

# Normierte Bewegungsgesetze

6.4.04

$$z_{ik} = \frac{\varphi_{ik}}{\Phi_{ik}}$$

$\Phi$  = Gesamtdrehwinkel  
in Abschrift

$$\Phi_{ik} = \varphi_k - \varphi_i$$

$S_{ik}$  = Stößelgesamt Hub

Bsp:  $\varphi_2 = 40^\circ$

$\varphi_3 = 75^\circ$

$\Phi_{23} = 75^\circ - 40^\circ$

$\Phi_{23} = \underline{\underline{35^\circ}}$

$$s_{ik} = f_{ik} \cdot S_{ik} \quad (\text{Weg})$$

$S_{ik}$  = Gesamthub

$$s'_{ik} = f'_{ik} \frac{s_{ik}}{\Phi_{ik}} \quad (\text{Geschw})$$

$f_{ik}$  = Funktionswert

$$s''_{ik} = f''_{ik} \frac{s_{ik}}{\Phi_{ik}^2} \quad (\text{Beschl.})$$

Winkelwerte in [Rad]  
einsetzen

$$s'''_{ik} = f'''_{ik} \frac{s_{ik}}{\Phi_{ik}^3} \quad (\text{Ruck})$$

$$\hat{\Phi} = \Phi^\circ \cdot \frac{\pi}{180}$$

[www.sl-i.de](http://www.sl-i.de)

Josef-Greiner-Straße 2a  
D-91550 Dinkelsbühl

Telefon +49(0)98 51-58 258 0

Telefax +49(0)98 51-58 258 99

E-Mail SL-innovativ@sl-i.de

Robert-Bosch-Straße 4a  
D-35440 Linden

Telefon +49(0)64 03-77 53 66 0

Telefax +49(0)64 03-77 53 66 6

E-Mail SL-innovativ@sl-i.de

Boveristraße 22  
D-68309 Mannheim

Telefon +49(0)6 21-32 952 19

Telefax +49(0)6 21-32 952 02

E-Mail SL-innovativ@sl-i.de



Gesellschaft für Technische Dokumentation  
und EDV Technologien mbH

# Kurvengesetz: Berechnung von $v$ und $a$

1

$H$  = Hub [mm] oder [m]

$T_x$  = Zeit für den Gesamtabschnitt [s]

$f$  = Weg

$f'$  = Geschwindigkeit

$f''$  = Beschleunigung

$n$  = Drehzahl [ $s^{-1}$ ]

$x$  = Abschnitt [grad°]

Bsp: Hub = 42 mm

$f$  = 0,25

$f'$  = 1,84

$f''$  = 4,71

$n$  = 200 [ $min^{-1}$ ]

$n$  = 3,3 [ $s^{-1}$ ]

$x$  = 105°

$$Weg = H \cdot f$$

$$Geschw. = \frac{H \cdot f'}{T_x}$$

$$Beschl. = \frac{H \cdot f''}{T_x^2}$$

$$Weg = 10,5 \text{ [mm]}$$

$$v = \frac{0,042 \text{ m} \cdot 1,84}{0,0875 \text{ s}}$$

$$v = 0,883 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$a = \frac{0,042 \text{ m} \cdot 4,71}{0,0875^2 \text{ s}^2}$$

$$a = 25,84 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$T_{360^\circ} = \frac{1}{n}$$

$$T_x^\circ = \frac{T_{360^\circ} \cdot x}{360}$$

$$T_{360^\circ} = \frac{1}{3,3 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 0,3 \text{ [s]}$$

$$T_x = \frac{0,3 \text{ [s]} \cdot 105^\circ}{360^\circ}$$

$$T_x = 0,0875 \text{ [s]}$$

Randwertanpassung

(Beschl. = constant)

$$f''_{\text{neu}} = \frac{T_{\text{neu}}^2 \cdot f''_{\text{alt}}}{T_{\text{alt}}^2}$$

für Hub = constant

$$f''_{\text{neu}} = \frac{H_{\text{alt}} \cdot f''_{\text{alt}} \cdot T_{\text{neu}}^2}{H_{\text{neu}} \cdot T_{\text{alt}}^2}$$

Konvergenzgesetz : Umrechnung eines symm. Bewegungsgesetzes in ein unsymm. Bewegungsgesetz [2]

$f(\bar{z})$ ,  $f'(\bar{z})$ ,  $f''(\bar{z})$  bezogenes symm. Bewegungsgesetz

$f(z)$ ,  $f'(z)$ ,  $f''(z)$  unsymm. Bewegungsgesetz

Bereich I  $0 \leq z \leq \lambda$

$$\bar{z} = \frac{z}{2\lambda}$$

$$f(z) = 2\lambda f(\bar{z})$$

$$f'(z) = f'(\bar{z})$$

$$f''(z) = f''(\bar{z}) \frac{1}{2\lambda}$$

Bereich II  $\lambda \leq z \leq 1$

$$\bar{z} = 0,5 + \frac{z-\lambda}{2(1-\lambda)}$$

$$f(z) = \lambda + [2(1-\lambda)[f(\bar{z}) - 0,5]]$$

$$f'(z) = f'(\bar{z})$$

$$f''(z) = f''(\bar{z}) \frac{1}{2(1-\lambda)}$$

# Kurvengesetz: Einfache Sinusoide

31

$$f = \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi \cdot z)) \hat{=} f = H \cdot \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi \cdot \frac{t}{T}))$$

$$f' = \frac{H \cdot \pi}{2 \cdot T} \sin(\pi \cdot \frac{t}{T})$$

$$f'' = \frac{H \cdot \pi^2}{2 \cdot T^2} \cos(\pi \cdot \frac{t}{T})$$

H = Hub [mm]

T = Zeit für den Gesamtablauf [s]

t = Zeit für den momentanen Berechnungszeitpunkt [s]

V<sub>max</sub> (bei T =  $\frac{T}{2}$ )

$$V_{max} = \frac{H \cdot \pi}{2 \cdot T} \underbrace{\sin(\pi \cdot \frac{T}{2 \cdot T})}_1$$

$$V_{max} = \frac{H \cdot \pi}{2 \cdot T}$$

Bsp: Abschnitt = 80°

Hub = 30 [mm]

n = 500 [min<sup>-1</sup>]

n = 8,3 [s<sup>-1</sup>]

T<sub>360°</sub> = 0,12 [s]

