大学物理下册期末复习

张宇琛

（西安交通大学，电信学院，计算机试验班 81）

目录

一、 复习

1.1 热力学基础

$$pV = \nu RT$$

$$p = nkT$$

$$\mathrm{d}A = p\mathrm{d}V$$

$$Q = (E_2 - E_1) + A \quad \mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}A$$

$$C_V = (\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T})_V \quad C_p = (\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T})_p + p(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T})_p$$

$$C_p = C_V + R$$

1.2 气体动理论

$$p = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon}$$

$$\overline{v} = \frac{\int_{v_1}^{v_2} vf(x)\mathrm{d}v}{\int_{v_1}^{v_2} f(x)\mathrm{d}v}$$

- 平均速率（一般用于讨论碰撞次数）

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}} = 1.59\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

- 方均根速率（一般用于讨论平均平动动能）

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

- 最概然速率（一般用于讨论速率分布）

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}} = 1.41\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{kT}} \quad p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{kT}}$$

1.3 机械振动

拍频

$$\nu = |\frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}| = |\nu_2 - \nu_1|$$

1.4 机械波

平面简谐波

$$y(x,t) = A\cos(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$

波的能量

- 动能、势能
$$W_k = W_p = \frac{1}{2}\Delta m A^2\omega^2 \sin^2(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$
- 机械能
$$W = W_k + W_p = \Delta m A^2\omega^2 \sin^2(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$
- 能量密度
$$\varepsilon = \frac{W}{\Delta V} = \rho A^2\omega^2 \sin^2(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0)$$
- 平均能量密度
$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$
- 能流
$$\frac{P = \varepsilon u \Delta t S}{\Delta t} = \varepsilon u S$$
- 平均能流
$$\overline{P} = \overline{\varepsilon} u S$$
- 能流密度
$$\vec{J} = \varepsilon \vec{u}$$
- 波的强度
$$I = \overline{J} = \overline{\varepsilon} u$$

多普勒效应

$$\nu = \frac{u + v_0}{u - v_s}\nu_0$$

1.5 波动光学基础

光是电磁波

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

$$u = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}$$

$$n = \frac{c}{u} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r}$$

光源　光波的叠加

相干条件

- 频率相同
- 相位差恒定
- 光矢量振动方向平行

相干叠加

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

获得相干光的方法

- 分波阵面法：杨氏双缝干涉实验
- 分振幅法：薄膜干涉

光程与光程差

光程差

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

相位差

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda}$$

薄膜干涉

注：干涉实验中由于存在半波损失，因此偶明奇暗

- 等厚干涉

$$\delta = 2n_2\cos\gamma + \frac{1}{2}\lambda = \begin{cases} 2k \cdot \frac{\lambda}{2} & k = 1, 2, 3 \ldots \\ (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2 \ldots \end{cases}$$

  - 劈尖干涉（左凹右凸）
  - 牛顿环
- 等倾干涉

$$2n_2e\cos\gamma+\frac{1}{2}\lambda$$

迈克尔逊干涉仪

$$\Delta d=N\frac{\lambda}{2}$$

干涉

单缝夫朗禾费衍射　注：单缝夫朗禾费衍射中不存在半波损失，因此偶暗奇明

$$a\sin\varphi=\begin{cases}\pm2k\cdot\frac{\lambda}{2} & k=1,2,3\dots\\ \pm(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} & k=1,2,3\dots\end{cases}$$

光强分布

$$I=I_0\frac{\sin^2u}{u}\quad u=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\varphi$$

光学仪器的分辨本领

$$\delta=1.22\frac{\lambda}{D}$$

衍射光栅及光栅光谱

光栅方程

$$d\sin\varphi=\pm k\lambda,k=0,1,2\dots$$

主极大最大级数

$$k_{max}=\frac{a+b}{\lambda}$$

暗纹条件

$$Nd\sin\varphi=\pm m\lambda,m\neq kN,k=0,1,2\dots$$

缺级

$$k=k'\frac{a+b}{a},k'=1,2,\dots$$

光栅光谱

$$\Delta\lambda=\frac{\lambda}{Nk}$$

斜入射的光栅方程

$$d(sin\varphi+\sin\theta)=\pm k\lambda$$

$$a(sin\varphi+\sin\theta)=\pm k'\lambda$$

明条纹级数范围

$$\left[\left[\frac{d}{\lambda}(\sin-\frac{\pi}{2}+\sin\theta)\right],\left[\frac{d}{\lambda}(\sin\frac{\pi}{2}+\sin\theta)\right]\right]$$

偏振

马吕斯定律

$$I=I_0\cos^2\alpha$$

布儒斯特定律

$$\tan i_B=\frac{n_2}{n_1}$$

双折射　注意 o 光 e 光均为线偏振光

偏振光的干涉

1.6 **量子物理基础**

热辐射　普朗克能量子假设

$$E=nh\nu$$

光电效应　爱因斯坦光子假说

$$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+A$$

截止频率　令 $v_m=0\Rightarrow\nu=\frac{A}{h}$

遏止电压　$eU_a=\frac{1}{2}mv_m^2$

光的波粒二象性

$$E=mc^2=h\nu\quad m=\frac{h\nu}{c^2}=\frac{h}{c\lambda}\quad p=mc=\frac{h}{\lambda}$$

康普顿效应

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2} \quad \lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 0.0024nm$$

氢原子光谱　玻尔的氢原子理论

- 实验规律
$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(k) - T(n) = R_H(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2})$$
- 定态假设
- 跃迁假设 $\nu_m = \frac{|E_k - E_n|}{h}$
- 角动量量子化假设 $L = mvr = n\hbar$
  - 轨道半径量子化
  $$r_n = n^2 r_1 = n^2(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2})$$
  - 能量量子化
  $$E_n = \frac{E_1}{n^2} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n}$$

微观粒子的波粒二象性　不确定性关系

德布罗意波

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h} = \frac{m_0 c^2}{h\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

