










Sumatorios, Productorios y Propiedades de los Logaritmos

Prof. Carlos M. Abrisqueta Valcárcel

Curso 2024/2025

Curso de Especialización en Big Data e Inteligencia Artificial
Programación IA

1. Sumatorios

- $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ 
- $\sum_{i=1}^r x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_r$ 
- $\sum_{i=1}^n c = c + c + \cdots + c = n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^r cx_i = c(x_1 + x_2 + \cdots + x_r) = c \sum_{i=1}^r x_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i + y_i + z_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n z_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i - z_i) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n z_i$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i + c) = \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^n (x_i - c) = \sum_{i=1}^n x_i - n \cdot c$ 
- $\sum_{i=1}^n (kx_i + c) = k \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot c$ 








Leyenda Sumatorios:



- \sum (Sumatorio): Indica una suma de una secuencia de términos. Los términos se especifican dentro de la expresión.
- \prod (Productorio): Indica una multiplicación repetida. Es como un sumatorio pero con productos.
- i (Índice): Es un contador que recorre los términos que se están sumando. Va desde un valor inicial (generalmente 1) hasta un valor final n , que indica el número de términos a sumar.
- x_i (Término): El valor de la secuencia que se suma en el sumatorio. x_i es el valor de x cuando el índice i toma el valor i -ésimo (por ejemplo, x_1 es el primer valor, x_2 el segundo, etc.).
- n, r ó p (Límite superior): Es el número total de términos que sumas. El sumatorio se ejecuta desde $i = 1$ (p ó $r = 1$) hasta $i = n$ (p ó $i = r$).
- c (Constante): Un valor fijo que no cambia, se suma o multiplica igual en cada término del sumatorio
- k (Constante multiplicativa): Multiplica cada uno de los términos x_i dentro del sumatorio. Como es constante, se puede sacar fuera del sumatorio para simplificar. ($k \cdot x_i$)

2. Productorios

- $\prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n$ 
- $\prod_{i=1}^n c = c \cdot c \cdot \cdots \cdot c = c^n$ 
- $\prod_{i=1}^n cx_i = c^n \prod_{i=1}^n x_i$ 
- $\prod_{i=1}^n \ln(x_i) = \ln(x_1) + \ln(x_2) + \cdots + \ln(x_n)$ 
- $\prod_{i=1}^p x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_p$ 

- y_i, z_i (Términos adicionales): Representan otras secuencias de valores que se suman o restan en paralelo con x_i . Se aplican de la misma manera que x_i , siguiendo el índice i .
- $n \cdot c$ (Multiplicación por constante): Si sumas una constante c dentro de un sumatorio n veces, es lo mismo que multiplicar esa constante por el número total de términos n .
- x_i^2, x_i^3 (Potencias de los términos): Significa que cada término x_i es elevado a una potencia (por ejemplo, x_i^2 es x_i al cuadrado, x_i^3 es x_i al cubo) antes de realizar la suma.

3. Propiedades de las Potencias

$$\blacksquare a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a, n \text{ veces}$$



Leyenda Potencias:

$$\blacksquare a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$



- a^n : Es la notación de potencia.

$$\blacksquare a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$



- a : Es la base.

- n o m : Es el exponente.

$$\blacksquare (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$



- $-n$: Exponente negativo. Indica el inverso de la base elevada al exponente positivo. Se convierte en $1 / a^n$

$$\blacksquare a^{-1} = \frac{1}{a}$$



- $1 / n$: Fracción como exponente. Significa que estás tomando la raíz n -ésima de la base. Ejemplo: $a^{2/3} = \sqrt[3]{a^2}$

$$\blacksquare a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



- m / n : Exponente fraccionario. Significa que primero elevas la base a m y luego tomas la raíz n -ésima del resultado.

$$\blacksquare a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$



- \sqrt{a} : Raíz cuadrada. Equivale a elevar la base a a la potencia $1 / 2$.

$$\blacksquare a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$



- $\sqrt[n]{a}$: Raíz n -ésima. Representa la raíz n -ésima de la base a , que es lo mismo que $a^{1/n}$. Ejemplo:

$$\blacksquare a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



$$3\sqrt[3]{27} = 3$$

- $a^m \cdot a^n$: Suma de exponentes. Cuando multiplicas dos potencias con la misma base, sumas sus exponentes. Ejemplo:

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$$

- $(a \cdot b)^n$: Multiplicación de bases. Cuando tienes dos bases diferentes multiplicadas, y ambas están elevadas al mismo exponente, puedes multiplicar las bases y luego elevar el resultado al exponente. Ejemplo:
 $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$.

