Beweise:

1. Genau lesen!
2. Was ist gegeben?
3. Beweisart? Hin- und Rückrichtung, Widerspruchsbeweis, Gegenbeispiel

Eigenwertbeise:

$Av = \lambda v \Leftrightarrow Av - \lambda v = 0 \Leftrightarrow (A - \lambda E)v = 0$

$\det(A - \lambda E) = 0$

Sei $A \in \mathbb{K}^{n,n}$. z.z.: Ist v EV von A, so ist v EV von A^n.

Beweis:

Sei $A \in \mathbb{K}^{n,n}$. Sei $\lambda \in \mathbb{C}$ EW von A und $v \in \mathbb{C}^n$ der dazugehörige EV.

Es gilt: $Av = \lambda v$.

$A^n v = A^{n-1}(Av) = A^{n-1}\lambda v = \lambda A^{n-1} v = \dots$

$= \lambda^{n-1}(Av) = \lambda^n v.$

$\Rightarrow A^n v = \lambda^n v$

$\Rightarrow v$ ist EV für A^n. ■

Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$. z.z.: A und A^T haben die gleichen EW

Beweis:

Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ bel.

[Wollen haben: $\det(A - \lambda E) = \det(A^T - \lambda E)$
Es gilt: $\det(B) = \det(B^T)$ für alle $B \in \mathbb{R}^{n,n}$]

Sei $\lambda \in \mathbb{C}$ EW zu A.

Also gilt: $\det(A - \lambda E) = 0$

$0 = \det(A - \lambda E) = \det((A - \lambda E)^T) = \det(A^T - \underbrace{\lambda E^T}_{E^T = E})$

$= \det(A^T - \lambda E)$

$\Rightarrow A$ und A^T haben die gleichen EW. ■