T<sub>80°</sub> =  $\frac{0,12 \text{ s} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$

T<sub>80°</sub> = 0,026 [s]

Bsp:

$$V_{max} = \frac{0,03 \text{ m} \cdot \pi}{0,026 \text{ s} \cdot 2}$$

$$V_{max} = 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a<sub>max</sub> (bei T=0 und T=T)

$$a_{max} = \frac{H \cdot \pi^2}{2 \cdot T^2} \underbrace{\cos(\pi \cdot \frac{0}{T})}_1$$

$$a_{max} = \frac{H \cdot \pi^2}{2 \cdot T^2}$$

Bsp:

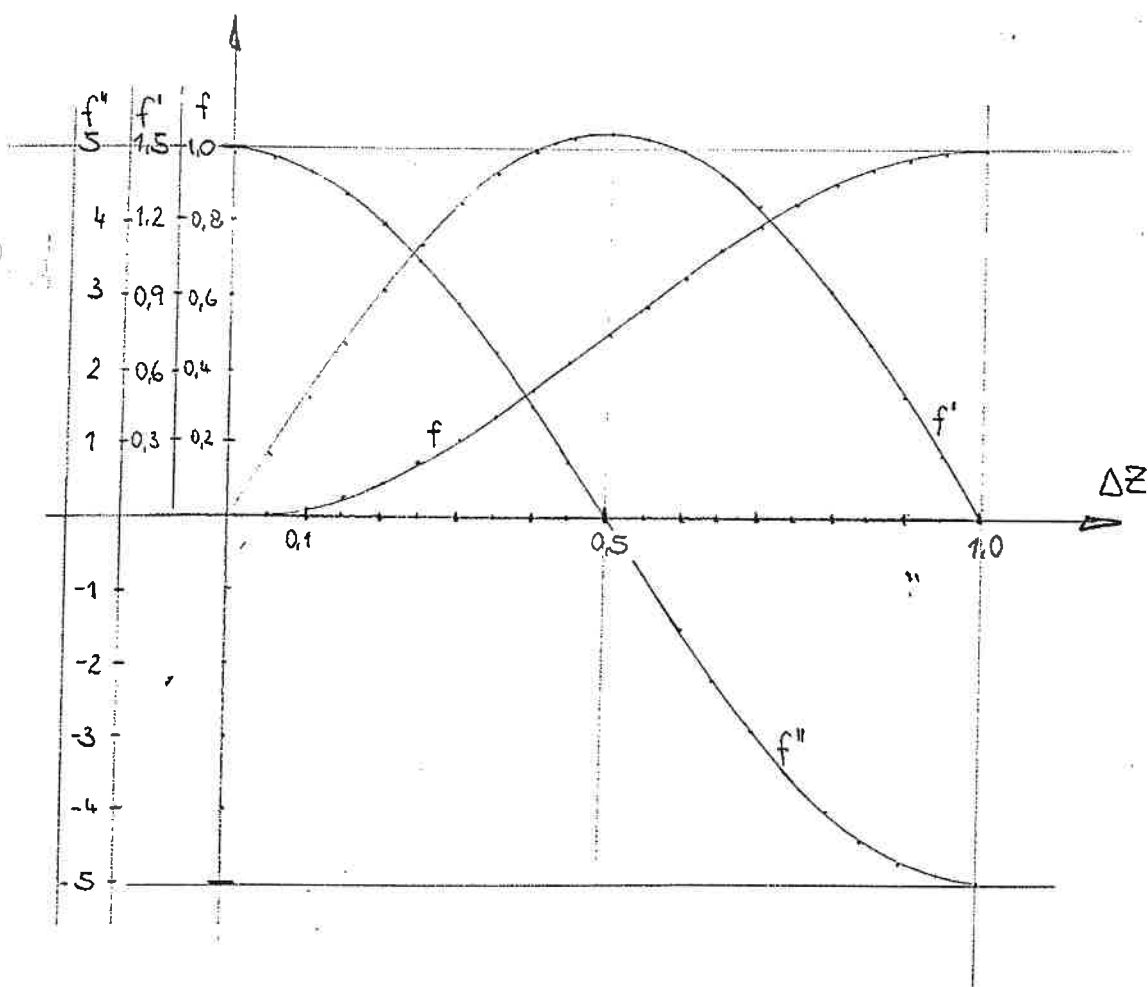
$$a_{max} = \frac{0,03 \text{ m} \cdot \pi^2}{2 \cdot 0,026^2 \text{ s}^2}$$

$$a_{max} = 208,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

geeignet für Umkehr - Umkehr

\*\*\*\*\*  
 Kurvensgesetz:  
 Einfache Sinoide (5)  
 \*\*\*\*\*

$\Delta Z$	$f$	$f'$	$f''$
0.0000	0.0000	0.0000	4.9348
0.0500	0.0061	0.2457	4.8740
0.1000	0.0244	0.4854	4.6932
0.1500	0.0544	0.7131	4.3969
0.2000	0.0954	0.9232	3.9923
0.2500	0.1464	1.1107	3.4894
0.3000	0.2061	1.2708	2.9006
0.3500	0.2730	1.3995	2.2403
0.4000	0.3454	1.4939	1.5249
0.4500	0.4217	1.5514	0.7719
0.5000	0.5000	1.5707	-0.0000
0.5500	0.5782	1.5514	-0.7719
0.6000	0.6545	1.4939	-1.5249
0.6500	0.7269	1.3995	-2.2403
0.7000	0.7938	1.2708	-2.9006
0.7500	0.8535	1.1107	-3.4894
0.8000	0.9045	0.9232	-3.9923
0.8500	0.9455	0.7131	-4.3969
0.9000	0.9755	0.4854	-4.6932
0.9500	0.9938	0.2457	-4.8740
1.0000	1.0000	0.0000	-4.9348



