



Prof. Dr. J. Prestin

Dr. S. Ghanem, Dr. G. Pöplau, Dr. J. Schnieder, K. Schober

## Analysis I, Übungsblatt 15

## Analysis II, Übungsblatt 1

**Abgabe** bis vor der 1. Vorlesung im Sommersemeser 2020

**Aufgabe 1.** (6 Punkte) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix  $J_{\mathbf{h}}(r, \phi)$  der Verkettung

$$\mathbf{h} := \mathbf{f} \circ \mathbf{g} : (0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

der durch

$$\mathbf{f}(x, y) = (xy, x^2 - y, x + y^2) \quad \text{und} \quad \mathbf{g}(r, \phi) = (r \cos \phi, r \sin \phi)$$

definierten Funktionen  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{g} : (0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$

- a) einerseits mittels der Kettenregel  $J_{\mathbf{h}}(r, \phi) = J_{\mathbf{f}}(\mathbf{g}(r, \phi))J_{\mathbf{g}}(r, \phi)$  und
- b) andererseits durch Ausrechnen von  $\mathbf{f} \circ \mathbf{g}(r, \phi)$  sowie anschließendem partiellen Ableiten.

**Aufgabe 2.** (6 Punkte) Bestimmen Sie für die durch

$$h(x, y) = (1-x)(1-y)(1-x-y)$$

definierte Funktion  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  den Gradienten und die Hesse-Matrix in allen Punkten  $(x, y)$  des Definitionsbereichs  $\mathbb{R}^2$ . Bestimmen Sie alle stationären Stellen  $(x_j, y_j)$ , an denen der Gradient  $\nabla h(x_j, y_j) = (0, 0)$  ist. Entscheiden Sie, ob an diesen Stellen ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt.

**Aufgabe 3.** (für Hörer der Ergänzungsvorlesung: Biophysik, MIW, MML; 10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils das zweite Taylor-Polynom  $T_2(x, y)$  zu den Funktionen

a)

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \exp(xy^3 - 2),$$

entwickelt im Punkt  $(x_0, y_0) = (-2, -1)$ ;

b)

$$g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(t, -t), t \in \mathbb{R}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y) = \frac{y-x}{x+y},$$

entwickelt im Punkt  $(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ .