Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

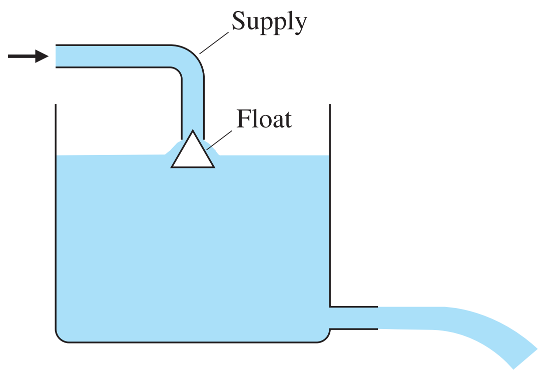
Übung 1: Einführung und Modellierung

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

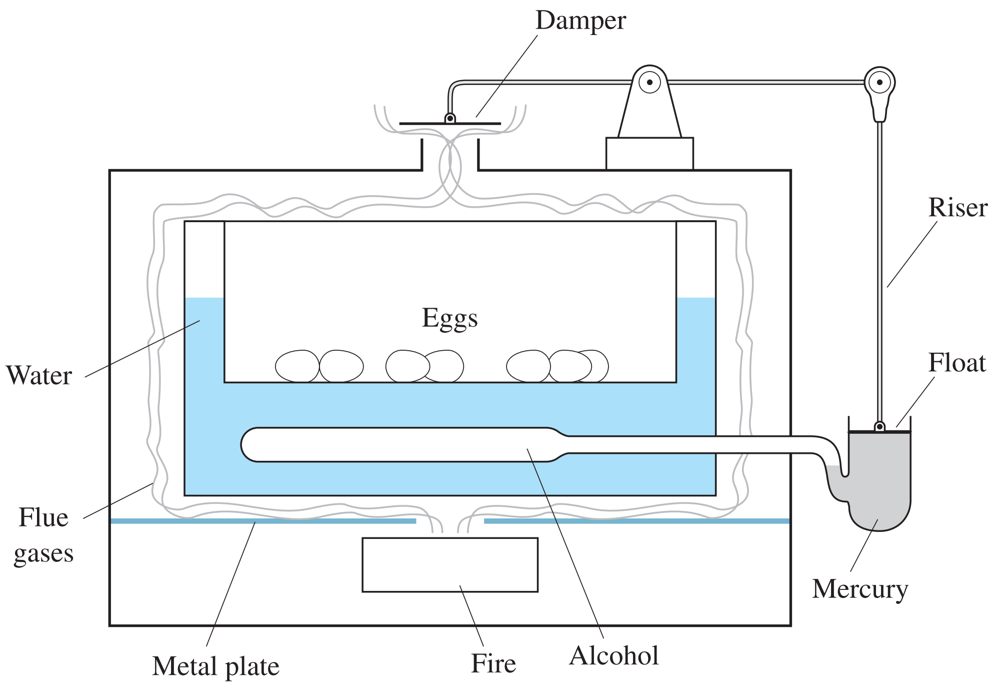
A 1.1: Blockdiagramme ([FrPE10] Aufg. 1.1)

Zeichnen Sie das Blockdiagramm für folgende Systeme, die in der Vorlesung besprochen wurden. Verteilen Sie die Systemdynamik auf die drei Hauptelemente eines Regelungssystems: Prozess, Mess- und Stelleinrichtung. Spezifizieren Sie die Eingangs- und Ausgangsgrössen der Blöcke, sowie das Referenz- und das Fehlersignal.

a. Füllstandregelung mit einem Schwimmventil



b. Drebbels Brutkasten



A 1.2: Bandgeschwindigkeit ([Lunz96] Aufg. 2.4)

Um Videocassetten in einem Recorder korrekt abspielen zu können, muss das Videoband mit konstanter Geschwindigkeit am Abspielkopf des Recorders vorbeigeführt werden. Überlegen Sie, warum dieses technische Problem nur mit Hilfe von Regelung gelöst werden kann.

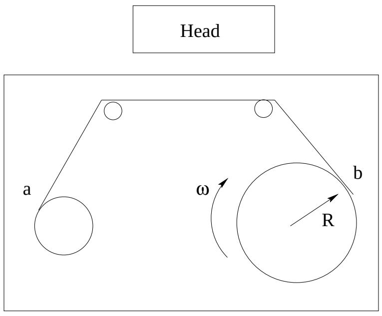


Abbildung 1 (zu A 1.2): Bandlauf in einem Videorekorder

A 1.3: Fahrzeug am Hang

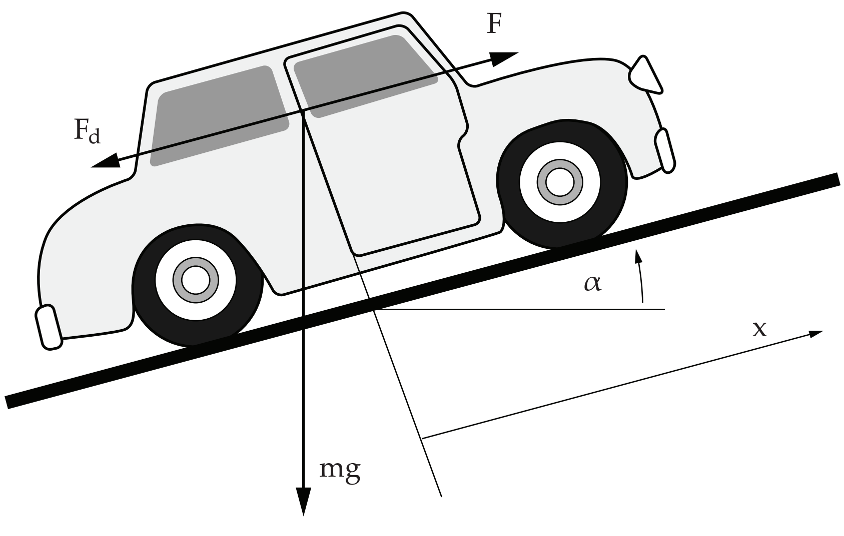


Abbildung 2 (zu A 1.3): Fahrzeug mit Tempomat am Hang

In dieser Aufgabe soll ein Geschwindigkeitsregler (Tempomat) eines Fahrzeugs betrachtet werden, welches einen Hang mit Steigungswinkel α hochfährt, siehe Abbildung 2. Für die Modellierung sollen die folgenden am Fahrzeug angreifenden Kräfte berücksichtigt werden:

- Motorkraft F, welche die Eingangsgrösse des Systems darstellt.
- Luftwiderstand F_d, dessen Betrag proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist: $F_d = c_d|\dot{x}|\dot{x}$.
- Gewichtskraft mg.

a) Stellen Sie das nichtlineare Modell dieses Systems auf.

b) Wie groß ist die benötigte Motorkraft F_0, um die Geschwindigkeit des Fahrzeugs bei einem gegebenen Winkel $\alpha = \alpha_0 \geq 0$ konstant bei $\dot{x} = \dot{x}_0 \geq 0$ zu halten?

c) Linearisieren Sie das System um den in Aufgabenteil b) berechneten Gleichgewichtspunkt und geben Sie eine Zustandsraumdarstellung der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + Bu$$

an, wobei als Eingang $u = F - F_0$ die Änderung der Motorkraft F um den Gleichgewichtspunkt F_0 gewählt werden soll.

d) Wie muss das linearisierte Modell aus Aufgabenteil c) erweitert werden, um den Winkel der Steigung als zusätzliche Störgrösse berücksichtigen zu können, d.h.:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + Bu + Ew\,,$$

wobei $w = \alpha - \alpha_0$ die Abweichung von dem oben betrachteten Winkel $\alpha = \alpha_0$ beschreibt. Geben Sie die Matrizen A, B und E dieses erweiterten Modells an.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 2: Modellierung Dynamischer Systeme

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 2.1: Modellierung ([FrPE14] Aufg. 2.19)

Das elektromechanische System in der folgenden Abbildung stellt ein vereinfachtes Modell eines kapazitiven Mikrophones dar. Dieses System besteht im Wesentlichen aus zwei Kondensatorplatten, von denen die Platte ‘a’ fest mit dem Mikrophongehäuse verbunden ist. Aufgenommene Töne führen zu einer Kraft $f_s(t)$, welche eine Bewegung der Platte ’b’ mit der Masse M zur Folge hat. Diese Bewegung wird durch den Dämpfer B und die Feder K gedämpft. Die Kapazität des elektrischen Teilsystems ist dabei eine Funktion des Plattenabstandes x, gegeben durch:

$$C(x) = \frac{\epsilon A}{x},$$

wobei ϵ die dielektrischen Eigenschaften des Materials zwischen den Platten beschreibt und A die Fläche der Platten angibt. Das elektrische Feld erzeugt eine Kraft

$$f_e = \frac{q^2}{2\epsilon A}$$

welche der Bewegung der beweglichen Platte entgegengesetzt ist. Dabei ist

$$q = C(x)U_C$$

und U_C beschreibt die Spannung über dem Kondensator.

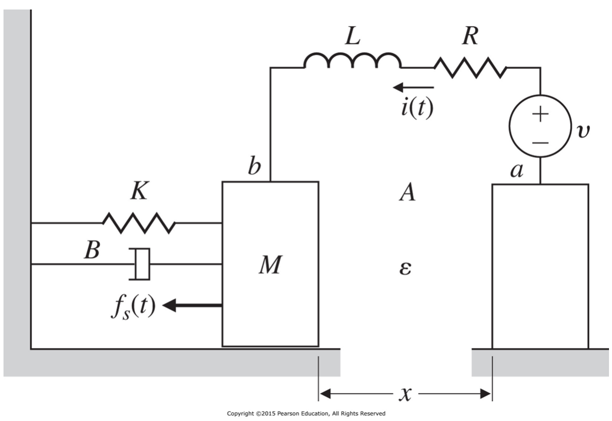


Abbildung 1 (zu A 2.1): Vereinfachtes Modell eines kapazitiven Mikrofons.

Stellen Sie die (nichtlinearen) Differentialgleichungen dieses Systems auf.

A 2.2: Wassertanks: Modellierung ([FrPE10] Aufg. 2.24)

Ein Laborexperiment (Abb. 2) sei aus zwei gekoppelten Wassertanks aufgebaut. Der Fluss in den ersten Tank, w_{in}, sei die Stellgrösse des Systems. Nehmen Sie an, die folgende Gleichung beschreibe den Wasserfluss w_{out} durch die gleich grossen Löcher an den Punkten A, B und C:

$$w_{out} = \frac{1}{R}\sqrt{p_1 - p_2} \tag{1}$$

wobei p_1 und p_2 die Drücke an den Enden des Pfades sind, entlang dessen das Fluid fliesst. Der Druck setzt sich aus dem Umgebungsdruck plus ggf. hydrostatischen Druck zusammen: $(p = \rho g h + p_a)$. R ist eine Konstante, die von der Art der Durchflussöffnung abghängt. Der Querschnitt beider Tanks sei jeweils $10/6\,\text{cm}^2$. Nehmen Sie für die Dichte von Wasser $\rho = 1\text{g/cm}^3$ und für die Erdbeschleunigung $g = 1000\text{cm/s}^2$ an.

a) Die Löcher A und C seien geöffnet, B sei geschlossen. Geben Sie die Zustandsraumdarstellung für die beiden Zustände h_1 und h_2 an. Nehmen Sie $h_3 = 20\text{cm}$ und $h_2 < h_3$ an. Für $h_2 = 10\text{cm}$ sei der steady state Ausfluss gleich 200 g/min. Bestimmen Sie den Wert der Konstante R.

b) Welche Werte nehmen die anderen Variablen im Arbeitspunkt bei $h_2 = 10\text{cm}$ ein?

c) Linearisieren Sie das Model um den Arbeitspunkt $h_1 = 30\text{cm}$ und $h_2 = 10\text{cm}$.

d) Wiederholen Sie Teile a) bis c) unter der Annahme, dass nun das Loch B geöffnet und Loch A geschlossen sei.

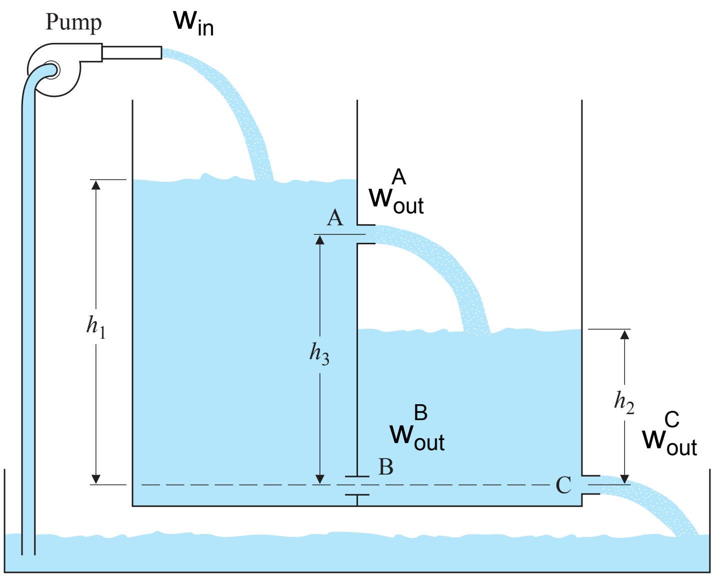


Abbildung 2 (zu A 2.2): Zwei-Tank-System

A 2.3: Impulsantwort ([Lu96] Aufg. 5.11)

Das in der Abbildung dargestellte RC-Glied kann durch das folgende Zustandsraummodell beschrieben werden:

$$\dot{x} = -\frac{1}{C_1(R_1+R_2)}x(t) + \frac{1}{C_1(R_1+R_2)}u(t),\ x(0) = 0$$
$$y(t) = \frac{R_1}{R_1+R_2}x(t) + \frac{R_2}{R_1+R_2}u(t).$$

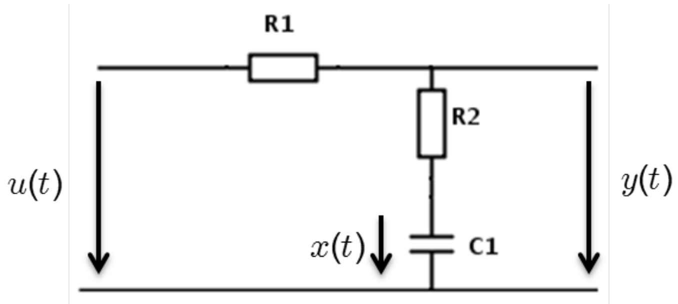
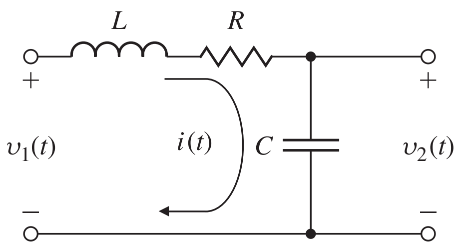