- $a^{-1} = 1 / a$: Inverso. Elevar una base a la potencia -1 es tomar el inverso de la base. Ejemplo:

$$a^{-1} = 1 / a$$

4. Propiedades de los logaritmos

$$\blacksquare \ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$$



$$\blacksquare \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$



$$\blacksquare \ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$$



$$\blacksquare e^{\ln(x)} = x$$



$$\blacksquare \ln e^x = x$$



$$\blacksquare \log_a a^x = x$$



$$\blacksquare a^{\ln_a x} = x$$



5. Ejemplos

Ejemplo 1


Dada la siguiente tabla:


x_1	x_2	x_3
4	6	7


Calcule:

$$a) \sum_{i=1}^3 x_i$$



$$b) \sum_{i=1}^3 \frac{x_i}{3}$$


$$c) \sum_{i=1}^3 x_i^2$$



$$d) \sum_{i=1}^3 x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^3 x_i \right)^2$$



Ejemplo 2


Dada la siguiente tabla:

x_i	n_i
4	3
6	2
7	5

Calcule:

$$a) \sum_{i=1}^3 x_i n_i$$


$$b) \sum_{i=1}^3 x_i^2 n_i$$


$$c) \sum_{i=1}^3 x_i^2 n_i - \left(\sum_{i=1}^3 x_i n_i \right)^2$$


Leyenda Logaritmos:

- $\ln(x)$: Logaritmo natural. Es el logaritmo en base e , donde $e \approx 2.718$. Representa el exponente al que debes elevar e para obtener x . Ejemplo:

$$\ln(2) \approx 0.693, \text{ porque } e^{0.693} \approx 2.$$

- $\log_a(x)$: Logaritmo en base a . Representa el exponente al que debes elevar la base a para obtener x (Si no se especifica, se usa la base 10). Ejemplo:

$$\log_2(8) = 3, \text{ porque } 2^3 = 8.$$

- $\ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$: Propiedad del producto. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores. Ejemplo:

$$\ln(2 \cdot 3) = \ln(2) + \ln(3).$$

- $\ln(x / y) = \ln(x) - \ln(y)$: Propiedad del cociente. El logaritmo de un cociente es igual a la resta de los logaritmos del numerador y el denominador. Ejemplo:

$$\ln(8 / 2) = \ln(8) - \ln(2).$$

- $\ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$: Propiedad de la potencia. El logaritmo de una potencia es igual al exponente y multiplicado por el logaritmo de la base x . Ejemplo:

$$\ln(2^3) = 3 \cdot \ln(2).$$

- $e^{\ln(x)} = x$: Propiedad inversa. La exponencial de un logaritmo natural se cancela, devolviendo simplemente x . Ejemplo:

$$e^{\ln(5)} = 5.$$

- $\ln(e^x) = x$: Propiedad inversa de e^x . El logaritmo natural de una exponencial con base e es el exponente x . Ejemplo:

$$\ln(e^3) = 3.$$

- $\log_a(a^x) = x$: Propiedad de la base. El logaritmo en base a de a^x es simplemente x . Las funciones logarítmica y exponencial con la misma base se cancelan. Ejemplo:

$$\log_2(2^5) = 5.$$

- $a^{\ln_a(x)} = x$: Propiedad inversa. Elevar la base a al logaritmo en base a de x devuelve x . Ejemplo:

$$2^{\ln_2(10)} = 10.$$

- $\log_a(1) = 0$: El logaritmo de 1 en cualquier base siempre es 0, porque cualquier número elevado a 0 es 1. Ejemplo:

$$\log_5(1) = 0, \text{ porque } 5^0 = 1$$