

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Màster en Enginyeria Aeronàutica

---

DISSENY D'UN COMPRESSOR  
*Càlcul del primer escaló*

---

Autors:

**Cèlia Nadal Reales**  
**Valentin Valhondo Pascual**

Professor:

**Marc Maymó**

Terrassa – Juny 2015



Escola Tècnica Superior d'Enginyeries  
Industrial i Aeronàutica de Terrassa

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**ÍNDEX**

<b>1. INTRODUCCIÓ .....</b>	<b>3</b>
<b>2. CÀLCUL DEL PRIMER ESCALÓ DEL COMPRESSOR .....</b>	<b>3</b>
2.1. Càlcul de $\beta_a$ i $\beta_b$ en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	3
2.2. Càlcul de $C_D$ i $C_L$ en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	5
2.3. Càlcul del rendiment del escaló en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	6
2.4. Velocitat axial en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	7
2.5. Càlcul de la velocitat tangencial en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	8
2.6. Càlcul del treball del escaló en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	9
2.7. Càlcul de la relació de radis en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	10
2.8. Càlcul del radi exterior, radi interior, radi mig i altura en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	12
2.9. Càlcul de la velocitat de gir en funció de $S/C$ i $\Psi$ .....	15
<b>3. ELECCIÓ DE PARÀMETRES <math>S/C</math> I <math>\Psi</math> .....</b>	<b>15</b>
<b>4. OPCIONAL - CÀLCUL DE <math>S</math> I <math>N</math> (NOMBRE D'ÀLEPS EN EL PRIMER ESCALÓ).....</b>	<b>18</b>

## 1. Introducció

Donades les següents dades:

- $\tau_{23} = 300000 \text{ J/kg}$
- $G = 20 \text{ kg/s}$
- $P_{at} = 1 \text{ kg/cm}^2$
- $T_{at} = 288 \text{ K}$
- $\gamma = 1.4$
- $R = 286.8 \text{ J/KgK}$

Suposar que:

- El compressor és una màquina periòdica amb un treball constant per escaló. Això implica igual triangle de velocitats a l'entrada i a la sortida del rotor.
- Grau de reacció: 0,5. Això proporciona una baixa susceptibilitat a l'entrada en pèrdua.
- Angle de lliscament nul
- Radi mig constant en tota la secció
- Velocitat axial constant

## 2. Càlcul del primer escaló del compressor

Per al càlcul dels valors dels elements que defineixen el compressor procedirem d'una següent manera.

En primer lloc, es calcula tot en funció de dos paràmetres:

1. SOLIDESA
2. COEFICIENT DE FLUX  $\Psi$

Posteriorment, s'aproximarà el valor idoni d'aquests paràmetres per al nostre compressor.

Els valors més típics de solidesa i  $\Psi$  són els següents:

- $S/C = 0.4; 0.6; 0.8; 1.0; 1.2$
- $\Psi = 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8$

### 2.1. Càlcul de $\beta_a$ i $\beta_b$ en funció de $S/C$ i $\Psi$

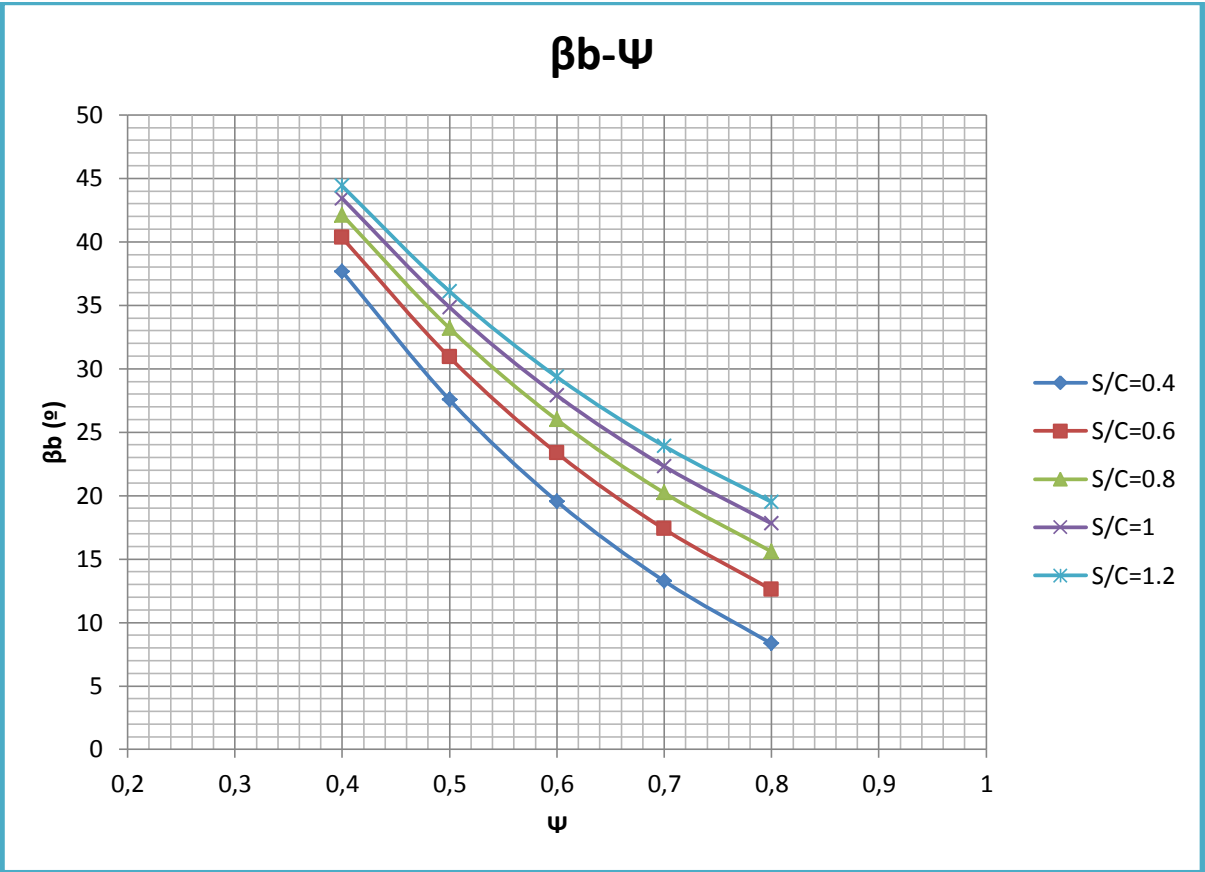
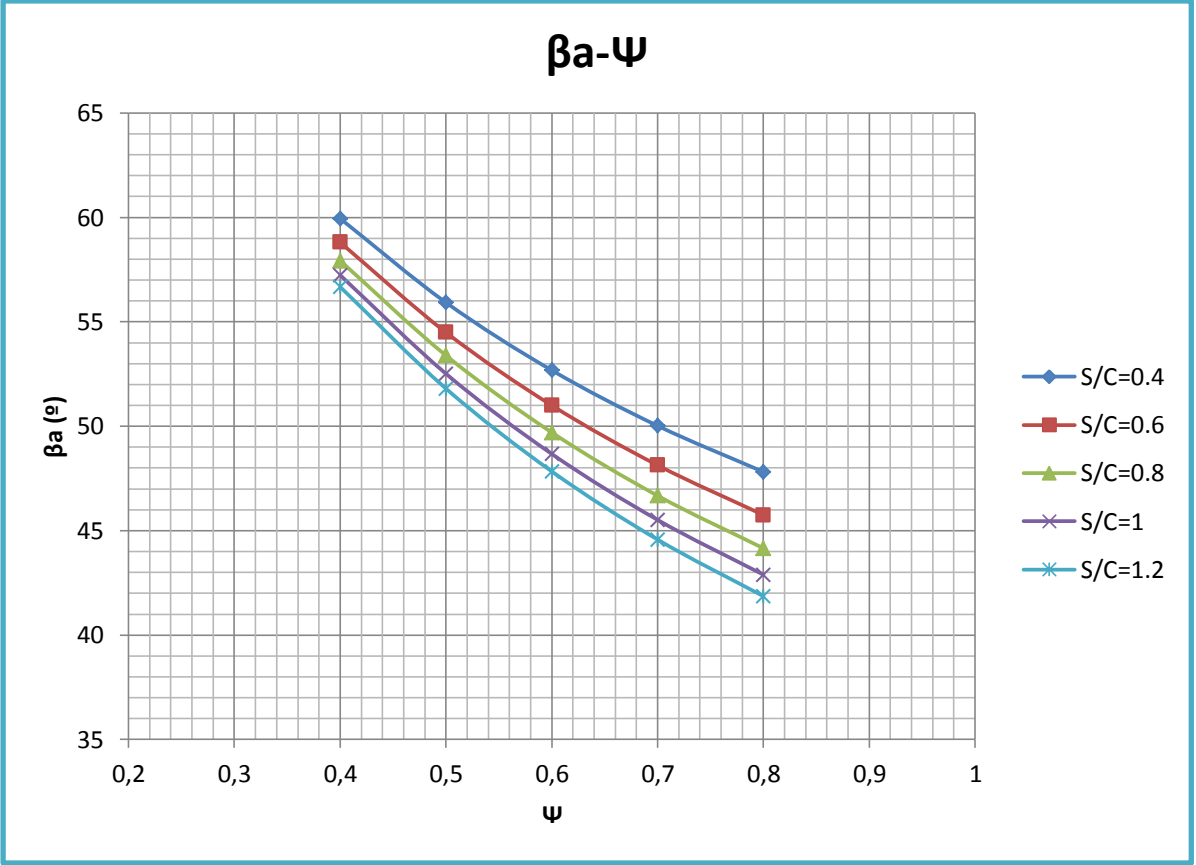
$$\text{Radi mig} = \text{cte}$$