不确定性关系

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

波函数　一维薛定谔方程

统计解释　t 时刻，粒子在空间 $\vec{r}$ 处的单位体积中出现的概率

波函数满足的三个条件　单值、有限、连续

定态薛定谔方程

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar}(E - V)\psi = 0$$

态密度

$$W = |\psi(x_0)|^2$$

$x_1 \to x_2$ 出现的概率

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 \mathrm{d}x$$

一维谐振子

能量量子化

$$E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu$$

氢原子的量子力学描述　电子自旋

- 能量量子化 $E_n = -\frac{1}{n^2}(\frac{me^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}) = -\frac{E_1}{n^2}$，$n$ 为主量子数，大体上决定了电子能量
- 角动量量子化 $L = \sqrt{l(l+2)}\hbar$，l 为副量子数，决定电子的轨道角动量的大小，对能量稍有影响
- 角动量空间量子化 $L_z = m_l\hbar$，m_l 为磁量子数，决定了电子轨道角动量 L 在外磁场中的取向
- 电子自旋角动量的大小

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar \quad S_z = m_s\hbar = \pm\frac{1}{2}\hbar$$

$m_s = \pm\frac{1}{2}$ 为自旋磁量子数，决定了电子自旋角动量 S 在外磁场中的取向

1.7 **固体物理简介　激光**

晶体结构和晶体分类

晶体按结合力可以分为

- 离子晶体
- 共价晶体
- 分子晶体
- 金属晶体

固体的能带

能带的形成

- N 个原子在形成晶体时，单个原子的每个能级都分裂成 N 个与原能级很接近的新能级即能带

- 能带的宽度与电子的共有运动程度有关
- 能带之间有禁带（禁带的宽度：绝缘体 $>$ 半导体）
- 不同能带之间可能有重叠

固体的能带结构

- 能带与能带之间既可能以禁带相隔，也可能相接或重叠
- 满带：填满电子的能带，不参与导电
- 导带：部分填充电子的能带
- 空带：没有电子的能带
- 价带：由加点字能级分裂而形成的能带，可以是满带或导带

绝缘体　导体　半导体

- 绝缘体的满带和空带之间有较宽的禁带
- 导体的价带不满或价带和空带重叠或相接
- 半导体的满带和空带之间的禁带宽度较小

杂质半导体　pn 结

- n 型半导体：参与导电的载流子主要是从施主能级跃迁到导带中去的电子
- p 型半导体：参与导电的载流子主要是满带中产生的空穴

激光基础

激光器的基本构成

- 激光工作物质：是激光器中借以发射激光的物质，必须是激活介质
- 激励能源：将工作物质中处于基态的粒子激发到所需要的激发态，以获得粒子数反转
- 谐振腔

激光的特性

- 高定向性
- 高单色性
- 高亮度

二、 热力学

2.1 平衡态　理想气体状态方程

平衡态　是指系统在没有外界影响的条件下，系统各部分的宏观性质长时间内不发生变化的状态。只有在平衡态下，系统的宏观性质可以用一组确定的参量来描写。

系统的分类

1. 开放系统：有物质、能量交换；
2. 封闭系统：只有能量交换；
3. 孤立系统：无任何交换；

热力学第零定律　热平衡定律：如果两个热力学系统中的每一个都与第三个热力学系统处于热平衡，则它们彼此也必定处于热平衡。

理想气体状态方程

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$$

说明

1. 理想气体的宏观定义；
2. 实际气体压强不太高，温度不太低可当做理想气体处理；
3. 混合理想气体：$p = \sum p_i, m = \sum m_i, M = \frac{m}{\sum \nu_i}$

2.2 功　热量　内能　热力学第一定律

热力学系统通过作功与传热两种方式与外界传递能量。

2.2.1 功　热量　内能

概念

- 功（A）：是能量传递和转化的量度，是过程量
  系统对外作功 $A > 0$，外界对系统作功 $A < 0$
- 热量（Q）：是传热过程中所传递能量多少的量度，是过程量
  $Q = E_2 - E_1$ 系统吸热 $Q > 0$，系统放热 $Q < 0$
- 内能（E）：物体中分子无规则运动能量的总和，是状态量，在理想气体中是分子无规则热运动的动能

2.2.2 热力学第一定律

系统从外界吸收的热量，一部分使其内能增加，另一部分则用以对外界作功

$$Q = (E_2 - E_1) + A$$

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + \mathrm{d}A$$

说明

- 实质是能量守恒与转换定律
- 表明了第一类永动机是不可能实现的
- 要求系统初末状态是平衡态，不考虑过程中是否为平衡态
- 适用于任何系统

2.3 准静态过程中功和热量的计算

准静态过程 在过程进行的每一时刻，系统都无限地接近平衡态。

说明

- 是一个理想过程；
- 除爆炸等极快的过程外，多数过程可以看成准静态过程。

功的计算

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V$$

可以将热力学第一定律表示为

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + p\mathrm{d}V$$

$$E = (E_2 - E_1) + \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V$$

热量计算

$$Q = (E_2 - E_1) + A$$

- 热容：$C_x = (\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T})_x$
- 比热容（c）：$Q = mc(T_2 - T_1)$ $c_x = \frac{C_x}{m} = \frac{1}{m}(\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T})_x$
- 摩尔热容（C）：$Q = \nu C(T_2 - T_1) = \nu C \Delta T$
-
  - 定体摩尔热容（体积不变，外界不做功）$C_V = (\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T})_V$
  - 定压摩尔热容 $C_p = (\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}T})_p + p(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T})_p$
- 热量计算 $Q_x = \nu \int_{T_1}^{T_2} C_x \mathrm{d}T$

2.4 理想气体的内能和 C_V 和 C_p

焦耳定律　理想气体的内能仅是其温度的函数

说明

- 气体在自由膨胀的过程中，虽然体积变化，但是温度不变，内能也不变
- 焦耳自由膨胀实验是非准静态过程

迈耶公式

$$C_p = C_V + R$$

比热容比

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} > 1$$

1. 单原子 $C_V = \frac{3}{2}R, \gamma = \frac{5}{3}$
2. 双原子 $C_V = \frac{5}{2}R, \gamma = \frac{7}{5}$
3. 多原子 $C_V = 3R, \gamma = \frac{4}{3}$

理想气体内能计算

$$\mathrm{d}E = \nu C_v \mathrm{d}T$$

2.5 热力学第一定律对理想气体在典型准静态过程中的应用

过程	特征	过程方程	吸收热量 Q	对外作功 A	内能增量
等体	$V = C$	$\frac{p}{T} = C$	$\nu C_V(T_2 - T_1)$	0	$\nu C_V(T_2 - T_1)$
等压	$p = C$	$\frac{V}{T} = C$	$\nu C_p(T_2 - T_1)$	$p(V_2 - V_1)$	$\nu C_V(T_2 - T_1)$
等温	$T = C$	$pV = C$	$\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$A = Q$	0
绝热	$Q = 0$	$pV^\gamma = C$	0	$-\nu C_V(T_2 - T_1)$	$\nu C_V(T_2 - T_1)$