$f$  = Weg  
 $f'$  = Geschwindigkeit  
 $f''$  = Beschleunigung

Kurvengesetz: Einfache Linien mit Wendepunktschreibung (Umkehr - Umkehr) 5

Bereich I:  $0 \leq z \leq \lambda$

$$f_1 = C_A \left( \frac{2\lambda}{\pi} \right)^2 \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2\lambda}\right) \right]$$

$$C_A = \frac{\pi}{2\lambda \left( \frac{2}{\pi} \right)}$$

$$f_1' = C_A \left( \frac{2\lambda}{\pi} \right) \sin\left(\frac{\pi z}{2\lambda}\right)$$

$$C_A = \frac{\pi^2}{4\lambda}$$

$$f_1'' = C_A \cos\left(\frac{\pi z}{2\lambda}\right)$$

Bereich II:  $\lambda \leq z \leq 1$

$$f_2 = C_A \left( \frac{2\lambda}{\pi} \right) \left[ \frac{2(1-\lambda)}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2(1-\lambda)} (z-1 + (1-\lambda))\right) + \frac{2\lambda}{\pi} \right]$$

$$f_2' = C_A \frac{2\lambda}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2(1-\lambda)} (z-1 + (1-\lambda))\right)$$

$$f_2'' = -C_A \frac{\lambda}{1-\lambda} \sin\left[\frac{\pi}{2(1-\lambda)} (z-1 + (1-\lambda))\right]$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2 \left[ 1 + \left( \frac{2}{\pi} - 1 \right) \right]} \cdot \frac{1}{C_A}$$

für  $C_A$  wird  $f''$  eingesetzt

$$\lambda = \frac{2,4674011}{C_A (\hat{=} f''_{\text{neu}})}$$



Kurvengesetz: geneigte Sinusoide

[6]

$$f = z - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi z) \quad \hat{=} \quad f = \frac{H}{T} \left(1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi \frac{t}{T})\right)$$

$$f' = \frac{H}{T} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right)\right]$$

$$f'' = \frac{H}{T^2} \cdot 2\pi \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right)$$

$H$  = Hub [mm]

$T$  = Zeit für den Gesamtabschnitt [s]

$t$  = Zeit für den momentanen Berechnungzeitpunkt

$v_{\max}$  (bei  $T = \frac{1}{2}$ )

$$v_{\max} = \frac{H}{T} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot T}{2 \cdot T}\right)\right]$$

$$v_{\max} = 2 \cdot \frac{H}{T}$$

Bsp: Abschnitt = 80°

Hub = 30 [mm]

$n = 500$  [min<sup>-1</sup>]

$n = 8,3$  [s<sup>-1</sup>]

$T_{360^\circ} = 0,12$  [s]

$T_{80^\circ} = \frac{0,12 \text{ s} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$

$T_{80^\circ} = 0,026$  [s]

Bsp:

$$v_{\max} = \frac{2 \cdot 0,03 \text{ m}}{0,026 \text{ s}}$$

$$v_{\max} = 2,25 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$a_{\max}$  (bei  $T = \frac{1}{4}$  und  $\frac{3}{4}T$ )

$$a_{\max} = \frac{H}{T^2} \cdot 2\pi \sin\left(\frac{2\pi \cdot T}{2 \cdot T}\right)$$

$$a_{\max} = 2\pi \cdot \frac{H}{T^2}$$

Bsp:

$$a_{\max} = 2\pi \cdot \frac{0,03 \text{ m}}{0,026^2 \text{ s}^2}$$

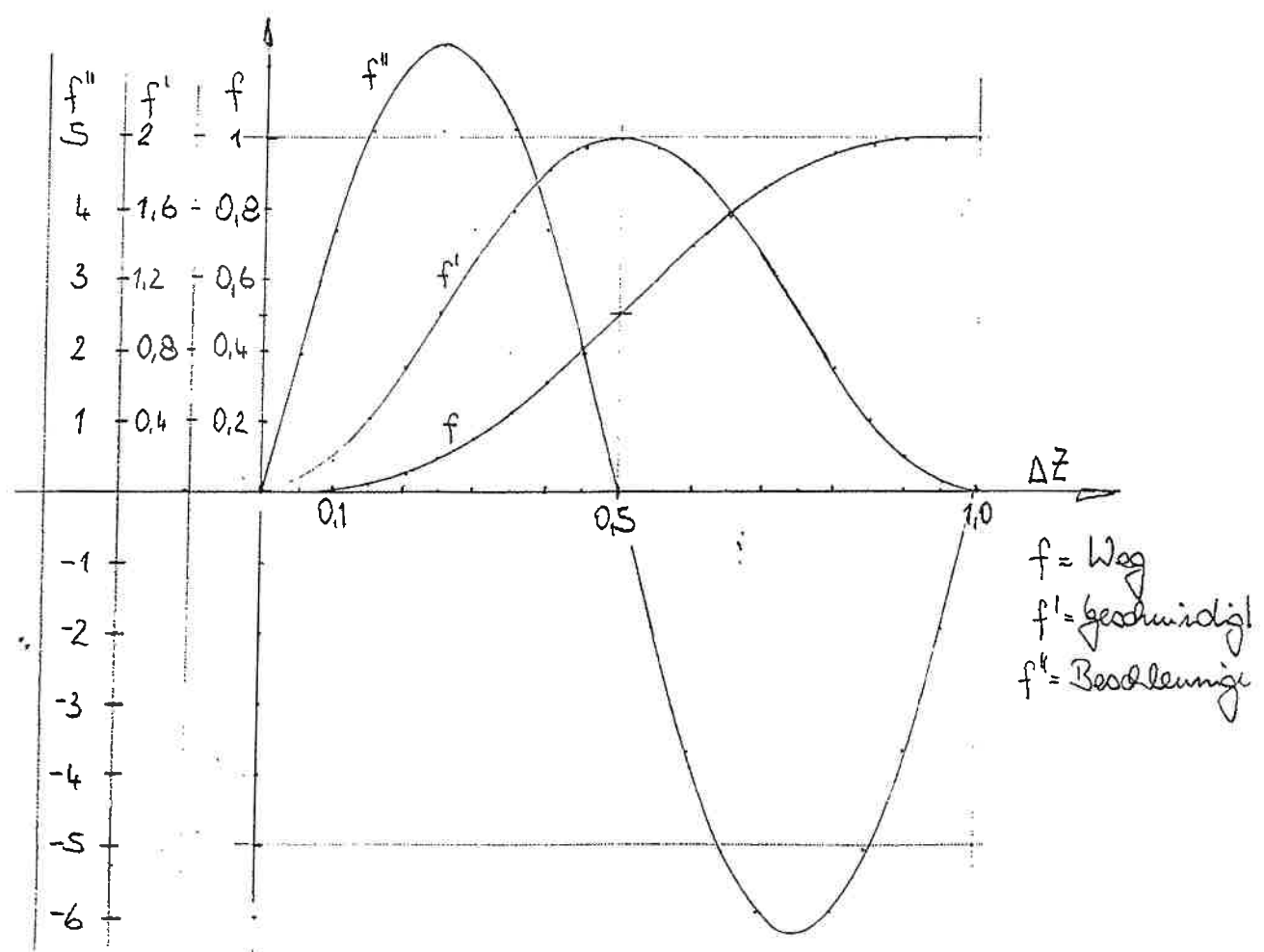
$$a_{\max} = 265,07 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

geeignet für Rast - Rast

\*\*\*\*\*  
 Kurvensatz:  
 Geneigte Sinoide  
 \*\*\*\*\*

(1)

