



Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben sind die Mengen

$$\begin{aligned} M_1 &= \{1, 2, 3, 4, 5\}, & M_2 &= \{n \in \mathbb{N}_0 \mid n \geq 4\}, \\ M_3 &= \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} & \text{und} & \quad M_4 = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}. \end{aligned}$$

Geben Sie die folgenden Mengen an:

- a) $M_1 \cap M_2$,
- b) $M_1 \cup M_2$,
- c) $M_1 \cap \overline{M_3}$,
- d) $(M_2 \setminus M_4) \cap M_3$ und
- e) $M_1 \cap ((M_2 \cup M_4) \setminus (M_3 \cap M_2))$.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Sei A eine Menge. Dann gilt: $A = A$.
- b) Sei M eine Menge und sei X eine Menge von Mengen. Dann gilt:

$$M \cup \left(\bigcap_{N \in X} N \right) = \bigcap_{N \in X} (M \cup N).$$

Aufgabe 3 (7 Punkte)

- a) Seien X und Y Mengen. Beweisen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

$$(i) \ X \subset Y, \quad (ii) \ X \cap Y = X, \quad (iii) \ X \cup Y = Y, \quad (iv) \ X \setminus Y = \emptyset.$$

- b) Seien L, M, N, O vier Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden beiden Aussagen:

$$\begin{aligned} (L \times M) \cup (N \times O) &\subset (L \cup N) \times (M \cup O), \\ (L \times M) \cup (N \times O) &\supset (L \cup N) \times (M \cup O). \end{aligned}$$