Abbildung 3 (zu A 2.3): RC-Glied

Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

A 2.4: Filter ([FrPE10] Aufg.3.12)

Betrachten Sie folgendes Filter:



a) Geben Sie die Differentialgleichung im Zeitbereich an, die $i(t)$ und $v_1(t)$ miteinander verknüpft.

b) Geben Sie die Differentialgleichung im Zeitbereich an, die $i(t)$ und $v_2(t)$ miteinander verknüpft.

c) Welche Ordnung hat das System?

d) Bestimmen Sie die Dämpfung ζ, sowie die Eigenkreisfrequenz ω_n der ungedämpften harmonischen Schwingung (in Abhängigkeit von R,L und C). *

f) Berechnen Sie den Wert R, für den $v_2(t)$ bei einem Einheitsschritt am Eingang $v_1(t)$ nicht mehr als 25 % überschwingt. $L = 10\,\text{mH}$ und $C = 4\,\mu\text{F}$.*

*Ggf. Wissen aus der Vorlesung "Das Dynamische Verhalten von Systemen" erforderlich

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 3: Laplace-Transformation und Blockdiagramme

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 3.1: Laplacetransformierte ([FrPE14] Aufg. 3.2-3.4)

Bestimmen Sie die Laplacetransformierte der folgenden Funktionen im Zeitbereich:

(a) $f_1(t) = 1 + 5t$

(b) $f_2(t) = t^3$

(c) $f_3(t) = f_2(3t+4) = (3t+4)^3$

(d) $f_4(t) = 4\sin(3t)$

(e) $f_5(t) = t + e^{-3t}\cos(5t)$

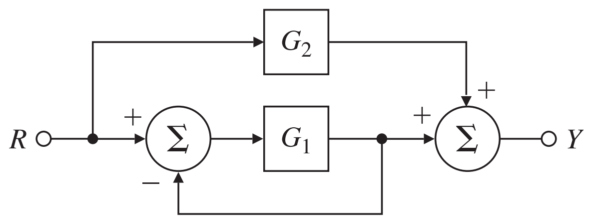
A 3.2: Inverse Laplacetransformierte ([FrPE14] Aufg. 3.7)

Bestimmen Sie die inverse Laplacetransformierte der folgenden Funktionen im Frequenzbereich:

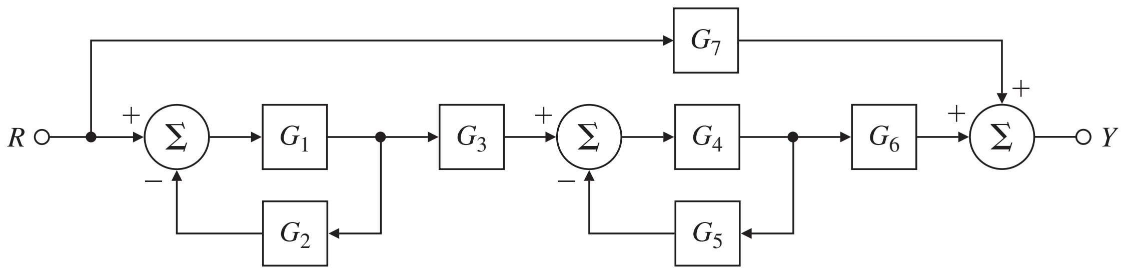
- $G_1(s) = \frac{1}{s(s+1)}$
- $G_2(s) = \frac{4s+5}{(s+1)^2(s+2)}$
- $G_3(s) = \frac{(3s+1)e^{-3s}}{(s-1)(s^2+1)}$

A 3.3: Blockdiagramme ([FrPE10] Aufg.3.21)

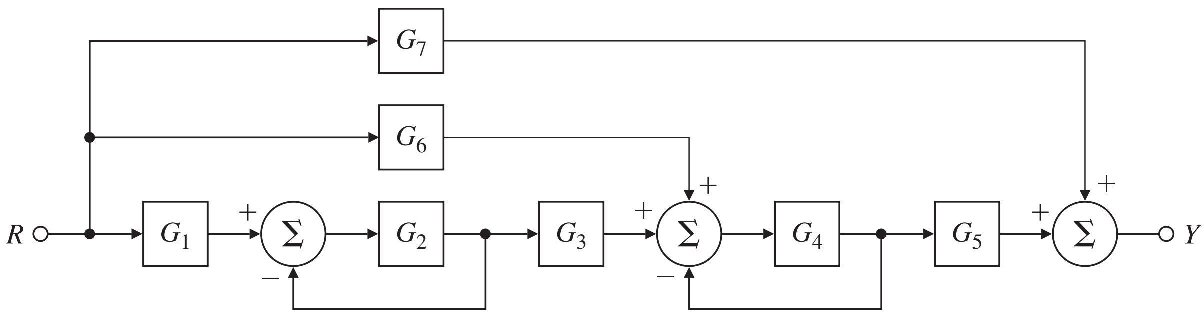
Finden Sie die Übertragungsfunktionen folgender Blockdiagramme:



(a)



(b)



(c)

Abbildung 1 (zu A 3.3): Blockdiagramme

A 3.4: Blockdiagrammalgebra ([FrPE10] Aufg.3.24)

Verwenden Sie Blockdiagrammalgebra, um für das System in Abb. 1 die Übertragungsfunktion von $R(s)$ nach $Y(s)$ zu bestimmen.

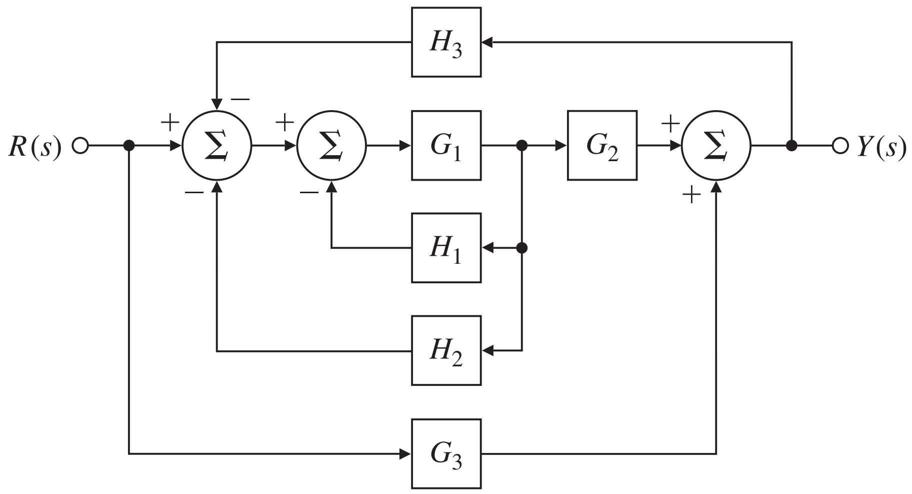


Abbildung 2 (zu A 3.4): Blockdiagramm

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 4: Der standard Regelkreis

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 4.1: Inverse Laplacetransformation

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion eines linearen Systems:

$$G(s) = \frac{1}{s+1}\,.$$

- Bestimmen Sie die Ordnung des Systems.
- Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems.
- Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems.