$\Delta z$	$f$	$f'$	$f''$
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0500	0.0008	0.0489	1.9416
0.1000	0.0064	0.1909	3.6931
0.1500	0.0212	0.4122	5.0832
0.2000	0.0486	0.6909	5.9756
0.2500	0.0908	1.0000	6.2831
0.3000	0.1486	1.3090	5.9756
0.3500	0.2212	1.5877	5.0832
0.4000	0.3064	1.8090	3.6931
0.4500	0.4008	1.9510	1.9416
0.5000	0.5000	2.0000	0.0000
0.5500	0.5991	1.9510	-1.9416
0.6000	0.6935	1.8090	-3.6931
0.6500	0.7787	1.5877	-5.0832
0.7000	0.8513	1.3090	-5.9756
0.7500	0.9091	1.0000	-6.2831
0.8000	0.9513	0.6909	-5.9756
0.8500	0.9787	0.4122	-5.0832
0.9000	0.9935	0.1909	-3.6931
0.9500	0.9991	0.0489	-1.9416
1.0000	1.0000	0.0000	0.0000





Kurvengesetz: geneigte Sineide mit Wendepunktschreibung Rast-Rast

$f(\bar{z}), f'(\bar{z}), f''(\bar{z})$  herogeneres symm. Bewegungsgesetz  
 $f(z), f'(z), f''(z)$  unsymm. Bewegungsgesetz

Bereich I

$$0 \leq z \leq 1$$

$$\bar{z} = \frac{z}{2}$$

$$f(z) = 2z \left[ \bar{z} - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\bar{z}) \right]$$

$$f'(z) = 1 - \cos(2\pi\bar{z})$$

$$f''(z) = \frac{1}{2z} \left[ 2\pi \sin(2\pi\bar{z}) \right]$$

Bereich II

$$1 \leq z \leq 2$$

$$\bar{z} = 0,5 + \frac{z-1}{2(1-1)}$$

$$f(z) = 1 + 2(1-1) \left[ \left( \bar{z} - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi\bar{z}) \right) - 0,5 \right]$$

$$f'(z) = 1 - \cos(2\pi\bar{z})$$

$$f''(z) = \frac{1}{2(1-1)} \left[ 2\pi \sin(2\pi\bar{z}) \right]$$

Konvergenz: Harmonische Kombination Rost - Umkehr 9

Bereich I:  $0 \leq z \leq \lambda/4$

$$f_1 = \frac{\lambda}{2\pi} C_a (z - \frac{\lambda}{2\pi} \sin P_1)$$

$$P_1 = \frac{2\pi \cdot z}{\lambda}$$

$$f_1' = \frac{\lambda}{2\pi} C_a (1 - \cos P_1)$$

$$f_1'' = C_a \sin P_1$$

Bereich II:  $\lambda/4 \leq z \leq \lambda$

$$f_2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 C_a (8 + \frac{2\pi}{\lambda} z - 9 \cos P_2)$$

$$P_2 = \frac{2\pi}{3\lambda} \left[z - \frac{\lambda}{4}\right]$$

$$f_2' = \frac{\lambda}{2\pi} C_a (1 + 3 \sin P_2)$$

$$f_2'' = C_a \cos P_2$$

Bereich III:  $\lambda \leq z \leq 1$

$$f_3 = -\frac{1-\lambda}{\pi} C_a^* \left[ \frac{4(1-\lambda)}{\pi} \sin P_3 + \frac{\lambda}{2\pi} (4+\pi) \right]$$

$$P_3 = \frac{\pi}{2(1-\lambda)} [z - \lambda]$$

$$f_3' = -\frac{2(1-\lambda)}{\pi} C_a^* \cos P_3$$

$$f_3'' = C_a^* \sin P_3$$

Umkehrumkehr  $f_u'' = C_a^*$

$$f_{\text{neu}}'' = \frac{T_{\text{neu}}^2 \cdot f_{\text{Aet}}''}{T_{\text{Aet}}^2}$$