多方过程

$$pV^n = C \begin{cases} n = 0 & p = C \\ n = 1 & T = C \\ n = \gamma & Q = 0 \\ n = \infty & V = C \end{cases}$$

从上到下按曲线陡峭程度排列，绝热线比等温线要陡一些

绝热线、等温线交点斜率

$$(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V})_T = -\frac{p_A}{V_A}, (\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V})_Q = -\gamma\frac{p_A}{V_A}$$

$$(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V})_T / (\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V})_Q = \frac{1}{\gamma}$$

2.6 循环过程

循环过程中，摩尔热容不可能是常数

循环 物质系统的状态经历一系列变化后又回到了原状态，就称经历了一个循环过程，准静态循环过程在 P-V 图上构成一个闭合曲线

$$\Delta E = 0$$

$$A = \int dA = \text{闭合曲线包围的面积}$$

循环方向

1. 正循环：顺时针方向 $A = A_1 - A_2 > 0$ 系统对外作功，$A = Q_1 - Q_2$ 称为热机循环
2. 逆循环：逆时针方向 $A = A_1 - A_2 < 0$ 系统对外作负功，$Q_1 = A + Q_2$ 称为致冷循环

循环效率

1. 热机循环中循环效率为对外作功与吸收热量之比也称热机效率

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

2. 致冷循环中循环效率为从冷库吸收的热量与外界作功之比，称为致冷系数

$$W = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

致冷系数越高，温差越小，制冷效果越好。

卡诺循环 工质只与两个热源交换热量，并且不存在散热和摩擦等因素，由两个等温过程和两个绝热过程组成

$$a(p_1, V_1, T_1) \xrightarrow{T=T_1} b(p_2, V_2, T_1) \xrightarrow{Q=0} c(p_3, V_3, T_2) \xrightarrow{T=T_2} d(p_4, V_4, T_2) \xrightarrow{Q=0} a(p_1, V_1, T_1)$$

$$Q\begin{cases} a\to b & Q_1=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1} \\ c\to d & Q_2=\nu RT_2\ln\frac{V_4}{V_3}\end{cases}$$

$$Q=0\begin{cases} b\to c & T_1V_2^{\gamma-1}=T_2V_3^{\gamma-1} \\ d\to a & T_2V_4^{\gamma-1}=T_1V_1^{\gamma-1}\end{cases}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2\ln\frac{V_4}{V_3}}{T_1\ln\frac{V_2}{V_1}}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

卡诺逆循环的致冷系数

$$\omega=\frac{Q_2}{A}=\frac{Q_2}{Q_1-Q_2}=\frac{T_2}{T_1-T_2}$$

卡诺定理（给出热机效率的极限）

1. 在温度为 T_1、T_2 的两给定热源之间工作的一切可逆热机，其效率相同 $\eta=1-\frac{T_2}{T_1}$
2. 在相同高低温热源之间工作的一切不可逆热机，其效率不可能大于可逆热机

2.7 热力学第二定律

实质 一切与热现象有关的实际过程都是单方向进行的不可逆过程 绝热线不可能相交

开尔文表述 不可能从单一热源吸收能量，使之完全变为功而不引起其他变化（热功转化具有方向性，第二类永动机不可能制成，$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}<1$）

克劳修斯表述 不可能使热量从低温物体转向高温物体而不引起其他变化（热传导具有方向性，理想制冷机不可能制成，$\omega=\frac{Q_2}{A}\nrightarrow\infty$）

热力学第三定律 任何系统的温度都不可能在有限次的操作中降低到绝对零度

2.8 可逆与不可逆过程

1. 可逆过程：能完全复原的过程
2. 不可逆过程：如果对于某一过程，用任何方法都不能使系统和外界恢复到原来状态，该过程就是不可逆过程
3. 自发过程：自然界中的系统在不收外界影响（孤立系统），能够自动发生的过程（非平衡态向平衡态进行）

一切与热现象有关的实际过程都是不可逆的

一切与热现象有关的自发过程都是不可逆的

三、 气体动理论

3.1 分子运动的基本概念

分子运动的基本观点

1. 宏观物体由大量粒子组成，分子之间存在一定空隙 $N_A = 6.02 \times 10^{23}$
2. 分子在永不停息地作无序热运动
3. 分子间存在相互作用力

气体分子的热运动

1. 气体分子热运动可以看作是在惯性支配下的自由运动
2. 气体分子之间的相互碰撞非常频繁
3. 气体分子热运动服从统计规律

3.2 理想气体压强公式

理想气体状态方程 $pV = \nu RT$ 或 $p = nkT$ 其中 $n = \frac{\nu N_A}{V}$ 为分子数密度，$k = \frac{R}{N_A}$

理想气体的压强公式

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}$$

其中 $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mu \overline{v^2}$ 是大量分子平动动能的统计平均值

3.3 麦克斯韦速率分布定律

分子速率分布函数

$$f(v) = 4\pi (\frac{\mu}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} J/K$$

麦克斯韦速率分布定律

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = f(v)\mathrm{d}v = 4\pi (\frac{\mu}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}} \mathrm{d}v$$

求任一速率间隔的分子数所占比率

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v$$

归一化条件

$$\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1$$

速率分布曲线规律

1. μ 一定，T 越大，v_p 越大，曲线越平坦，向右移动
2. T 一定，μ 越大，v_p 越小，曲线向左移动

分子速率的三种统计平均值

- 平均速率（一般用于讨论碰撞次数）

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}} = 1.59\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

- 方均根速率（一般用于讨论平均平动动能）

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

- 最概然速率（一般用于讨论速率分布）

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{\mu}} = 1.41\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

3.4 温度的微观本质

理想气体分子平均平动动能

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\overline{v^2} = \frac{1}{2}\mu\frac{3kT}{\mu} = \frac{3}{2}kT$$

理想气体定律

$$p = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon} = \frac{2}{3}n\frac{3}{2}kT = nkT$$