A 4.2: Blockdiagrammalgebra und Endwertsatz

Das System aus Aufgabe 1 soll nun mit einem Regler geregelt werden. Der geschlossene Kreis ist in der folgenden Abbildung dargestellt:

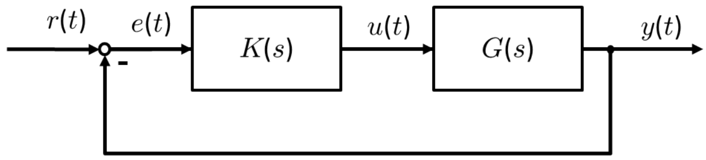


Abbildung 1 (zu A 4.2): Standardregelkreis

- Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, also vom Referenzsignal $r(t)$ zum Ausgangssignal $y(t)$ für allgemeines $K(s)$.
- Bestimmen Sie die Regelabweichung auf einen Einheitssprung für den Fall eines Proportionalreglers mit

$$K(s) = k_p = \text{const.}\,.$$

- Bestimmen Sie die Regelabweichung auf einen Einheitssprung für den Fall eines PI-Reglers

$$K(s) = k_p + k_i \cdot \frac{1}{s}\,.$$

A 4.3: Simulation dynamischer Systeme

Gegeben sei ein Masse-Feder-Dämpfer mit linearen Dämpfung b und nichtlinearen Feder:

$$F_{Feder}(x) = 2\sqrt{0.1x}.$$

Die Differntialgleichung für die Position des Masserkörpes beim wirken einer externen Kraft F ist beschrieben durch:

$$m\ddot{x} = F - b\dot{x} - F_{Feder}(x).$$

Diese System soll nun mit hilfe von Matlab simuliert werden.

(a) Visualisieren Sie die nicht-linearität der Federkraft. Benutzten Sie hierfür eine anonyme Matlab Funktion.

(b) Simulieren Sie das System für die Ausgangswerte $\dot{x} = 0$, $x = 0$, $F = 0.1$ mit dem Befehl *ode45* für 100 s. Formen Sie dafür die Differentialgleichung 2. Ordnung in ein System bestehend aus zwei Differntialgleichungen um.

(c) Bestimmen Sie die Ruhelage für das System für die Kraft $F = 0.1$. Linearisieren Sie die differentialgleichung um diesen Arbeitpunkt.

(d) Implementieren Sie das lineare State-Space model in Matlab unter Verwendung des Befehls *ss*.

(e) Bestimmen sie die Übertragungsfunktion des Systems in Matlab. Verwenden Sie dafür den Befehl *tf*.

(f) Simulieren Sie die Systemantwort der Übertagungsfunktion, des State-Space-Models und der nicht linearen Systems auf einen Einheitssprung in der extern angreifenden Kraft F. Gehen sie davon aus, dass sich das System in der oben bestimmte Ruhelage befindet.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 5: Der PI-Regler

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 5.1: Steuerung und Regelung in Matlab/Simulink

Für die Drehzahlregelung eines Gleichstrommotors (siehe S. 2-16/17) sei folgende Eingangs-/Ausgangsübertragungsfunktion gegeben:

$$G(s) = \frac{A}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \,.$$

Die Antwort dieses Systems auf ein externes Störmoment $d(t)$ sei:

$$G_d(s) = \frac{B}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \,.$$

Die Parameter seien dabei $\tau_1 = 1/60$, $\tau_2 = 1/600$, $A = 10$, $B = 50$.

1. Simulieren Sie die Antwort des Systems auf einen Einheitssprung am Eingang.
2. Simulieren Sie die Antwort des Systems auf ein externes Störmoment $d = -0.1$.
3. Bestimmen Sie eine Steuerung, sodass der statische Endwert bei einem Referenzsprung ohne bleibende Abweichung erreicht wird. Wie verändert sich das Verhalten des Systems auf externe Störmomente?
4. Entwerfen Sie nun einen P-Regler $K(s) = k_p$. Was passiert mit der statischen Regelabweichung bei Veränderung der Verstärkung? Was fällt Ihne noch auf, wenn Sie die Verstärkung verändern? Wie verändert sich das Verhalten des Systems auf externe Störmomente?
5. Nutzen Sie die Funktion `rlocus.m`, um sich den Verlauf der Pole ("Wurzelortskurve") bei veränderter Verstärkung darzustellen.
6. Wiederholen Sie nun die obigen Aufgaben mit einem I-Regler $K(s) = \frac{k_i}{s}$.
7. Kombinieren Sie einen P-Regler und einen I-Regler zu einem PI-Regler $K(s) = \frac{k_i}{s} + k_p$ und stellen Sie diesen geeignet ein, sodass das Überschwingen kleiner als 25% ist und die 1%-Ausregelzeit $t_{1\%} \leq 0.06$. (Signal ist spätestens ab diesem Zeitpunkt in einem Schlauch von $\pm 1\%$ um den vorgegebenen Referenzwert).
8. Starten Sie das Matlab Tool `sisotool.m` und untersuchen Sie den Effekt zusätzlicher Pol-/ und Nullstellen.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 6: Bode- und Nyquist-Diagramme

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 6.1: Einführung Bode- und Nyquist-Diagramme

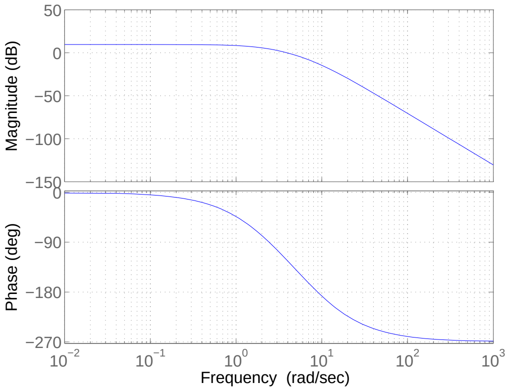
a) Tabelle 1 zeigt die Bode-Diagramme vier verschiedener Übertragungsfunktionen.

i) Ein System beinhaltet eine reine Zeitverzögerung. Um welches handelt es sich, und wie gross ist in etwa die Verzögerungsdauer?

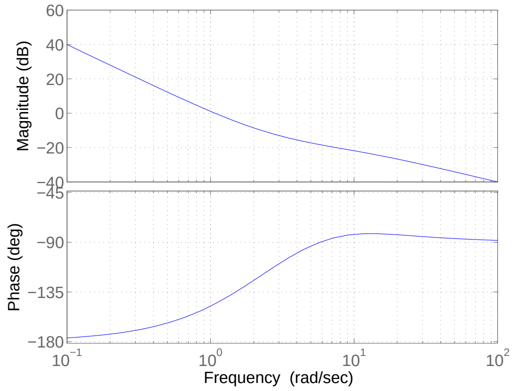
ii) Für die anderen drei Systeme, bestimmen Sie jeweils den relativen Grad (Pol-Nulstellen-Überschuss) sowie die Anzahl der Integratoren.

iii) Nehmen Sie an, dass keines der Systeme Pole in der rechten Halbebene besitzt. Welche der vier Systeme sind minimalphasig?

