Reglerentwurf nach dem Betragsoptimum

1. Grundlegende Überlegungen

In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit einem einfachen Entwurfsverfahren für Regler, das ein hervorragendes Führungsverhalten des Regelkreises liefert.

Vorerst untersuchen wir, welche Führungsübertragungsfunktion $F_W(s)$ sich ergibt, wenn wir ein IT1-Element in einen Regelkreis (RK) einbauen:

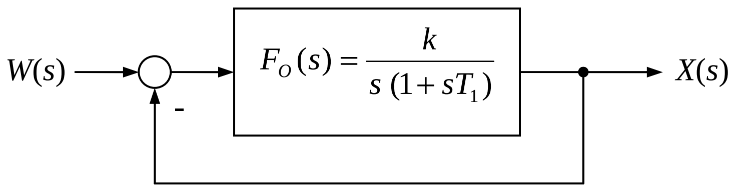


Abb. 1.1: IT_1-Element mit Gegenkopplung

Als Führungsübertragungsfunktion $F_W(s)$ erhalten wir:

$$F_W(s) = \frac{F_O(s)}{1+F_O(s)} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{F_O(s)}} = \frac{1}{1+\dfrac{s\,(1+sT_1)}{k}} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{k}s+\dfrac{T_1}{k}s^2} \tag{1.1}$$

Aus der Struktur des Ergebnisses von Gl. 1.1 erkennen wir, dass der geschlossene RK ein PT_2-Element mit der Stationärverstärkung 1 darstellt.

Um ein möglichst schnelles Ausregeln des RK zu erzielen, streben wir an, dass der Betrag der Führungsübertragungsfunktion bis zu möglichst hohen Frequenzen ungefähr 1 bleibt:

$$\left|F_W(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{T_1}{k}\omega^2)^2+(\frac{1}{k}\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{T_1^2}{k^2}\omega^4-\frac{2T_1}{k}\omega^2+\frac{1}{k^2}\omega^2}} \approx 1 \tag{1.2}$$

Dies können wir dadurch erzielen, dass wir die quadratischen Glieder von ω unter der Wurzel gleich Null setzen:

$$-\frac{2T_1}{k}\omega^2+\frac{1}{k^2}\omega^2 = 0 \tag{1.3}$$

Daraus erhalten wir $2T_1 = 1/k$ bzw.

$$k = \frac{1}{2T_1} \tag{1.4}$$

Für die Schleifenübertragungsfunktion $F_O(s)$ gilt im Bereich des -20dB/Dek. – Abfalls näherungsweise:

$$\left|F_O(j\omega)\right| = \frac{k}{\omega} \tag{1.5}$$

Setzen wir (1.4) in (1.5) ein, erhalten wir

$$\left|F_O(j\omega)\right| = \frac{k}{\omega} = \frac{1}{2T_1\omega} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\omega_{K1}}{\omega} \tag{1.6}$$

wobei ω_{K1} die Kreisfrequenz des Knicks zwischen -20dB/Dek. und -40dB/Dek. Asymptote bedeutet. Setzen wir nun $\omega = \omega_{K1}$ erhalten wir:

$$\left|F_O(\omega = \omega_{K1})\right| = \frac{1}{2} \tag{1.7}$$

Dies bedeutet, dass der der Asymptotenknick des IT_1-Elements bei einer Verstärkung von ½ zu liegen kommt.

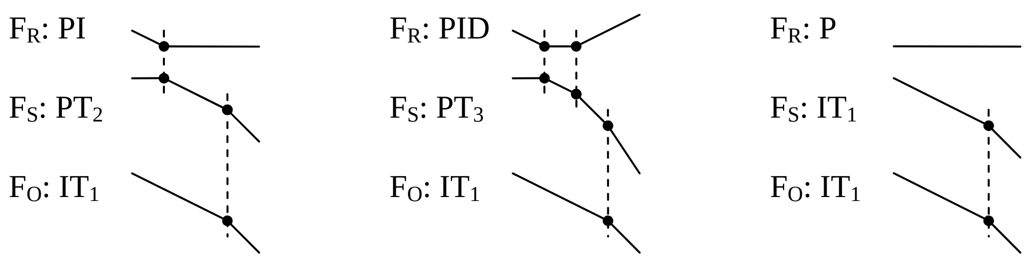
Nun wollen wir die Natürliche Kreisfrequenz ω_n und den Dämpfungsgrad D des geschlossenen RK untersuchen, indem wir (1.4) in (1.1) einsetzen und danach einen Koeffizientenvergleich mit der bekannten Übertragungsfunktion des PT_2-Elements (siehe Merkblatt der RT) durchführen:

