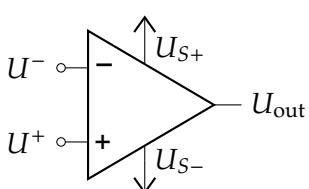


Musterlösung zu Übungsblatt 9

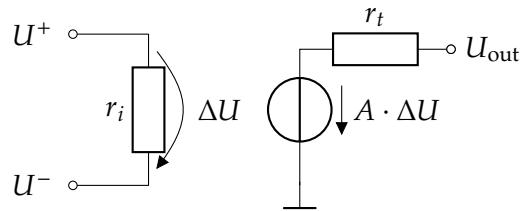
Eike Petersen, Julia Sauer, Carlotta Hennigs¹

Grundlagen: Operationsverstärker

In Abbildung 1b ist das Ersatzschaltbild eines Operationsverstärkers dargestellt. Bei einem *idealen Operationsverstärker* nehmen wir an, dass $r_i \rightarrow \infty$, $A \rightarrow \infty$ und $r_t = 0\Omega$ ist. Das dargestellte Ersatzschaltbild gilt (auch bei einem idealen Operationsverstärker) nur, wenn der Operationsverstärker nicht in Sättigung betrieben wird, wenn also $U_{S-} < U_{\text{out}} < U_{S+}$ gilt.



(a) Schaltsymbol des Operationsverstärkers



(b) Ersatzschaltbild eines Operationsverstärkers

Abbildung 1

Wenn ein idealer Operationsverstärker mit negativem Feedback (das heißt einer Leiterverbindung zwischen U_{out} und U^-) und nicht in Sättigung betrieben wird, so gilt näherungsweise $U^- \approx U^+$.

¹Institut für Medizinische Elektrotechnik, Universität zu Lübeck. Aufgaben teilweise modifiziert übernommen aus Agarwal, Lang (2005): „Foundations of Analog and Digital Electronic Circuits“.

Aufgabe 1

Ein Gassensor wird von einer 5 V-Spannungsquelle betrieben und liefert eine Spannung U_{Sensor} von 0 V bis 5 V, die abhängig von der detektierten Gaskonzentration ist. Um ein Warnsignal bei hohen Konzentrationen zu realisieren, soll eine LED so mit dem Sensor verschaltet werden, dass diese immer dann leuchtet, wenn die Sensor-Ausgangsspannung einen Schwellwert überschreitet.

Abbildung 2 zeigt eine einfache Komparator-Schaltung unter Verwendung eines Operationsverstärkers. Beachten Sie, dass hier keine Rückführung vorliegt!

Wir wollen im Folgenden die Kennlinie der Komparator-Schaltung untersuchen. Nehmen Sie an der Operationsverstärker sei ideal.

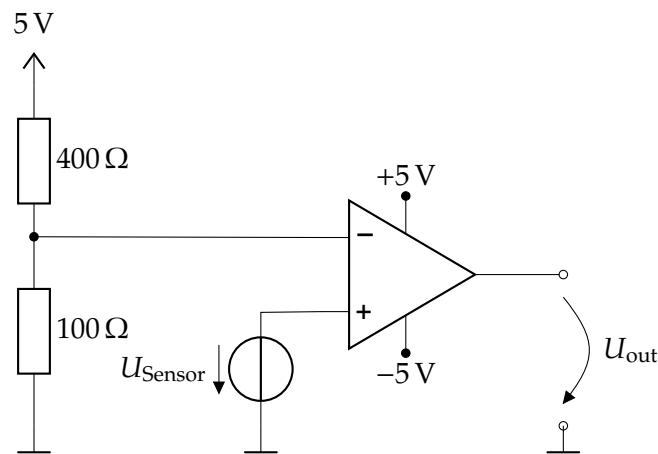


Abbildung 2

i) Bestimmen Sie die Eingangsspannung des Operationsverstärkers ΔU in Abhängigkeit von U_{Sensor} und geben Sie Bereich von ΔU an.

ii) Bestimmen Sie die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Sensorspannung. Zeichnen Sie die Kennlinie der Komparator-Schaltung, indem Sie U_{out} als Funktion von U_{Sensor} auftragen.

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, wie sich die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von ΔU verhält. Was passiert also, wenn ΔU negativ, Null oder positiv ist. Beachten Sie hierzu auch das Sättigungsverhalten des Operationsverstärkers und dass er ideal ist.

iii) Erläutern Sie, welche Funktion diese Schaltung in Bezug auf die Einleitung dieser Aufgabe erfüllt. Begründen Sie außerdem, wofür die beiden Widerstände am Minus-Eingang nützlich sind.

Lösung

- i) Um die Spannungsdifferenz ΔU der beiden Eingangssports des Operationsverstärkers zu bestimmen, benötigen wir die Spannung am Plus-Anschluss U^+ und die Spannung am Minus-Anschluss U^- . Für den Plus-Eingang gilt offensichtlich

$$U^+ = U_{\text{Sensor}}. \quad (1)$$

Da der Eingangswiderstand des idealen Operationsverstärkers sehr groß ist, können wir davon ausgehen, dass kein Strom in den Minus-Eingang fließt. Folglich erhalten wir für U^- über den Spannungsteiler

$$U^- = \frac{100 \Omega}{400 \Omega + 100 \Omega} \cdot 5 \text{ V} = 1 \text{ V}. \quad (2)$$

Für die Eingangsspannung ergibt sich also

$$\Delta U = U^+ - U^- = U_{\text{Sensor}} - 1 \text{ V}. \quad (3)$$

Der Gassensor liefert eine Spannung zwischen 0 V und 5 V, woraus für den Bereich der Eingangsspannung des Operationsverstärkers

$$-1 \text{ V} \leq \Delta U \leq 4 \text{ V} \quad (4)$$

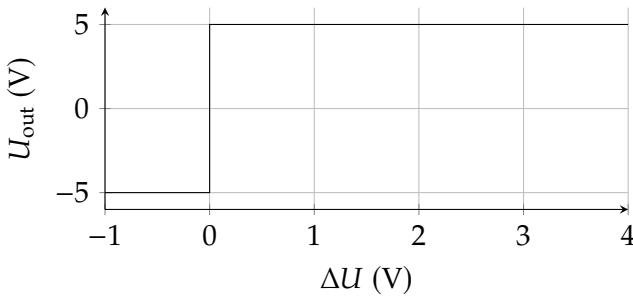
folgt.

- ii) Der Operationsverstärker wird ohne Rückführung betrieben; jegliche Differenz zwischen den Eingangsspannungen U^+ und U^- wird also um den Verstärkungsfaktor A des Operationsverstärkers verstärkt. Da A sehr groß ist, wird der Operationsverstärker hierbei sehr schnell in den Sättigungsbereich laufen, und somit folgende Ausgangsspannungscharakteristik aufweisen:

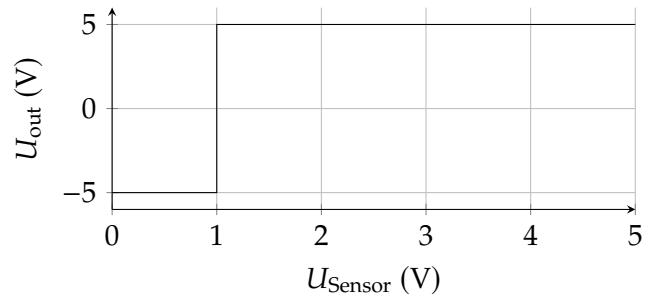
$$U_{\text{out}} = \begin{cases} 5 \text{ V} & \text{für } \Delta U > 0 \text{ V}, \\ 0 \text{ V} & \text{für } \Delta U = 0 \text{ V} \quad (\text{rein theoretisch}) \\ -5 \text{ V} & \text{für } \Delta U < 0 \text{ V}. \end{cases} \quad (5)$$

Abbildung 3a zeigt die Charakteristik des Komparators in Abhängigkeit von ΔU .

Aus i) kennen wir den Zusammenhang zur Sensorspannung U_{Sensor} und können so die Kennlinie in Abbildung 3b zeichnen.



(a)



(b)

Abbildung 3

- iii) Die Schaltung in Abbildung 2 liefert ein binäres Ausgangssignal, welches angibt, ob die vom Sensor gelieferte Spannung U_{Sensor} über oder unter 1 V liegt. Die Ausgangsspannung kann also

sehr gut dazu verwendet werden eine LED zum Leuchten zu bringen, sobald eine Referenzspannung überschritten wird.