$$V_z = \text{cte}$$

$$R = 1/2$$

$$\tan \beta_a - \tan \beta_b = \frac{1.55}{1 + 1.55 \frac{S}{C}}$$

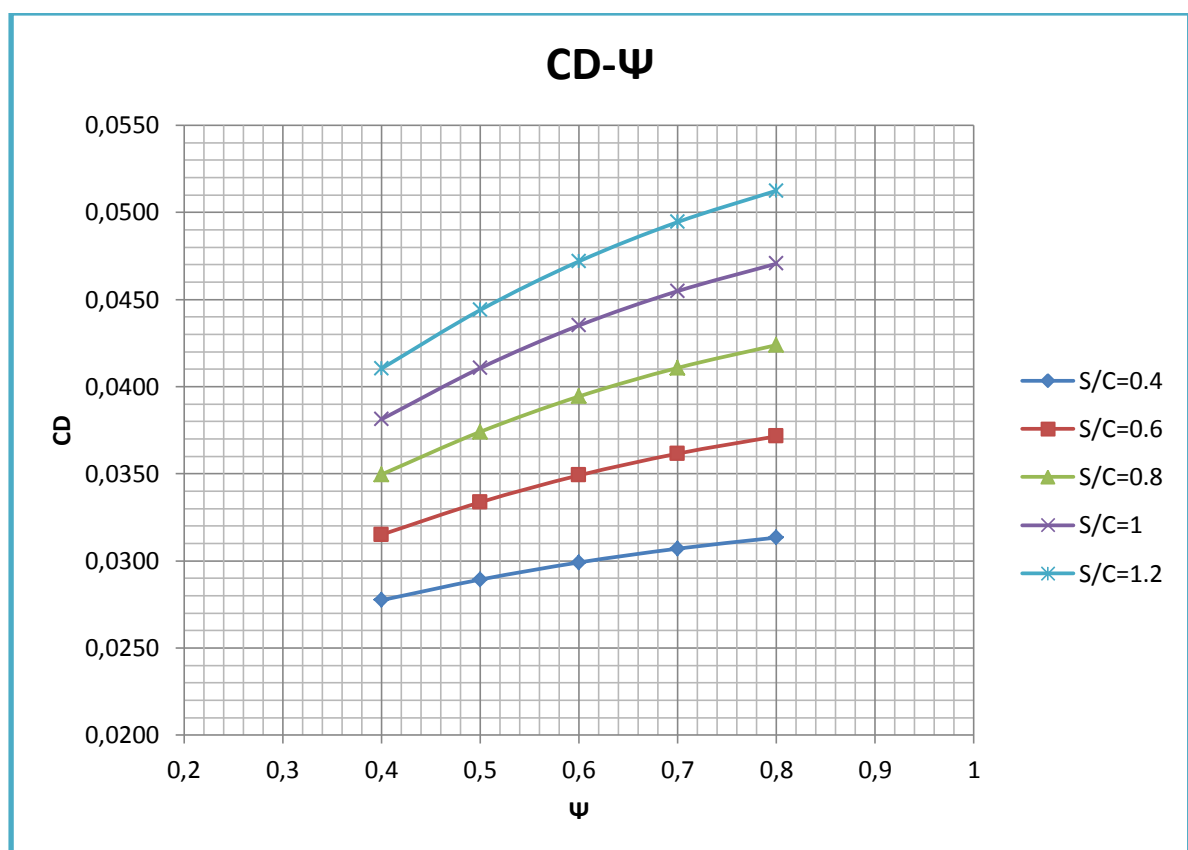
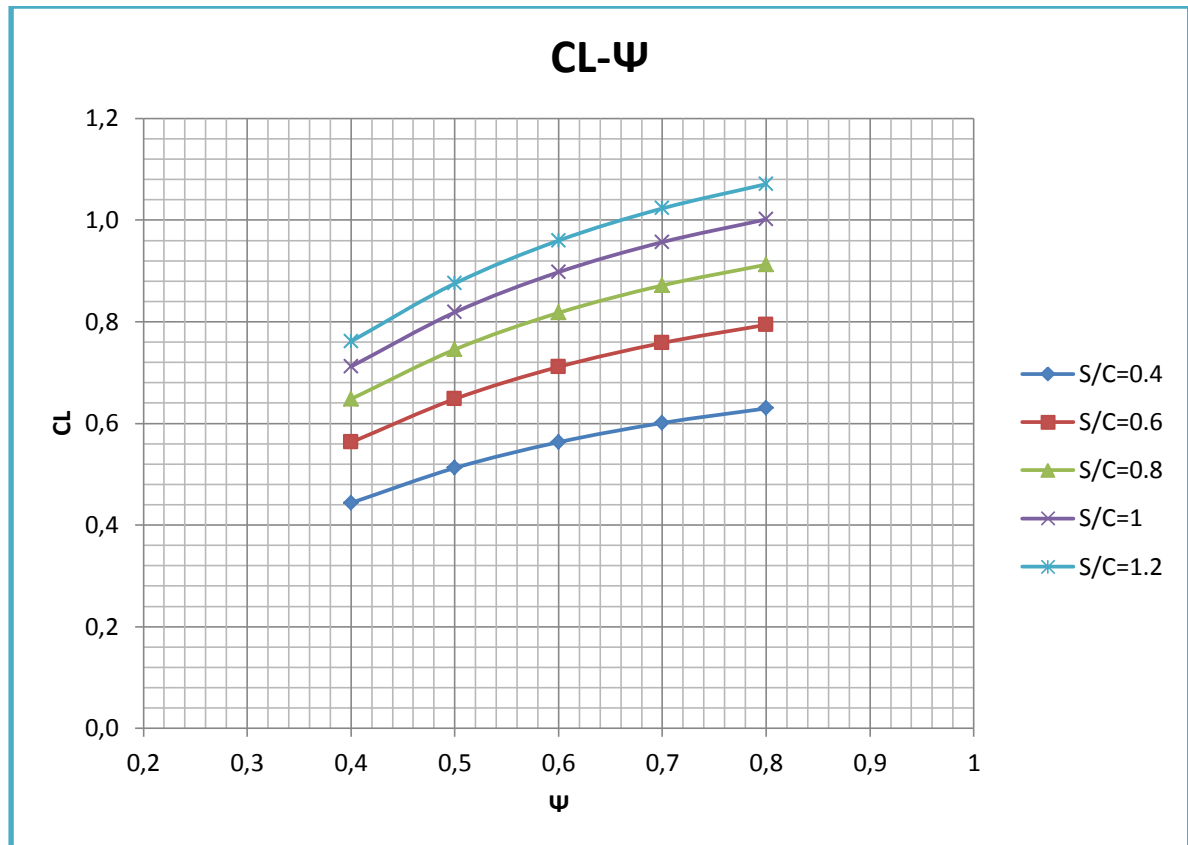
$$\tan \beta_m = \frac{\tan \beta_a + \tan \beta_b}{2} = \frac{1}{2\Psi}$$



## 2.2. Càlcul de $C_D$ i $C_L$ en funció de $S/C$ i $\Psi$

$$C_L = 2 \frac{S}{C} (\tan \beta_a - \tan \beta_b) \cos \beta_m - C_D \tan \beta_m$$