$$F_W(s) = \frac{1}{1 + 2T_1 s + 2T_1^{\,2} s^2} = \frac{1}{1 + \frac{2D}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^{\,2}}s^2} \tag{1.8}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{2}T_1} \qquad \frac{2D}{\omega_n} = 2T_1 \qquad D = T_1\omega_n = \frac{T_1}{\sqrt{2}T_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$$

Aus dem Dämpfungsgrad erkennen wir, das der RK mit D = 0,707 gedämpft ist. Die Überschwingweite *ü* eines derart gedämpften PT_2 beträgt ca. 4,3%, was in der Praxis in vielen Fällen wünschenswert und nützlich ist.

Beim praktischen Reglerentwurf werden wir wie folgt vorgehen: Wir wählen die Struktur des Reglers und seine Knickfrequenzen derart, dass der Regler die vorgegebene Strecke zu einer Schleifenübertragungsfunktion mit IT_1-Charararakteristik ergänzt, indem er die bei niedrigen Frequenzen liegenden Knicke der Strecke kompensiert:



Danach wählen wie die Verstärkung des Reglers so, dass der verbleibende Knick der Schleifenübertragungsfunktion bei einer Verstärkung von ½ zu liegen kommt und erhalten somit ein mit D = 0,707 gedämpftes Verhalten des RK.

2. Einstellregeln für PT_2-Strecke und PI-Regler

Im Folgenden wollen wir die so genannten Einstellregeln für PT_2-Strecke und PI-Regler ableiten.
Die Strecke habe die Übertragungsfunktion

$$F_S(s) = \frac{k_S}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \tag{2.1}$$

und der Regler habe

$$F_R(s) = k_R\left(1+\frac{1}{sT_N}\right) = \frac{k_R}{sT_N}(1+sT_N)\ . \tag{2.2}$$

Wir kompensieren die größere Zeitkonstante T_1 der Strecke durch die Nachregelzeit T_N des Reglers indem wir

$$T_N = T_1 \tag{2.3}$$

setzen.

Die Schleifenverstärkung ergibt sich dann zu

$$F_O(s) = F_R(s)\cdot F_S(s) = \frac{k_R \cdot k_S}{sT_1(1+sT_2)}\ . \tag{2.4}$$

Daraus erhalten wir für die -20dB/Dek. - Asymptote

$$\left|F_O(j\omega)\right| = \frac{k_R \cdot k_S}{\omega T_1} \tag{2.5}$$

Aus dem vorigen Kapitel wissen wir bereits, dass für $\omega = 1/T_2$ gelten soll $|F_O(s)| = ½$. Daraus folgt

$$k_R \cdot k_S \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \tag{2.6}$$

bzw.

$$k_R = \frac{T_1}{2k_S T_2} \tag{2.7}$$

Die Gleichungen (2.3) und (2.7) werden als Einstellregeln für PT_2 - Strecke und PI-Regler bezeichnet. Diese Einstellregeln sowie auch Einstellregeln für andere Kombinationen von Strecke und Regler finden Sie im Merkblatt für RT.

3. Große Zeitkonstanten, kleine Zeitkonstanten, Summenzeitkonstante

Wir haben gesehen, dass wir bei einer PT_2 - Strecke die große Zeitkonstante durch die Zeitkonstante des PI-Reglers kompensieren, die kleine Zeitkonstante der Strecke wird zur Zeitkonstante der resultierenden IT1-Schleifenübertragungsfunktion F_O.