道尔顿分压定律　混合气体压强等于各种气体的分压强之和

3.5 能量按自由度均分定理

每个分子的平均总动能

$$\overline{\varepsilon} = \frac{ikT}{2}$$

i 为自由度，取值

- 单原子分子 $i = 3$
- 刚性双原子分子 $i = 5$
- 多原子分子气体 $i = 6$

理想气体内能

$$E = \mu \frac{i}{2} RT$$

i 为自由度，取值

- 单原子分子气体 $i = 3$
- 双原子分子气体 $i = 5$
- 多原子分子气体 $i = 6$
- 如果考虑振动，每个振动自由度再加上平均能量 kT

理想气体热容

- 理想气体的定体摩尔热容为
$$C_V = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V} = \frac{i}{2} R$$
- 理想气体的定压摩尔热容为
$$C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R$$
- 比热容比为
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$

i 为自由度，取值

- 单原子分子气体 $i = 3$
- 双原子分子气体 $i = 5$
- 多原子分子气体 $i = 6$

3.6 **玻尔兹曼分布律**

重力场中粒子按高度分布

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{kT}}$$

高度 h 处气体压强

$$p = nkT = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{kT}}$$

玻尔兹曼分布律

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}$$

$$\mathrm{d}N = n \mathrm{d}V = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z$$

表明在势场中分子总是优先占据势能较低的状态

3.7 气体分子的平均自由程

气体分子的平均碰撞频率

$$\overline{z}=\sqrt{2}\pi d^2\overline{v}n$$

分子的平均自由程

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{z}}$$

注：如果分子运动空间过小，只能依据此公式计算自由程

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{z}}=\frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2p}$$

3.8 气体内的迁移现象

扩散系数

$$D=\frac{1}{3}\overline{v}\overline{\lambda}$$

D 与 $T^{\frac{3}{2}}$ 成正比，而与 p 成反比，温度越高，压强越低，相对分子质量越小，气体扩散越快

3.9 热力学第二定律的统计意义和熵的概念

热力学第二定律的统计意义　在一个不受外界影响的孤立系统中发生的一切实际过程，都是从概率小，即微观态数少的宏观态向概率大（微观态数多）的宏观态进行的，随着 N 的增大，平衡态的概率接近 1

玻尔兹曼熵公式

$$S=k\ln\Omega$$

熵的单位为 J/K

熵增原理　孤立系统的熵永远不会减少

在孤立系统中，两个状态的转变，熵的增量为

$$S_2-S_1=k\ln\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\geq 0$$

四、 机械振动基础

4.1 简谐振动

简谐振动的表达式

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$$

周期和频率

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

确定初相和振幅　已知 $t = 0$ 时的坐标 x_0 和速度 v_0，联立可得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$\varphi = \arctan(-\frac{v_0}{x_0\omega})$$

谐振动的能量

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$$

注：简谐振动系统机械能守恒

平均动能等于平均势能

$$\overline{E_k} = \overline{E_p} = \frac{1}{4}kA^2(k = \omega^2 m)$$

4.2 谐振动的合成

4.2.1 同方向同频率谐振动的合成

分振动

$$\begin{cases} x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

合振动

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

4.2.2 同方向不同频率的简谐振动的合成

分振动

$$\begin{cases} x_1 = A_1\cos\omega_1 t \\ x_2 = A_2\cos\omega_2 t \end{cases}$$

合振动不再是简谐振动

- 当 $(\omega_2 - \omega_1)t = 2k\pi$ 时，A 有最大值 $A = A_1 + A_2$
- 当 $(\omega_2 - \omega_1)t = (2k+1)\pi$ 时，A 有最小值 $A = |A_1 - A_2|$
- 合振动的频率为 $\nu = |\frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}| = |\nu_2 - \nu_1|$

振幅相同频率不同的简谐振动的合成

$$\begin{cases} x_1 = A\cos\omega_1 t \\ x_2 = A\cos\omega_2 t \end{cases}$$

合振动

$$x = x_1 + x_2 = x_1 = A\cos\omega_1 + A\cos\omega_2 t = 2A\cos(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2})t \cdot \cos(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2})$$

当 $\omega_2 \cong \omega_1$ 时，$\omega_2 - \omega_1 << \omega_2 + \omega_1$，上式化作

$$x = A(t)\cos\overline{\omega}t$$

拍的频率为

$$\nu = |\frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}| = |\nu_2 - \nu_1|$$

五、 机械波

5.1 机械波的产生和传播

波速

$$u = \frac{\lambda}{T} = \nu\lambda$$

主要取决于媒介的性质

- 拉紧的绳子或弦线中横波的波速为

$$u_t = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

  T 为张力，μ 为质量的线密度

- 均匀细棒中纵波的速度为

$$u_l = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

  Y 为棒的杨氏模量，ρ 为棒的密度

- 流体只能传播纵波，其波速为

$$u = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

  B 为流体的体积模量，ρ 为流体的密度

5.2 平面简谐波

简谐波 若传播简谐振动状态，波所到之处，媒质中各质点都做同频率、同振幅的简谐振动，则该波动成为简谐波（余弦波或正弦波）

平面简谐波 波面为平面的简谐波 注：任何复杂的波都能分解为一系列简谐波的叠加

波函数

$$y(x,t) = A\cos(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0) = A\cos(2\pi(\nu t \pm \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0)$$

其中 $\pm$ 正向取负，负向取正

5.3 波的能量和强度

5.3.1 波的能量和能量密度

质元动能等于势能

$$\Delta E_k = \Delta E_p = \frac{1}{2}\mu\Delta x A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

$$\Delta E = \mu\Delta x A^2\omega^2\sin^2\left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

说明

1. 在波的传播过程中，质元的动能和势能同步变化且相等

2. 质元的机械能作时空的周期性变化
3. 行波：有振动状态和能量传播的波

能量密度

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \left[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0\right]$$

一个周期内的平均能量密度

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2$$

5.3.2 **能流密度和强度**

能流

$$P = \frac{\varepsilon u \Delta t S}{\Delta t} = \varepsilon u S$$

平均能流

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon \mathrm{d}t = \overline{\varepsilon} u S$$

能流密度

$$J = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}S} = \varepsilon u$$

$$\boldsymbol{J} = \varepsilon \boldsymbol{u}$$

可见能流密度与振幅的平方成正比

5.3.3 **波的强度**

一个周期内的能流密度大小的平均值为波的强度

$$I = \overline{J} = \frac{1}{T}\int_0^T J \mathrm{d}t = u\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 u$$