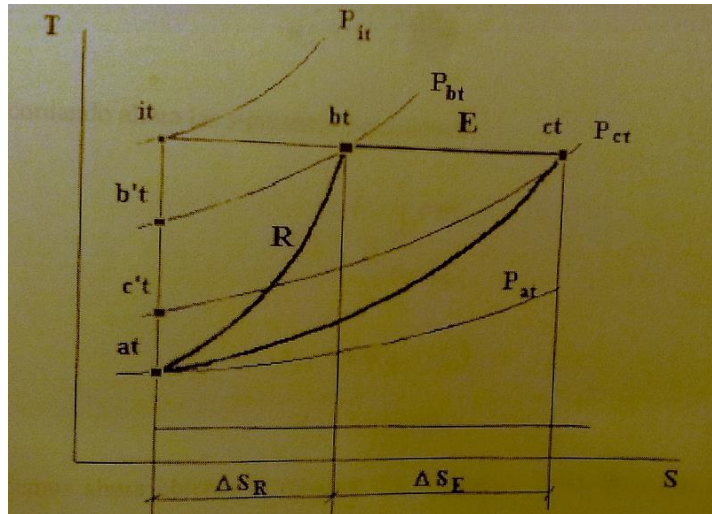
$$C_D = 0.021 + \frac{0.02}{2.5} \frac{S}{C} + 0.018 \cdot C_L^2$$



### 2.3. Càlcul del rendiment del escaló en funció de S/C i $\Psi$

Objectiu:

- Mínim número d'escalons possibles.
- Rendiment adiabàtic bo.
- Menor àrea frontal possible. (tampoc convé longitud massa llarga)



- At-bt : Rotor
- Bt-ct : Estator

$$\eta_{esc} = \frac{T_{c't} - T_{at}}{T_{ct} - T_{at}} = 1 - \frac{T_{it} - T_{b't}}{T_{ct} - T_{at}} - \frac{T_{b't} - T_{c't}}{T_{ct} - T_{at}}$$

$\eta_{esc} = 1$  - Pèrdues en el rotor - Pèrdues en el estator.

Si tenim en compte que el punt "it" és el que obtindríem amb una compressió ideal fent el mateix treball, s'observa que:

$$\begin{aligned}\Delta P_{tr} &= P_{it} - P_{bt} \\ \Delta P_{te} &= P_{bt} - P_{ct}\end{aligned}$$

Si calculem el rendiment de l'escaló en funció del salt de pressions al rotor i estator pel terme de pèrdues al rotor queda que:

$$\Delta P_{tr} = \Delta P_{te}$$

$$\eta_{esc} = 1 - \frac{\Delta P_{thilera}}{\rho_{it} \tau_{esc}}$$

Recordant les expressions:

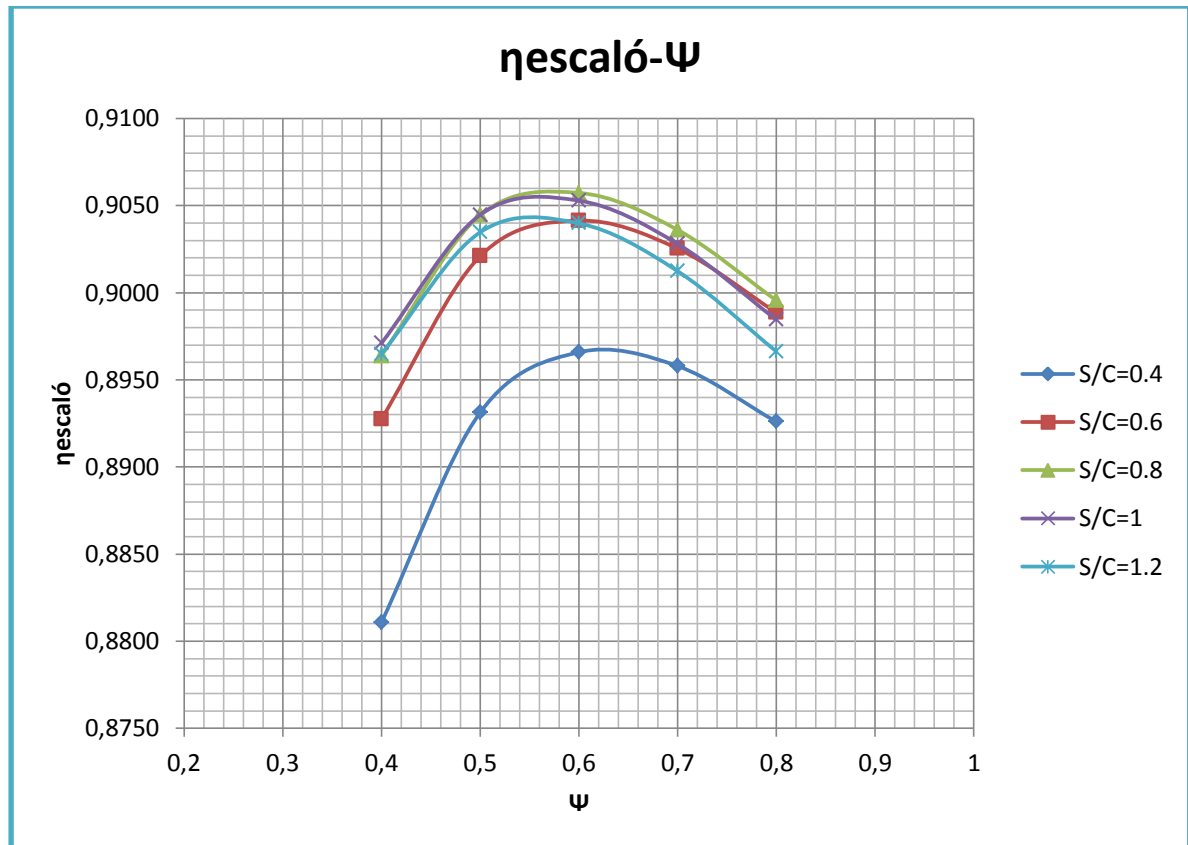
$$\begin{aligned}\Delta P_t &= \frac{C_D \frac{1}{2} \rho \omega_m^2}{\frac{s}{c} \cos \beta_m} \\ \tau_{esc} &= u(V_{\theta b} - V_{\theta a}) \\ R &= 0.5 = \Psi \cdot \tan \beta_m\end{aligned}$$

Queda:

$$\eta_{esc} = 1 - \frac{C_D}{C_{Li}} \left( 2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right)$$

$$\eta_{23} = 1 - N \cdot \frac{C_D}{C_{Li}} \left( 2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right)$$

Sent N el número de escalones.



## 2.4. Velocitat axial en funció de S/C i Ψ.

Limitarem el M=0.8 per evitar efectes de compressibilitat.

$$\omega_a = \frac{V_z}{\cos \beta_a} = M_{rel_a} \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_a}$$

$$T_a = T_{at} - \frac{V_a^2}{2C_p}$$

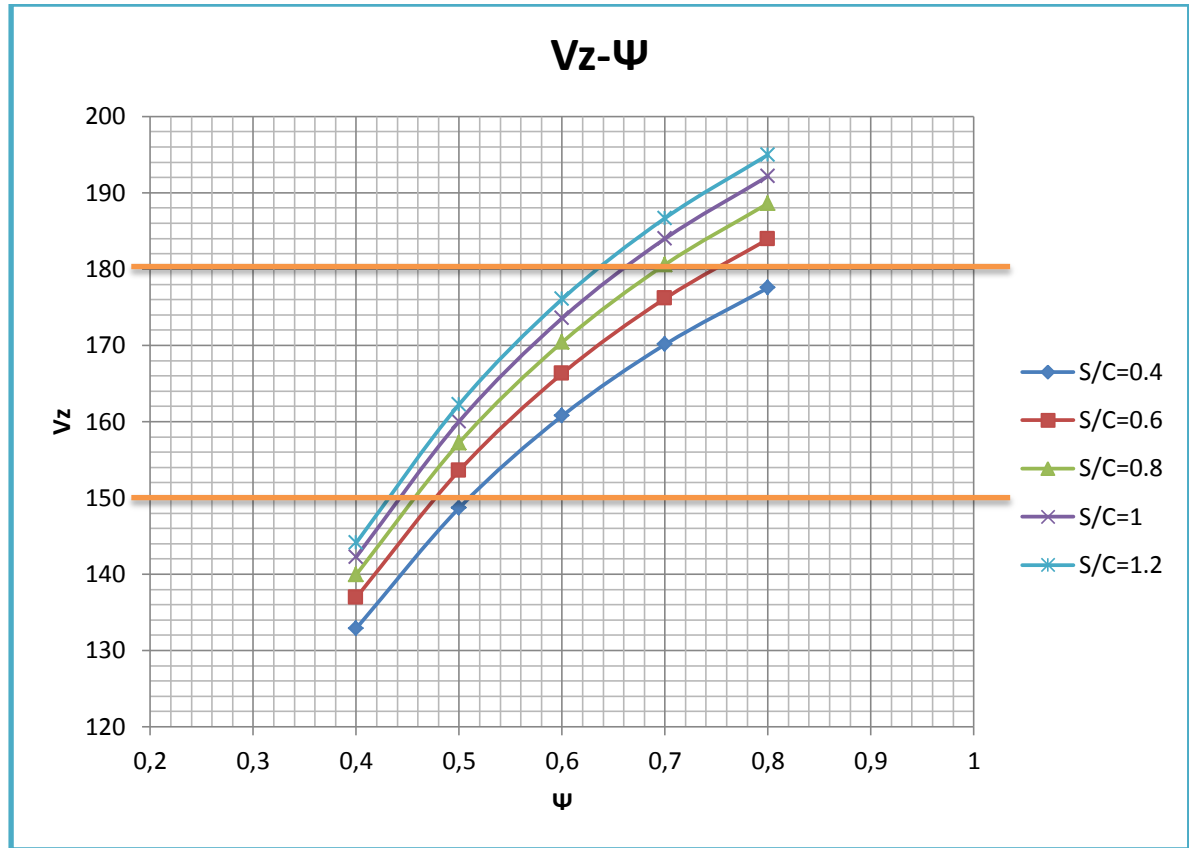
El procés que es produeix en els àleps guia (0-at) és un procés isentàpic pel que:

$$T_{at} = T_{1t} = 288K$$

La equació buscada és:

$$V_z = \sqrt{\frac{M_{rel_a}^2 \cdot \gamma \cdot R \cdot T_{at}}{\frac{1}{\cos^2 \beta_a} + \frac{M_{rel_a}^2 \cdot \gamma \cdot R}{2C_p \cos^2 \beta_b}}}$$

El rang de velocitat axial està entre 150 i 180m/s. Per sota, el treball per escaló és massa baix, i per sobre, es poden tenir problemes per tal que la combustió es produeixi en la seva totalitat generant residus no cremats.



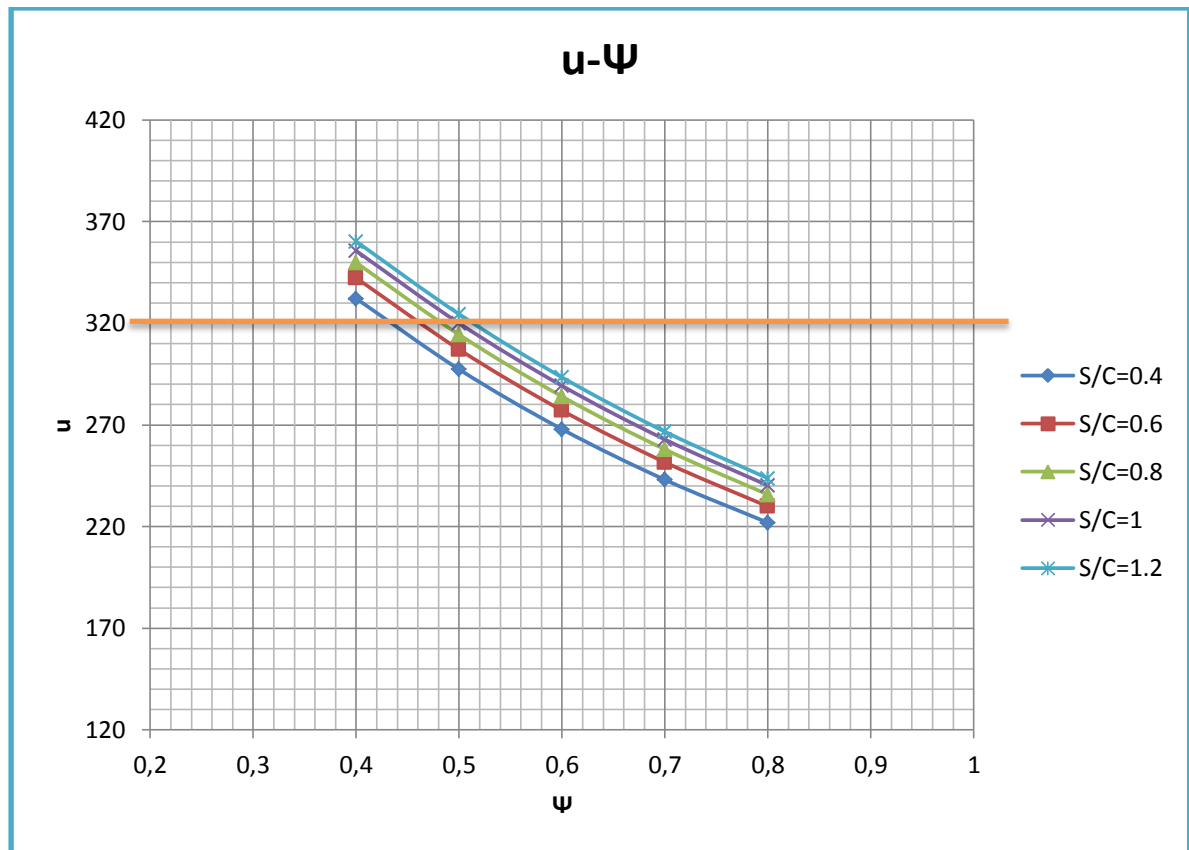
## 2.5. Càlcul de la velocitat tangencial en funció de S/C Ψ.

El coeficient de flux relaciona la velocitat axial i la tangencial.

$$\Psi = \frac{V_z}{u}$$

Existeix una limitació estructural per aquesta velocitat que és deguda a la força centrífuga que genera i que poden sofrir en excés els encastaments dels àleps, per això es pren com a valor màxim el valor de 320 m/s.





## 2.6. Càlcul del treball del escaló en funció de S/C Ψ.

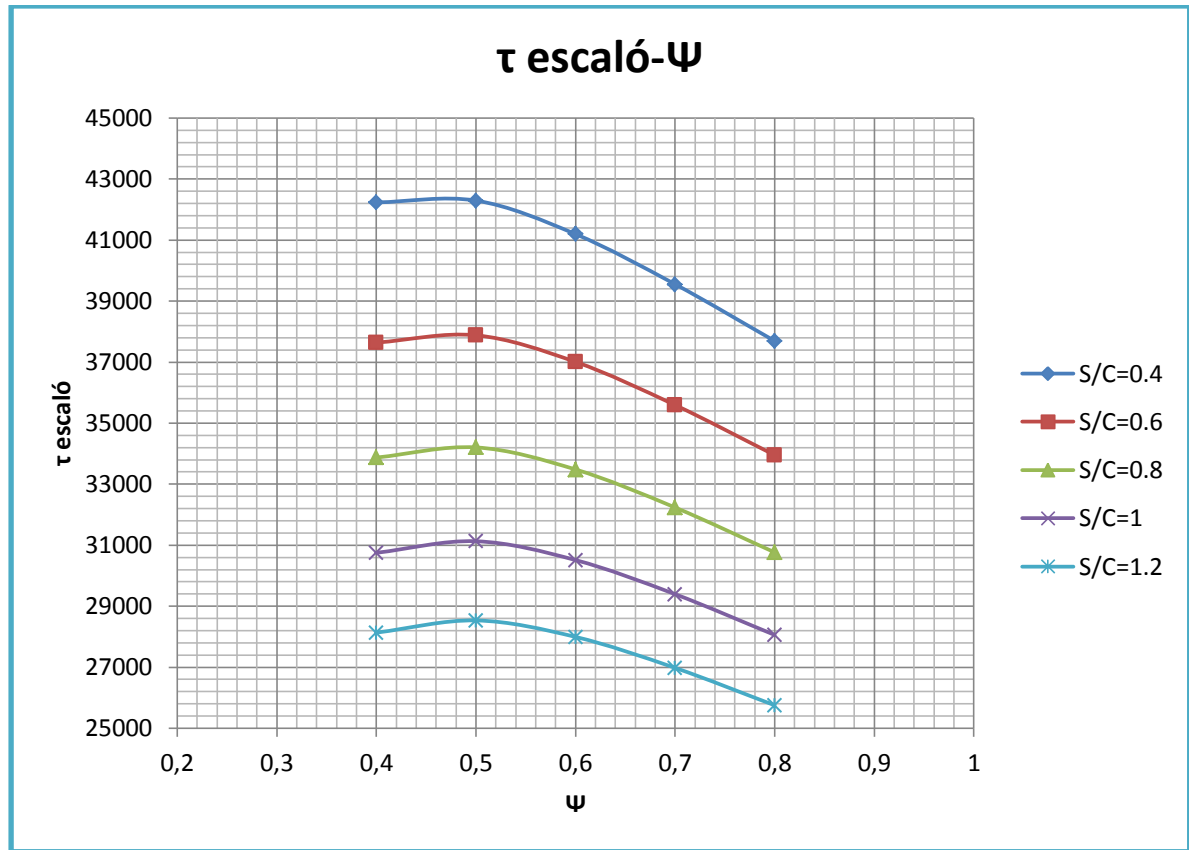
$$\tau_{esc} = u \cdot V_z (\tan \beta_a - \tan \beta_b)$$

Com que es tracta d'una màquina periòdica, amb  $R=0,5$ , el treball a tots els escalons és el mateix.