Wenn wir nun eine PT_n - Strecke mit mehr als 2 Zeitkonstanten haben, können wir mit einem PI – Regler wieder nur eine Zeitkonstante – sinnvoller Weise die große Zeitkonstante –

kompensieren. Alle weiteren Zeitkonstanten – die kleinen Zeitkonstanten τ genannt – addieren wir zu einer Summenzeitkonstante T_Σ

$$T_\Sigma = \tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_n \tag{3.1}$$

und setzen sie anstelle von T_2 in (2.7) ein:

$$k_R = \frac{T_1}{2k_S T_\Sigma} \tag{3.2}$$

In dieser Näherung ersetzen wir die PT_n – Strecke durch eine PT_2 – Strecke, bei der wir die große Zeitkonstante T_1 übernehmen und als kleine Zeitkonstante T_Σ verwenden.

Hinweis: Mit einem PID – Regler können wir zwei Zeitkonstanten kompensieren, man sagt, die Strecke besitzt 2 große Zeitkonstanten. Alle verbleibenden Zeitkonstanten werden wieder als die kleinen Zeitkonstanten bezeichnet und zu T_Σ aufsummiert. Ein und dieselbe PT_n – Strecke besitzt also 1 große Zeitkonstante, wenn sie mit einem PI – Regler geregelt wird, und 2 große Zeitkonstanten, wenn sie mit einem PID – Regler geregelt wird.

Das folgende Beispiel soll die Brauchbarkeit der Näherung mit der Summenzeitkonstante zeigen:

4. Beispiel für den Reglerentwurf nach dem Betragsoptimum

Es sei eine PT_2 – Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$F_S(s) = \frac{5}{(1+10s)(1+4s)} \tag{4.1}$$

gegeben, d.h. $T_\Sigma = T_2 = 4$.

Mit (2.7) bzw. mit (3.2) erhalten wir für den Regler: $k_R = 0{,}25$; $T_N = 10$

$$F_R(s) = 0.25\left(1 + \frac{1}{10s}\right) \tag{4.2}$$

Nun simulieren wir den RK in ANA

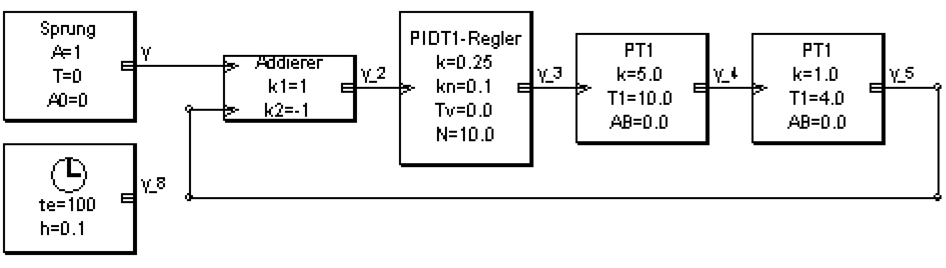


Abb. 4.1: Blockschaltbild PI – Regler und PT_2 - Strecke

und erhalten bei Ausgang y_5 als Sprungantwort den erwarteten mit D = 0,707 gedämpften Einschwingvorgang:

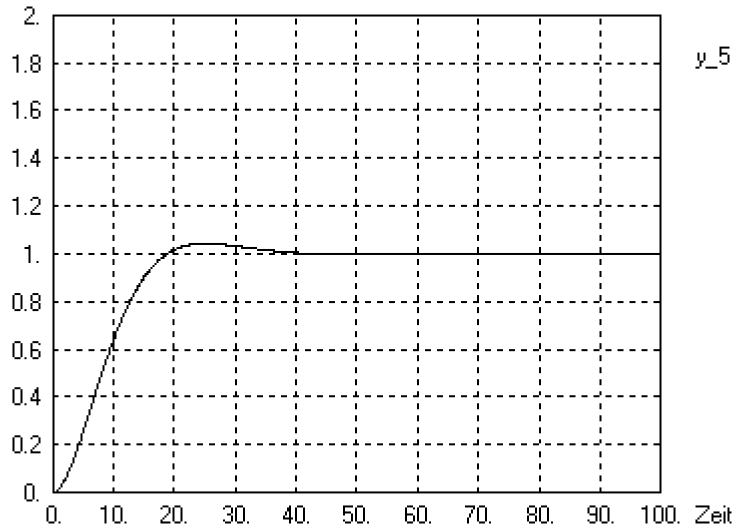


Abb. 4.2: PI – Regler und PT_2 – Strecke: Antwort auf einen Sprung der Führungsgröße

Nun wollen wir die folgende PT_4 – Strecke betrachten:

$$F_S(s) = \frac{k_S}{(1+10s)(1+2{,}5s)(1+1s)(1+0{,}5s)} \qquad (4.3)$$

$T_\Sigma = T_2 + T_3 + T_4 = 4$

Mit (3.2) erhalten wir für die Reglereinstellungen dieselben Werte wie bei vorangegangenen Beispiel mit der PT_2 – Strecke.

Die Simulation in ANA

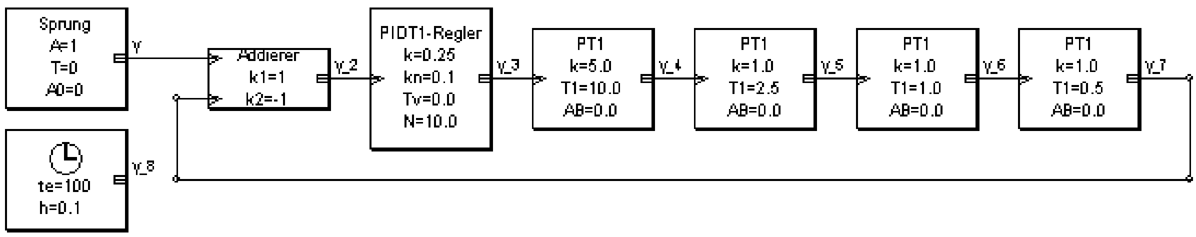


Abb. 4.3: Blockschaltbild PI – Regler und PT_4 - Strecke

ergibt für Ausgang y_7 folgende Sprungantwort:

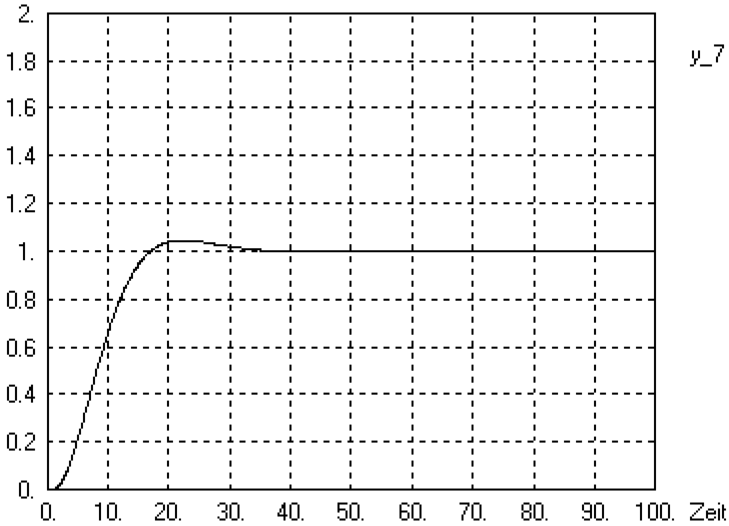


Abb. 4.4: PI – Regler und PT_4 – Strecke: Antwort auf einen Sprung der Führungsgröße

Wenn wir Abb. 4.4 mit Abb. 4.2 vergleichen erkennen wir, dass die Sprungantworten praktisch gleich sind. Dies bedeutet, dass die Näherung mit der Summenzeitkonstante durchaus sinnvoll ist und gute Ergebnisse liefert.