1. 平面波（媒质不吸收，能量不损失）
2. 球面波（媒质不吸收，能量会损失）可得球面波的波函数

$$y(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos\left[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_0\right]$$

5.3.4 **波的吸收**

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

5.4 波的干涉

相干波

1. 频率相同
2. 振动方向相同
3. 相位相同或者相位差恒定

合成振动的振幅

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$

相位差

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

相消、相长条件

- $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ 干涉相长

$$\begin{cases} A_{max} = A_1 + A_2 \\ I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \end{cases}$$

- $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ 干涉相消

$$\begin{cases} A_{min} = |A_1 - A_2| \\ I_{max} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2} \end{cases}$$

5.5 驻波

驻波不是行波，而是一种特殊的振动

形成条件

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

波函数

$$\begin{cases} y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) \\ y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) \end{cases}$$

合成后的波函数

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = A\cos 2\pi(\nu t - \tfrac{x}{\lambda}) + A\cos 2\pi(\nu t + \tfrac{x}{\lambda}) \\ &= (2A\cos\tfrac{2\pi x}{\lambda})\cos\omega t \\ &= A(x)\cos\omega t \end{aligned}$$

波腹与波节

- 波腹 $A' = 2A$

$$x = k\frac{\lambda}{2}$$

- 波节 $A' = 0$

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

相邻的波腹和波节间的距离均为 $\frac{\lambda}{2}$

5.6 多普勒效应

$$f = \frac{u + v_0}{u - v_s} f_0$$

其中，v_0 为观察者运动的速度，v_s 为波源运动的速度，远离小于零，靠近大于零

六、 波动光学基础

6.1 光是电磁波

电磁波的性质

1. 电磁波是横波，E, H, u 构成右手螺旋关系
2. 电磁波具有偏振性
3. 电场与磁场同相变化

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

4. 电磁波的能量

$$W = W_e + W_m = \sqrt{\varepsilon\mu}EH = \frac{EH}{u}$$

电磁波的传播速度

- 真空中 $u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c$
- 介质中 $u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$ 其中 $n = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$ 为折射率

6.2 光的基本性质

光强　在光学中常把平均能流密度 I 称为光强，平面简谐电磁波的能流密度为

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$$

光源

- 热辐射
- 电致发光
- 光致发光
- 化学发光
- 同步辐射光源
- 激光光源

谱线宽度　最大光强的一半所包含的波长范围 $\Delta\lambda$，用来表征单色光的单色程度

光波的叠加

1. 相位差
$$\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$
2. 相干条件
   (a) 频率相同
   (b) 光矢量振动方向平行
   (c) 相位差恒定
3. 相干叠加，光强为
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$
   - 当 $\Delta\varphi = 2k\pi$ 时光强最大
   - 当 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ 时光强最大
4. 非相干叠加
$$I = I_1 + I_2$$

获得相干光的方法

- 分波面法（eg. 杨氏双缝干涉）
- 分振幅法（eg. 薄膜干涉）

半波损失　光从光疏介质射向光密介质时，在界面发生反射的光线会产生半波损失

光程与光程差

- 光程：在传播时间相同或相位改变相同的条件下，光在介质中传播 r 的路程折合为光在真空中传播 $\sum_i n_i r_i$ 的路程

- 光程差：

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

- 相位差：$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

6.3 **干涉**

6.3.1 **杨氏双缝干涉实验**

波程差

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d\sin x = \frac{d}{D}x$$

相位差

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda}$$

消长条件

- 相位差为零或 π 的偶数倍/波程差为半波长的偶数倍时干涉加强

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad \delta = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

- 相位差为 π 的奇数倍/波程差为半波长的奇数倍时干涉相消

$$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad \delta = \pm(2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

相邻条纹的间距

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$

需要注意的问题

1. 白光照射会产生彩色谱带，分辨临界条件（$\lambda_1 < \lambda_2$）

$$(k+1)\lambda_1 \geq k\lambda_2$$

2. 光源移动对干涉条纹的影响（L 为光源到双缝的直线距离，D 为双缝到屏的直线距离）

$$x = -\frac{D}{L}y$$

3. 强度分布

$$I = 4I_0\cos^2(\frac{\Delta\varphi}{2}) = 4I_0\cos^2(\frac{\pi}{\lambda}\delta) \approx 4I_0\cos^2(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta)$$

6.3.2 薄膜干涉-等倾干涉（薄膜厚度均匀）

光程差　（e 为薄膜厚度）

$$\begin{aligned}\delta &= n_2(\overline{ab}+\overline{bc})-n_1\overline{ad}+\tfrac{\lambda}{2}\\ &= 2n_2e\cos\gamma+\tfrac{\lambda}{2}\end{aligned}$$

消长条件

- 波程差 δ 为半波长的偶数倍时干涉加强

$$\delta = 2n_2e\cos\gamma+\frac{\lambda}{2} = 2k\cdot\frac{\lambda}{2}$$

- 波程差 δ 为半波长的奇数倍时干涉相消

$$\delta = 2n_2e\cos\gamma+\frac{\lambda}{2} = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

特点　凡是以相同倾角入射的光，反射光束有相同的光程差，对应干涉中的一条条纹，称为等倾干涉，条纹称为等倾条纹

6.3.3 薄膜干涉-等厚干涉（薄膜厚度不均匀）

光程差　（设垂直入射）

$$\begin{aligned}\delta &= n_2(\overline{ab}+\overline{bc})-n_1\overline{dc}+\tfrac{\lambda}{2}\\ &= 2n_2e\cos\gamma+\tfrac{\lambda}{2}\\ &= 2n_2e+\tfrac{\lambda}{2}\end{aligned}$$

消长条件

- 波程差 δ 为半波长的偶数倍时干涉加强

$$\delta = 2n_2e+\frac{\lambda}{2} = 2k\cdot\frac{\lambda}{2}$$

- 波程差 δ 为半波长的奇数倍时干涉相消

$$\delta = 2n_2e+\frac{\lambda}{2} = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

特点　薄膜厚度相同（e 相同）处光程差相同

1. 劈尖干涉（注意第一道条纹为暗纹）
   - 两相邻明/暗条纹对应的介质层（空气劈尖 $n_2=1$）厚度差都等于 $\frac{\lambda}{2n_2}$

- 明/暗条纹间距

$$a\sin\theta = \Delta e = \frac{\lambda}{2n_2}$$

- 左凹右凸

2. 牛顿环

空气层厚度

$$e = \frac{r^2}{2R}$$

相干光程差

$$\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2} = 2n_2\frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2}$$

