

ESEIAAT
SISTEMES DE PROPULSIÓ D'AERONAUS

Disseny d'un compressor

Eva María Urbano González
Pol Fontanes
Boyan Naydenov

15 de juny de 2018

Índex

1	Introducció, objectius i hipòtesis	2
2	Càlcul del primer esglaó del compressor	2
2.1	Càlcul de β_a i β_b en funció de S/C i Ψ	3
2.2	Càlcul de C_D i C_L en funció de S/C i Ψ	4
2.3	Càlcul del rendiment de l'esglaó en funció de S/C i Ψ	5
2.4	Velocitat axial en funció de S/C i Ψ	7
2.5	Càlcul de la velocitat tangencial en funció de S/C i Ψ	8
2.6	Càlcul del treball de l'esglaó en funció de S/C i Ψ	8
2.7	Càlcul de la relació de radis en funció de S/C i Ψ	9
2.8	Càlcul del radi exterior, radi interior, radi mitjà i altura en funció de S/C i Ψ .	10
2.9	Càlcul de la velocitat de gir en funció de S/C i Ψ	12
3	Elecció de paràmetres S/C i Ψ	14
3.1	Selecció del cas amb major rendiment	15
4	Opcional 1. Càlcul de S i N (número d'àleps al primer graó)	18
5	Opcional 2. Càlcul de la longitud total del compressor	18

Codis

Índex de figures

1	Valors de β_a en funció de S/C i Ψ	3
2	Valors de β_b en funció de S/C i Ψ	4
3	Valors de C_L en funció de S/C i Ψ	5
4	Valors de C_D en funció de S/C i Ψ	5
5	Valors de η_{esg} en funció de S/C i Ψ	7
6	Valors de V_z en funció de S/C i Ψ	7
7	Valors de U en funció de S/C i Ψ	8
8	Valors de τ_{esg} en funció de S/C i Ψ	9
9	Valors de r_i/r_e en funció de S/C i Ψ	10
10	Valors de r_e en funció de S/C i Ψ	11
11	Valors de r_i en funció de S/C i Ψ	11
12	Valors de r_m en funció de S/C i Ψ	12
13	Valors de h en funció de S/C i Ψ	12
14	Valors de N en funció de S/C i Ψ	13
15	Valors de τ en funció de S/C i Ψ	14
16	Valors de η en funció de S/C i Ψ	15

1 Introducció, objectius i hipòtesis

El present treball forma part de l'assignatura de Sistemes de Propulsió d'Aeronaus. En la segona part de l'assignatura es profunditza en el temari relacionat amb turbomaquinaria. Per tal d'assolir els coneixements adequats, es proposa realitzar un treball amb l'objectiu de dissenyar un compressor.

Les condicions i requisits pel disseny del compressor son els següents:

- Treball total del compressor: $\tau_{23} = 300 kJ/kg$
- Consum del compressor: $G = 28 kg/s$
- Pressió atmosfèrica: $P_{at} = 1 kg/cm^2$
- Temperatura atmosfèrica: $T_{at} = 288 K$
- Constant dels gasos ideals: $286.8 J/kgK$
- Exponent: $\gamma = 1.4$

S'han de suposar certes hipòtesis per a poder dur a terme el disseny del compressor. Aquestes hipòtesis son:

- Màquina periòdica. El treball per esglaó es constant
- Grau de reacció $R = 0.5$
- Angle de lliscament $\delta = 0$
- Radi mitjà constant
- Velocitat axial constant

Amb això podem donar pas al càlcul del compressor.

2 Càlcul del primer esglaó del compressor

Per tal de fer el càlcul del primer esglaó es consideraran diversos valors típics de solidesa i de flux. Amb aquests valors es calcularan els paràmetres necessaris per obtenir el rendiment i el treball per esglaó per a tots els casos. Un cop es tinguin aquests valors, es calcularà el treball necessari per esglaó considerant el treball total a assolir i el número més típic d'esglaons en compressors, trobant així una solució possible i òptima. Els valors de solidesa i flux que s'han considerat son:

$$\frac{1}{\sigma} = [0.4; 0.6; 0.8; 1.0; 1.2]$$

$$\Psi = [0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8]$$

2.1 Càlcul de β_a i β_b en funció de S/C i Ψ

Per a calcular els angles que forma la corrent del flux amb l'eix del rotor, s'utilitzarà el criteri experimental de *Howell* i les hipòtesis mencionades a l'apartat 1. S'obtenen tres equacions amb tres incògnites: β_a , β_b i β_m :

$$\tan(\beta_a) - \tan(\beta_b) = \frac{1.55}{1 + 1.55 \frac{S}{C}} \quad (1)$$

$$\tan(\beta_m) = \frac{\tan(\beta_a) + \tan(\beta_b)}{2} \quad (2)$$

$$\tan(\beta_m) = \frac{1}{2\Psi} \quad (3)$$

Les incògnites es poden aïllar fàcilment per a poder resoldre el sistema. En les següents figures es mostren els resultats per a β_a i β_b . β_m serà utilitzada per a càlculs posteriors.

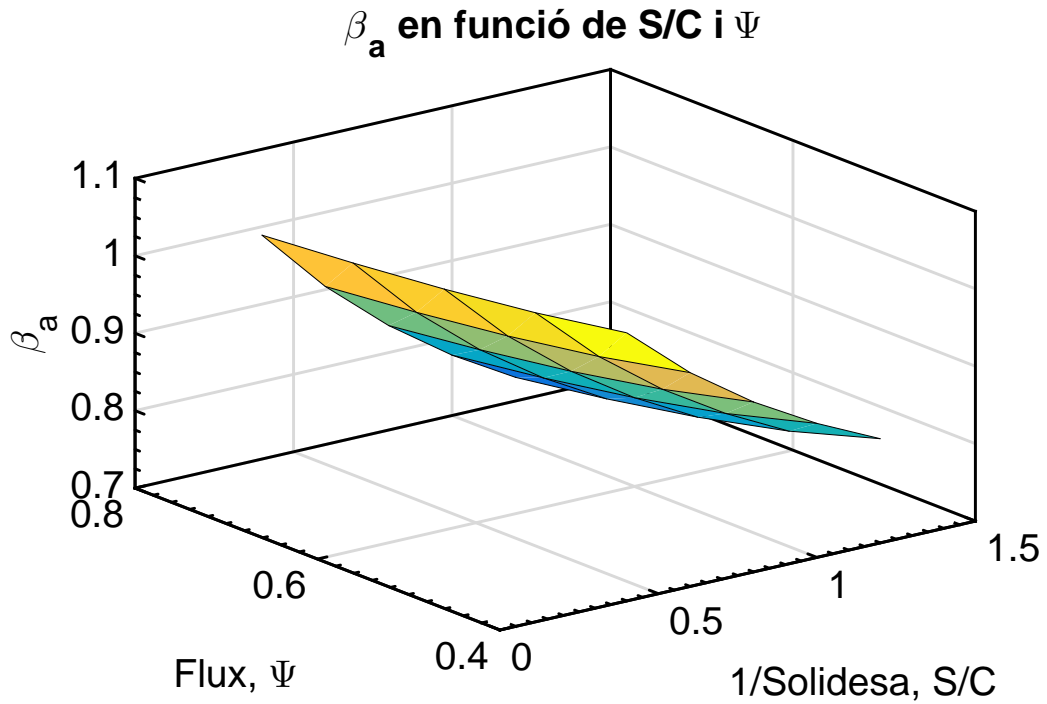


Figura 1: Valors de β_a en funció de S/C i Ψ .

