UNIVERSITÄT ZU LÜBECK
INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Sommersemester 2020

Prof. Dr. J. Prestin

Dr. S. Ghanem, Dr. G. Pöplau, Dr. J. Schnieder, K. Schober

Analysis II, Übungsblatt 3

Abgabe bis Donnerstag, 23. April 2020, 8.00 Uhr, als Einzelabgabe durch Hochladen im Moodle.

Aufgabe 1. (6 Punkte) Berechnen Sie

$$\int \frac{x^3+3x^2-16x-3}{x^2+x-20}\,\mathrm{d}x, \qquad \int \frac{5x^3+31x^2+55x+11}{x^2+6x+9}\,\mathrm{d}x, \qquad \int \frac{3x^4-13x^3+31x^2-14x+22}{x^2-4x+8}\,\mathrm{d}x.$$

Aufgabe 2. (6 Punkte) Berechnen Sie

$$\int \frac{x^4-5x^2+5x-2}{x^5-2x^4+x^3}\,\mathrm{d}x, \qquad \int \frac{2\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{x}+1}\,\mathrm{d}x.$$

Aufgabe 3. (6 Punkte) Für Hörer der Ergänzungsvorlesung: Biophysik, MIW, MML

Sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar gegeben. Für ein gegebenes Paar $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ sei $F(x_0, y_0) = 0$ und $F_y(x_0, y_0) \neq 0$. In einer Umgebung von x_0 existiert also lokal eine implizite Funktion $y = g(x)$ mit $g(x_0) = y_0$. Aus Ihrem Literaturstudium kennen Sie die Formel für die Ableitung $g'(x_0)$. Leiten Sie jetzt eine Formel für $g''(x_0)$ her.

Wenden Sie diese Formel an, um in Aufgabe 2b) von Blatt 2 auch $g''(6)$ zu bestimmen.

Aufgabe 4. (6 Punkte) Für Hörer der Ergänzungsvorlesung: Biophysik, MIW, MML

Sei $\mathbf{f} = (f_1, f_2) : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ durch

$$f_1(x_1, x_2, y_1, y_2) = x_1 - x_2^2 + y_1^2 + x_1 y_2^3, \quad f_2(x_1, x_2, y_1, y_2) = x_1 x_2 - 2x_1 + y_1 y_2$$

für $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (x_1, x_2, y_1, y_2) \in \mathbb{R}^4$, definiert.

Zeigen Sie, dass durch $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}$ in einer Umgebung von $(3, 2, 1, 0)$ lokal eine differenzierbare implizite Funktion $\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ mit $\mathbf{g}(3, 2) = (1, 0)$ gegeben ist. Berechnen Sie dann die Jacobi-Matrix $J_{\mathbf{g}}(3, 2)$ von $\mathbf{g}$ in $(3, 2)$.