



Institute of Mathematics and Image Computing

Jan Modersitzki, Caterina Rust

MA1000: Lineare Algebra und Diskrete Strukturen 1

Übungsblatt 5

Abgabe: Donnerstag, 21.11.2019, 14:15 Uhr

Bitte beachten Sie, dass der erste zulassungsrelevante E-Test nur noch bis Sonntag, den 17.11.2019, 23:59 Uhr, auf der Plattform Lon-Capa freigeschaltet ist.

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gegeben ist die Menge $M = \{1, 2, 3\}$. Prüfen Sie, welche der folgenden in M definierten Relationen *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv* oder *antisymmetrisch* sind. Begründen Sie Ihre Behauptung jeweils kurz (ca. ein Satz).

$$\begin{aligned} R &:= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 3)\}, & \emptyset &:= \text{leere Relation}, \\ S &:= \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}, & M \times M &:= \text{universelle Relation}, \\ T &:= \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben ist die Menge $N := \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ sowie die Relation

$$R := \{((x_1, x_2), (y_1, y_2)) \in N \times N : \exists \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : (x_1, x_2) = (\lambda y_1, \lambda y_2)\} \subset N \times N.$$

Überprüfen Sie R auf Reflexivität, Symmetrie, Transitivität sowie Antisymmetrie.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Es seien $M := \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und

$$S := \{((n_1, n_2), (m_1, m_2)) \in M \times M : n_1 + m_2 = n_2 + m_1\} \subset M \times M.$$

- Zeigen Sie, dass S eine Äquivalenzrelation in M ist.
- Auf den Äquivalenzklassen von S definieren wir eine Addition und eine Multiplikation:

$$\begin{aligned} \oplus : M \times M &\rightarrow M, [(n_1, n_2)]_S \oplus [(m_1, m_2)]_S := [(n_1 + m_1, n_2 + m_2)]_S, \\ \odot : M \times M &\rightarrow M, [(n_1, n_2)]_S \odot [(m_1, m_2)]_S := [(n_1 m_1 + n_2 m_2, n_1 m_2 + n_2 m_1)]_S. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass die Verknüpfungen wohldefiniert sind, d.h. dass das Ergebnis unabhängig vom Repräsentanten ist.

- Mit welcher Ihnen bekannten Struktur lassen sich die Äquivalenzklassen mit den angegebenen Verknüpfungen identifizieren?