De fet, es podria pensar que com que interessa tenir un treball per escaló elevat, interessaria disminuir la longitud total del compressor, per tal de reduir també el pes, però això faria que l'àrea davantera augmentés i per tant, també augmentaria molt significativament la Resistència Aerodinàmica.

És per això, que ha d'haver una relació de compromís entre increment de Resistència i Pes.

El gràfic on es veu reflectit el treball per escaló apareix a la següent pàgina.



### 2.7. Càlcul de la relació de radis en funció de S/C i Ψ.

La expressió és:

$$\frac{r_i}{r_e} = \frac{u^2 - \frac{\sigma}{2\lambda \cdot \rho}}{u^2 + \frac{\sigma}{2\lambda \cdot \rho}}$$

La expressió depèn del tipus de material que utilitzem. Ja que el disseny és del primer escaló del compressor, s'utilitzarà l'aleació d'alumini L-316, que té per característiques les següents:

- $\lambda = 0.7$
- $\sigma_{real(L-316)} = \frac{1}{4} * \sigma_{rotura} = \left(\frac{39}{4}\right) \cdot 10^6 \frac{kg}{m^2}$
- $\rho_{L316} = 2,8 \frac{kg}{dm^3}$

#### Explicació de l'expressió:

Per iniciar l'estudi dels esforços centrífugs, assimilarem l'àlep com una vega de geometria cilíndrica, encastada, girant al voltant de l'eix. L'error introduït per aquesta simplificació és el rati entre l'esforç real i la idealització cilíndrica:

$$\lambda = \frac{\sigma_{real}}{\sigma_{cilíndric}}$$

Aquests valors oscil·len entre  $\lambda=0.6$  i  $\lambda=0.8$ , se sol prendre 0.7.

La Força centrífuga total:

$$F_c = \int_{r_i}^{r_e} A(r) \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr$$

- $\rho$  és la densitat del material del àlep
- $\omega$  és la velocitat angular del eix
- $r_e$  és el radi extern més allunyat del àlep
- $r_i$  és el radi en l'encastament

L'esforç que suporta un àlep per una secció donada  $r$ , és igual a:

$$\sigma = \frac{\rho \cdot \omega^2}{A} \int_{r_i}^{r_e} A(r) \cdot r \cdot dr$$

Tenint en compte que l'estudi es realitza per a la idealització cilíndrica ( $A=\text{cte}$ , és a dir, mateix espessor i corda per qualsevol secció):

$$(\sigma)_{cilind} = \rho \cdot \omega^2 \int_{r_i}^{r_e} r \cdot dr$$

Realitzant la integral pel cas del principi de l'àlep

$$(\sigma)_{cilind} = \rho \cdot \omega^2 \int_{r_i}^{r_e} r \cdot dr = \rho \cdot \omega^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2}$$

Es pot deduir que l'esforç serà màxim al principi de l'àlep, i major quant menor sigui el radi interior.

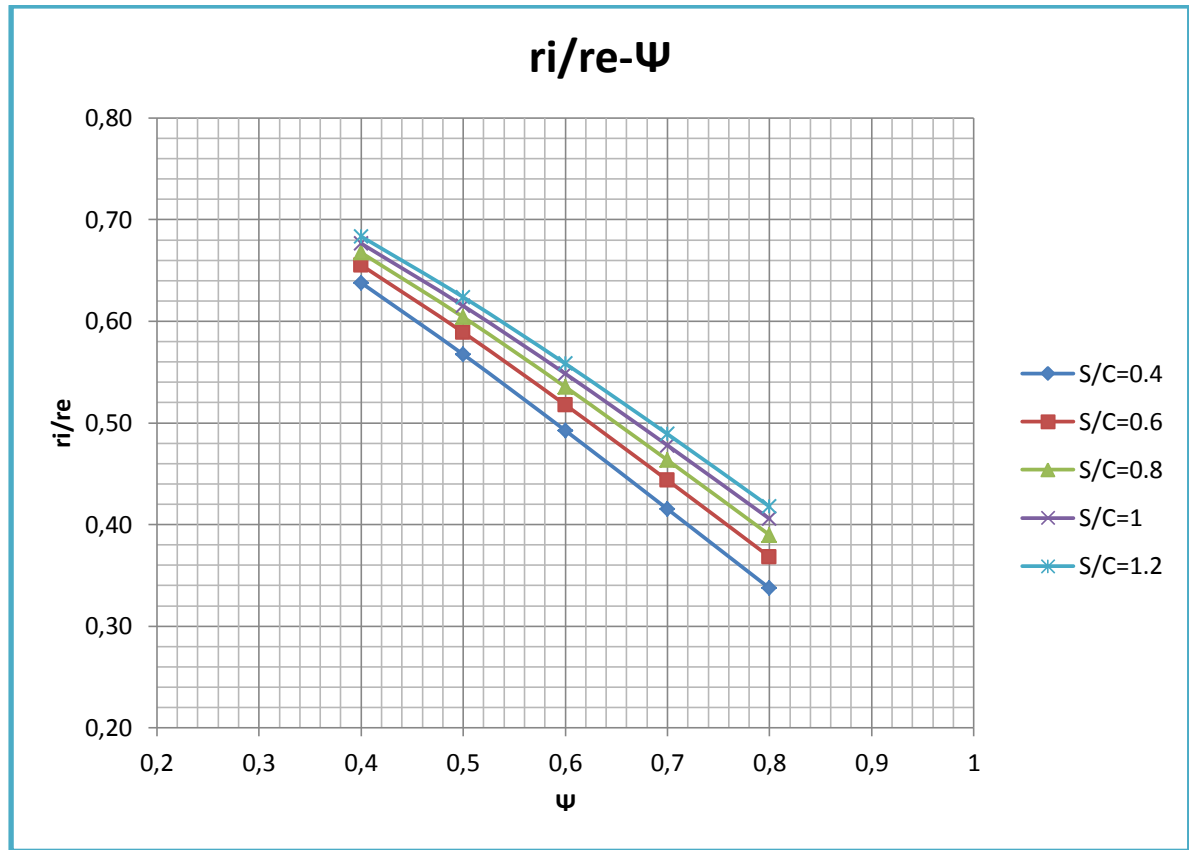
Tenint en compte el valor de  $U$  i  $r_m$  i operant es pot obtenir una expressió que relaciona el quocient entre radis amb  $\rho$ ,  $\sigma$  i  $\lambda$ .

$$\frac{r_i}{r_e} = \frac{u^2 - \frac{\sigma}{2\lambda \cdot \rho}}{u^2 + \frac{\sigma}{2\lambda \cdot \rho}}$$

El valor de  **$\sigma_{\max}$**  i  **$\rho$**  estan determinats pel material del àlep.

L'esforç admissible ha de ser menor que el de ruptura de l'àlep, és a dir, hem introduït un marge de seguretat:

$$\sigma_{real} = \frac{\sigma_{Rotura}}{4}$$



### 2.8. Càlcul del radi exterior, radi interior, radi mig i altura en funció de S/C i Ψ.

Per al càlcul d'aquest valor ens basarem en l'expressió del "gasto". Amb ella, es pot aïllar el radi:

$$r_{ea} = \sqrt{\frac{G}{\pi \cdot \left(1 - \frac{r_i^2}{r_e^2}\right) \cdot V_{za} \cdot \rho_a}}$$

Amb **re** obtinc **ri** i **h**

Per al càlcul de la densitat, s'ha fet ús del següent sistema d'equacions:

$$\rho_a = \frac{P_a}{R \cdot T_a}$$

$$P_{at} = P_a + \frac{1}{2} \rho_a W_a^2$$

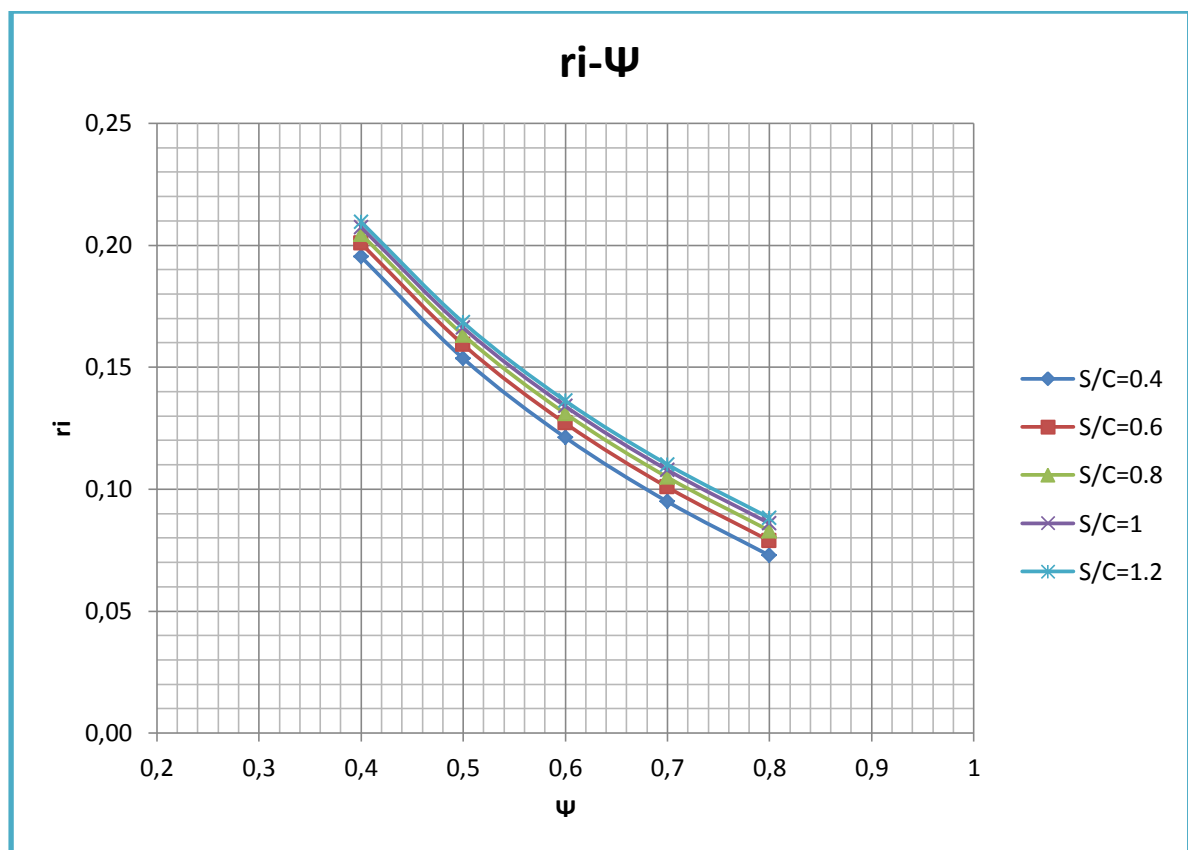
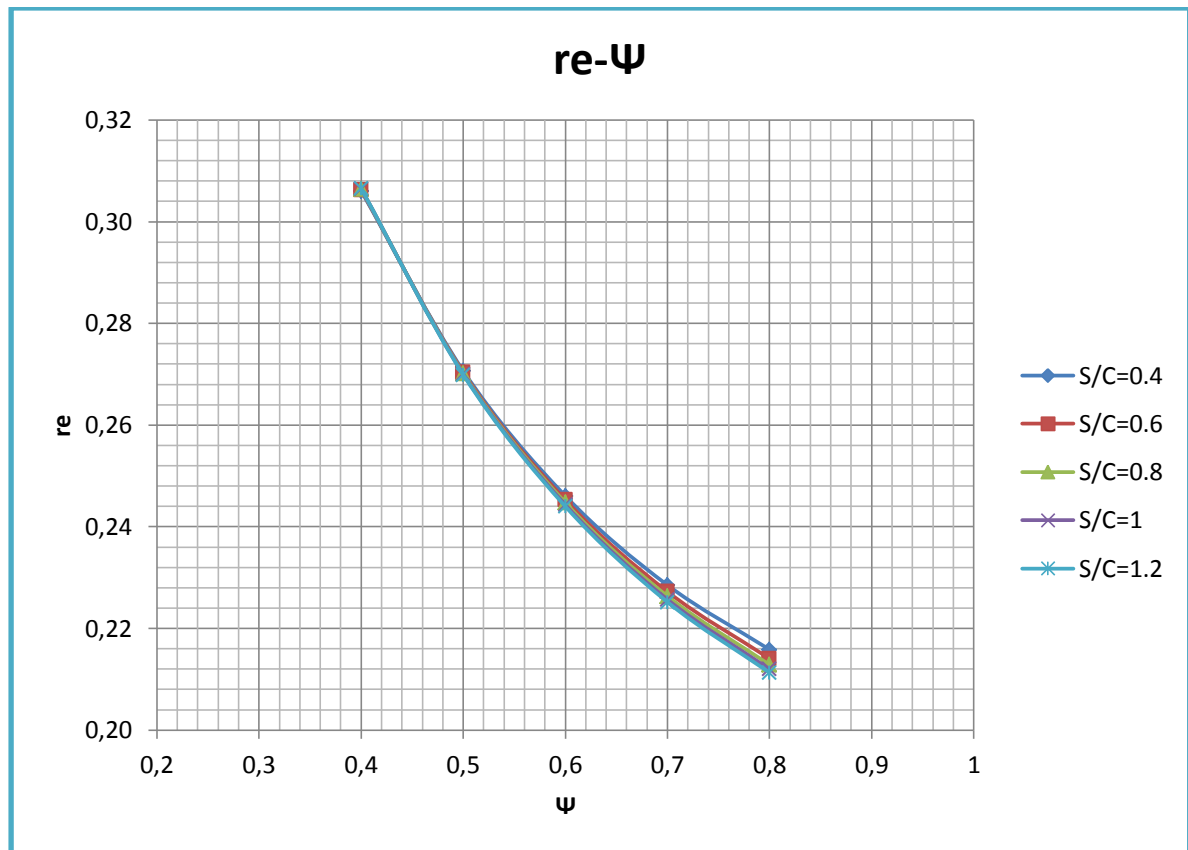
Al mateix temps, sabem que:

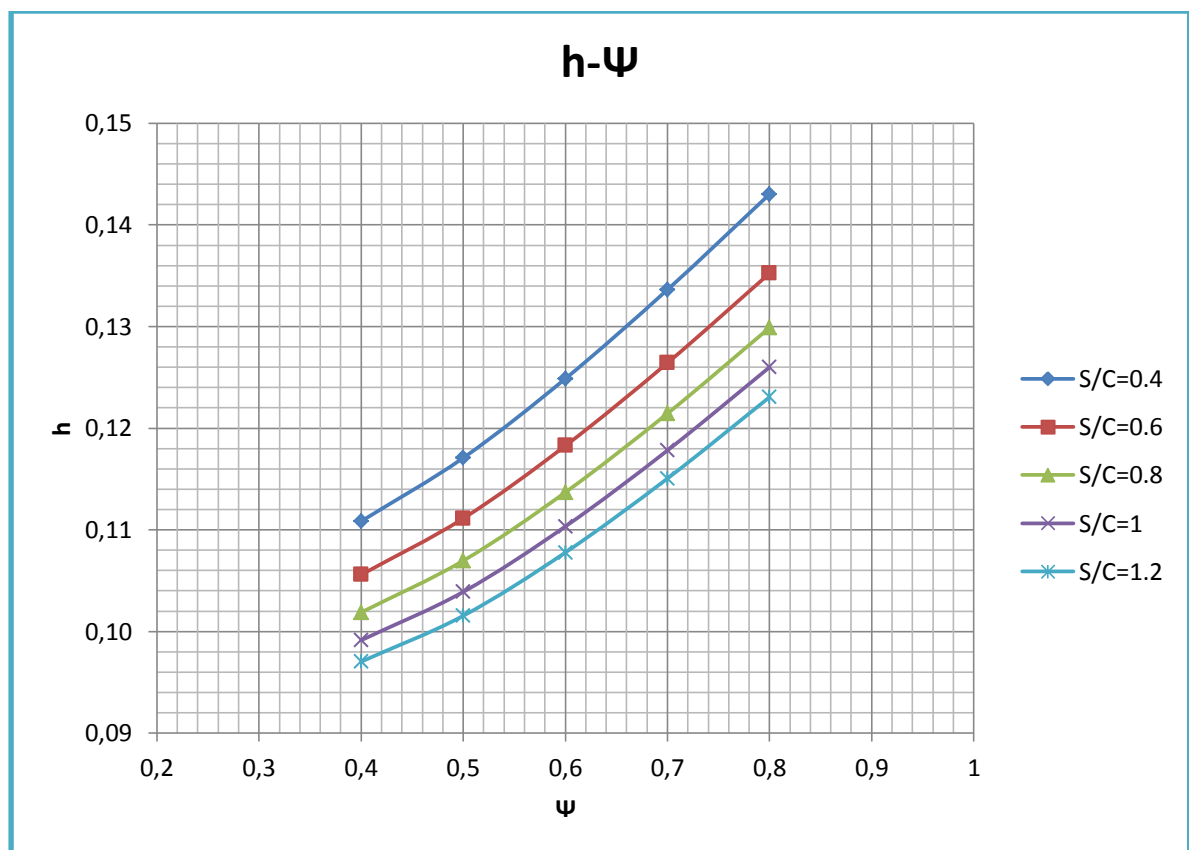
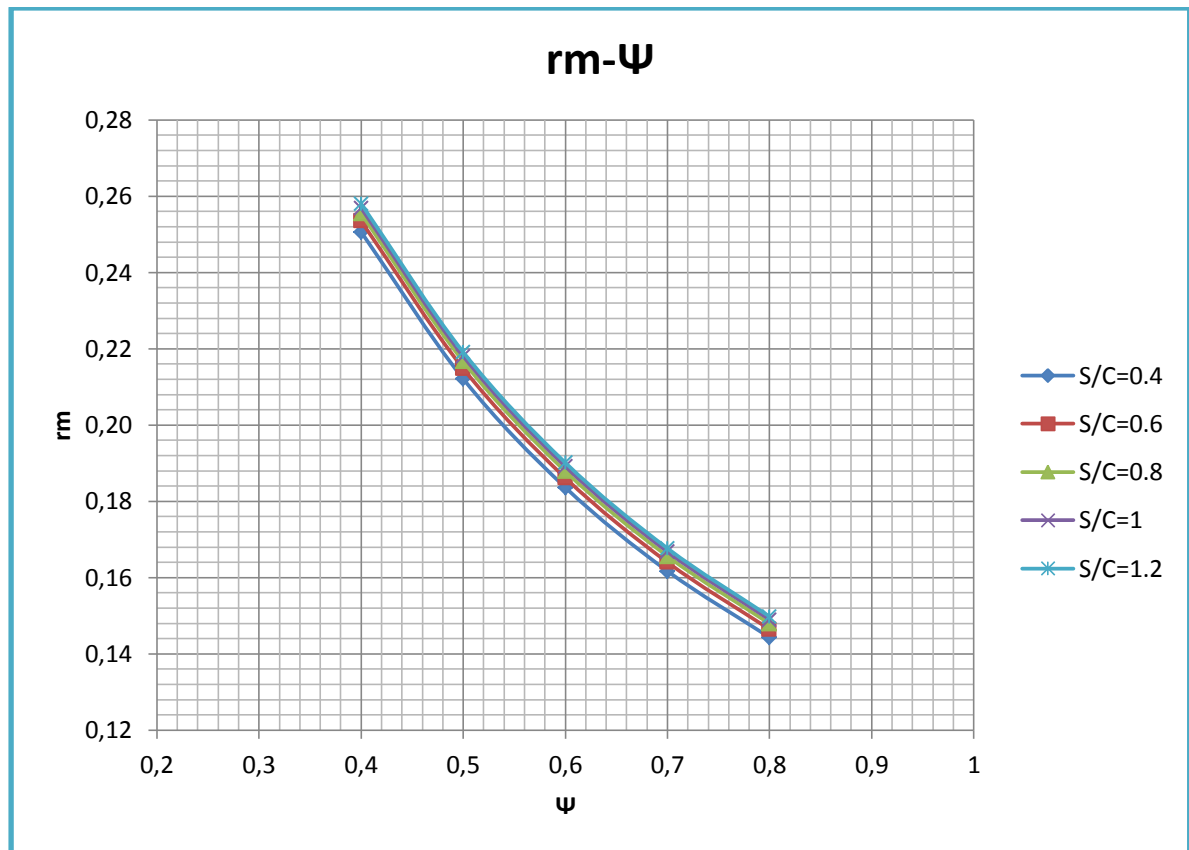
$$W_a = \frac{V_z}{\cos \beta_a}$$

$$T_{at} = T_a + \frac{V_a^2}{2 C_p}$$

I amb el triangle de velocitats obtindrem:

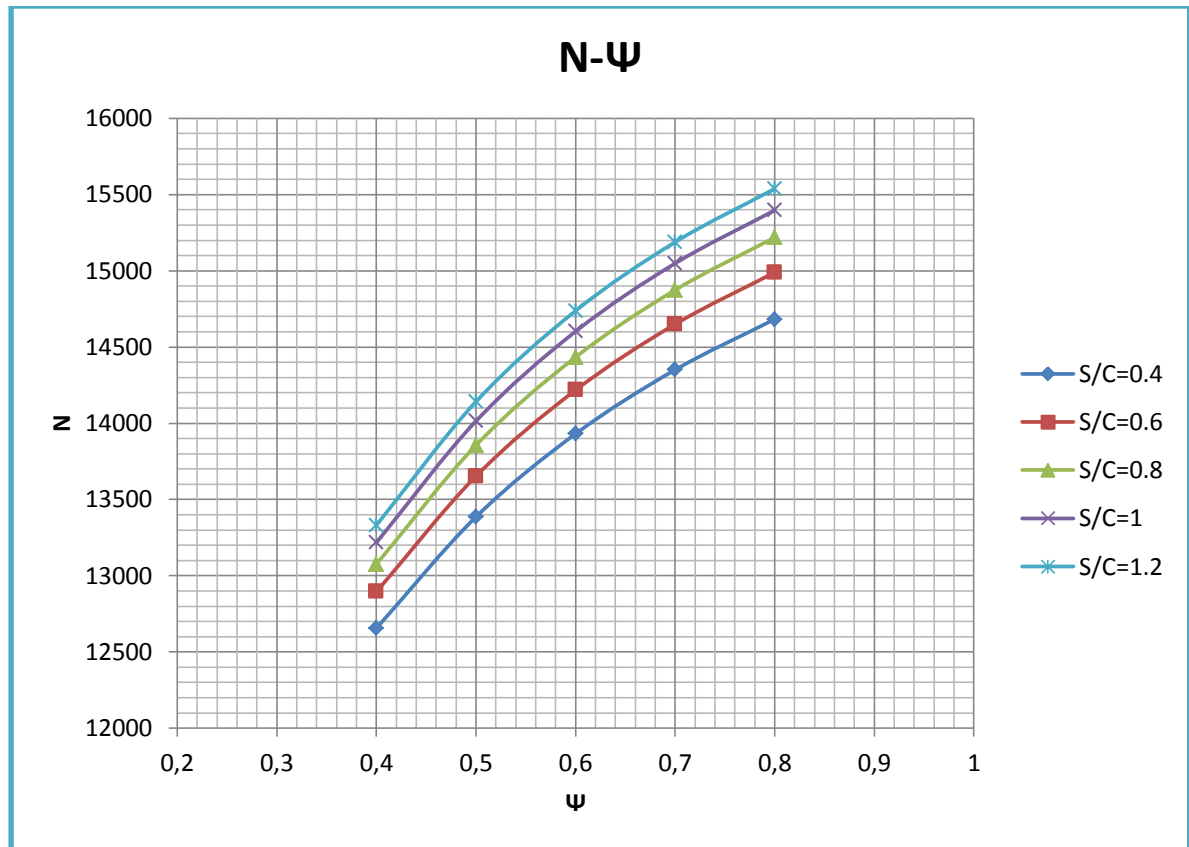
$$\vec{V}_a = \vec{W}_a + \vec{u}$$





### 2.9. Càlcul de la velocitat de gir en funció de S/C i $\Psi$ .

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} = \frac{u}{r_m} \rightarrow N = \frac{60 \cdot u}{2 \cdot \pi \cdot r_m}$$



### 3. Elecció de paràmetres S/C i $\Psi$

Sabem que el treball específic que ha de subministrar el nostre motor és :