Eine mögliche Schaltung dafür ist in Abbildung 4 dargestellt. Für negative Ausgangsspannungen sperrt die LED, es fließt kein Strom I_{LED} und die LED leuchtet nicht. Bei positiven Ausgangsspannungen fließt ein Strom I_{LED} . Dieser kann über den Vorwiderstand R_{LED} eingestellt werden und ist unabhängig vom Wert der Sensorspannung, sobald der Schwellwert überschritten wurde.

Für die Einstellung dieses Schwellwerts kann der Spannungsteiler am Minus-Eingang verwendet werden. Sollte 1 V nicht ausreichen, können andere Widerstände gewählt werden, um die Referenzspannung des Komparators einzustellen ohne dass eine weitere Spannungsquelle außer der Versorgungsspannung benötigt wird.

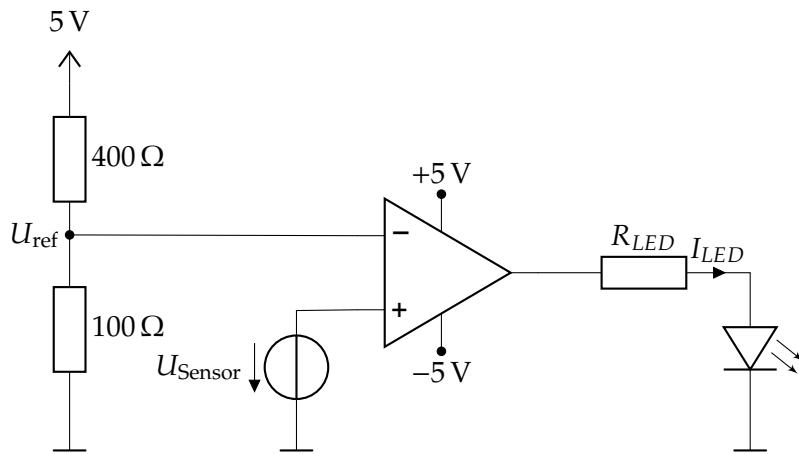


Abbildung 4

Der konstante Stromfluss für $U_{Sensor} > U_{ref}$, unabhängig vom Wert von U_{Sensor} – ist einer der Hauptvorteile dieser Schaltung gegenüber MOSFET-basierten Schaltungen, wie wir sie im letzten Semester besprochen haben. Ein weiterer Vorteil ist der deutlich kleinere Übergangsbereich dieser Schaltung, welcher aus dem großen Verstärkungsfaktor des Operationsverstärkers resultiert: Schon bei geringem Überschreiten der Referenzspannung kommt es zum Stromfluss durch die LED.

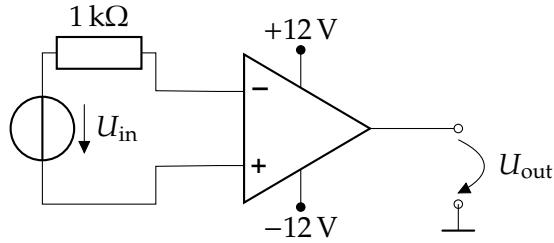
In der Praxis muss zum Realisieren dieser Schaltung Vorsicht bei der Auswahl des Operationsverstärkers walten gelassen werden. Viele Operationsverstärker sind nicht für den dauerhaften Betrieb im Sättigungsbereich gedacht und weisen dort unerwünschtes Verhalten auf. Es gibt dedizierte Komparator-OPs, welche genau für den Einsatz in solchen Schaltungen konzipiert sind.

Aufgabe 2

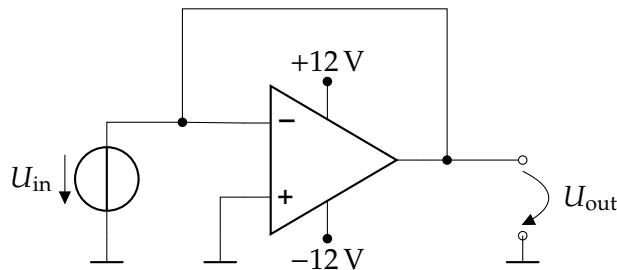
Gehen Sie in allen Teilen dieser Aufgabe davon aus, für den verwendeten Operationsverstärker gelte $r_i \rightarrow \infty$ sowie $r_t \rightarrow 0$.

