

作业 14

代卓远 2025210205

2026 年 1 月 3 日

14.1. 试推导 Hamming 公式

$$y_{n+3} = \frac{1}{8}(9y_{n+2} - y_n) + \frac{3}{8}h[f(x_{n+3}, y_{n+3}) + 2f(x_{n+2}, y_{n+2}) - f(x_{n+1}, y_{n+1})]$$

的局部截断误差主项.

解.

14.2. 试用数值积分方法直接推导二步方法

$$y_{n+2} - y_{n+1} = \frac{h}{12}[5f(x_{n+2}, y_{n+2}) + 8f(x_{n+1}, y_{n+1}) - f(x_n, y_n)].$$

解.

14.3. 证明线性二步法

$$y_{n+2} + (b-1)y_{n+1} - by_n = \frac{1}{4}h[(b+3)f(x_{n+2}, y_{n+2}) + (3b+1)f(x_n, y_n)]$$

当 $b \neq -1$ 时是二阶的, 当 $b = -1$ 时是三阶的

解.

14.4. 讨论线性多步法

$$y_{n+3} + \frac{1}{4}y_{n+2} - \frac{1}{2}y_{n+1} - \frac{3}{4}y_n = \frac{1}{8}h[19f(x_{n+2}, y_{n+2}) + 5f(x_n, y_n)]$$

的收敛性。

解.

14.5. 试证明隐式 Euler 方法是 A-稳定的.

解.