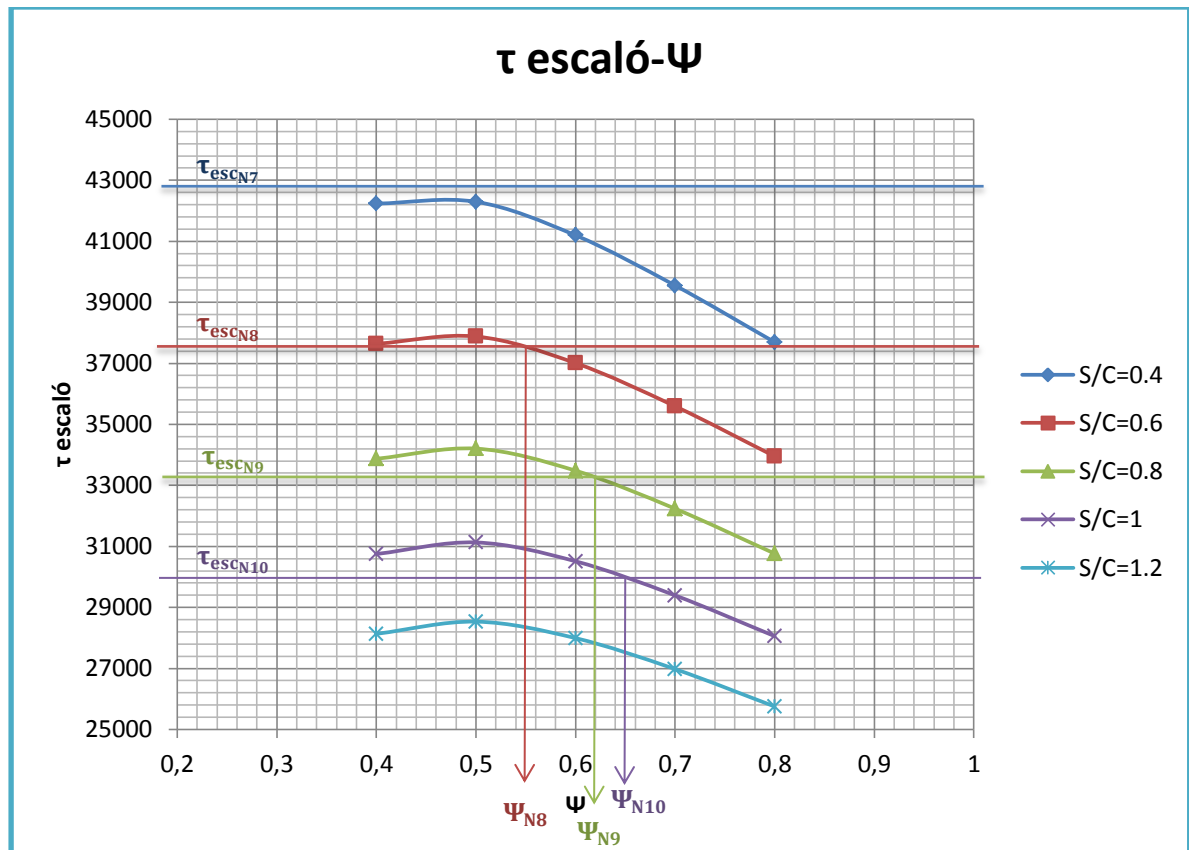
$$\tau_{23} = 300000 \text{ J/kg} .$$

Ens fixem amb motors similars. El resultat és que existeixen de 7, 8, 9 i 10 escalons.

Trobar en cada un dels quatre casos, el valor que tindríem dels paràmetres de solidesa i coeficient de flux de la gràfica de  $\tau_{esc}$ . D'allí, escollir el cas que doni un major rendiment per escaló d'entre tots els possibles. Una vegada el tinguem, presentar en una taula el valor de tots els paràmetres representats en funció de S/C i  $\Psi$ .

Amb els valors proporcionats, es troben quatre valors de  $\tau_{esc}$ .

- $\tau_{escN7} = 42857,14 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
- $\tau_{escN8} = 37500 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
- $\tau_{escN9} = 33333,33 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
- $\tau_{escN10} = 30000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

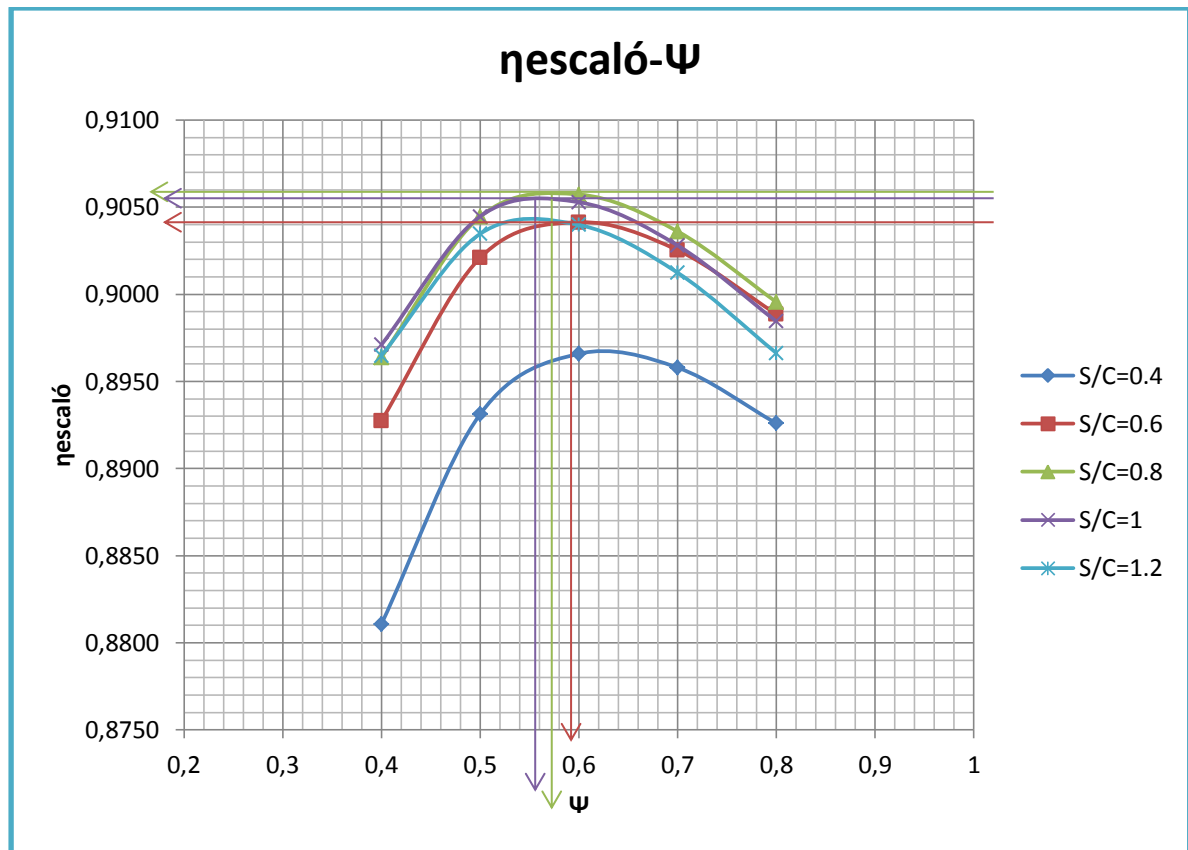


De la gràfica anterior s'obtenen els següents parells de valors:

N	S/C	$\psi$
7	--	--
8	0,6	0,550
9	0,8	0,620
10	1	0,655

A la següent gràfica analitzarem els màxims de les corbes dels rendiments per escaló:





Tal i com es pot apreciar a la gràfica anterior, els valors dels rendiments per escaló màxims són força similars:

N	S/C	Ψ	η <sub>escaló</sub>
7	--	--	--
8	0,6	0,550	0,9037
9	0,8	0,620	0,9055
10	1	0,655	0,9042

És per això que cal calcular el rendiment de tot el compressor per valorar el que sigui màxim.

Això s'aconsegueix mitjançant:

$$\eta_{23} = 1 - N \cdot \frac{C_D}{C_{Li}} \left( 2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right)$$

Amb aquest càlcul s'obté:

N	S/C	Ψ	η <sub>23</sub>
7	--	--	--
8	0,6	0,550	0,2298
9	0,8	0,620	0,1335
10	1	0,655	0,0372

Amb el que s'observa que el valor de rendiment màxim s'aconsegueix per a:

N	S/C	$\psi$
8	0,6	0,55

La següent taula proporciona el resum dels paràmetres que s'han trobat durant el transcurs del treball:

N	$\frac{S}{C}$	$\psi$	$\beta a (^{\circ})$	$\beta b (^{\circ})$	$\beta m (^{\circ})$	CL	CD	$\eta_{esc}$	Vz (m/s)	u (m/s)	$\tau_{esc}$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
8	0,6	0,55	52,66	26,91	42,28	0,6820	0,0342	0,9037	160,34	291,52	37539,24

$\frac{r_i}{r_e}$	re (m)	ri (m)	h (m)	rm (m)	N (rpm)	$\eta_{23}$	T <sub>a</sub> (K)	P <sub>a</sub> (Pa)	$\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )
0,5539	0,2568	0,1422	0,1145	0,1995	13955,10	0,2298	271,90	67748,62	0,8688

#### 4. OPCIONAL - Càlcul de S i N (nombre d'àleps en el primer escaló)

Per al càlcul, una vegada escollit el paràmetre S/C i sabent l'altura dels àleps, necessitarem saber el valor del paràmetre C/h. A classe varem comentar que prendríem un valor mig entre els extrems (1/2 i 1/3). Per al primer escaló d'aquest compressor es pot treballar amb un paràmetre de C/h = 1/2.5.

Conegut això, obtenir S i el n<sup>o</sup> d'àleps N.

Partint del resultat de l'apartat anterior:

N	S/C	$\psi$
8	0,6	0,55

I coneixent que:

$$\frac{C}{h} = 0,4$$

Aleshores, per al valor de h=0,1145m es té:

$$C = 0,0458 \text{ m}$$

I, per tant, el valor de S val:

$$S = 0,02748 \text{ m} = 2,748 \text{ cm}$$