



## Analysis I Übungsblatt 4

**Abgabe:** grundsätzlich in Dreiergruppen (für Studiengang MML gilt Einzelabgabe)  
*unter Angabe von Matrikel, Name, Vorname, Studiengang und Übungsgruppe*  
am Di., 12.11.2019, vor der Vorlesung im AM 1.

### Aufgabe 1. (6 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz oder Divergenz.

Berechnen Sie im Falle der Konvergenz ihre Summe und geben Sie im Fall der Divergenz an, ob bestimmte Divergenz gegen  $\infty$ , bestimmte Divergenz gegen  $-\infty$  oder unbestimmte Divergenz vorliegt.

a) 
$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{3}{2}\right)^{3k-2}$$

c) 
$$\sum_{k=-2}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$$

b) 
$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3k+2}$$

d) 
$$\sum_{k=-2}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2k+1}$$

### Aufgabe 2. (5 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}.$$

konvergiert, und berechnen Sie ihre Summe.

*Hinweis:* Bestimmen Sie zunächst  $A, B \in \mathbb{R}$ , für die

$$\frac{1}{n^2 - 1} = \frac{A}{n-1} + \frac{B}{n+1}.$$

b) Zeigen Sie mit der Aussage von a) und dem Vergleichskriterium für die Konvergenz von Reihen erneut die aus der Vorlesung bekannte Aussage, dass

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

konvergiert und geben Sie eine entsprechende obere Schranke für die Summe an.

### Aufgabe 3. (6 Punkte)

a) Untersuchen Sie jeweils mit dem Quotientenkriterium *oder* mit dem Wurzelkriterium die folgenden Reihen auf Konvergenz:

i) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \quad \text{wobei } a_n = \begin{cases} 2^{-n} & \text{wenn } n \text{ ungerade,} \\ 3^{-n} & \text{wenn } n \text{ gerade.} \end{cases}$$

ii) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$$

b) Geben Sie im Fall der Konvergenz jeweils die Summe der Reihe an.

*Hinweis:* Nutzen Sie dazu Ergebnisse über die Summen spezieller Reihen aus der Vorlesung.