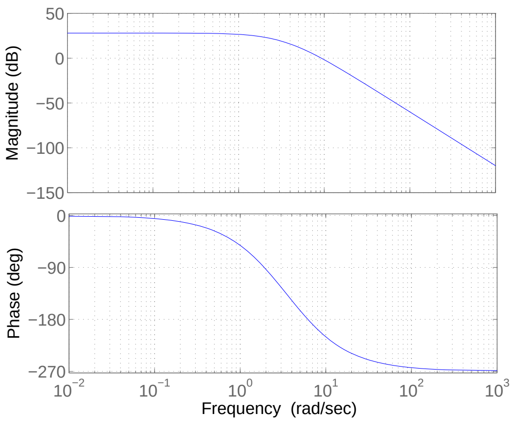
b) Ordnen Sie jedem System aus Teilaufgabe a) die entsprechende Nyquist-Kurve aus Tabelle 2 zu.



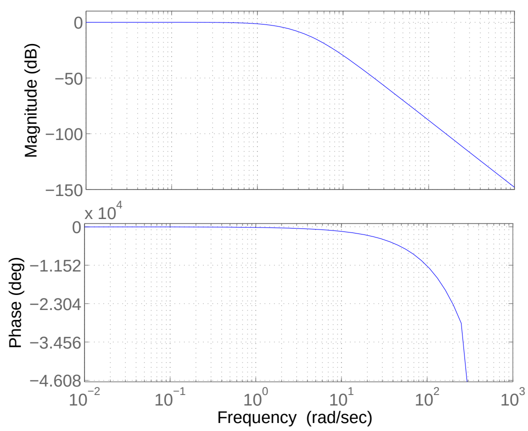
1



2

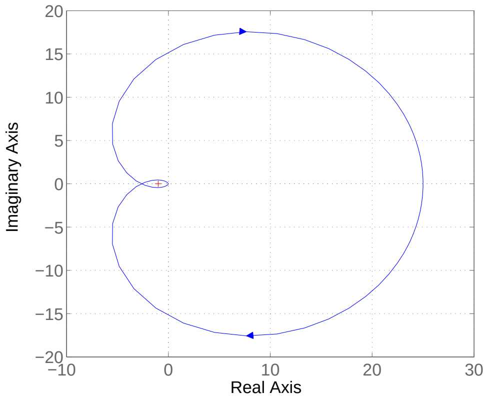


3

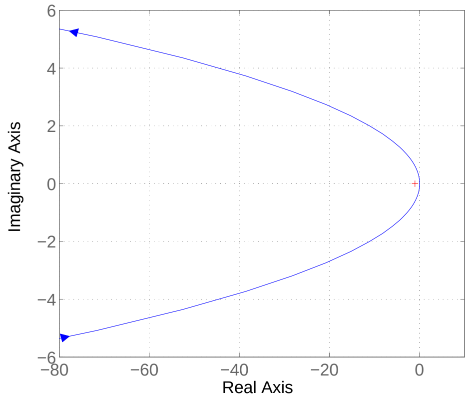


4

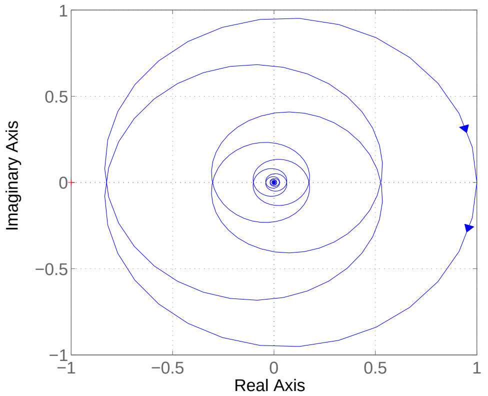
Tabelle 1 (zu A 6.1): Bode-Diagramme



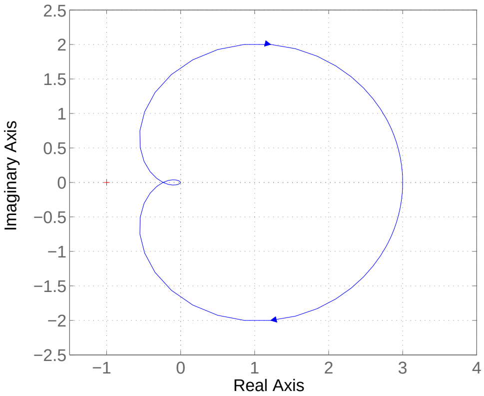
A



B



C



D

Tabelle 2 (zu A 6.1): Nyquist-Kurven

A 6.2: Übertragungsfunktionen aus Nyquist-Kurven [FrPE94 Aufg. 6.22]

Bestimmen Sie für alle Nyquist-Kurven in Abbildung 1:

- die minimale Anzahl Pole der offenen Strecke n,
- die minimale Anzahl Nullstellen m,
- den relativen Grad $n - m$,
- eine Pol-Nullstellen-Verteilung in der s-Ebene, die einen solchen Frequenzgang ergeben könnte.

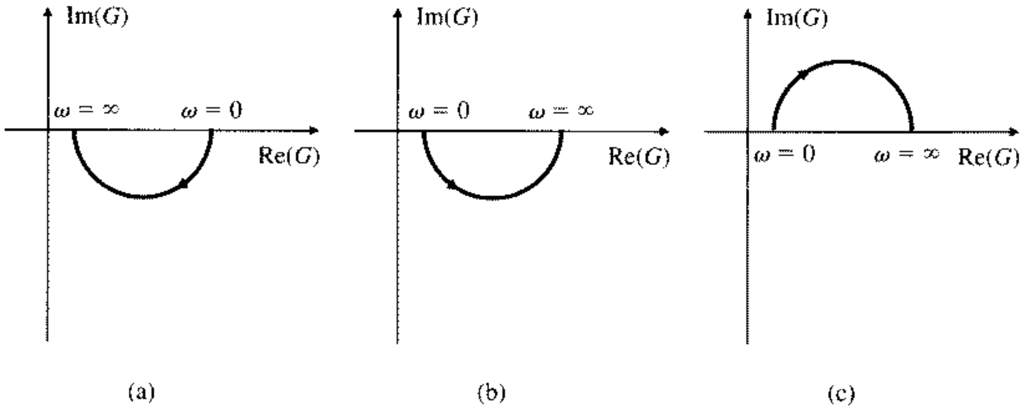


Abbildung 1 (zu A 6.2): Nyquist-Kurven

A 6.3: Skizzierung Bode-Diagramme [FrPE10 Aufg. 6.3]

Skizzieren Sie die Bode-Diagramme der folgenden Systeme zuerst von Hand, unter Verwendung der Standardelemente aus der Vorlesung.

a) $G(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s+10)(s^2+5s+2500)}$

b) $G(s) = \dfrac{10(s+4)}{s(s+1)(s^2+2s+5)}$

c) $G(s) = \dfrac{(s+5)(s+3)}{s(s+1)(s^2+s+4)}$

d) $G(s) = \dfrac{100}{s(1+0.1s)(1+0.5s)}$

e) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(1+0.02s)}$

Verifizieren Sie anschliessend Ihre Skizzen mit dem Befehl `bode` von MATLAB.