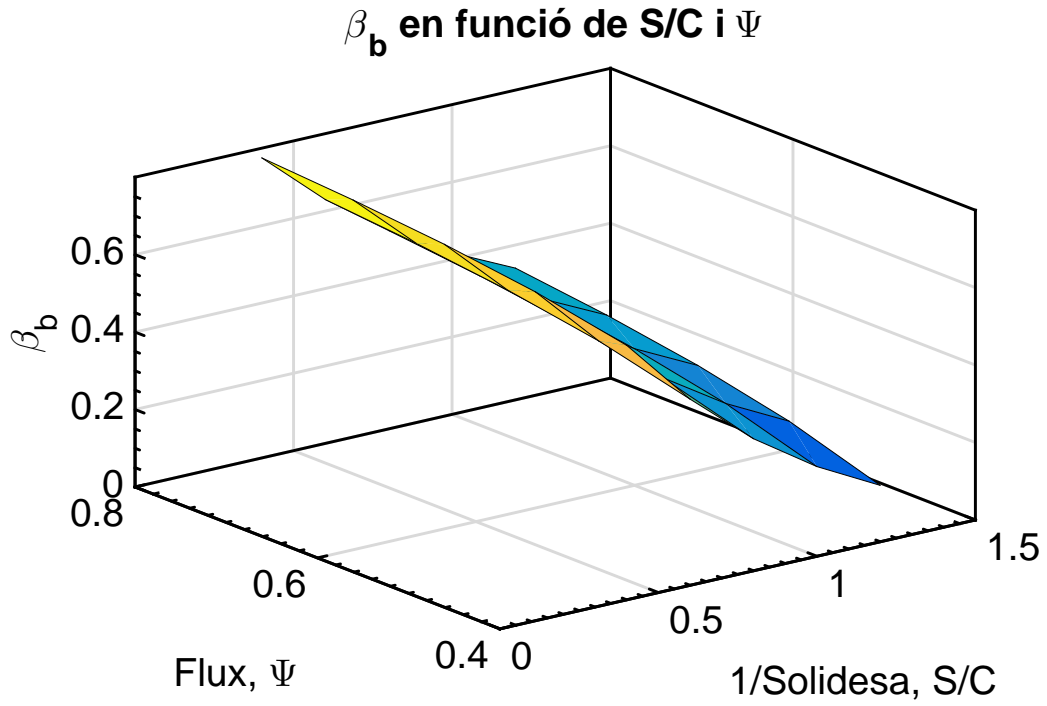


Figura 2: Valors de β_b en funció de S/C i Ψ .

2.2 Càlcul de C_D i C_L en funció de S/C i Ψ

Les expressions per a calcular la sustentació i la resistència han sigut obtingudes analitzant el volum de control enter dos àleps. Se suposa que el procés que té lloc es estacionari i que el flux es incompressible. Es realitza un anàlisi utilitzant les equacions de la quantitat de moviment per obtenir la força en la direcció axial i en la direcció angular. A partir d'aquestes equacions, la sustentació i la resistència es poden calcular com:

$$L = F_\theta \cos \beta_m + F_z \sin \beta_m \quad (4)$$

$$D = F_\theta \sin \beta_m - F_z \cos \beta_m \quad (5)$$

Substituint expressions i adimensionalitzant s'obté:

$$C_L = 2 \frac{S}{C} (\tan \beta_a - \tan \beta_b) \cos \beta_m - C_D \tan \beta_m \quad (6)$$

$$C_D = 0.021 + \frac{0.02}{2.5} \frac{S}{C} + 0.018 C_L^2 \quad (7)$$

Que es un sistema de dues equacions amb dues incògnites. Els resultats es mostren en les següents figures.

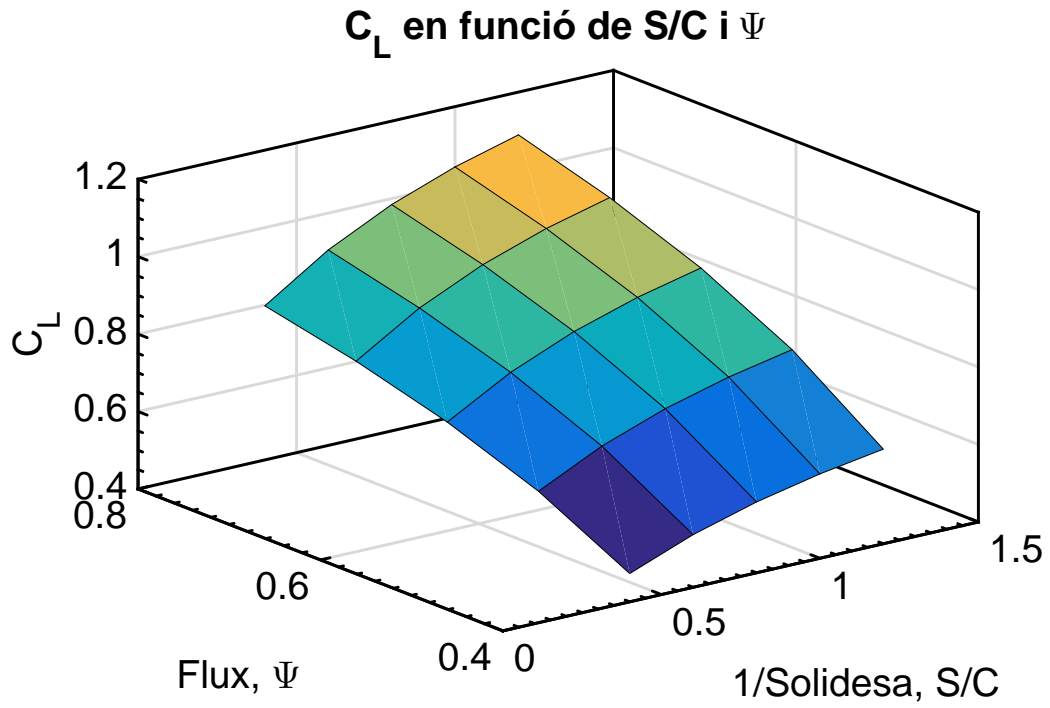


Figura 3: Valors de C_L en funció de S/C i Ψ .