für  $f_{\text{u}} = \text{konstant}$

$$C_a^* = \frac{-2\pi^2}{8 - \lambda(12-\pi) + \lambda^2(4-\pi)}$$

$$C_a = -\frac{1-\lambda}{\lambda} C_a^*$$

$$\lambda = 5,15979 - \sqrt{17,30387 + 22,99515 \frac{1}{|f_u''|}}$$

$$f_{\text{neu}}'' = f_u''$$

Konvergenz : Harmonische Kombination

9a

Bereichsgrenzen für den Umkehrstandwert  $C_A^*$

$$C_A^* \hat{=} f_u'' \hat{=} f_{(Nen)}''$$

$f_{(Nen)}''$  muß größer 2,4674 sein

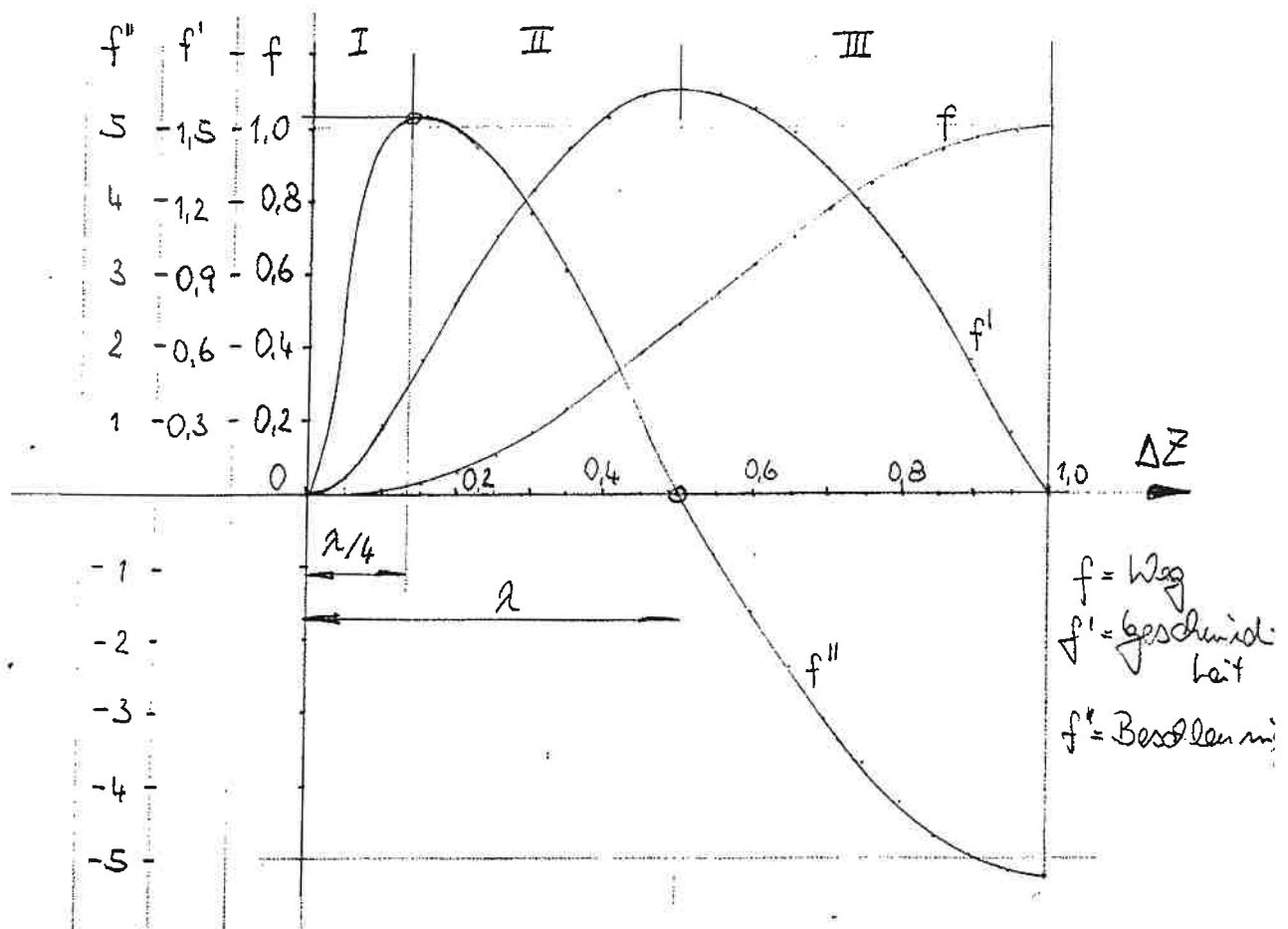
ansonsten wird  $\lambda = 0$  oder negativ

Abhilfe:  $\lambda_{(act)}$  vergrößern

\*\*\*\*\*  
 Kurvensatz:  
 Harmonische Kombination  
 Lambda = 0.500  
 Rast - Umkehr  
 \*\*\*\*\*

(4)

$\Delta Z$	$f$	$f'$	$f''$
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0500	0.0013	0.0792	3.0650
0.1000	0.0100	0.2867	4.9593
0.1500	0.0308	0.5450	5.1860
0.2000	0.0645	0.7996	4.9593
0.2500	0.1105	1.0374	4.5159
0.3000	0.1678	1.2479	3.8751
0.3500	0.2347	1.4220	3.0650
0.4000	0.3092	1.5522	2.1209
0.4500	0.3891	1.6326	1.0841
0.5000	0.4716	1.6598	-0.0000
0.5500	0.5543	1.6394	-0.8157
0.6000	0.6349	1.5786	-1.6113
0.6500	0.7115	1.4789	-2.3673
0.7000	0.7822	1.3428	-3.0650
0.7500	0.8452	1.1736	-3.6872
0.8000	0.8990	0.9756	-4.2186
0.8500	0.9424	0.7535	-4.6462
0.9000	0.9741	0.5129	-4.9593
0.9500	0.9934	0.2596	-5.1503
1.0000	1.0000	-0.0000	-5.2145



