Übungsaufgaben zur Vorlesung Regelungssysteme – Sommersemester 2021

Übung 2: Modellierung Dynamischer Systeme

Prof. Dr. Philipp Rostalski
Institut für Medizinische Elektrotechnik
Universität zu Lübeck

A 2.1: Modellierung ([FrPE14] Aufg. 2.19)

Das elektromechanische System in der folgenden Abbildung stellt ein vereinfachtes Modell eines kapazitiven Mikrophones dar. Dieses System besteht im Wesentlichen aus zwei Kondensatorplatten, von denen die Platte ‘a’ fest mit dem Mikrophongehäuse verbunden ist. Aufgenommene Töne führen zu einer Kraft $f_s(t)$, welche eine Bewegung der Platte ’b’ mit der Masse M zur Folge hat. Diese Bewegung wird durch den Dämpfer B und die Feder K gedämpft. Die Kapazität des elektrischen Teilsystems ist dabei eine Funktion des Plattenabstandes x, gegeben durch:

$$C(x) = \frac{\epsilon A}{x},$$

wobei ϵ die dielektrischen Eigenschaften des Materials zwischen den Platten beschreibt und A die Fläche der Platten angibt. Das elektrische Feld erzeugt eine Kraft

$$f_e = \frac{q^2}{2\epsilon A}$$

welche der Bewegung der beweglichen Platte entgegengesetzt ist. Dabei ist

$$q = C(x)U_C$$

und U_C beschreibt die Spannung über dem Kondensator.

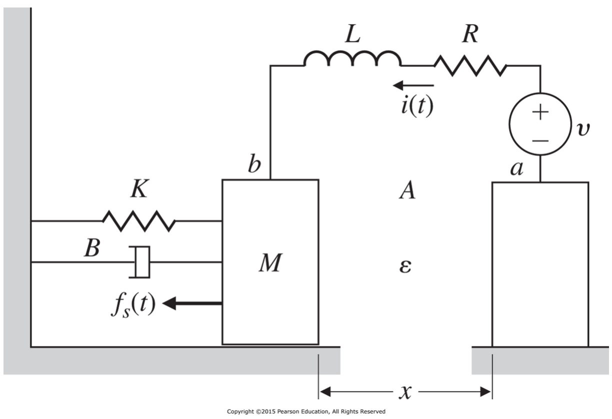


Abbildung 1 (zu A 2.1): Vereinfachtes Modell eines kapazitiven Mikrofons.

Stellen Sie die (nichtlinearen) Differentialgleichungen dieses Systems auf.

A 2.2: Wassertanks: Modellierung ([FrPE10] Aufg. 2.24)

Ein Laborexperiment (Abb. 2) sei aus zwei gekoppelten Wassertanks aufgebaut. Der Fluss in den ersten Tank, w_{in}, sei die Stellgrösse des Systems. Nehmen Sie an, die folgende Gleichung beschreibe den Wasserfluss w_{out} durch die gleich grossen Löcher an den Punkten A, B und C:

$$w_{out} = \frac{1}{R}\sqrt{p_1 - p_2} \tag{1}$$

wobei p_1 und p_2 die Drücke an den Enden des Pfades sind, entlang dessen das Fluid fliesst. Der Druck setzt sich aus dem Umgebungsdruck plus ggf. hydrostatischen Druck zusammen: $(p = \rho g h + p_a)$. R ist eine Konstante, die von der Art der Durchflussöffnung abghängt. Der Querschnitt beider Tanks sei jeweils $10/6\,\text{cm}^2$. Nehmen Sie für die Dichte von Wasser $\rho = 1\text{g/cm}^3$ und für die Erdbeschleunigung $g = 1000\text{cm/s}^2$ an.

a) Die Löcher A und C seien geöffnet, B sei geschlossen. Geben Sie die Zustandsraumdarstellung für die beiden Zustände h_1 und h_2 an. Nehmen Sie $h_3 = 20\text{cm}$ und $h_2 < h_3$ an. Für $h_2 = 10\text{cm}$ sei der steady state Ausfluss gleich 200 g/min. Bestimmen Sie den Wert der Konstante R.

b) Welche Werte nehmen die anderen Variablen im Arbeitspunkt bei $h_2 = 10\text{cm}$ ein?

c) Linearisieren Sie das Model um den Arbeitspunkt $h_1 = 30\text{cm}$ und $h_2 = 10\text{cm}$.

d) Wiederholen Sie Teile a) bis c) unter der Annahme, dass nun das Loch B geöffnet und Loch A geschlossen sei.