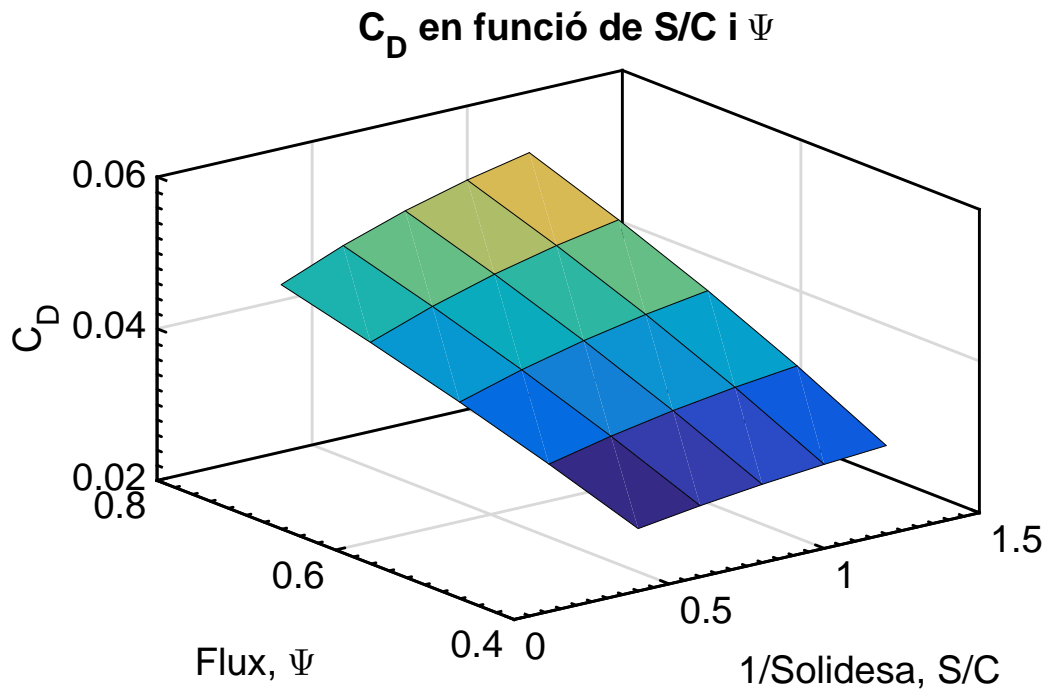


Figura 4: Valors de C_D en funció de S/C i Ψ .

2.3 Càlcul del rendiment de l'esglaó en funció de S/C i Ψ

Els objectius que busquem son:

- Mínim nombre d'esglaons possibles per tal de disminuir el pes i volum del compressor.
- Rendiment adiabàtic bo.
- Menor àrea frontal possible.

Es defineix el rendiment com:

$$\eta_{esg} = \frac{T'_{ct} - T_{0t}}{T_{ct} - T_{0t}} \quad (8)$$

On T'_{ct} es la temperatura a la sortida de l'etapa del compressor ideal i T_{ct} la real. Aquest rendiment es pot re-escriure com:

$$\eta_{esg} = 1 - \frac{T_{it} - T'_{bt}}{T_{ct} - T_{0t}} - \frac{T'_{bt} - T'_{ct}}{T_{ct} - T_{0t}} \quad (9)$$

Es a dir, a 1 se li resten les pèrdues del rotor i les pèrdues de l'estator. Relacionant les temperatures amb pressions mitjançant el coeficient γ :

$$\eta_{esg} = \frac{\Delta P_r + \Delta P_e}{\rho \tau_{esg}} \quad (10)$$

Considerant que el grau de reacció es 0.5, la variació de pressió al rotor i a l'estator es la mateixa i per tant:

$$\eta_{esg} = \frac{\Delta P_t}{\rho \tau_{esg}} \quad (11)$$

Considerant les següents equacions:

$$\Delta P_t = \frac{C_D \frac{1}{2} \rho \omega_m^2}{\frac{S}{C} \cos \beta_m} \quad (12)$$

$$\tau_{esg} = U(V_{\theta_b} - V_{\theta_a}) \quad (13)$$

$$R = 0.5 = \Psi \tan \beta_m \quad (14)$$

S'arriba a les següents expressions per al calcul del rendiment:

$$\tau_{esg} = 1 - \frac{C_D}{C_{Li}} \left(2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right) \quad (15)$$

$$\tau_{23} = 1 - N \frac{C_D}{C_{Li}} \left(2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right) \quad (16)$$

Essent N el nombre d'esglaons del compressor. C_{Li} s'ha definit com:

$$C_{Li} = \frac{2}{\sigma} (\tan \beta_a - \tan \beta_b) \cos \beta_m \quad (17)$$

Finalment, el rendiment per esglaó es pot apreciar a la Figura 5. El rendiment total es podrà calcular un cop s'obtingui el nombre d'esglaons que tindrà el compressor.

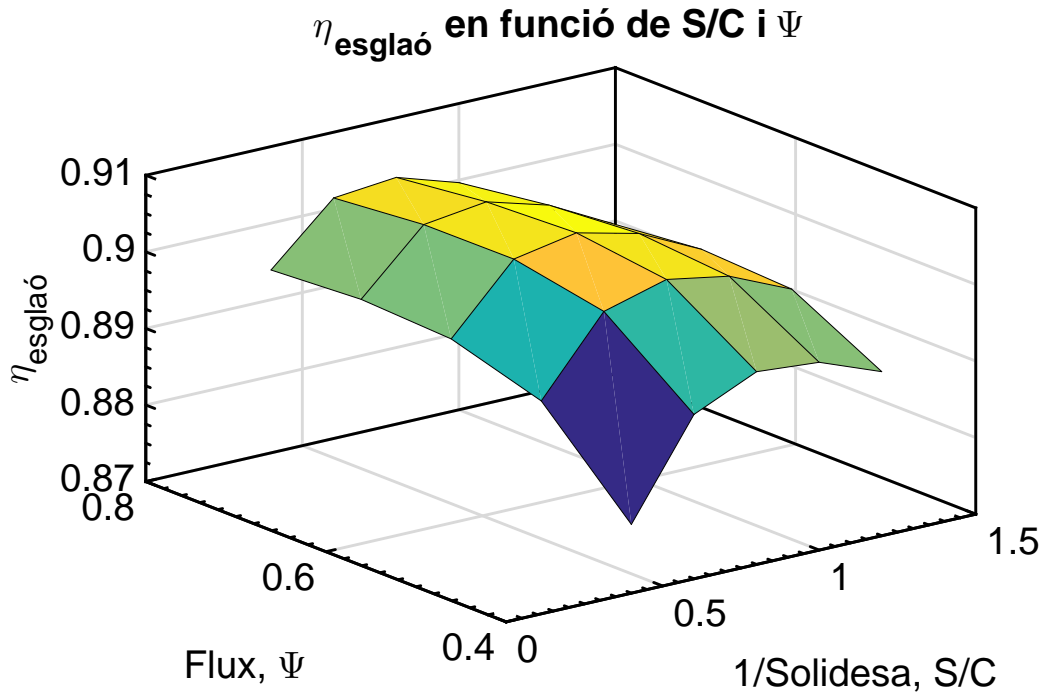


Figura 5: Valors de η_{esg} en funció de S/C i Ψ .