A 6.4: Skizzierung Nyquist Kurven [FrPE10 Aufg. 6.18]

Skizzieren Sie die Nyquist-Kurven der folgenden Systeme zuerst von Hand, unter Verwendung der Methoden aus der Vorlesung.

a) $G(s) = \dfrac{(s+2)}{s+10}$

b) $G(s) = \dfrac{1}{(s+10)(s+2)^2}$

Verifizieren Sie anschliessend Ihre Skizzen mit dem Befehl `nyquist` von MATLAB.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 7: Matlab-Übung zum Nyquist-Kriterium/Reglerentwurf

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 7.1: Stabilitätsuntersuchung des geschlossenen Kreises

Untersuchen Sie die Stabilität eines mittels P-Reglers geschlossenen Kreises anhand des Nyquistkriteriums und geben sie alle Werte der Verstärkung k_p an, die zu einem stabilen Regelkreis führen. Die betrachteten Übertragungsfunktionen des offenen Kreises lauten:

a) $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$

b) $G(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s+2)}$

c) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+2)}$

d) $G(s) = \dfrac{1}{(s-1)(s+2)}$

e) $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s-2)}$

f) $G(s) = \dfrac{1}{s(s-1)(s+2)}$

g) $G(s) = \dfrac{(s+2)}{s(s-1)}$

Achten Sie ggf. auch auf die besondere Behandlung von Nullstellen auf der imaginären Achse!

A 7.2: Frequenzgang wichtiger Übertragungsfunktionen

Betrachten Sie die Bodediagramm der folgenden Übertragungsfunktionen, welchen als Regler eine besondere Bedeutung zukommt. Überlegen Sie, welche Eigenschaften des Frequenzgangs für einen Regler üblicherweise nützlich und welche ggf. schädlich sein können.

1. P-Regler $K(s) = k_p$
2. PI-Regler $K(s) = k_p \left(1 + \dfrac{1}{T_i s}\right)$
3. PD-Regler $K(s) = k_p (1 + T_d s)$
4. PID-Regler $K(s) = k_p (1 + T_i s + T_d s)$
5. LEAD-Regler $K(s) = \dfrac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$, mit $\alpha < 1$
6. LAG-Regler $K(s) = \dfrac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$, mit $\alpha > 1$

A 7.3: Reglerentwurf im Frequenzbereich(Matlabübung)

Laden Sie sich die Datei `G_heim.p` von der Moodle-Seite herunter und führen Sie die Funktion in Matlab durch Eingabe von `G_heim(K)` aus, wobei `K` der von Ihnen gewählte Regler ist. Auf dem Bildschirm entsteht ein Bodediagramm eines unbekannten Systems, dass nun mit Hilfe eines dynamischen Reglers $K(s)$ geregelt werden soll. Das Bodediagramm ist außerdem in Abb. 1 dargestellt.

1. Wie muss die statische Verstärkung der offenen Kette verändert werden, so dass der geschlossene Kreis eine bleibende Regelabweichung von unter 5% als Antwort auf einen Einheitssprung besitzt? Bestimmen Sie hieraus $K(0)$.
2. Bestimmen Sie nun einen dynamischen Regler, so dass die Phasenreserve mindestens 60° beträgt. (Die Phasenreserve ist für stabile offene Kreise definiert, als der Abstand der Phase bei der Durchtritts- oder CrossOver-Frequenz und 180°.)
3. Was passiert mit Ihrem Regelkreis, wenn die bleibende Regelabweichung statt mit dem Wert $K(0)$ aus Aufgabenteil a) mit Hilfe eines zusätzlichen I-Anteils in Ihrem Regler reduziert wird?

A 7.4: Reglerentwurf im Frequenzbereich 2 (Matlabübung)

Gegeben ist das Bodediagramm aus Abb. 2 für das ansonsten unbekannte System $G(s)$. Das System soll mit Hilfe eines dynamischen Reglers $K(s)$ geregelt werden.

1. Bestimmen Sie die Anzahl n der Integratoren des Systems und bestimmen Sie dann die statische Verstärkung des Systems $G'(s) = s^n G(s)$, d.h. des Teilsystems ohne Integratoren.
2. Wie muss die statische Verstärkung der offenen Kette verändert werden, so dass der geschlossene Kreis eine bleibende Regelabweichung von unter 2% als Antwort auf eine Einheitsrampe besitzt? Bestimmen Sie hieraus $K(0)$.
3. Analysieren Sie die resultierende Bandbreite und Phasenreserve des geschlossenen Regelkreises mit der von Ihnen bestimmten Verstärkung im Vergleich zu einer Verstärkung von $K(s) = 1$.
4. Bestimmen Sie nun einen Phase-Lag Kompensator, so dass die Phasenreserve mindestens 60° beträgt. Die Bandbreite des geschlossenen Regelkreises soll im Vergleich zur Regelung mit $K(s) = 1$ nicht verändert werden.