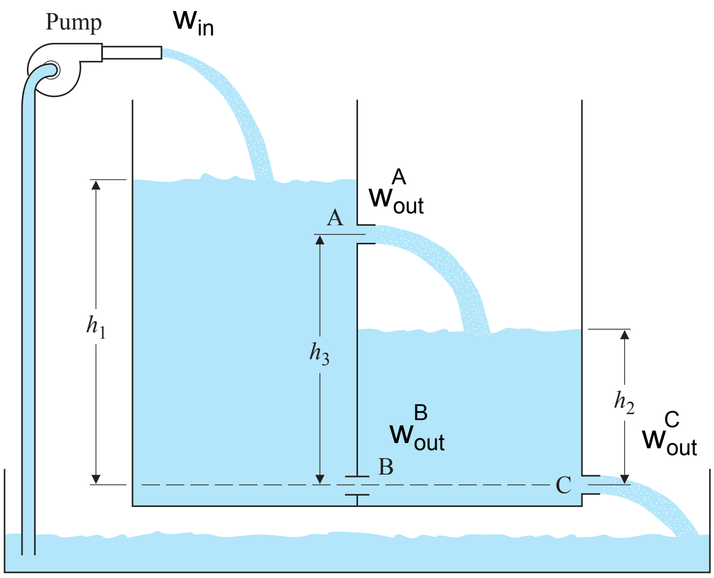


Abbildung 2 (zu A 2.2): Zwei-Tank-System

A 2.3: Impulsantwort ([Lu96] Aufg. 5.11)

Das in der Abbildung dargestellte RC-Glied kann durch das folgende Zustandsraummodell beschrieben werden:

$$\dot{x} = -\frac{1}{C_1(R_1+R_2)}x(t) + \frac{1}{C_1(R_1+R_2)}u(t),\ x(0)=0$$
$$y(t) = \frac{R_1}{R_1+R_2}x(t) + \frac{R_2}{R_1+R_2}u(t).$$

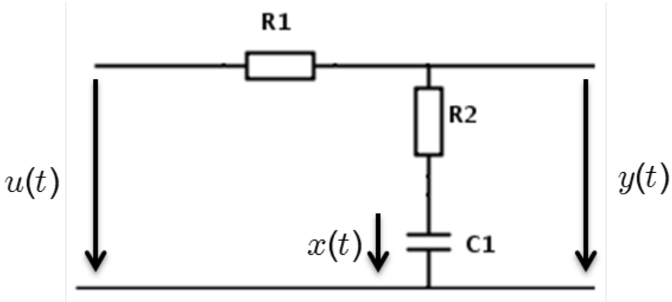
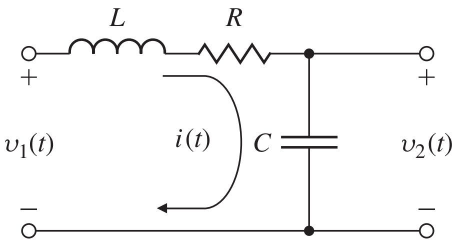


Abbildung 3 (zu A 2.3): RC-Glied

Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

A 2.4: Filter ([FrPE10] Aufg.3.12)

Betrachten Sie folgendes Filter:



a) Geben Sie die Differentialgleichung im Zeitbereich an, die $i(t)$ und $v_1(t)$ miteinander verknüpft.

b) Geben Sie die Differentialgleichung im Zeitbereich an, die $i(t)$ und $v_2(t)$ miteinander verknüpft.

c) Welche Ordnung hat das System?

d) Bestimmen Sie die Dämpfung ζ, sowie die Eigenkreisfrequenz ω_n der ungedämpften harmonischen Schwingung (in Abhängigkeit von R,L und C). *

f) Berechnen Sie den Wert R, für den $v_2(t)$ bei einem Einheitsschritt am Eingang $v_1(t)$ nicht mehr als 25 % überschwingt. $L = 10\,\mathrm{mH}$ und $C = 4\,\mu\mathrm{F}$.*

*Ggf. Wissen aus der Vorlesung "Das Dynamische Verhalten von Systemen" erforderlich