干涉条纹半径

$$r_k = \begin{cases} \sqrt{(2k-1)\cdot\frac{R\lambda}{2}} \\ \sqrt{2k\cdot\frac{R\lambda}{2}} \end{cases}$$

干涉条纹特征

- 牛顿环与等倾条纹均是内疏外密的环形条纹
- 牛顿环的环纹级次由环心向外递增
- 膜层厚度减少时，牛顿环的环纹向外扩张，等倾条纹则正相反

测球面透镜的曲率半径 R

$$r_{k+N}^2 - r_k^2 = NR\lambda$$

- 中央暗纹在中央，半径小于标准
- 中央暗纹在边缘，半径大于标准

6.3.4 迈克尔逊干涉仪

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

6.4 衍射

6.4.1 惠更斯-菲涅尔原理

从同一波前上各点发出的次波是向干波，经过传播在空间某点相遇时的叠加是向干叠加

6.4.2 单缝夫朗禾费衍射

半波带条数

$$\underset{\sim\sim\sim}{N = \frac{a \sin \varphi}{\frac{\lambda}{2}}}$$

半波带宽度

$$\Delta s \cdot \sin \varphi = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$$

光程差

$$\delta = a \sin \varphi = a \frac{\lambda}{2\Delta s} = m \frac{\lambda}{2}$$

明暗条件

- m 为偶数是暗纹 $a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$
- m 为奇数是明纹 $a \sin \varphi = \pm (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$
- 中央明纹 $a \sin \varphi = 0$
- 否则介于明纹暗纹之间

特征分析

1. 条纹宽度：中央明纹的角宽度和线宽度均为次级明纹的两倍
   - 中央明纹的角宽度由 $k = \pm 1$ 的暗纹位置确定

     $$\Delta \varphi_0 \approx \frac{2\lambda}{a}$$

   - 第 k 级明纹的角宽度

     $$\Delta \varphi_k \approx \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta \varphi_0$$

   - 线宽度

     $$x_k = f \tan \varphi_0 \approx f \sin \varphi_0 = k f \frac{\lambda}{a}$$

     - 中央明纹线宽度 $2f\frac{\lambda}{a}$
     - 次级明纹线宽度 $f\frac{\lambda}{a}$
2. 衍射反比律

   $$\Delta x_0 = 2f \frac{\lambda}{a}$$

   - 波长越长，条纹宽度越宽，衍射越明显
   - 缝宽越小，条纹宽度越宽，衍射越明显
3. 单缝移动和斜入射对条纹的影响

单缝衍射的条纹强度

$$I = I_0(\frac{\sin u}{u})^2(u = \frac{\pi a \sin\varphi}{\lambda})$$

6.4.3 **光学仪器的最小分辨角**

就是艾里斑的半角宽度

$$\delta_{\varphi_R} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

注：单位为 rad

分辨率为最小分辨角的倒数

$$R = \frac{1}{\delta_{\varphi_R}} = \frac{1}{1.22}\frac{D}{\lambda 7}$$

6.4.4 **衍射光栅及光栅光谱**

光栅常数 透光宽度与不透光宽度的和

$$d = a + b = \frac{I}{N}$$

光栅方程 光栅衍射的明纹条件

$$\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda}$$

满足该方程的明条纹称为主极大条纹，也称光谱线，k 称为主极大级数。$k = 0, \varphi = 0$ 称为中央明条纹；$k = 1, k = 2, \ldots$ 称为第 1 级、第 2 级、⋯⋯主极大条纹

主极大的最大级数 由于 $|\sin\varphi| \leq 1$，因此

$$|\sin\varphi| = |\frac{k\lambda}{a+b}| < 1$$

$$k \leq \frac{a+b}{\lambda}$$

谱线的缺级

$$\begin{cases} (a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda \\ a\sin\varphi = \pm k'\lambda \end{cases} \Rightarrow k = k'\frac{a+b}{a} \leq \frac{a+b}{\lambda}$$

暗纹条件

$$\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{N(a+b)\sin\varphi = \pm m\lambda}$$

注：N 为缝数，$m \neq kN$（m 不等于 N 的整数倍）

- 在相邻两个主极大之间有 $N-1$ 个暗纹（极小）
- 在相邻两个主极大之间有 $N-2$ 个次极大
- 主极大的强度

$$I \propto N^2$$

光栅条纹随着 N 的增大变得越来越尖锐明亮

斜入射的光栅方程

- 主极大条件

$$d(\sin\varphi + \sin\theta) = \pm k\lambda$$

- 缺级条件

$$k = \pm k' \frac{d}{a}$$

说明

1. 斜入射级次分布不对称
2. 斜入射可以观察到更高级次的光谱，提高分辨率
3. 垂直入射和斜入射相比，完整级次数不变
4. 垂直入射和斜入射相比，缺项级次相同

6.5 偏振

6.5.1 马吕斯定律

线偏振光透过检偏器后的光强

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

注：自然光透过偏振片后的光强为 $I_0/2$

6.5.2 布儒斯特定律

定义 当入射角 i 与折射角 γ 之和等于 90°，即反射光与入射光互相垂直时，反射光即成为光矢量振动方向与入射面垂直的完全偏振光（折射光依然是部分偏振光）

数学表达

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$

i_B 称为布儒斯特角，也称为起偏角

6.5.3 晶体的双折射现象

双折射现象

- 双折射：一束光入射到各向异性的介质后出现两束折射光线的现象
- - 寻常光/o 光：始终在入射面内，遵守折射定律
  - 非常光/e 光：一般不在入射面内，一般不遵守折射定律
  - 入射角 $i = 0$ 时，寻常光沿原方向传播，非常光一般不沿原方向传播
- 光轴：光线沿着光轴传播时不产生双折射现象，光轴是一个方向，凡平行于该方向的直线均为光轴
- 主平面：晶体中光的传播方向与晶体光轴构成的平面。有 o 光主平面和 e 光主平面

单轴晶体中的波面

- $v_0 > v_e$ 称为正晶体
- $v_o < v_e$ 称为负晶体
- o 光主折射率 $n_o = \frac{c}{v_o}$
- e 光主折射率 $n_e = \frac{c}{v_e}$