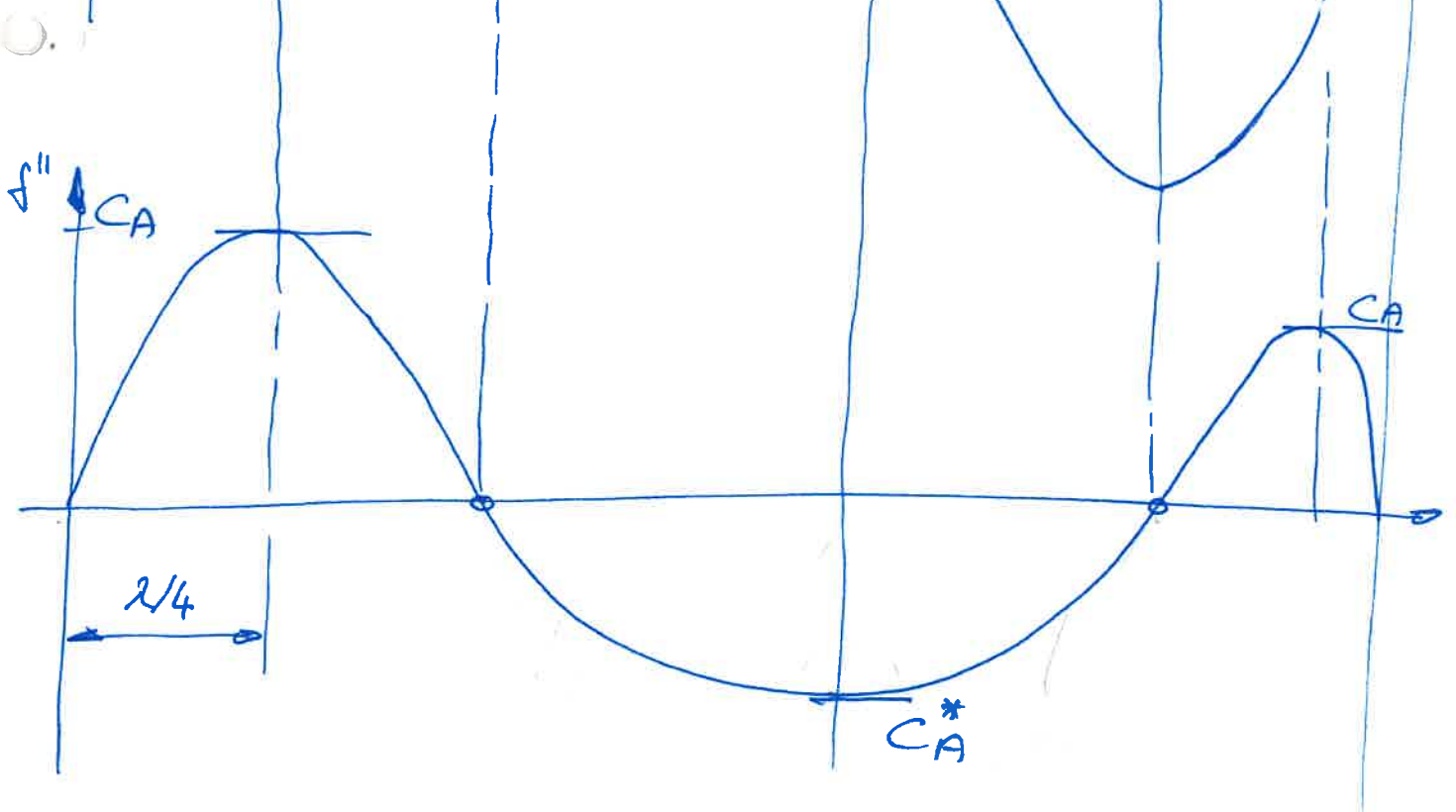
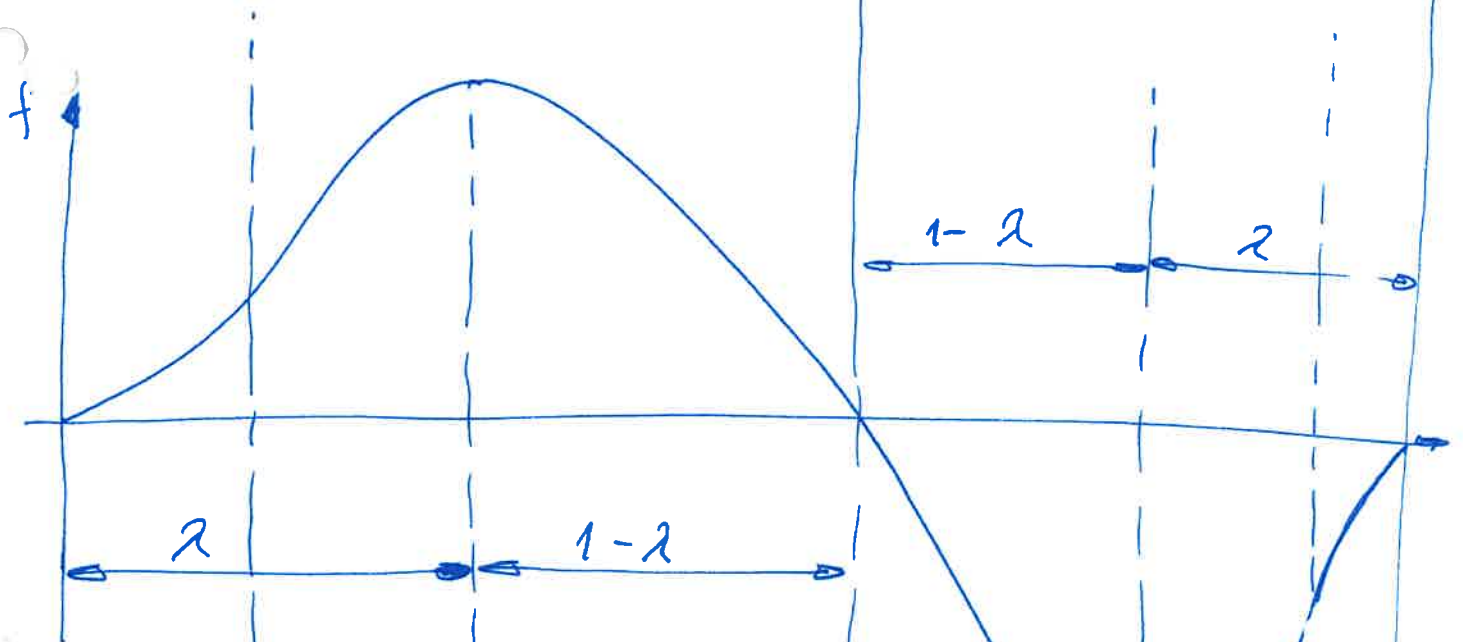
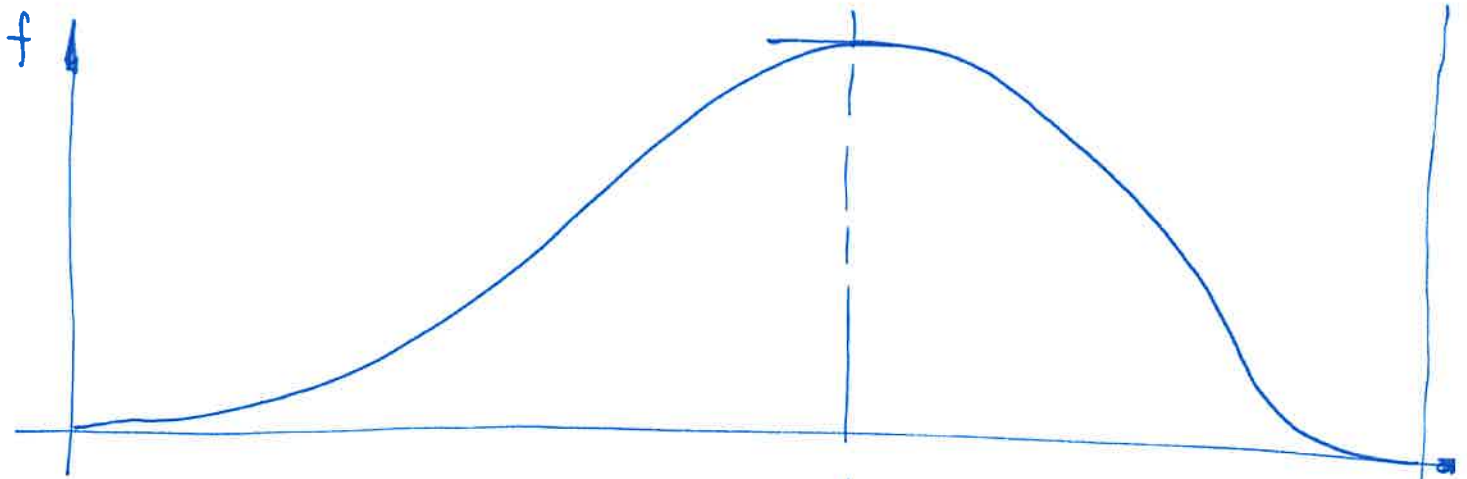
\*\*\*\*\*  
 Kurvengesetz:  
 Harmonische Kombination  
 Lambda = 0.500  
 Umkehr - Rast  
 \*\*\*\*\*

