

1. 椭球面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x = 4$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面方程为_____;
2. 曲面 $z = \frac{1}{2}x^2 + y^2$ 平行于平面 $2x + 2y - z = 0$ 的切平面方程为_____;
3. 方程 $u = x^3 \arctan e^{2y}$, 则全微分 $du =$ _____;
4. 若函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^z + xyz = 1$ 确定, 则 $dz|_{(0,0)} =$ _____;
5. 函数 $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ 在点 $A(1, 2, 2)$ 处的梯度 $\text{grad}u|_A =$ _____, 方向导数的最大值为_____;
6. 函数 $u = xyz$ 在点 $M(-1, 1, -1)$ 沿曲线 $x = -t, y = t^2, z = -t^3$ 在该点处切线方向的方向导数为_____;
7. 向量场 $\vec{u}(x, y, z) = xy^2\vec{i} + ye^z\vec{j} + x\ln(1+z^2)\vec{k}$ 在点 $P(1, 1, 0)$ 处的散度 $\text{div}\vec{u} =$ _____;
8. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 在 $x=3$ 处条件收敛, 则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)a_{n+1}x^{2n}$ 的收敛半径为_____;
9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{2^n}$ 的收敛域为_____;
10. 交换二次积分次序: $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y)dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{1}{2}(3-x)} f(x, y)dy =$ _____;
11. 设 D 由 $x=0, x=2, y=-1$ 及 $y=-\sqrt{2x-x^2}$ 围成, 则 $\iint_D xdx dy =$ _____;
12. 设 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ z = 2 \end{cases}$, 则 $\oint_L \frac{ds}{x^2 + y^2 + 2z} =$ _____;
13. 设 Σ 为半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4 (z \geq 0)$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} \frac{(2x+1)dA}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} =$ _____;
14. 设 $e^z - 3 + 4i = 0$, 则 $\text{Re}(z) =$ _____;
15. $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-i)(z+3)} =$ _____;
16. 设 $f(z) = \frac{\cos z}{z^3}$, 则留数 $\text{Res}[f(z), 0] =$ _____;
17. 设 $f(z) = \frac{3z+2}{z^2(z+2)}$, 则 $\text{Res}[f(z), -2] =$ _____, $\text{Res}[f(z), 0] =$ _____;
18. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 1 \\ x^2 + 2, & 1 < x < 2 \end{cases}$ 的正弦级数的和函数为 $S(x)$, 则 $S(3) =$ _____, $S(-2) =$ _____;

_____;

19. 设 $z(x, y) = \cos \frac{y}{x} + f(x + y, xy)$, 其中 $f(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$;

20. 计算二次积分 $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} dy \int_y^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \cos x^2 dx$;

21. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} e^{x^2+y^2} dx dy dz$, 其中 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 所围成的区域;

22. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (\frac{x^3}{a^3} + \frac{(y-b)^2}{b^2} + \frac{z}{c}) dx dy dz$, 其中 Ω 是椭球体 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$;

23. 计算曲线积分 $I = \oint_L \frac{xdy - ydx}{4x^2 + y^2}$, 其中 L 为一条不经过原点的简单闭曲线, 方向为逆时针方向.

24. 计算第二型曲线积分 $\int_C (1 + y^2) dx + xy dy$, 其中有向曲线 C 为 $y = \sin x$ 从点 $O(0, 0)$ 到点 $A(\pi, 0)$ 的一段.

25. 计算第二型曲面积分 $I = \iint_S (2x + y) z dz \wedge dx + \sqrt{x^2 + y^2} dx \wedge dy$, 其中 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$ 取外侧.

26. 计算曲线积分 $\oint_L y dx + z dy + x dz$, 其中 L 是圆周 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 3 \\ z = 1 \end{cases}$, 其方向为从 z 轴正向向 z 轴负向看去为逆时针方向.

27. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n} x^{2n-2}$ 的收敛域与和函数.

28. 求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n(2n-1)}$ 的和.

29. 将函数 $f(x) = \arctan(2x)$ 展开成 x 的幂级数.

30. 将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$ 在圆环域 $1 < |z - 2| < 3$ 内展开成 Laurent 级数.

31. 将函数 $f(x) = x + 1$ ($0 \leq x \leq \pi$) 展开成正弦级数.

32. 求椭圆 $x^2 + 3y^2 = 12$ 的内接等腰三角形, 其底边平行于椭圆的长轴, 而使其面积最大.