- i) Bestimmen Sie den Eingangsspannungsbereich für den der Operationsverstärker in der folgenden Schaltung *nicht* in Sättigung betrieben wird

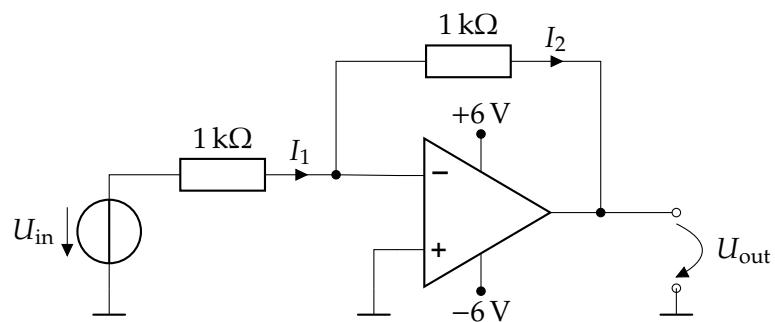
- a) falls $A \rightarrow \infty$
- b) und falls $A = 300.000$.



- ii) Bestimmen Sie den Eingangsspannungsbereich für den der Operationsverstärker in der folgenden Schaltung *nicht* in Sättigung betrieben wird, falls $A \rightarrow \infty$.



- iii) Bestimmen Sie den Eingangsspannungsbereich für den der Operationsverstärker in der folgenden Schaltung *nicht* in Sättigung betrieben wird, falls $A \rightarrow \infty$.



Lösung

- i) Da $r_i \rightarrow \infty$, fließt kein Strom in die beiden Eingangsklemmen des Operationsverstärkers, über dem $1\text{k}\Omega$ -Widerstand fällt keine Spannung ab, und es gilt somit

$$U_+ - U_- = -U_{\text{in}}. \quad (6)$$

Damit ist

$$U_{\text{out}} = -A \cdot U_{\text{in}}. \quad (7)$$

Damit der Operationsverstärker nicht in Sättigung betrieben wird, muss gelten, dass

$$-12\text{ V} < U_{\text{out}} < 12\text{ V}. \quad (8)$$

- a) Bei unendlich großer Verstärkung ist diese Bedingung nur erfüllt, falls

$$U_{\text{in}} = 0\text{ V} \quad (9)$$

beträgt.

- b) Für den Fall der endlichen Verstärkung muss

$$-\frac{12\text{ V}}{300.000} < -U_{\text{in}} < \frac{12\text{ V}}{300.000} \quad (10)$$

beziehungsweise

$$-40\text{ }\mu\text{V} < U_{\text{in}} < 40\text{ }\mu\text{V} \quad (11)$$

gelten.

- ii) Die Schaltung in dieser Aufgabe ist nicht sinnvoll (und ein Fehler in der Aufgabenstellung). Durch die negative Rückführung sollte gelten $U^+ \approx U^-$. Allerdings liegt der Plus-Eingang auf Masse und am Minus-Eingang liegt U_{in} an. Anders gesagt, wenn wir gedanklich das Ersatzschaltbild eines idealen Verstärkers einsetzen, dann wäre die Spannungsquelle U_{in} und die Spannungsquelle $A \cdot (U^+ - U^-) = -A \cdot U_{\text{in}}$ parallel geschaltet. Das ist ein Widerspruch für ideale Bauteile sobald $U_{\text{in}} \neq 0\text{ V}$. In einer echten Schaltung ließe sich das Verhalten nicht leicht vorhersehen und nicht sinnvoll zu verwenden.

Eigentlich sollte diese Schaltung einen nicht-invertierenden Verstärker, speziell einen Impedanzwandler darstellen. Dieser ist nun in Abbildung 5 dargestellt.

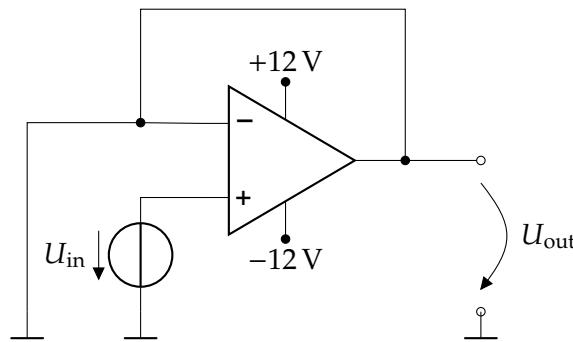


Abbildung 5

Da der Operationsverstärker *ideal* ist und mit negativem Feedback betrieben wird, gilt

$$U_- \approx U_+ \quad (12)$$

und somit

$$U_{\text{out}} \approx U_{\text{in}}, \quad (13)$$

woraus folgt dass der Operationsverstärker für

$$-12 \text{ V} < U_{\text{in}} < 12 \text{ V} \quad (14)$$

nicht in Sättigung betrieben wird.