(4)

$\Delta z$	$f$	$f'$	$f''$
0.0000	0.0000	-0.0000	5.2145
0.0500	0.0065	0.2596	5.1503
0.1000	0.0258	0.5129	4.9593
0.1500	0.0575	0.7535	4.6462
0.2000	0.1009	0.9756	4.2186
0.2500	0.1547	1.1736	3.6872
0.3000	0.2177	1.3428	3.0650
0.3500	0.2884	1.4789	2.3673
0.4000	0.3650	1.5786	1.6113
0.4500	0.4456	1.6394	0.8157
0.5000	0.5283	1.6598	0.0000
0.5500	0.6108	1.6326	-1.0841
0.6000	0.6907	1.5522	-2.1209
0.6500	0.7652	1.4220	-3.0650
0.7000	0.8321	1.2479	-3.8751
0.7500	0.8894	1.0374	-4.5159
0.8000	0.9354	0.7996	-4.9593
0.8500	0.9691	0.5450	-5.1860
0.9000	0.9899	0.2867	-4.9593
0.9500	0.9986	0.0792	-3.0650
1.0000	1.0000	0.0000	0.0000

# Harmonische Kombination

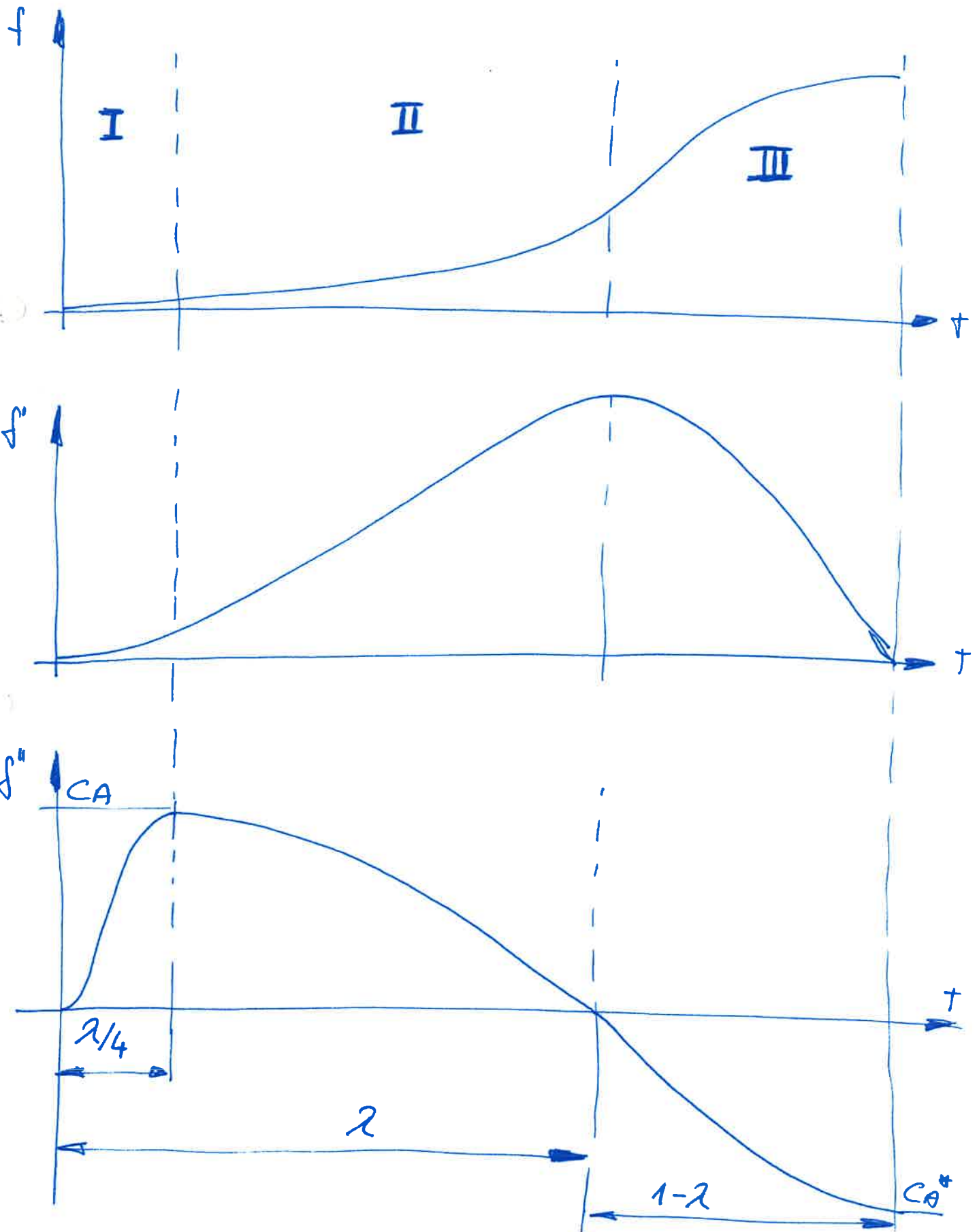
1 Zyklus Rest-Umkehr und  
Umkehr-Rest



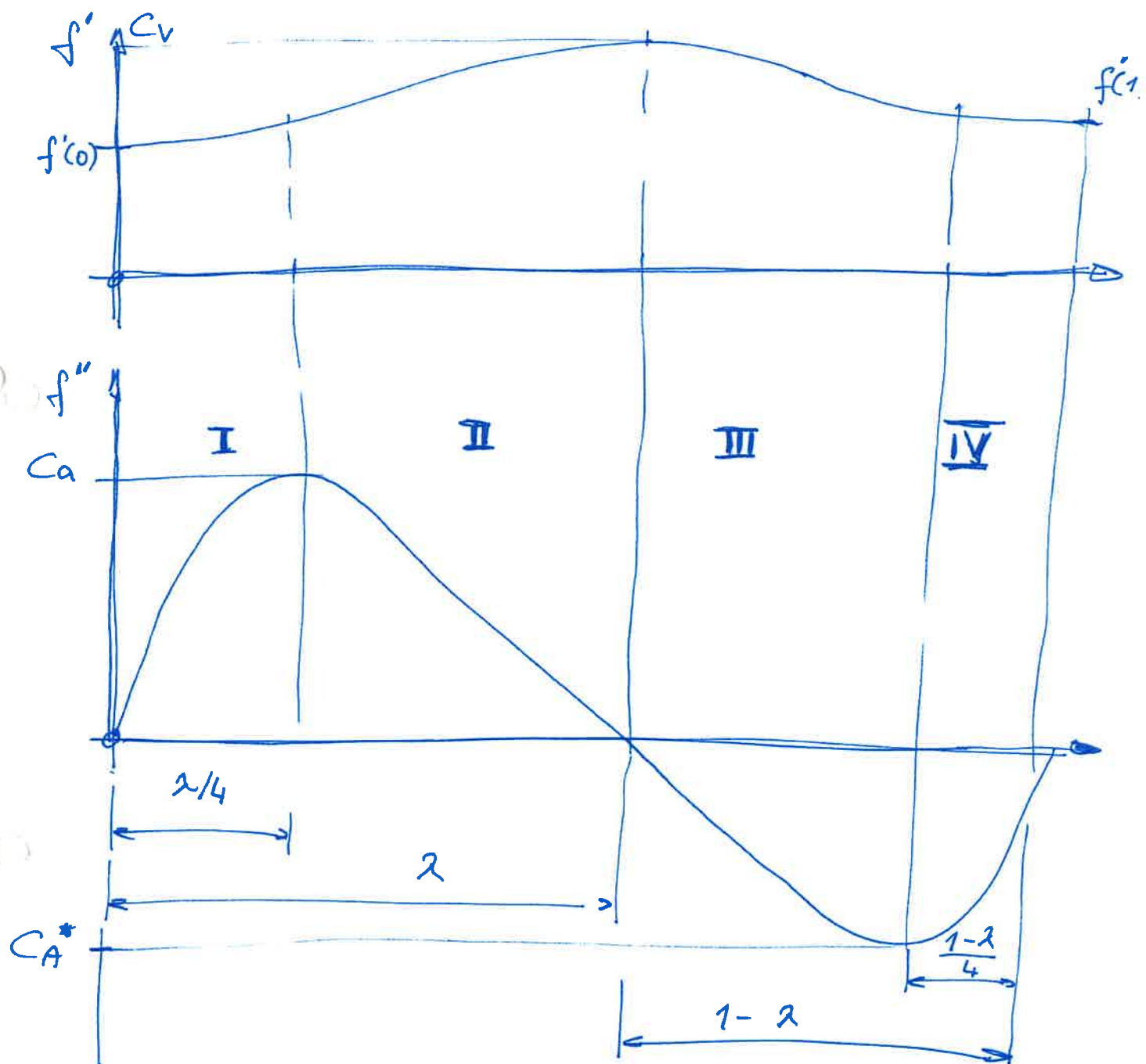


# Harmonische Kombination

## Rest - Umkehr



Reduzierte Simulium für konstante  
Geschwindigkeit in konstanter Geschwindigkeit



Bereich  $0 \dots 45^\circ$

Beispiel

$$f''_{\text{Nen}} = \frac{H_{\text{Aet}} \cdot f''_{\text{Aet}} \cdot T_{\text{Nen}}^2}{H_{\text{Nen}} \cdot T_{\text{Aet}}^2}$$

$$H_{\text{Aet}} = 13 \text{ mm}$$

