










Sumatorios, Productorios y Propiedades de los Logaritmos

Prof. Carlos M. Abrisqueta Valcárcel

Curso 2024/2025

Curso de Especialización en Big Data e Inteligencia Artificial
Programación IA

1. Sumatorios

- $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ 
- $\sum_{i=1}^r x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_r$ 
- $\sum_{i=1}^n c = c + c + \cdots + c = n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^r cx_i = c(x_1 + x_2 + \cdots + x_r) = c \sum_{i=1}^r x_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i + y_i + z_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n z_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i - z_i) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n z_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i + c) = \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i - c) = \sum_{i=1}^n x_i - n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^n (kx_i + c) = k \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot c$ 

2. Productorios

- $\prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n$
- $\prod_{i=1}^n c = c \cdot c \cdot \cdots \cdot c = c^n$
- $\prod_{i=1}^n cx_i = c^n \prod_{i=1}^n x_i$
- $\prod_{i=1}^n \ln(x_i) = \ln(x_1) + \ln(x_2) + \cdots + \ln(x_n)$
- $\prod_{i=1}^p x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_p$



Legenda:



- \sum (Sumatorio): Indica una suma de una secuencia de términos. Los términos se especifican dentro de la expresión.

- i (Índice): Es un contador que recorre los términos que se están sumando. Va desde un valor inicial (generalmente 1) hasta un valor final n , que indica el número de términos a sumar.

- x_i (Término): El valor de la secuencia que se suma en el sumatorio. x_i es el valor de x cuando el índice i toma el valor i -ésimo (por ejemplo, x_1 es el primer valor, x_2 el segundo, etc.).

- n ó r (Límite superior): Es el número total de términos que sumas. El sumatorio se ejecuta desde $i = 1$ (ó $r = 1$) hasta $i = n$ (ó $i = r$).

- c (Constante): Un valor fijo que no cambia, se suma o multiplica igual en cada término del sumatorio

- k (Constante multiplicativa): Multiplica cada uno de los términos x_i dentro del sumatorio. Como es constante, se puede sacar fuera del sumatorio para simplificar. ($k * x_i$)

- y_i, z_i (Términos adicionales): Representan otras secuencias de valores que se suman o restan en paralelo con x_i . Se aplican de la misma manera que x_i , siguiendo el índice i .

- $n * c$ (Multiplicación por constante): Si sumas una constante c dentro de un sumatorio n veces, es lo mismo que multiplicar esa constante por el número total de términos n .

- x_i^2, x_i^3 (Potencias de los términos): Significa que cada término x_i es elevado a una potencia (por ejemplo, x_i^2 es x_i al cuadrado, x_i^3 es x_i al cubo) antes de realizar la suma.

3. Propiedades de las Potencias

$$\blacksquare a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a, \text{ n veces}$$

$$\blacksquare a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\blacksquare a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\blacksquare (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\blacksquare a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\blacksquare a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\blacksquare a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

$$\blacksquare a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\blacksquare a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

4. Propiedades de los logaritmos

$$\blacksquare \ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$\blacksquare \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$\blacksquare \ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$$

$$\blacksquare e^{\ln(x)} = x$$

$$\blacksquare \ln e^x = x$$

$$\blacksquare \log_a a^x = x$$

$$\blacksquare a^{\log_a x} = x$$

5. Ejemplos

Ejemplo 1

Dada la siguiente tabla:

x_1	x_2	x_3
4	6	7

Calcule:

$$\text{a) } \sum_{i=1}^3 x_i$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^3 \frac{x_i}{3}$$

$$\text{c) } \sum_{i=1}^3 x_i^2$$

$$\text{d) } \sum_{i=1}^3 x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^3 x_i \right)^2$$

Ejemplo 2

Dada la siguiente tabla:

x_i	n_i
4	3
6	2
7	5

Calcule:

$$\text{a) } \sum_{i=1}^3 x_i n_i$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^3 x_i^2 n_i$$

$$\text{c) } \sum_{i=1}^3 x_i^2 n_i - \left(\sum_{i=1}^3 x_i n_i \right)^2$$