Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$ bel. Matrizen.
z.z.: Ist x EV von A und von B, dann ist x auch EV von $A+B$.

Beweis:
Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$. Sei $x \in \mathbb{C}^n$ EV von A und B mit zugehörigen EW $\lambda_A \in \mathbb{C}$ und $\lambda_B \in \mathbb{C}$.

Wir wissen:
$Ax = \lambda_A x$ und $Bx = \lambda_B x$

Wollen zeigen
$(A+B)x = \mu x$

$$(A+B)x = Ax + Bx = \lambda_A x + \lambda_B x = \underbrace{(\lambda_A + \lambda_B)}_{\text{EW für } A+B} x$$

$\Rightarrow x$ ist EV von $A+B$ mit dem EW $\lambda_A + \lambda_B$. ∎

Sei $u \in \mathbb{R}^{n,1}$.
z.z.: Ist $A = uu^T$, so ist u EV von A.
Beweis:
Sei $u \in \mathbb{R}^n$ bel., sei $A = uu^T$.

Achtung:
uu^T = Matrix $\quad [\mathbb{R}^{n,1} \cdot \mathbb{R}^{1,n} = \mathbb{R}^{n,n}]$
$u^T u$ = Skalar/"Zahl" $\quad [\mathbb{R}^{1,n} \cdot \mathbb{R}^{n,1} = \mathbb{R}^{1,1}]$

Wollen zeigen:
$Au = \lambda u$ mit λ EW von A

$$Au = (uu^T)u \overset{\text{assoziativ}}{=} u\underbrace{(u^T u)}_{\text{"Zahl"}} = \underbrace{(u^T u)}_{\text{EW}} u$$

$\Rightarrow Au = (u^T u)u$, also ist u EV von A mit zugehörigen EW $(u^T u)$. ∎