$$H_{\text{Nen}} = 18,7 \text{ mm}$$

$$f''_{\text{Aet}} = +4,9348$$

$$f''_{\text{Nen}} = \frac{13 \text{ mm} \cdot 4,9348 \cdot 0,0375^2 \text{ s}^2}{18,7 \text{ mm} \cdot 0,03^2 \text{ s}^2}$$

$$n = 200 \text{ min}^{-1}$$

$$n = 3,3 \text{ s}^{-1}$$

$$T_{360} = 0,3 \text{ s}$$

$$T_{45^\circ} = 0,0375 \text{ s}$$

$$T_{40^\circ} = 0,03 \text{ s}$$

$$f''_{\text{Nen}} = 4,341874$$

$$\lambda = 5,15979 - \sqrt{17,30387 + 22,99515 \frac{1}{f''_{\text{Nen}}}}$$

$$\lambda = 0,405843$$

Bereich  $85^\circ \dots 220^\circ$

$\therefore 0$

Bereich  $220^\circ \dots 360^\circ$

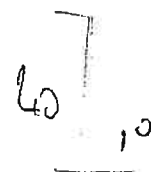
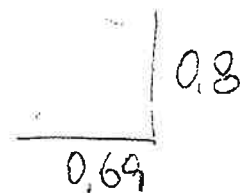
$$f''_{\text{Nen}} = \frac{65,3 \text{ mm} \cdot 3,1653 \cdot 0,116^2 \text{ s}^2}{71 \text{ mm} \cdot 0,1125^2 \text{ s}^2}$$

$$T_{350} = 0,1125 \text{ s}$$

$$T_{140} = 0,116 \text{ s}$$

$$f''_{\text{Nen}} = 3,130817$$

$$\lambda = 0,1950497$$



$$\lambda = \frac{\left| \frac{C_A^*}{C_A} \right|}{\left| \frac{C_A^*}{C_A} \right| + 1}$$

$C_A^* = \text{Reduzierter  
Rendement}$

$$X = 0,69$$

$$T_{40^\circ} = \frac{1}{X}$$

$\frac{1}{W_{40}}$