七、 量子物理基础

背下来就好了　争取不丢分

7.1 实验基础

7.1.1 普朗克量子假设

热辐射　物体由温度决定的辐射

平衡热辐射　辐射和吸收达到平衡，物体的温度不再变化而处于热平衡状态

热辐射的特点

- 连续；
- 温度越高，辐射越强；
- 频谱分布随温度变化；
- 物体的辐射本领越大，其吸收本领也越大，反之亦然；

辐出度 $M(T)$　在一定温度 T 下，物体单位表面在单位时间内发射的辐射能

单色辐出度 $M_\lambda(T)$　在一定温度 T 下，物体单位表面在单位时间内发射的波长在 λ 附近单位波长间隔内的辐射能

$$\begin{cases} M_\lambda = \frac{dM(T)}{d\lambda} \\ M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T)d\lambda \end{cases}$$

温度越大，辐出度越大，辐出度也与材料性质和物体表面有关

（绝对）黑体　能够全部吸收各种波长的辐射且不反射和透射的物体

- 在相同温度下，黑体的吸收本领最大，因而辐射本领也最大；
- 黑体的单色辐出度仅与波长和温度有关，与材料和表面情况无关。

黑体辐射的规律

- 辐出度与 T^4 成正比

$$M_B(T) = \int_0^\infty M_{B\lambda}(T)d\lambda = \sigma T^4$$

- 峰值波长 λ_m 与温度 T 成反比

$$T\lambda_m = 2.90 \times 10^{-6} m \cdot K$$

（由于自然界不存在理想的黑体，因此此法计算出的问题和辐出度都高于实际）

普朗克公式

$$M_{B\lambda(T) = \frac{1}{\lambda^5}} \cdot \frac{2\pi hc^2}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

普朗克常数：

$$h = 6.626 \times 10^{-34} J \cdot s$$

普朗克能量子假设　能量量子化：$E = nh\nu$

7.1.2 爱因斯坦光子假说

光电效应　金属及其化合物在光照下发射电子的现象光电效应的规律

1. 阴极 K 在单位时间内所发射的光电子数与照射光的光强 I 成正比，饱和光电流 i_s；
2. 存在截止频率 ν_0；
3. 光电子的最大初动能与照射光的强度无关，与其频率成线性关系

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a = eK(\nu - \nu_0)$$

4. 光电子是即时发射的，滞后时间不超过 $10^{-9}s$；

5. 光电效应方程：$h\nu = A + \frac{1}{2}mv_m^2$（A 为逸出功，当光频率 $\nu > \frac{A}{h}$ 时，吸收一个光子即可逸出，即 $\nu_0 = \frac{A}{h}$

光（电磁辐射）的波粒二象性　此处会出计算题

$$\begin{cases} E = mc^2 = h\nu \\ m_\phi = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \\ p = m_\phi c = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$$

7.1.3 康普顿效应及光子理论的解释

康普顿效应　波长变大的散射现象

- 波长改变量与入射波长无关；
- 波长改变量随入射角的增大而增大。

光子与自由电子碰撞，能量动量均守恒

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_C \cdot sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{2h}{m_0 c}sin^2\frac{\theta}{2}$$

$\lambda_C = 0.0024nm$ 其值等于在 $\theta = 90\circ$ 方向上测得的波长改变量。

7.1.4 氢原子光谱　玻尔的氢原子理论

实验规律

1. 氢原子的光谱是彼此分立的线状光谱，每一条谱线都具有确定的波长（或频率）；
2. 每一条光谱线的波数 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ 都可以表示为两项之差，即

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(k) - T(n) = R_H(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2})$$

   R_H 称为氢光谱的里伯德常数，$T(n) = \frac{R_H}{n^2}$ 成为氢的光谱项
3. 整数 k 取一定值时，n 取大于 k 的各整数所对应的各条谱线构成一谱线系
   - k=1：赖曼系
   - k=2：巴耳末系

玻尔的氢原子理论

1. 定态假设：原子只能处在一系列具有不连续能量的稳定状态，电子只要处在定态就不辐射能量；
2. 跃迁假设：当原子从一个能量为 E_k 的定态跃迁到另一个能量为 E_n 的定态时，会发射或吸收一个频率为 $\nu_m = \frac{|E_k - E_n|}{h}$ 的光子；

3. 角动量量子化假设：电子的轨道角动量 $L = mvr$ 必须等于 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍，即 $L = mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$；
4. 轨道半径量子化：向心力是库仑力，因而有 $m\frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$，消去 v 可得

$$r_n = n^2(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}) = n^2 r_1$$

其中 $r_1 = 0.0529nm$ 称为玻尔半径；
5. 能量量子化：$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$，因此处在量子数为 n 的定态时能量为：

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{n^2}(\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}) = \frac{E_1}{n^2}$$

意义

1. 成功的把氢原子结构和光谱线结构联系起来，从理论上说明了氢原子和类氢原子的光谱线结构；
2. 解释了微观体系的量子化规律，为建立量子力学奠定了基础。

缺陷

1. 不能处理复杂原子问题；
2. 完全没涉及谱线的强度和宽度等特征；
3. 以经典牛顿力学为基础，是半经典半量子的理论。

7.2 微观粒子的波粒二象性　不确定关系

微观粒子的波粒二象性　德布罗意假设：实物粒子具有波粒二象性。

$$\begin{cases} E = mc^2 = h\nu \\ p = mv = \frac{h}{\lambda} \\ \nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h} = \frac{m_0c^2}{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = \hbar\omega \\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \\ \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n} \end{cases}$$

物质波的实验证明　戴维孙-革末实验：观察到了电子衍射现象

物质波的意义　物质波是一种概率波，物质波与粒子在某处附近出现的概率成正比

不确定关系 微观粒子的位置坐标和动量分量不能同时具有确定的值

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \end{cases}$$

7.3 **波函数一维定态薛定谔方程**

波函数及其统计解释

$$\Psi(x,t) = \psi_0 e^{-i2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})} = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

1. ψ_0 是一个待定常数；
2. $\psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}px}$ 相当于 x 处波函数的复振幅；
3. $e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ 反映波函数随时间的变化。

统计解释

1. 实物粒子的德布罗意波是一种概率波；
2. t 时刻粒子在空间 r 处附近的体积元 dV 中出现的概率 dW 与该处波函数的绝对值平方成正比，即
$$dW = |\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2 = \Psi(\boldsymbol{r},t)\Psi^*(\boldsymbol{r},t)dV$$
3. 波函数必须单值、有限、连续，概率密度在任一处都是唯一、有限的，并在整个空间连续；
4. 归一化条件（粒子在整个空间出现的概率为 1），即
$$\iiint |\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2 dxdydz = 1$$
5. 单个粒子在哪一处出现是偶然事件，大量粒子的分布有确定的统计规律。

