UNIVERSITÄT ZU LÜBECK
INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Sommersemester 2020
Prof. Dr. J. Prestin
Dr. S. Ghanem, Dr. G. Pöplau, Dr. J. Schnieder, K. Schober

Analysis II, Übungsblatt 2

Abgabe bis Montag, 20. April 2020, 16.00 Uhr, als Einzelabgabe durch Hochladen im Moodle.

Aufgabe 1. (12 Punkte) Bestimmen Sie

a) $\displaystyle\int \exp(5x-2)\,\mathrm{d}x$ mittels Substitution;

b) $\displaystyle\int \tan x\,\mathrm{d}x$ mittels der Substitution $u = \cos x$;

c) $\displaystyle\int \frac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}x$ mittels der der Substitution $u = 1+\sqrt{1+x^2}$;

d) $\displaystyle\int x^2(4x-3)^3\,\mathrm{d}x$ i) durch Ausmultiplizieren des Integranden, ii) mittels zweimaliger partieller Integration und Substitution;

e) $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ i) durch Substitution, ii) mittels partieller Integration;

f) $\displaystyle\int \mathrm{e}^{2x-1}\sin(3x+4)\,\mathrm{d}x$ unter Nutzung der beiden Varianten zur partiellen Integration.

Aufgabe 2. (12 Punkte) für Hörer der Ergänzungsvorlesung: Biophysik, MIW, MML

a) Sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$F(x,y) = y^4 - 3(x-1)y^2 - y - x + 1, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2,$$

definiert.

Man bestimme alle $y_0 \in \mathbb{R}$, für die $F(1,y_0) = 0$ gilt. Für welche zugehörigen Paare $(1,y_0)$ wird durch $F(x,y) = 0$ lokal eine implizite Funktion $y = g(x)$ mit $g(1) = y_0$ gegeben? Berechnen Sie, wenn dies der Fall ist, die Ableitung $g'(1)$ von g in 1.

b) Sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$F(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2,$$

definiert. Es gilt $F(6,1) = F(8,5) = 0$.

Man überprüfe jeweils, ob für die Paare $(6,1)$ und $(8,5)$ durch $F(x,y) = 0$ lokal eine implizite Funktion $y = g(x)$ existiert. Berechnen Sie, wenn dies der Fall ist, die Ableitung $g'(6)$ bzw. $g'(8)$.