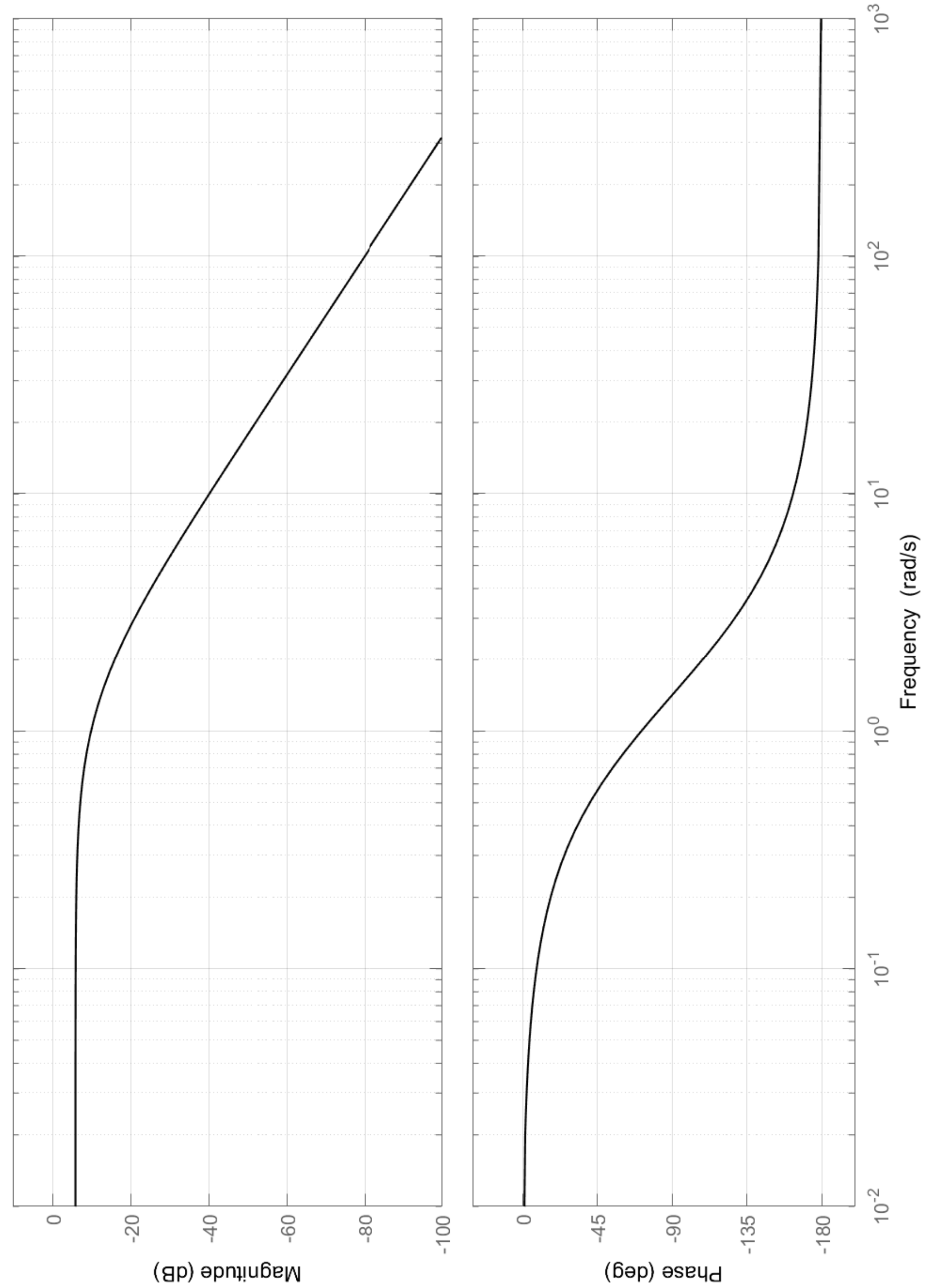


Abbildung 1: Bodediagramm eines unbekannten Systems $G(s)$

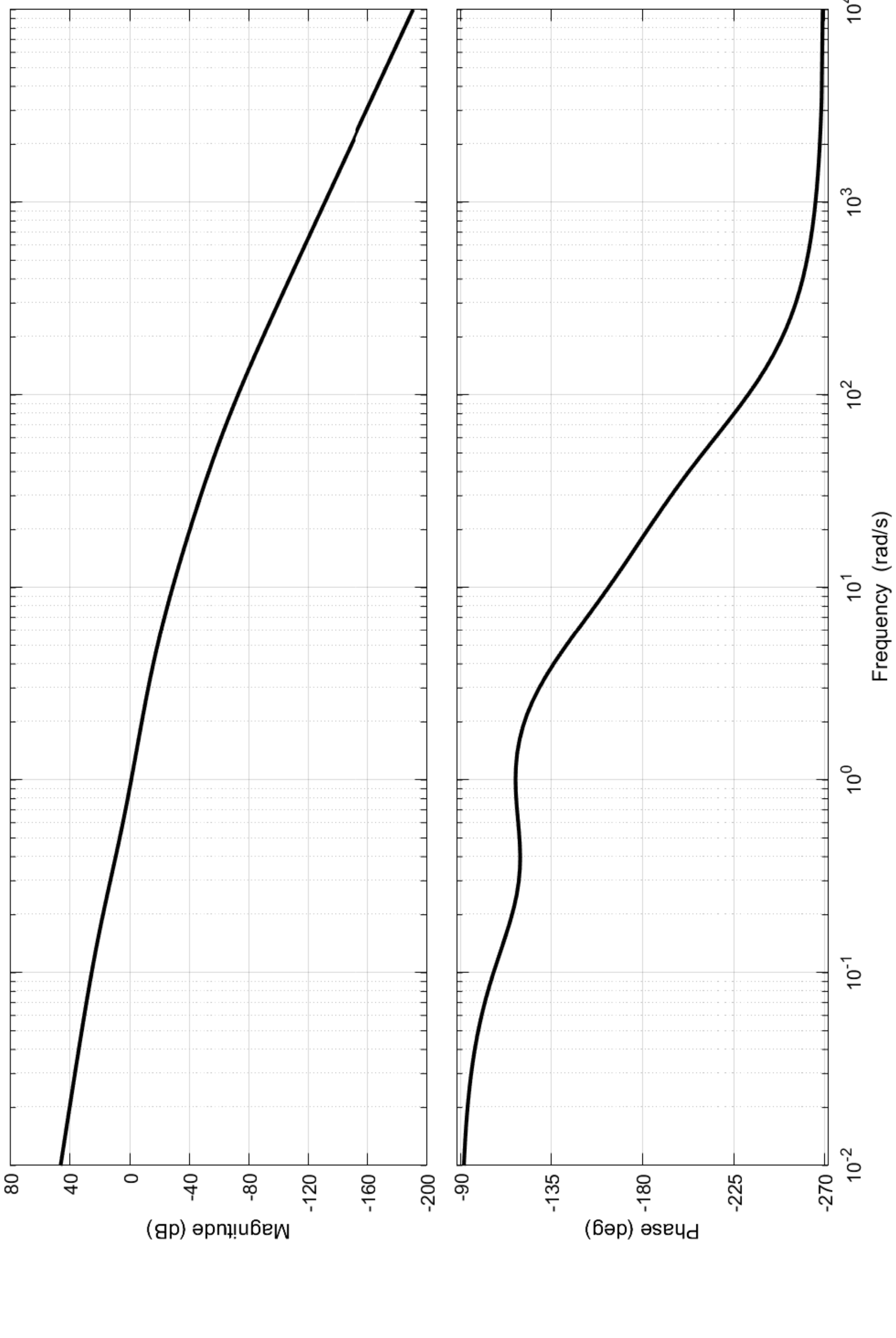


Abbildung 2: Bodediagramm eines unbekannten Systems $G(s)$

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 8: Zustandsraumdarstellung

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 8.1: Zustandsraumtransformation ([FrPE14] Aufg. 7.20)

Gegeben sei das System:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

a) Zeichnen Sie ein Blockdiagramm für die Anlage mit einem Integrator für jede Zustandsvariable.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion mit Hilfe von Matrixalgebra.

c) Transformieren Sie das Modell in eine der von Ihnen gewählten Normalform.

A 8.2: Zusammenhang zwischen Zustandraum und Übertragungsfunktion ([FrPE14] Aufg. 7.7)

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion nicht durch eine lineare Zustandsänderung verändert wird

A 8.3: Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit gekoppelter Systeme ([Lunze14] Aufg. 3.6)

a) Untersuchen Sie, ob die Reihenschaltung und die Parallelschaltung zweier Integratoren vollständig steuerbar ist.

b) Gegeben ist die Parallelschaltung zweier Teilsysteme mit identischen dynamischen Eigenschaften. Ist das Gesamtsystem steuerbar bzw. beobachtbar?

A 8.4: Übertragungsfunktion nicht vollständig steuerbarer Systeme ([Lunze14] Aufg. 3.7)

Gegeben ist folgendes System:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x \end{cases}$$

a) Untersuchen Sie, ob das System Σ steuerbar und beobachtbar ist.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen des Systems.

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und vergleichen Sie die Ordnung der Übertragungsfunktion sowie deren Pole mit der Systemordnung bzw. den Eigenwerten der Systemmatrix.

