Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 8: Zustandsraumdarstellung

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 8.1: Zustandsraumtransformation ([FrPE14] Aufg. 7.20)

Gegeben sei das System:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} x$$

a) Zeichnen Sie ein Blockdiagramm für die Anlage mit einem Integrator für jede Zustandsvariable.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion mit Hilfe von Matrixalgebra.

c) Transformieren Sie das Modell in eine der von Ihnen gewählten Normalform.

A 8.2: Zusammenhang zwischen Zustandraum und Übertragungsfunktion ([FrPE14] Aufg. 7.7)

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion nicht durch eine lineare Zustandsänderung verändert wird

A 8.3: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit gekoppelter Systeme ([Lunze14] Aufg. 3.6)

a) Untersuchen Sie, ob die Reihenschaltung und die Parallelschaltung zweier Integratoren vollständig steuerbar ist.

b) Gegeben ist die Parallelschaltung zweier Teilsysteme mit identischen dynamischen Eigenschaften. Ist das Gesamtsystem steuerbar bzw. beobachtbar?

A 8.4: Übertragungsfunktion nicht vollständig steuerbarer Systeme ([Lunze14] Aufg. 3.7)

Gegeben ist folgendes System:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x \end{cases}$$

a) Untersuchen Sie, ob das System Σ steuerbar und beobachtbar ist.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen des Systems.

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und vergleichen Sie die Ordnung der Übertragungsfunktion sowie deren Pole mit der Systemordnung bzw. den Eigenwerten der Systemmatrix.

A 8.5: Anwendungsaufgabe (freiwillig)

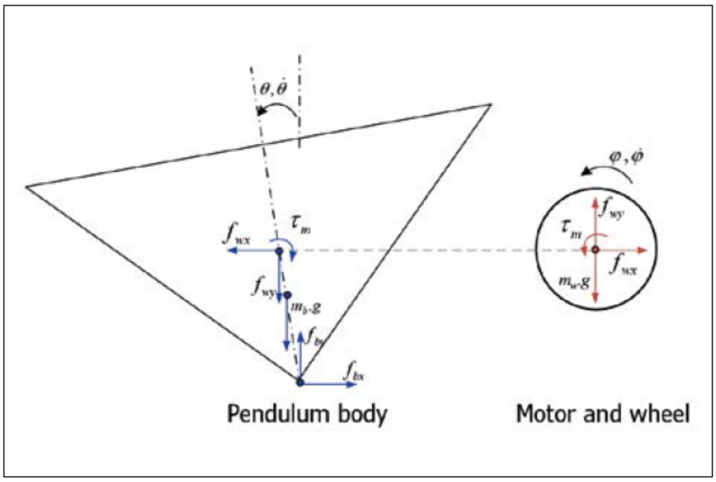

Abbildung 1: Freikörperbild des inversen Pendels und des Reaktionsrads

Das nichtlineare Modell, des aus der Übung bekannten iPendels (Abbildung 1), ist durch folgende differential Gleichung beschrieben:

$$\ddot{\theta} = \frac{M \cdot g \cdot \sin\theta - \tau_m}{I}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{(I + I_w) \cdot (\tau_m)}{I \cdot I_w} - \frac{M \cdot g \cdot \sin\theta}{I}$$

$$\text{mit} \quad M = m_b \cdot l_b + m_w \cdot l_w$$

$$\text{und} \quad I = I_b + m_b \cdot l_b^2 + m_w \cdot l_w^2$$

m_b	$= 138\,g$	... Masse des Pendels
m_w	$= 94\,g$	... Masse des Rades
I_b	$= 43\,mm$	... Trägheitsmoment des Pendel
I_w	$= 4,06\,mm$	... Trägheitsmoment des Rades
l_b	$= 9.85 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$	... Höhe des Schwerpunks des gesamten Pendels
l_w	$= 4.20 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$	... Höhe des Schwungrades über dem Boden

a) Stellen sie das linerarisierte Zustandsraummodell für das aufrecht balancierende Pendel auf. Der Zustandsvektor sei dabei $[\theta, \dot{\theta}, \dot{\varphi}]$ und τ_m als Eingangssignal. Die Motordrehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und Winkelposition θ stehen Ihnen als Messung zur Verfügung.

b) Untersuchen Sie die Stabilität des Systems in aufrechter Position.

c) Untersuchen Sie die Steuer- und Beobachtbarkeit des Systems.

d) Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Matlab. Verwenden Sie das im Moodle bereitgestellte Template.

e) Implementieren Sie das nichtlineare Modell in Matlab Simulink, in das im Moodle bereitgestellte Template.