

$$\begin{array}{ccc|ccc}
 1 & 4 & -2 & 1 & z_1 & \\
 1 & 6 & -6 & 7 & z_2 & \\
 0 & 2 & 9 & t & z_3 & \\
 \hline
 1 & 4 & -2 & 1 & z_1 & \\
 0 & 2 & -4 & 6 & z_2 - z_1 & \\
 0 & 2 & 9 & t & z_3 & \\
 \hline
 1 & 4 & -2 & 1 & z_1 & \\
 0 & 2 & -4 & 6 & z_2 & \\
 0 & 0 & 9+4 & t-6 & z_3 - z_2 &
 \end{array}$$

$q, t \in \mathbb{R}$

keine Lösung: $\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & x \neq 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} q+4=0 \\ t-6 \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q = -4 \\ t \neq 6 \end{array}$

genau eine Lösung: $\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & x \neq 0 & y \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} q+4 \neq 0 \\ t-6 \text{ bel} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q \neq -4 \\ t \text{ bel} \end{array}$

mehrere Lösungen: $\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} q+4=0 \\ t-6=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q = -4 \\ t = 6 \end{array}$

keine Lösung: $L = \{ \} = \emptyset$

eine Lösung: $L = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right\}$

mehrere Lösungen: $L = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \right\}$

$$L = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$