



Analysis I, Übungsblatt 15
Analysis II, Übungsblatt 1

Abgabe bis vor der 1. Vorlesung im Sommersemester 2020

Aufgabe 1. (6 Punkte) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix $J_{\mathbf{h}}(r, \phi)$ der Verkettung

$$\mathbf{h} := \mathbf{f} \circ \mathbf{g} : (0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

der durch

$$\mathbf{f}(x, y) = (xy, x^2 - y, x + y^2) \quad \text{und} \quad \mathbf{g}(r, \phi) = (r \cos \phi, r \sin \phi)$$

definierten Funktionen $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathbf{g} : (0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$

- a) einerseits mittels der Kettenregel $J_{\mathbf{h}}(r, \phi) = J_{\mathbf{f}}(\mathbf{g}(r, \phi))J_{\mathbf{g}}(r, \phi)$ und
- b) andererseits durch Ausrechnen von $\mathbf{f} \circ \mathbf{g}(r, \phi)$ sowie anschließend partiellen Ableiten.

Aufgabe 2. (6 Punkte) Bestimmen Sie für die durch

$$h(x, y) = (1 - x)(1 - y)(1 - x - y)$$

definierte Funktion $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ den Gradienten und die Hesse-Matrix in allen Punkten (x, y) des Definitionsbereichs \mathbb{R}^2 . Bestimmen Sie alle stationären Stellen (x_j, y_j) , an denen der Gradient $\nabla h(x_j, y_j) = (0, 0)$ ist. Entscheiden Sie, ob an diesen Stellen ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt.

Aufgabe 3. (für Hörer der Ergänzungsvorlesung: Biophysik, MIW, MML; 10 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils das zweite Taylor-Polynom $T_2(x, y)$ zu den Funktionen

a)

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \exp(xy^3 - 2),$$

entwickelt im Punkt $(x_0, y_0) = (-2, -1)$;

b)

$$g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(t, -t), t \in \mathbb{R}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y) = \frac{y - x}{x + y},$$

entwickelt im Punkt $(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$.