Question A1. Un polynôme $P \in \mathbb{R}[x]$ de degré 3, de coefficient dominant 2 et possédant 3 racines distinctes x_1, x_2 et x_3, vérifie :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = 2x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3.$$

Réponse A1. Faux

Question A2. Un polynôme $P \in \mathbb{R}[x]$ sans racine n'est pas factorisable.

Réponse A2. Faux

Question A3. $\exists x \in \mathbb{R}, \quad x^4 + x^3 + x^2 - 1 = x^3 + 3x^2 - 2.$

Réponse A3. Vrai

Question A4. $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x^4 + x^3 + x^2 - 1 = x^3 + 3x^2 - 2.$

Réponse A4. Faux

Question A5. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}$. Soit $n \in \mathbb{N}$, la somme S_n contient $n+1$ termes.

Réponse A5. Vrai

Question B1. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1}$, on a $S_{2n} = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2k+1}$.

Réponse B1. Faux

Question B2. Soit $b \in \mathbb{R}$. On considère le système linéaire suivant d'inconnues x, y et z :

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\ x & + & 3y & + & bz & = & 0 \end{array}\right.$$

Il existe une valeur de b pour laquelle le système n'a pas de solution.

Réponse B2. Faux

Question B3. Soit $b \in \mathbb{R}$. On considère le système linéaire suivant d'inconnues x, y et z :

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\ x & + & 3y & + & bz & = & 0 \end{array}\right.$$

Il existe une valeur de b pour laquelle le système a exactement une solution.

Réponse B3. Vrai

Question B4. Soit $b \in \mathbb{R}$. On considère le système linéaire suivant d'inconnues x, y et z :

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \\ x & + & 3y & + & bz & = & 0 \end{array}\right.$$

Il existe une valeur de b pour laquelle le système a strictement plus d'une solution.

Réponse B4. Vrai

Question B5. Lors de l'oral d'un examen, une urne contient 4 questions indiscernables au toucher. Quatre étudiants piochent successivement et sans remise une question. Antoine, l'un des étudiants, à fait l'impasse sur l'une des questions.

On note r le rang de passage d'Antoine et p la probabilité qu'il pioche son impasse.

Le nombre p ne dépend pas du rang de passage r.

Réponse B5. Vrai

Question C1. Lors de l'oral d'un examen, une urne contient 4 questions indiscernables au toucher. Quatre étudiants piochent successivement et sans remise une question. Antoine, l'un des étudiants, à fait l'impasse sur l'une des questions.

On note r le rang de passage d'Antoine et p la probabilité qu'il pioche son impasse.

Plus r est grand plus p est petit (strictement).

Réponse C1. Faux

Question C2. Lors de l'oral d'un examen, une urne contient 4 questions indiscernables au toucher. Quatre étudiants piochent successivement et sans remise une question. Antoine, l'un des étudiants, à fait l'impasse sur l'une des questions.

On note r le rang de passage d'Antoine et p la probabilité qu'il pioche son impasse.

Si $r = 1$ alors $p = \dfrac{1}{4}$.

Réponse C2. Vrai

Question C3. Lors de l'oral d'un examen, une urne contient 4 questions indiscernables au toucher. Quatre étudiants piochent successivement et sans remise une question. Antoine, l'un des étudiants, à fait l'impasse sur l'une des questions.

On note r le rang de passage d'Antoine et p la probabilité qu'il pioche son impasse.

Si $r = 3$ alors $p = \dfrac{1}{2}$.

Réponse C3. Faux

Question C4. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction. f est dite surjective si chaque image admet au moins un antécédent.

Réponse C4. Faux

Question C5. La fonction $g : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}_*^+ \\ x & \mapsto & \exp(2x-1) \end{array} \right.$ est bijective et sa fonction réciproque est

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+^* & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{\ln(x)}{2} + 1 \end{array} \right.$$

Réponse C5. Faux

Question D1. On a

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Réponse D1. Vrai

Question D2. Soient $n \in \mathbb{N}^*$, A et B deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB$$

Réponse D2. Faux

Question D3. Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $A \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, alors on peut être certain que

$$A \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Réponse D3. Vrai

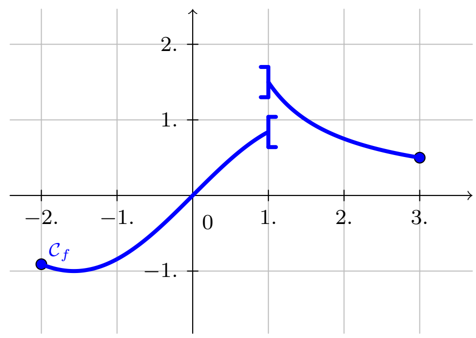
Question D4. On possède un jeu de 52 cartes. Le nombre de mains de 5 cartes avec au moins un valet est $\binom{4}{1}\binom{51}{4}$.