2.4 Velocitat axial en funció de S/C i Ψ

La velocitat axial presenta una limitació en el disseny del compressor, ja que no interessa que hagi flux sònic a cap punt del perfil evitant així efectes de compressibilitat. Amb l'objectiu d'evitar aquest fenomen, es limita el número a 0.8. La velocitat axial es troba utilitzant la següent expressió:

$$V_z = \sqrt{\frac{M^2 \gamma R T_{at}}{\frac{1}{(\cos \beta_a)^2} + \frac{M^2 \gamma R}{2 C_P (\cos \beta_b)^2}}} \quad (18)$$

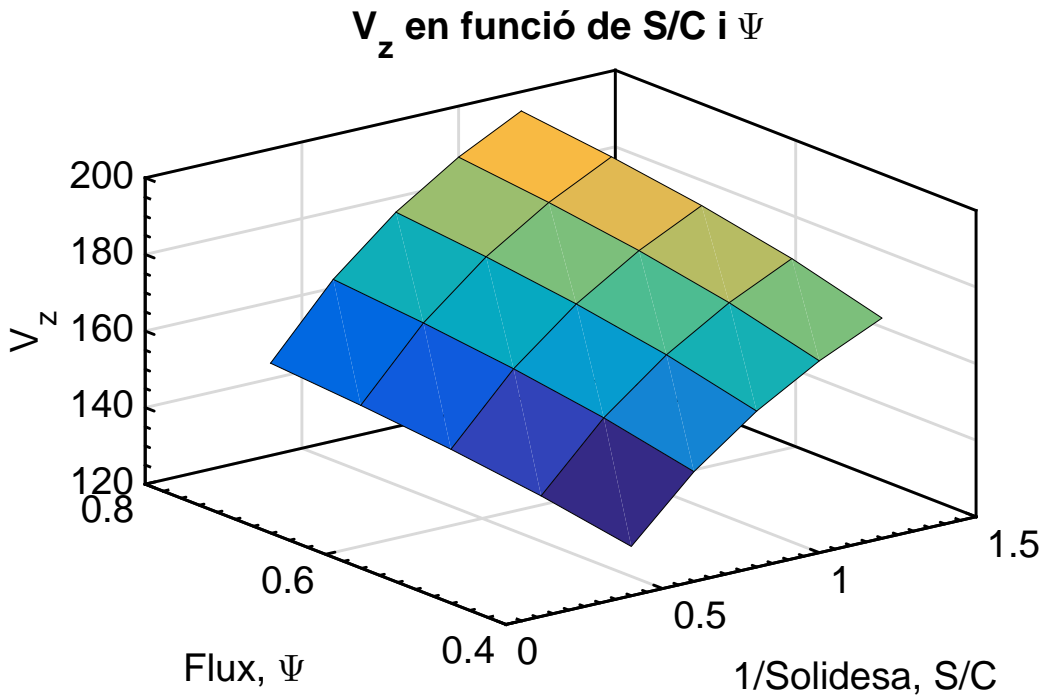


Figura 6: Valors de V_z en funció de S/C i Ψ .

La velocitat axial haurà d'estar entre els valors de $150m/s$ i $180m/s$. Per sota d'aquests valors el treball aportat per un esglaó es molt baix i per sobre podria donar pas a problemes de combustió. Es verificarà que la velocitat axial estigui entre aquests valors.

2.5 Càlcul de la velocitat tangencial en funció de S/C i Ψ

Un cop obtinguda la velocitat axial, calcular la velocitat tangencial es senzill degut a que estan directament relacionades mitjançant el paràmetre de flux.

$$\Psi = \frac{V_z}{U} \quad (19)$$

La velocitat tangencial, o velocitat d'arrossegament, també ha d'estar limitada degut a les càrregues centrífugues que produeix. Per aquesta raó, es verificarà que no sobrepassi el valor de $320m/s$.

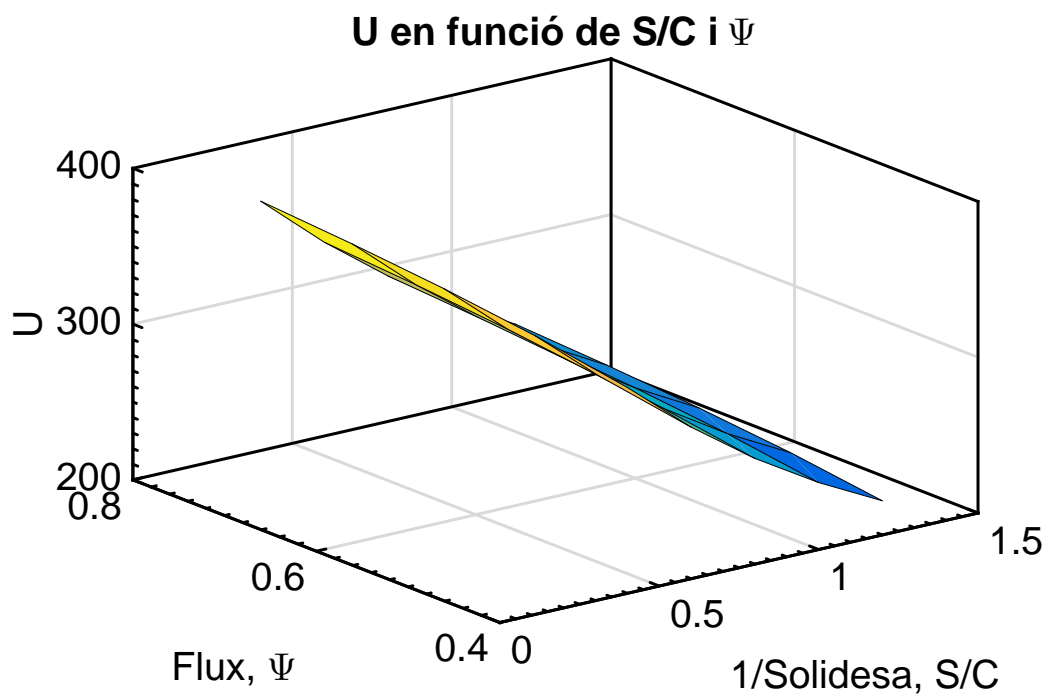


Figura 7: Valors de U en funció de S/C i Ψ .

2.6 Càlcul del treball de l'esglaó en funció de S/C i Ψ

El treball per esglaó es calcula utilitzant:

$$\tau_{esg} = UV_z(\tan \beta_a - \tan \beta_b) \quad (20)$$

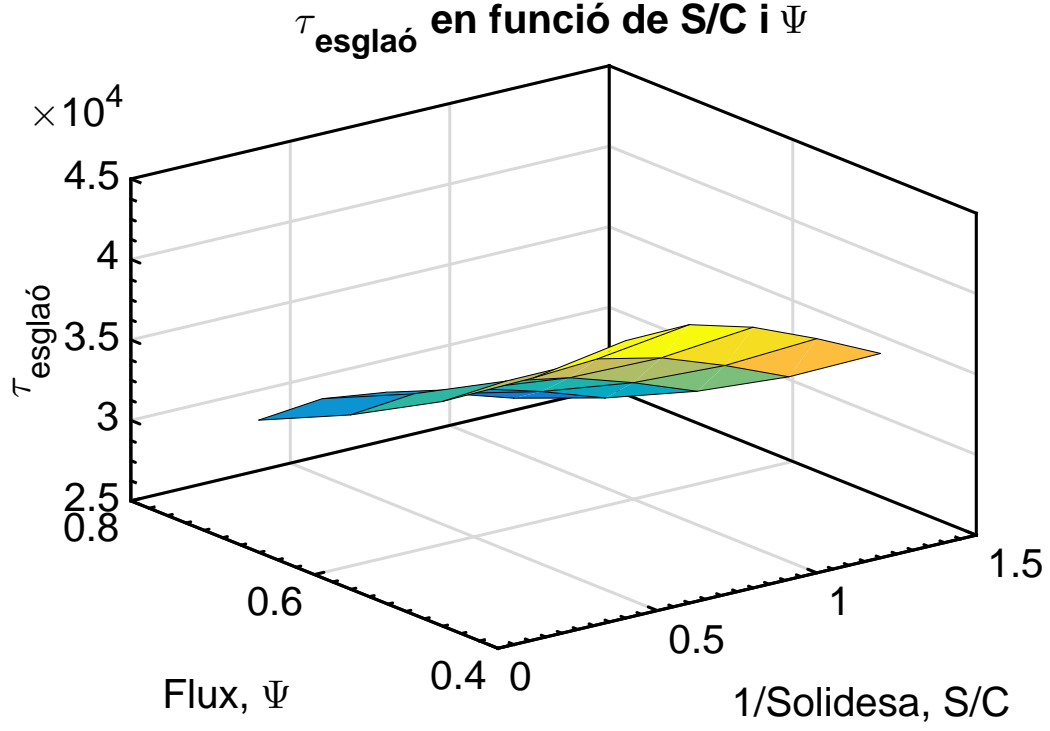


Figura 8: Valors de τ_{esg} en funció de S/C i Ψ .

2.7 Càlcul de la relació de radis en funció de S/C i Ψ

Es busca calcular al relació entre els radis exterior i interior de l'àlep. Per tal de trobar-la, es necessari realitzar un estudi sobre els esforços centrífugs. Es considerarà que l'àlep te una forma cilíndrica. Com que aquesta suposició no es real, s'haurà d'incorporar el següent factor:

$$\lambda = \frac{\sigma_{real}}{\sigma_{cilindre}} \quad (21)$$

El valor de λ oscil·la entre 0.6 y 0.8. En aquest disseny es prendrà $\lambda = 0.7$. La força centrífuga es pot calcular com:

$$F_c = \int_{r_i}^{r_e} A(r) \rho \omega^2 r dr \quad (22)$$

L'esforç a un àlep es:

$$\sigma = \frac{\rho \omega^2}{A} \int_{r_i}^{r_e} A(r) r dr \quad (23)$$

Tenint en compte la consideració ja mencionada d'assimilar l'àlep a un geometria cilíndrica amb àrea constant:

$$\sigma_{cilindre} = \rho \omega^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \quad (24)$$

Aplicant el factor de correcció λ :

$$\sigma_{real} = \lambda \rho \omega^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \quad (25)$$

Operant amb els valors coneguts fins ara es pot arribar a l'expressió:

$$\frac{r_i}{r_e} = \frac{U^2 - \frac{\sigma}{2\lambda\rho}}{U^2 + \frac{\sigma}{2\lambda\rho}} \quad (26)$$

Amb l'objectiu d'incorporar un factor de seguretat:

$$\sigma = \frac{\sigma_{max}}{4} \quad (27)$$

Els valors de σ_{max} i de densitat estan definits pel material utilitzat per a construir aquesta primera etapa. Es considera que el material serà un aliatge d'alumini: L-316. Les seves característiques son:

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= 3910^6 \text{ kg/m}^2 \\ \rho &= 2.8 \text{ kg/dm}^2 \end{aligned}$$

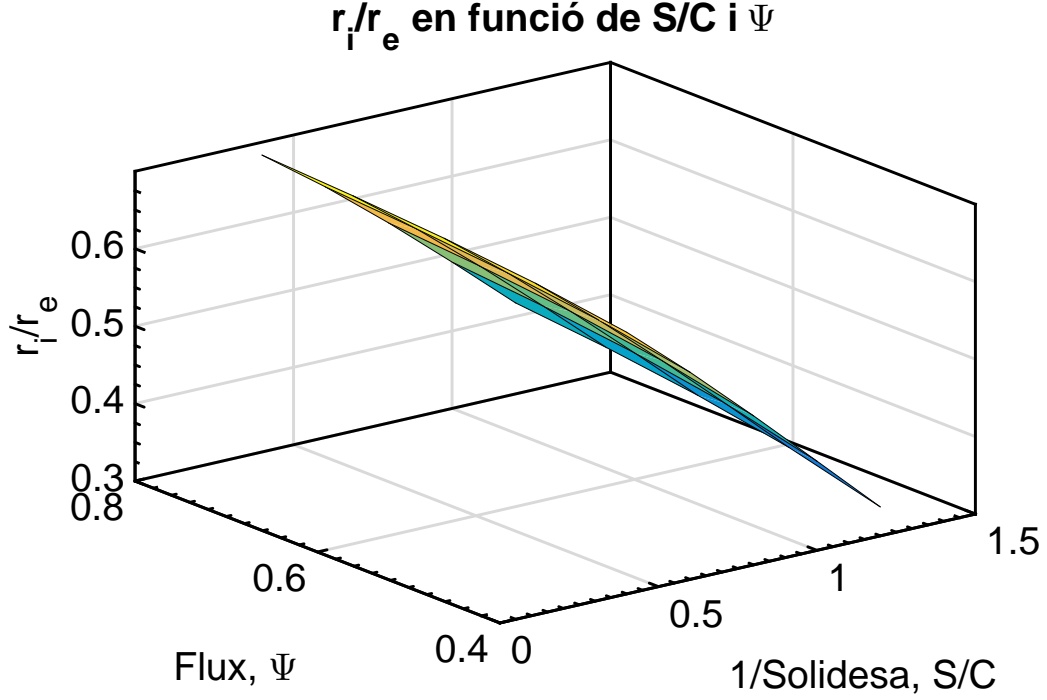


Figura 9: Valors de r_i/r_e en funció de S/C i Ψ .

2.8 Càlcul del radi exterior, radi interior, radi mitjà i altura en funció de S/C i Ψ

Es calcula el radi exterior utilitzant la següent expressió del flux màssic (consum, G) al compressor:

$$G = 2\rho V_z \pi \left(\frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \right) \quad (28)$$

Aïllant es pot obtenir:

$$r_e = \sqrt{\frac{G}{\pi \left(1 - \frac{r_i^2}{r_e^2} \right) V_z \rho_{at}}} \quad (29)$$

Un cop obtingut el valor del radi exterior, el radi interior es pot calcular amb l'expressió 26. L'altura dels àleps es la diferencia entre el radi exterior i el radi interior:

$$h = r_e - r_i \quad (30)$$

Els valors obtinguts son els següents:

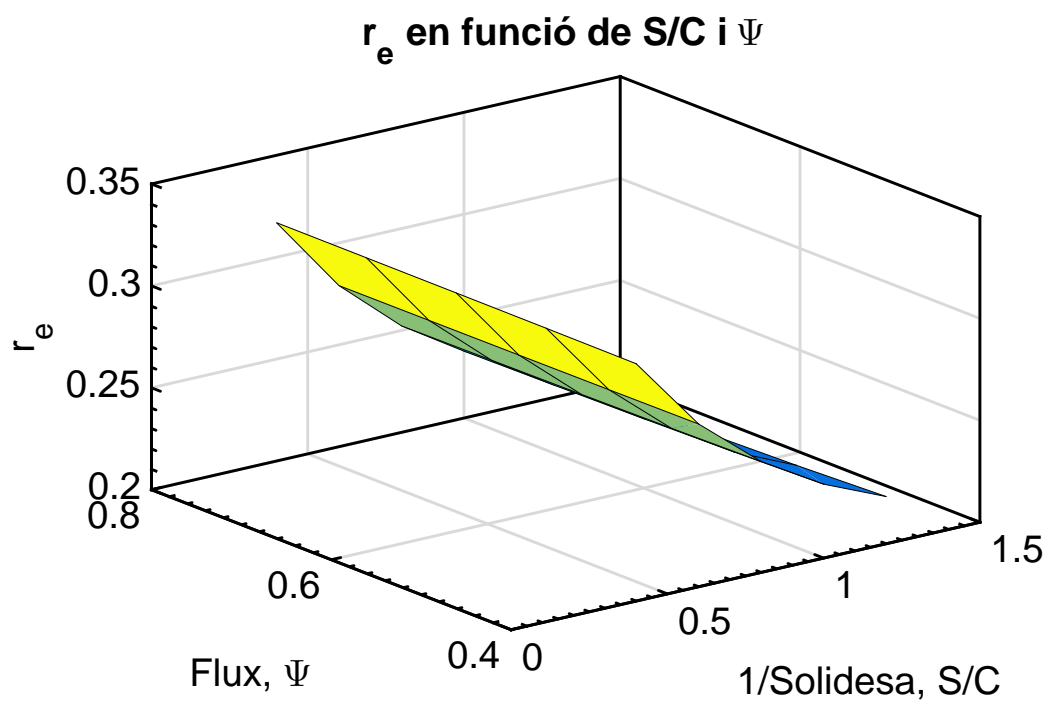


Figura 10: Valors de r_e en funció de S/C i Ψ .

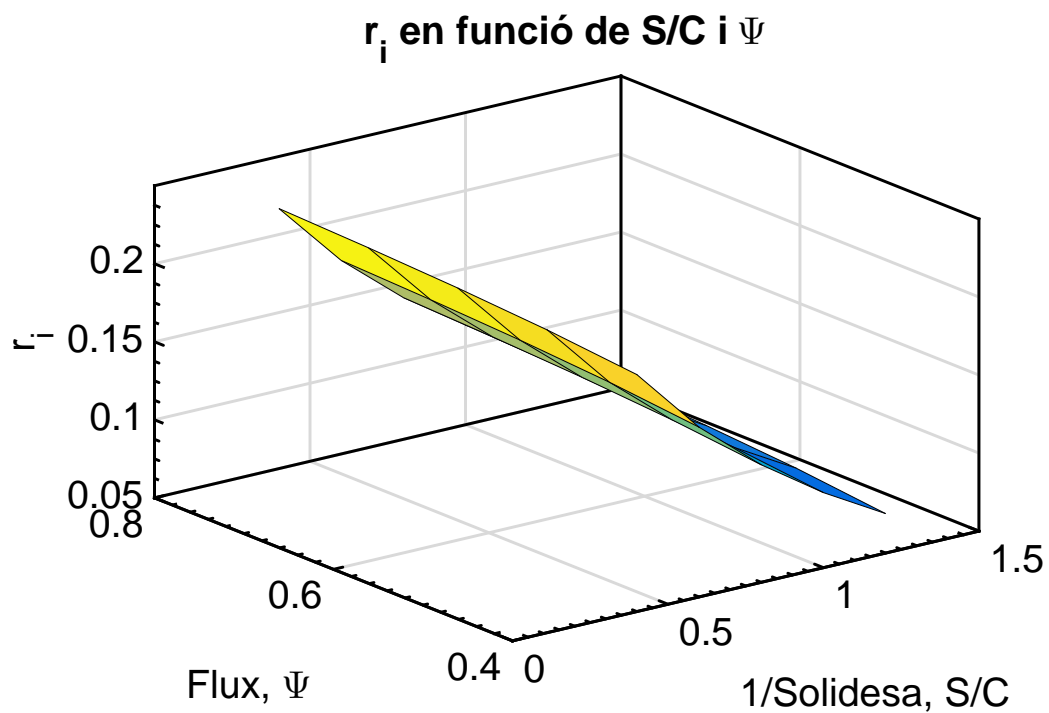


Figura 11: Valors de r_i en funció de S/C i Ψ .

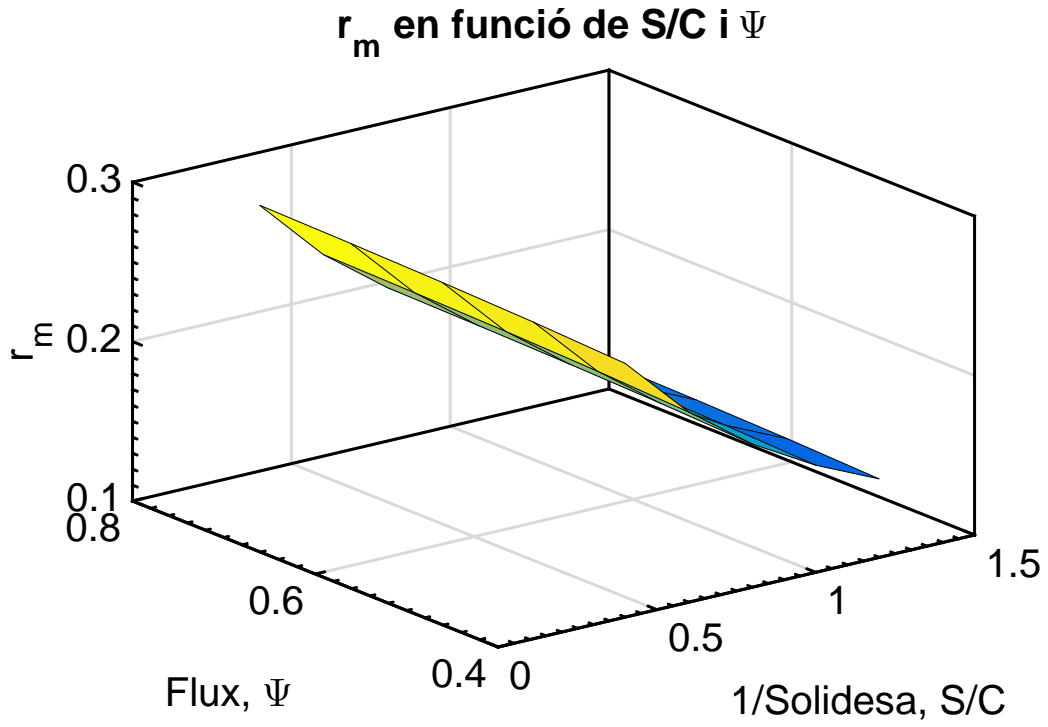


Figura 12: Valors de r_m en funció de S/C i Ψ .