- iii) Es handelt sich bei der Schaltung um eine invertierende Verstärkerschaltung. Es liegt wieder eine negative Rückführung vor und der Plus-Eingang liegt auf Masse, weshalb gilt

$$U_- \approx U_+ = 0 \text{ V}. \quad (15)$$

Damit ist

$$I_1 = I_2 = \frac{U_{\text{in}} - 0 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} \quad (16)$$

und

$$U_{\text{out}} = U_- - I_2 \cdot 1 \text{ k}\Omega = -U_{\text{in}}. \quad (17)$$

Der Operationsverstärker wird somit nicht in Sättigung betrieben, solange

$$-6 \text{ V} < U_{\text{in}} < 6 \text{ V} \quad (18)$$

gilt.

Diese Aufgabe illustriert ein generelles Ergebnis: Wird ein Operationsverstärker ohne negatives Feedback betrieben, so befindet er sich die meiste Zeit in Sättigung. Die Verwendung von negativem Feedback erlaubt es, Operationsverstärker stabil außerhalb ihres Sättigungsbereichs zu betreiben.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die nicht-invertierende Verstärkerschaltung in Abbildung 6.

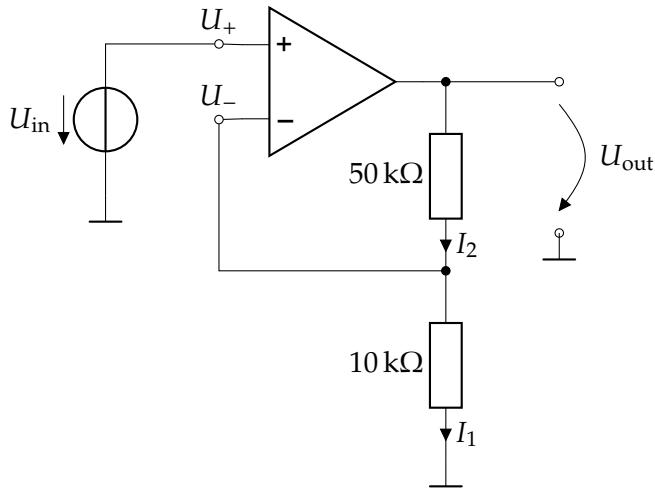


Abbildung 6

- Betrachten Sie den Operationsverstärker als *ideal* und nicht in Sättigung. Bestimmen Sie den Wert der Ausgangsspannung U_{out} für $U_{\text{in}} = 0.5 \text{ V}$.
- Am Ausgang der Verstärkerschaltung wird für eine andere Eingangsspannung U_{in} als im ersten Aufgabenteil die Spannung $U_{\text{out}} = 10 \text{ V}$ gemessen. Laut Datenblatt hat der Operationsverstärker eine interne Spannungsverstärkung von $A = 2 \cdot 10^6$. Bestimmen Sie den Wert der Differenz $(U_+ - U_-)$ bei dieser Messung. Nehmen Sie weiterhin an, der interne Ausgangswiderstand r_t des Operationsverstärkers sei vernachlässigbar.
- Begründen Sie warum Ihre Lösung zum obigen Aufgabenteil ii) nicht im Widerspruch zur häufig getroffenen Annahme $(U_+ - U_-) \approx 0 \text{ V}$ steht.

Lösung

- Für den nicht-invertierenden Verstärker gilt näherungsweise

$$U_{\text{out}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot U_{\text{in}} = \frac{10 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \cdot 0.5 \text{ V} = 3 \text{ V}. \quad (19)$$

ii)

$$U_{\text{out}} = A \cdot (U_+ - U_-) = 10 \text{ V} \Leftrightarrow U_+ - U_- = 5 \mu\text{V}. \quad (20)$$

- Die Annahme ist lediglich, dass die beiden Klemmenspannungen *näherungsweise* gleich sind, was sich ja mit dem obigen, sehr kleinen Ergebnis für die Spannungsdifferenz deckt. Es wäre allerdings ein Fehler, von *exakter* Gleichheit auszugehen.