定态薛定谔方程 描述低速，在外力场中运动的微观粒子的微分方程，也就是物质波函数 $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 所满足的方程，是量子力学的基本定律，它不可能由更基本的原理经过逻辑推理得到

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) + V(\boldsymbol{r},t)]\Psi(\boldsymbol{r},t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

定态

$$|\Psi(\boldsymbol{r},t)|^2 = |\Psi(\boldsymbol{r})|^2$$

定态薛定谔方程（不含时间的薛定谔方程）

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})\Psi(\boldsymbol{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\Psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

一维定态薛定谔方程（粒子在一维空间运动）

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\Psi(x)=0$$

一维无限深势阱中的粒子　假定电子只能作沿 x 轴的一维运动，且其势能函数具有此形式

$$\begin{cases} V(x)=0, & 0<x<a \\ V(x)=\infty, & x<0\&x>a \end{cases}$$

在 $0>x$ 或 $x<a$ 区域里，$\Psi(x)=0$

在 $0<x<a$ 区域，$V=0$，定态薛定谔方程为 $\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}+\frac{2mE}{\hbar^2}\Psi(x)=0$，令 $k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$ 得 $\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}+k^2\Psi(x)=0$，该方程的通解可以写成

$$\Psi(x)=Asinkx+Bcoskx$$

波函数在 $x=0$ 处连续，因此有

$$\Psi(0)=Asink0+Bcosk0=0\rightarrow B=0\rightarrow\Psi(x)=Asinkx$$

波函数在 $x=a$ 处连续，因此有

$$\Psi(a)=Asinka=0\rightarrow k=\frac{n\pi}{a}$$

其中常数 k　A　B 可以由波函数必须满足单值、有限、连续的条件和归一化条件确定。粒子的能量为

$$E_n=\frac{\hbar^2k^2}{2m}=n^2\frac{h^2}{8ma^2}=n^2E_1$$

能量是量子化的，因此定态波函数为

$$\Psi_n(x)=A_nsin\frac{n\pi}{a}x$$

由归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\Psi_n(x)|^2dx=1$$

可得

$$A_n=\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$$

因此最终得到波函数的表达式为

$$\underset{\sim\sim\sim}{\Psi_n(x) = \pm\sqrt{\frac{2}{a}} sin\frac{n\pi}{a}x}$$

7.4 **隧道效应（势垒壁穿）**

势垒

$$\begin{array}{lll} I & U(x)=0 & x\leq 0 \\ II & U(x)=U_0 & 0\leq x\leq a \\ III & U(x)=0 & x\geq a \end{array}$$

定态薛定谔方程

$$\begin{array}{lll} I & \frac{d^2\Psi_1(x)}{dx^2}+k_1^2\Psi_1(x)=0 & k_1^2=\frac{2mE}{\hbar^2} \\ II & \frac{d^2\Psi_2(x)}{dx^2}+k_2^2\Psi_2(x)=0 & k_2^2=\frac{2m(U_0-E)}{\hbar^2} \\ III & \frac{d^2\Psi_3(x)}{dx^2}+k_3^2\Psi_3(x)=0 & k_3^2=k_1^2=\frac{2mE}{\hbar^2} \end{array}$$

三个区域的波函数　其中 $B_3=0$

$$\begin{array}{ll} I & \Psi_1(x)=A_1e^{ik_1x}+B_1e^{-ik_1x} \\ II & \Psi_3(x)=A_2e^{ik_2x}+B_2e^{-ik_2x} \\ III & \Psi_3(x)=A_3e^{ik_3x}+B_3e^{-ik_3x} \end{array}$$

波函数在 $x=0, x=a$ 处连续，因此

$$\begin{cases} x=0 & \Psi_1(0)=\Psi_2(0) \quad \frac{d\Psi_1}{dx}|_{x=0}=\frac{d\Psi_2}{dx}|_{x=0} \\ x=a & \Psi_2(a)=\Psi_3(a) \quad \frac{d\Psi_2}{dx}|_{x=a}=\frac{d\Psi_3}{dx}|_{x=a} \end{cases}$$

得到四个方程求得 $A_1B_1A_2B_2A_3$ 之间的关系，从而得到反射系数

$$R=\frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}=\frac{(k_1^2-k_2^2)^2sin^2(k_2a)}{(k_1^2-k_2^2)sin^2(k_2a)+4k_1^2k_2^2}$$

和透射系数

$$T=\frac{|A_3|^2}{|A1|^2}=\frac{4k_1^2k_2^2}{(k_1^2-k_2^2)sin^2(k_2a)+4k_1^2k_2^2}$$

可见 $T+R=1$

总结

1. $E>U_0$，即使粒子总能量大于势垒高度，入射粒子并非全部透射进入 III 区，仍有一定概率被反射回 I 区；

2. $E < U_0$，虽然粒子总能量小于势垒高度，入射粒子仍可能穿过势垒并进入III区，这就是隧道效应；
3. 透射系数 T 随势垒宽度 a、粒子质量 m 和能量差 $U_0 - E$ 变化，随着势垒的加宽、加高而减小。

7.5 氢原子的量子力学描述　电子自旋

氢原子的量子力学结论

1. 能量量子化 $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$，n 称为主量子数
2. 角动量量子化 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$，称为副量子数
3. 角动量空间量子化 $L_z = m_l\hbar$

施特恩-盖拉赫实验　电子自旋　斯特恩-盖拉赫实验证实了电子自旋

电子自旋角动量的大小 $S = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)\hbar} = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar$

自旋角动量的大小 S 及其在外磁场方向的投影 $S_z = \pm\frac{1}{2}\hbar$

四个量子数

1. 主量子数 n，$n = 1, 2, 3, \ldots$，它大体上决定了原子中电子的能量；
2. 副量子数 l，$l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$，决定了原子中电子的轨道角动量的大小；
3. 磁量子数 m_l，$m_l = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm l$，它决定了电子轨道角动量 L 在外磁场中的取向；
4. 自旋磁量子数 m_s，$m_s = \pm\frac{1}{2}$，它决定了电子自旋角动量 S 在外磁场中的取向。