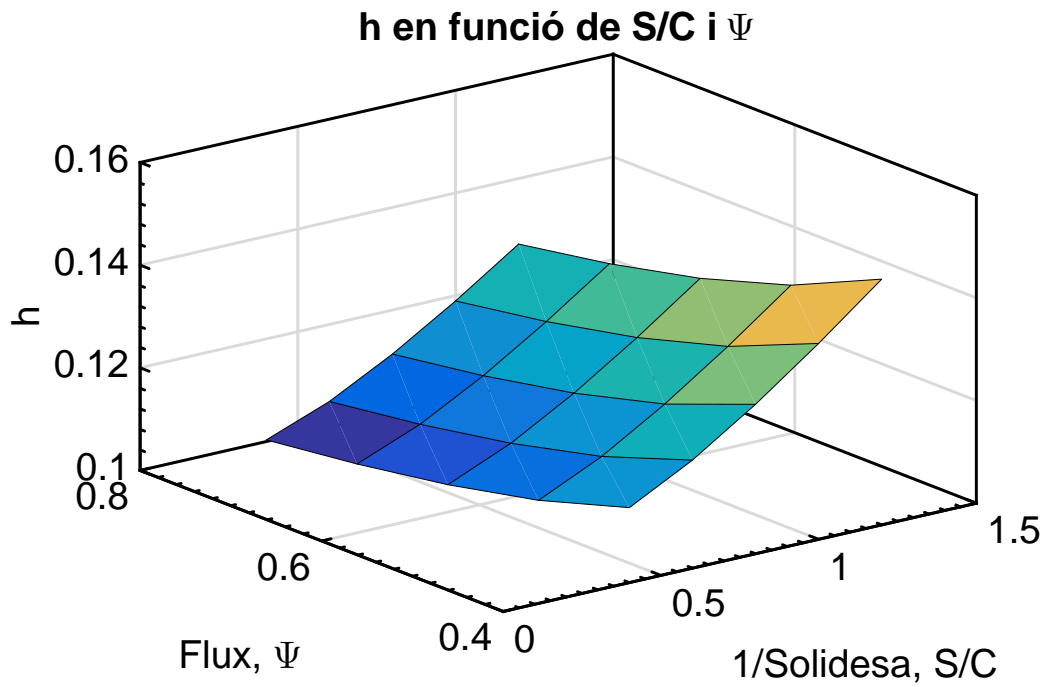


Figura 13: Valors de h en funció de S/C i Ψ .

2.9 Càlcul de la velocitat de gir en funció de S/C i Ψ

Per últim, es calcula la velocitat de gir del rotor. Aquesta es:

$$N(rpm) = \frac{60U}{2\pi r_m} \quad (31)$$

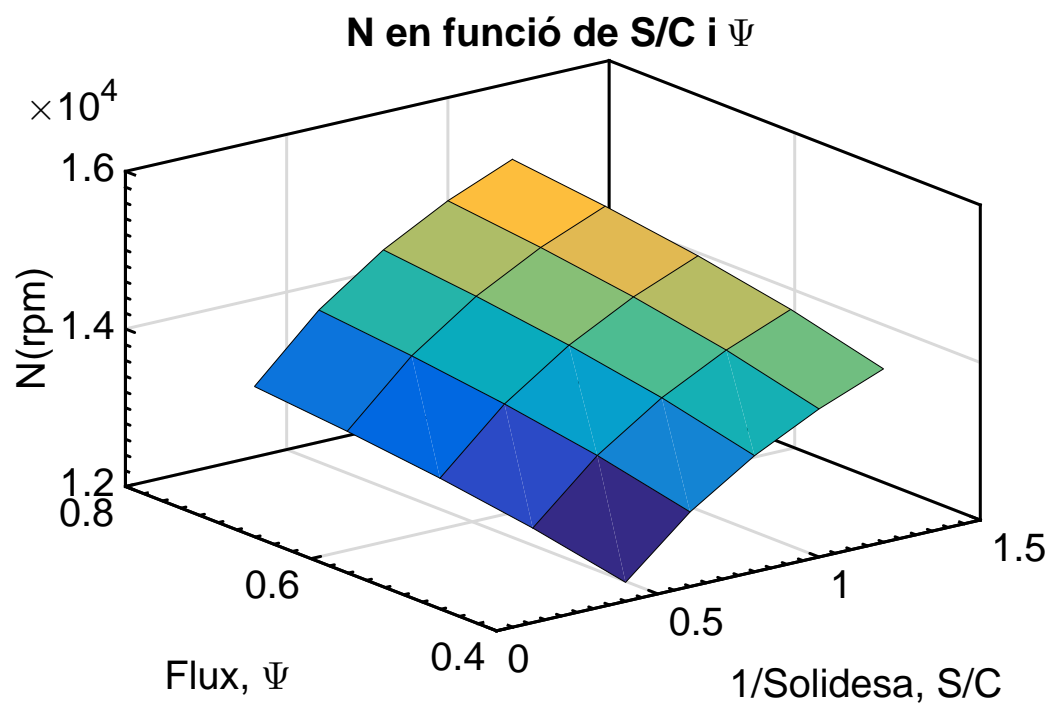


Figura 14: Valors de N en funció de S/C i Ψ .

3 Elecció de paràmetres S/C i Ψ

Es parteix del coneixement que el treball específic que ha de subministrar el nostre motor és $\tau_{23} = 300000 J/kg$.

A partir de motors similars, s'aprecia que les solucions per compressors estan entre 7, 8, 9 i 10 graons. Per tant, per cada un dels 4 casos es pot trobar el valor que es tindria de solidesa i el coeficient de flux del gràfic de τ_{esc} . S'escollirà el cas que tingui un major rendiment per escaló de tots els possibles.

Primer de tot es necessari saber el treball específic que ha de realitzar cada etapa de compressió segons el numero total d'etapes. Es calcula com $\tau_{esc} = \tau_{23}/N$ on N és el número d'etapes de compressió.

N	τ_{esc} [J/kg]
7	4.29×10^4
8	3.75×10^4
9	3.33×10^4
10	3.00×10^4

Taula 1: Treball específic segons etapes de compressió

Després, es superposen (Figura 15) els resultats obtinguts per cada escaló segons nombre d'etapes amb els valors de τ inicialment calculats per diferents S/C i Ψ .

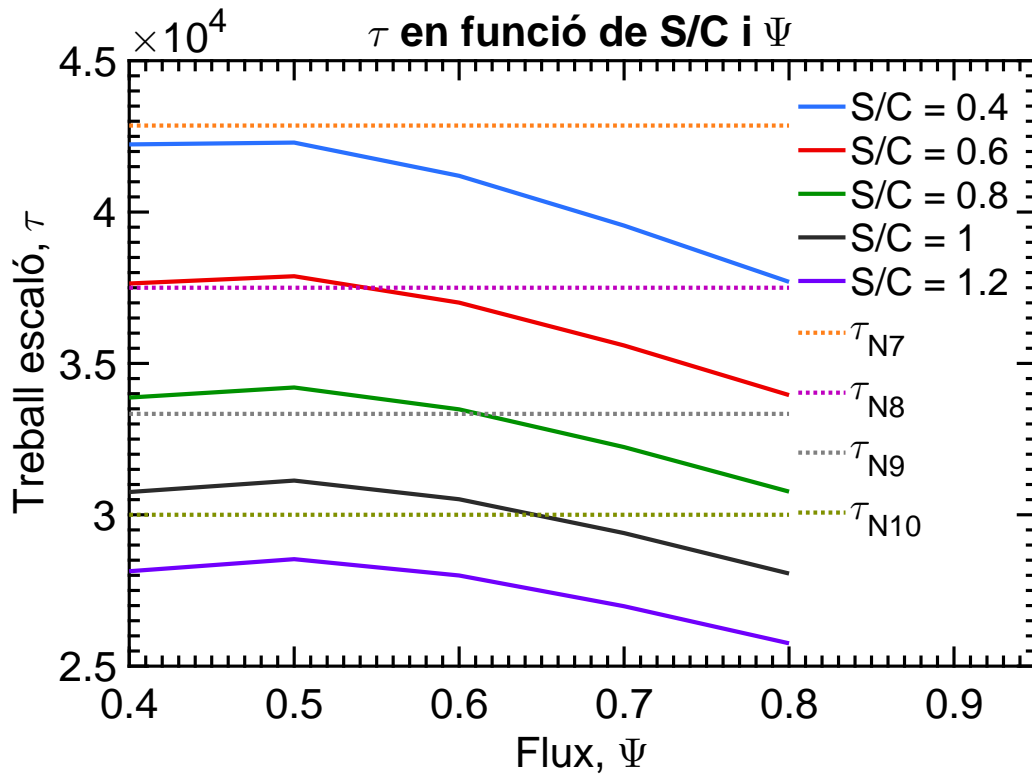


Figura 15: Valors de τ en funció de S/C i Ψ .