Réponse D4. Faux

Question D5. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{2\ln(x)}}{x^3} = 0$.

Réponse D5. Vrai

Question E1. La fonction $f : [-2, 1[\cup]1, 3] \to \mathbb{R}$, dont la représentation graphique est donnée ci-dessous semble continue.



Réponse E1. Vrai

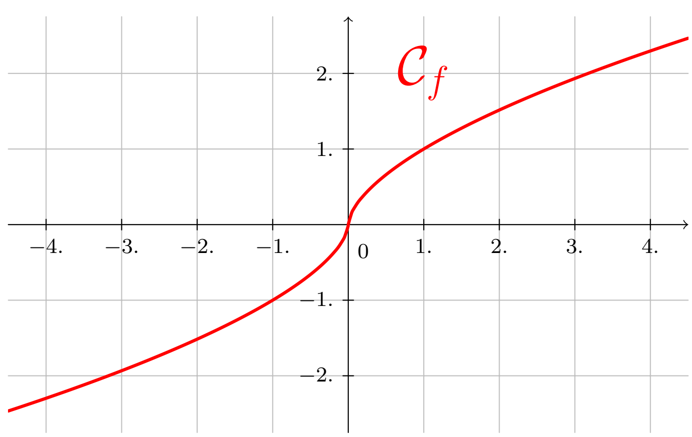
Question E2. On dispose de trois urnes U_1, U_2 et U_3 opaques contenant des boules indiscernables au toucher.

- U_1 en contient 2 rouges, 3 blanches et 5 vertes ;
- U_2 en contient 2 rouges, 5 blanches et aucune verte ;
- U_3 en contient 0 rouge, 3 blanches et 6 vertes.

On tire une boule dans U_1 que l'on place dans U_2, puis une dans U_2 que l'on place dans U_3 et enfin une dans U_3.
On veut calculer la probabilité que toutes les boules piochées soient verte.
On pense à priori à utiliser la formule des probabilités composées.

Réponse E2. Vrai

Question E3. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dont la courbe représentative sur $[-4, 4]$ est :



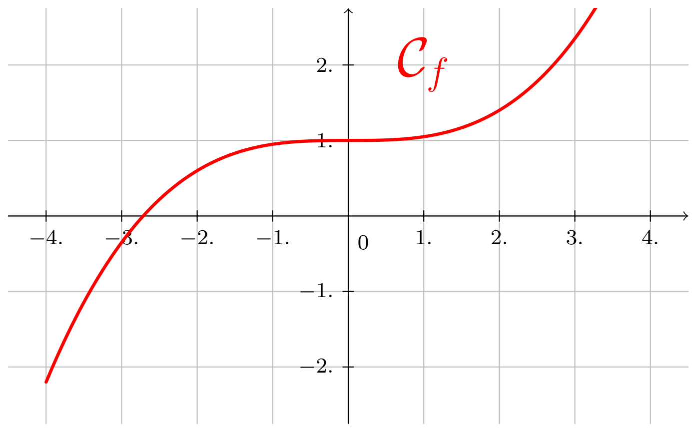
On considère la suite $u : \begin{cases} u_0 = \frac{1}{2}, \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n). \end{cases}$
La suite u semble converger.

Réponse E3. Vrai

Question E4. Soit f une fonction continue définie sur $[0,1]$ telle qu'il existe $c \in [0,1]$ vérifiant $f(c) = 0$.
On peut affirmer que $f(0)f(1) \leq 0$.

Réponse E4. Faux

Question E5. Soit $f : [-4,4] \to \mathbb{R}$ une fonction bijective dont la courbe représentative est :



f^{-1} semble dérivable.

Réponse E5. Faux