}{2\epsilon_0}\mathbf{a}_n + \frac{\rho_\ell}{2\pi\epsilon_0 r}\mathbf{a}_r$$
$$= 6\mathbf{a}_x + 6\mathbf{a}_x + 9\mathbf{a}_x$$
$$= 21\mathbf{a}_x \text{V/m}$$

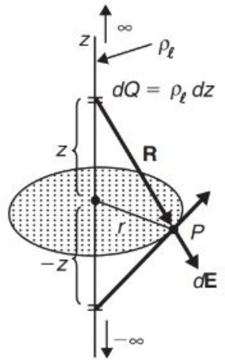


QUESTÃO 08 .

Cargas estão uniformemente distribuídas ao longo de uma linha retilínea infinita com densidade ρl. Desenvolva uma expressão para E em um ponto P qualquer.

Usaremos coordenadas cilíndricas com a linha de cargas ao longo do eixo z (veja a Fig.). Em P,

$$d\mathbf{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}\left(\frac{r\mathbf{a}_r - z\mathbf{a}_z}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)$$



Uma vez que, para cada carga dQ no eixo z, há outra carga dQ simétrica em $-z$, as componentes z se cancelam mutuamente. Logo,

$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_\ell r\, dz}{4\pi\epsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\,\mathbf{a}_r$$

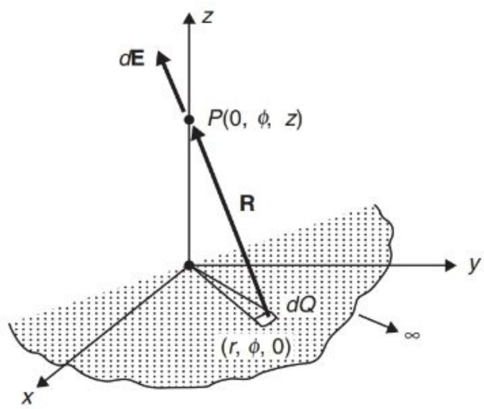
$$= \frac{\rho_\ell r}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{z}{r^2\sqrt{r^2+z^2}}\right]_{-\infty}^{\infty}\mathbf{a}_r = \frac{\rho_\ell}{2\pi\epsilon_0 r}\,\mathbf{a}_r$$

QUESTÃO 09 .

Desenvolva uma expressão para E devido a uma distribuição uniforme de cargas sobre um plano infinito com densidade ρs.

Usaremos o sistema de coordenadas cilíndricas com a distribuição de cargas no plano $z = 0$,

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho_s r\, dr\, d\phi}{4\pi\epsilon_0 (r^2+z^2)}\left(\frac{-r\mathbf{a}_r + z\mathbf{a}_z}{\sqrt{r^2+x^2}}\right)$$



CEFET/RJ
campus Angra dos Reis

ELETROMAGNETISMO – CINTIA CARRARO
LISTA 02 - DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS DE CARGA

QUESTÃO 01

Determine a força sobre uma carga pontual de 50μC em (0,0,5) m devido a uma carga de 500π μC que está uniformemente distribuída sobre um disco circular de raio □ 5m, localizado em z=0.

QUESTÃO 02

sobre uma linha descrita por x=2m, y=-4m, há uma distribuição uniforme de cargas de densidade ρl= 20nC/m. Determine o campo elétrico E em (-2,-1,4) m.

QUESTÃO 03

Duas linhas uniformes de cargas de densidade ρl= 4nC/m situam-se no plano x=0, em y=$\pm$ 4 m. Determine E em (4,0,10).

QUESTÃO 04

O plano y=3m contém uma distribuição uniforme de cargas com densidade $\rho s=(10^{-8}/6\pi)$ C/m². Determine E em todos os pontos.

QUESTÃO 05

Dois planos infinitos de carga, cada qual com densidade ρs estão localizados em x=$\pm$ 1m. Determine E em todas as regiões.

QUESTÃO 06

Um plano uniforme carregado com $\rho s=(1/3\pi)$ nC/m² está localizado em z=5m, e uma linha uniformemente carregada ρl=(-25/9) nC/m está em z=-3m e y=3m. Determine E em (x,-1,0)m.

QUESTÃO 07

Determine E em (2,0,2) m devido a três configurações de cargas elementares a seguir: um plano em x=0 uniformemente carregado com $\rho s_1=(1/3\pi)$ nC/m², um plano em x=4 m uniformemente carregado com $\rho s_2=(-1/3\pi)$ nC/m² e uma linha em x=6 m, y= 0m uniformemente carregada com ρl=- 2 nC/m.

QUESTÃO 08

Cargas estão uniformemente distribuídas ao longo de uma linha retilínea infinita com densidade ρl. Desenvolva uma expressão para E em um ponto P qualquer.

QUESTÃO 09

Desenvolva uma expressão para E devido a uma distribuição uniforme de cargas sobre um plano infinito com densidade ρs.