UNIVERSITÄT ZU LÜBECK
INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Sommersemester 2020

Prof. Dr. J. Prestin

Dr. S. Ghanem, Dr. G. Pöplau, Dr. J. Schnieder, K. Schober

Analysis II, Übungsblatt 5

Abgabe bis Donnerstag, 7. Mai 2020, als Einzelabgabe durch Hochladen im Moodle. Beachten Sie auch das Begleitvideo im Moodle, in dem z.B. Vorschläge für Substitutionen in Aufgabe 1 angegeben werden.

Aufgabe 1. (2+3+3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale

a) $\displaystyle\int_4^{16} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x,$ b) $\displaystyle\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\mathrm{d}x}{\sin x},$ c) $\displaystyle\int_5^8 \frac{x-\sqrt{x^2-5x+1}}{x^2}\mathrm{d}x.$

Aufgabe 2. (4 Punkte) Für eine auf einem Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$ gegebene Funktion $f \in C^{n+1}(I)$ und $a, x \in I$ berechne man das Integral

$$\frac{1}{n!}\int_a^x (x-t)^n f^{(n+1)}(t)\mathrm{d}t.$$

Aufgabe 3. (6 Punkte) (Für Hörer der Ergänzungsvorlesung)
Bestimmen Sie die Extrema von $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y, z) = xyz$ unter den Nebenbedingungen $x + y + z = 5$ und $xy + xz + yz = 8$.

Aufgabe 4. (6 Punkte) (Für Hörer der Ergänzungsvorlesung)
Betrachten Sie die durch

$$\mathbf{f}(x,y) = \left(\frac{x}{y}, y - \frac{x}{y}\right)$$

definierte Funktion $\mathbf{f} : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R}^2$.

a) Zeigen Sie durch direktes Auflösen, dass es eine Umkehrfunktion $\mathbf{g}$ von $\mathbf{f}$ gibt und berechnen Sie die Jacobi-Matrix von $\mathbf{g}$ an den Stellen (s, t) des Definitionsbereiches von $\mathbf{g}$.

b) Berechnen Sie nun erneut die Jacobi-Matrix von $\mathbf{g}$ an den Stellen (s, t), diesmal mit dem Satz über die Umkehrabbildung (vgl. Satz 1.4.11. auf S. 95 im Grundkurs Analysis 2 von K. Fritzsche).