Es busca l'intersecció dels treballs específics calculats per a cada etapa amb els treballs d'escaló calculats per per diferents valors de S/C i Ψ .

El resultat, permet veure quin paràmetre S/C es el millor per a cada punt d'intersecció, però per saber el flux (Ψ) caldrà interpolat entre els dos punts més propers a l'intersecció.

S'han interpolat els valors del flux (Ψ) linealment a partir de dos punts d'informació propers a l'intersecció, (x_a, y_a) i (x_b, y_b) , per obtenir un tercer punt interpolat (x, y) segons,

$$y = y_a + (x - x_a) \frac{(y_b - y_a)}{(x_b - x_a)} \quad (32)$$

per aquest cas particular,

$$\Psi_N = \Psi_a + (\tau_N - \tau_a) \frac{(\Psi_b - \Psi_a)}{(\tau_b - \tau_a)} \quad (33)$$

Aquesta aproximació lineal, és vàlida ja que es treballa en un interval petit entre les dues dades conegudes. Finalment, els resultats obtinguts apareixen agrupats a la Taula 2.

N	S/C	Ψ
7	—	—
8	0.6	0.5437
9	0.8	0.6121
10	1	0.6455

Taula 2: Paràmetres escollits inicialment

3.1 Selecció del cas amb major rendiment

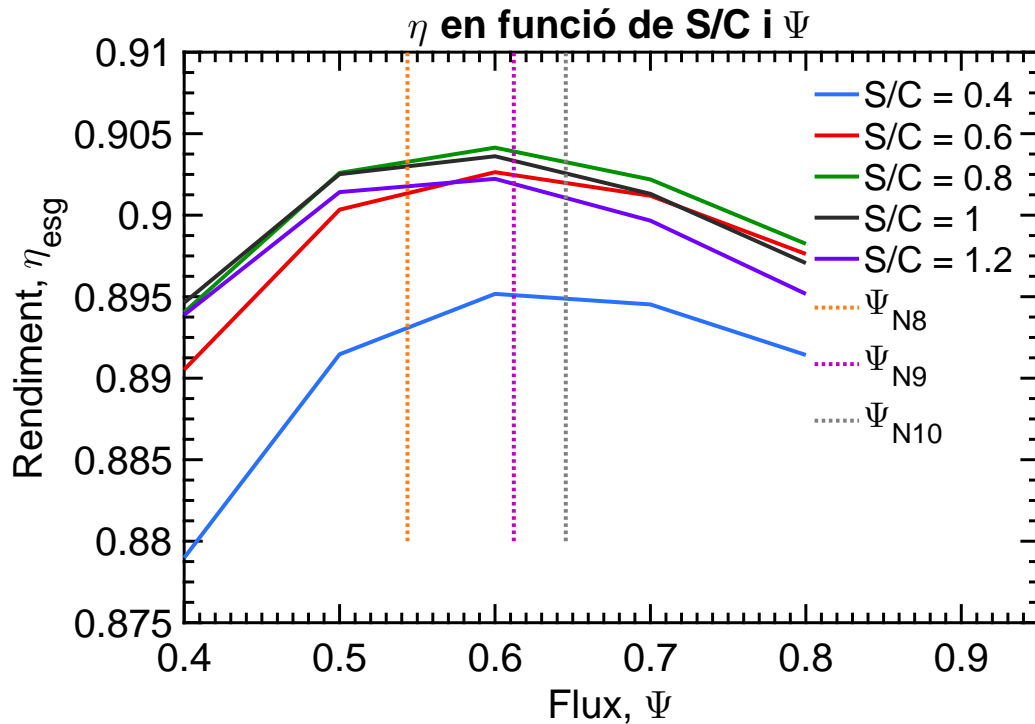


Figura 16: Valors de η en funció de S/C i Ψ .

Un cop se saben els paràmetres S/C i Ψ , per trobar els rendiments associats, se superposen els valors de η en funció de S/C i Ψ calculats amb anterioritat amb els valors de Ψ de la Taula 2. Aquest procés està il·lustrat a la Figura 16.

A l'igual que el primer cas, ara s'interpol·la el valor de η entre els dos punts més pròxims a l'intersecció. Obtenint-se els resultats de la Taula 3

N	S/C	Ψ	η_{esc}
7	—	—	—
8	0.6	0.5437	0.9013
9	0.8	0.6121	0.9039
10	1	0.6455	0.9026

Taula 3: Paràmetres escollits inicialment, més η_{esc}

La primera impressió, es de que el compressor de 9 etapes, té el millor rendiment. Tot i això, és necessari calcular el rendiment total del compressor per veure si és realment així, ja que tots els rendiments tenen valors molt similars entre si.

A partir de l'equació 34 es pot calcular el rendiment total del compressor. Per fer-ho, com en els anteriors casos, es necessari interpolar els valors de C_D i C_{Li} , seguint el mateix principi.

$$\eta_{23} = 1 - N \frac{C_D}{C_{Li}} \left(2\Psi + \frac{1}{2\Psi} \right) \quad (34)$$

N	S/C	Ψ	η_{23}
7	—	—	—
8	0.6	0.5437	0.2142
9	0.8	0.6121	0.1360
10	1	0.6455	0.0278

Taula 4: Paràmetres escollits inicialment, més η_{23}

Els resultats obtinguts són molt interessants, ja que mostren que el compressor més eficient és el de 8 etapes, per tant, els paràmetres escollits són:

N	S/C	Ψ
8	0.6	0.5437

Taula 5: Paràmetres escollits

Finalment, es verifica que el rang de velocitat axial estigui entre 150m/s i 180m/s com s'ha comentat anteriorment a l'informe. També es verifica que la velocitat axial no superi els 320m/s per tal de no comprometre estructuralment els àleps. A la Taula 6 es pot comprovar que els valors estan dins dels rangs vàlids.

$V_z[m/s]$	$u[m/s]$	C_L	C_D	η_{esc}	η_{23}
160.73	290.24	0.6990	0.0346	0.9013	0.2142

Taula 6: Paràmetres interpolats per $N = 8$, $S/C = 0.6$ i $\Psi = 0.5437$

- 4 **Opcional 1. Càlcul de S i N (número d'àleps al primer graó)**
- 5 **Opcional 2. Càlcul de la longitud total del compressor**

Referències