A 8.5: Anwendungsaufgabe (freiwillig)

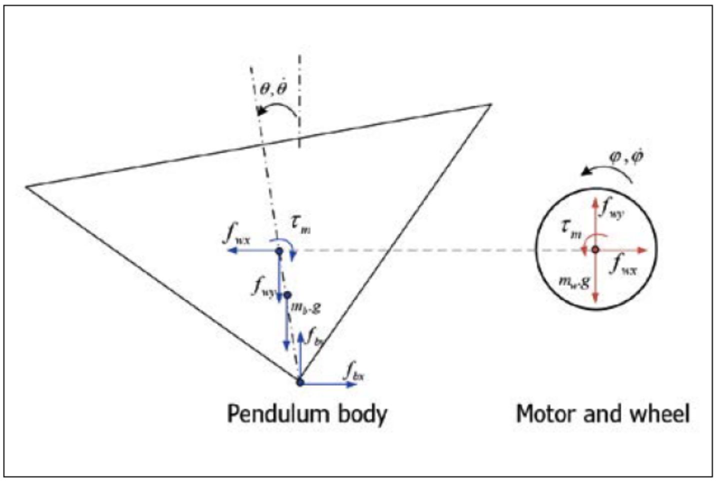


Abbildung 1: Freikörperbild des inversen Pendels und des Reaktionsrads

Das nichtlineare Modell, des aus der Übung bekannten iPendels (Abbildung 1), ist durch folgende differential Gleichung beschrieben:

$$\ddot{\theta} = \frac{M \cdot g \cdot \sin\theta - \tau_m}{I}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{(I + I_w) \cdot (\tau_m)}{I \cdot I_w} - \frac{M \cdot g \cdot \sin\theta}{I}$$

$$\text{mit} \quad M = m_b \cdot l_b + m_w \cdot l_w$$

$$\text{und} \quad I = I_b + m_b \cdot l_b^2 + m_w \cdot l_w^2$$

m_b	$= 138\,g$	... Masse des Pendels
m_w	$= 94\,g$	... Masse des Rades
I_b	$= 43\,mm$	... Trägheitsmoment des Pendel
I_w	$= 4,06\,mm$	... Trägheitsmoment des Rades
l_b	$= 9.85 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$	... Höhe des Schwerpunks des gesamten Pendels
l_w	$= 4.20 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$	... Höhe des Schwungrades über dem Boden

a) Stellen sie das linerarisierte Zustandsraummodell für das aufrecht balancierende Pendel auf. Der Zustandsvektor sei dabei $[\theta, \dot{\theta}, \dot{\varphi}]$ und τ_m als Eingangssignal. Die Motordrehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und Winkelposition θ stehen Ihnen als Messung zur Verfügung.

b) Untersuchen Sie die Stabilität des Systems in aufrechter Position.

c) Untersuchen Sie die Steuer- und Beobachtbarkeit des Systems.

d) Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Matlab. Verwenden Sie das im Moodle bereitgestellte Template.

e) Implementieren Sie das nichtlineare Modell in Matlab Simulink, in das im Moodle bereitgestellte Template.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 9: Regelung im Zustandsraum

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 9.1: Zustandsrückführung

Für das linearisierte Modell des iPendel-Körpers, gegeben durch:

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \ddot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1.0000\\ 140.4927 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\theta\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ -979.1992\end{bmatrix} \cdot \tau$$
$$y = \theta,$$

soll ein Regler entworfen werden, welcher das System in aufrechter Position stabilisiert. Weiterhin soll der geschlossene Regelkreis folgende Anforderungen erfüllen:

- Überschwingen von maximal 5 %
- Anstiegszeit von unter 0.5 s
- Ausregelzeit von unter 2 s

Gehen Sie für Aufgabe a) - c) davon aus, dass Ihnen der Gesamtzustand des Systems bekannt ist.

a) Bestimmen Sie die Region in der komplexen Ebene, in welcher sich die Pole des geschlossenen Kreises befinden dürfen, damit die gestellten Anforderungen erfüllt werden.

b) Berechnen Sie einen Regler für ein von Ihnen gewähltes Polpaar, welches die Anforderung erfüllt. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis in Matlab mithilfe des bereitgestellten Templates.

c) Untersuchen Sie, mithilfe des Simulink-Modells, den Regelungsaufwand für das System, wenn Sie die Polstellen des geschlossenen Kreises verschieben.

d) Entwerfen Sie einen Zustandsbeobachter, der es Ihnen ermöglich das System anhand seines Ausgangs zu regeln.

A 9.2: Sollwertfolge

Das iPendel soll nun nicht nur in aufrechter Position stabilisiert werden, sondern einen Winkel ansteuern, der durch eine Referenz vorgegeben ist.

a) Erweitern Sie das Simulink Model so, dass es möglich ist eine Referenz für den Winkel des Systems vorzugeben. Nutzen Sie als Referenz einen Sprung auf 15° nach 2 s.

b) Wie verändert sich die Sollwertfolge des Systems, wenn nach 5 s eine sprungförmige Störung auf das System wirkt. Passen Sie die Simulation dahingehend an, dass dem Sollwert trotz Störung exakt gefolgt werden kann.

c) Wäre es möglich, das physikalische System in einem beliebigen Winkel zu stabilisieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

A 9.3: Linearquadratische Regelung

a) Enwerfen Sie einen linearquadratischen Regler für das iPendel.

b) Untersuchen Sie den Effekt auf die Performance und den Regleraufwand wenn Sie die Tuningparameter verändern.

c) Untersuchen Sie wie sich die Pollage des geschlossenen Kreises verändert, wenn Sie die Tuningparameter variieren.

Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 10: H_∞-Norm optimale Regelung

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 10.1: H_∞-Norm optimale Regelung

Für das linearisierte Modell des gesamten iPendels, gegeben durch:

$$\begin{bmatrix}\dot\theta\\ \ddot\theta\\ \ddot\varphi\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1.0000 & 0\\ 140.4927 & 0 & 0\\ -140.4927 & 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\theta\\ \dot\theta\\ \dot\varphi\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ -979.19\\ 24788.72\end{bmatrix}\cdot\tau$$

$$y = \begin{bmatrix}\theta\\ \dot\varphi\end{bmatrix},$$

soll mit der H_∞-Norm Synthese ein Regler entworfen werden, welcher das System in aufrechter Position stabilisiert und erreicht, dass das System einem Sollwert für die Motordrehgeschwindigkeit folgt. Es gelten dabei folgende Anforderungen:

- Der Fehler für die Sollwertfolge soll maximal 1 % betragen.
- Die minimal Bandbreite des geschlossenen Regelkreis soll für den Winkel 1 rad/s und die Motordrehgeschwindigkeit 0.1 rad/s sein.
- Der maximale Regelaufwand soll für alle Versuche geringer als 255 mNm sein.

Dafür steht Ihnen im Moodle ein Template zur Verfügung, in dem das mit Unsicherheiten behaftete linearisierte Modell bereits implementiert ist.

a) Untersuchen Sie die Singulärwerte des nominellen (ohne Unsicherheiten) und des Unsicherheitbehafteten Modells in Matlab mit Hilfe der Matlab Funktion `sigma()`.

b) Entwerfen Sie für die gegebenen Anforderungen die Gewichtungsfilter. Nutzten Sie dafür die Matlab Funktion `makeweight()`.

c) Modellieren Sie in Simulink die verallgemeinerte Regelstrecke für das System und die gewählten Gewichtungsfilter.

d) Synthetisieren Sie einen Regler für das gegebene nominelle System mit Hilfe der Matlab Funktionen `linmod()`, `ss()` und `hinfsyn()` und implementieren Sie den Regler in das Simulink-Modell.

e) Untersuchen Sie das Verhalten des Systems Anhand der Singulärwerte der Sensitivität und der Reglersensitivität des geschlossenen Regelkreises, sowie der Simulation mit dem Simulink Modell. Wie verändert sich das Systemverhalten beim Auftreten einer externen Eingangsstörung? Wie kann die verallgemeinerte Regelstrecke erweitert werden, um eine bessere Störgrößenunterdrückung zu erreichen?

f) Untersuchen Sie mit Hilfe der Matlab Funktionen `lftdata()`, `linmod()`, `lft()`, `hinfnorm()` und `ss()`, ob der synthetisierte Regler gegen die modellierten Parameterunsicherheiten robust ist.