

Odpornost snarkov in uvedba 4-ciklov v snarke

Vanja Kalaković, Eva Strašek

Fakulteta za matematiko in fiziko

4. december 2023

Mentor: Janoš Vidali in Riste Škrekovski

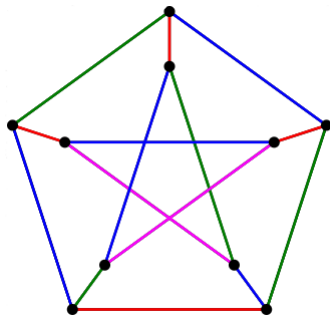
Naloga 30: Odpornost snarkov

Odpornost
snarkov in uvedba
4-ciklov v snarke

Vanja Kalaković,
Eva Strašek

Definicija

Snark je ciklično 4-povezan kubičen graf z notranjim obsegom vsaj 5 in kromatičnim indeksom 4. Snark reda n in velikosti m označimo z $S(n, m)$.



Slika: Petersenov graf je najmanjši snark. Vsi snarki vsebujejo subdivizijo Petersenovega grafa

Definicija

Predpostavimo, da imamo graf $G = (V, E)$. Odpornost povezav $er(G)$ je najmanjše število k povezav, ki jih je treba odstraniti, da postane graf G k -robno obarljiv.

```
1  def odpornost_povezav(graf):
2      seznam_odpornosti = list(zero_vector(60))
3      for i in range(60):
4          graf1 = copy(graf)
5          odpornost = 0
6          while graf1.chromatic_index() != 3:
7              u,v = graf1.random_edge(labels=False)
8              graf1.delete_edge(u,v)
9              odpornost += 1
10             seznam_odpornosti[i] = odpornost
11     return min(seznam_odpornosti)
```

Definicija

Predpostavimo, da imamo graf $G = (V, E)$. Odpornost vozlišč $vr(G)$ je najmanjše število k vozlišč E , ki jih je treba odstraniti, da postane graf G k -robno obarljiv.

```
1  def odpornost_vozlisc(graf):
2      seznam_odpornosti = list(zero_vector(30))
3      for i in range(30):
4          graf1 = copy(graf)
5          odpornost = 0
6          while graf1.chromatic_index() != 3:
7              u = graf1.random_vertex()
8              graf1.delete_vertex(u)
9              odpornost += 1
10             seznam_odpornosti[i] = odpornost
11  return min(seznam_odpornosti)
```

Predstavitev rezultatov

Odpornost
snarkov in uvedba
4-ciklov v snarke

Vanja Kalaković,
Eva Strašek

snark	št. vozl.	št. povez.	odpor. povez.	odpor. vozl.
Petersenov graf	10	15	2	2
Graf 2760	18	27	2	2
Flower snark J5	20	30	2	2
Loupekines snark 1	22	33	2	2
Loupekines snark 2	22	33	2	2
Golberg snark 3	24	36	2	2
Celmins Swart snark 1	26	39	2	2
Celmins Swart snark 2	26	39	2	2
Flower snark J5	28	42	2	2
Snark dvojna zvezda	30	35	2	2
Graf 3337	34	51	2	2
Graf 3363	36	54	2	2
Golberg snark 5	40	60	2	2
Graf 25159	44	66	3	3

Naloga 31.

Odpornost
snarkov in uvedba
4-ciklov v snarke

Vanja Kalaković,
Eva Strašek

Pri nalogi naju je zanimalo kdaj uvedba 4-cikla v snark ohrani kromatični indeks, torej da kromatični indeks ostane 4.

Kromatični indeks grafa G je število $\chi'(G)$, ki predstavlja najmanjše število barv, ki jih potrebujemo za barvanje povezav grafa G tako, da so sosednje povezave pobarvane paroma različno.

Naj bo graf G' dobljen tako, da kubičnemu grafu G dodamo vozlišča a_1, a_2 in a_3, a_4 zaporedno na povezavi $e_1 = u_1v_1$ in $e_2 = u_2v_2$ ter povezave a_1a_4 in a_2a_3 . Če je $\chi'(G') = 4$, potem je $\chi'(G) = 4$.

```
1  def nov_kromaticni_indeks(snark, a, b, c, d):
2
3      first_edge_to_subdivide = (a, b)
4
5      snark.add_edge(first_edge_to_subdivide[0], 'u1')
6      snark.add_edge('u1', 'u2')
7      snark.add_edge('u2', first_edge_to_subdivide[1])
8
9      second_edge_to_subdivide = (c, d)
10
11     snark.add_edge(second_edge_to_subdivide[0], 'v1')
12     snark.add_edge('v1', 'v2')
13     snark.add_edge('v2', second_edge_to_subdivide[1])
14
15     snark.add_edge('u1', 'v1')
16     snark.add_edge('u2', 'v2')
17
18     return snark.chromatic_index()
```

```
1      nov_kromaticni_indeks(G, 1, 2, 5, 7)
2      4
3
4      nov_kromaticni_indeks(goldberg_snark_3, 1, 2, 3, 4)
5      4
6
7      nov_kromaticni_indeks(snark_3337, 1, 2, 3, 4)
8      4
```

```
1  import random
2
3  def nakljucni_izbor_kromaticni_indeks(snark):
4
5      random_edge1 = random.choice(snark.edges())
6      random_edge2 = random.choice([edge for edge in
7                                   snark.edges() if edge != random_edge1])
8
9      snark.add_edge(random_edge1[0], 'u1')
10     snark.add_edge('u2', random_edge1[1])
11     snark.add_edge('u1', 'u2')
12
13     snark.add_edge(random_edge2[0], 'v1')
14     snark.add_edge('v2', random_edge2[1])
15     snark.add_edge('v1', 'v2')
16
17     snark.add_edge('u1', 'v1')
18     snark.add_edge('u2', 'v2')
19
20     return snark.chromatic_index()
```

1	<code>nakljucni_izbor_kromaticni_indeks (G)</code>
2	<code>4</code>
3	
4	<code>nakljucni_izbor_kromaticni_indeks (flower_snark_j5)</code>
5	<code>5</code>

```
1  import random
2
3  def nakljucni_kromaticni_indeks_drugi (snark):
4      vertices_list = list (snark.vertices ())
5      a = random.choice (vertices_list)
6
7      neighbors_of_a = snark.neighbors (a)
8
9      b = random.choice (neighbors_of_a)
10     neighbors_of_b = snark.neighbors (b)
11
12     neighbors_of_a.remove (b)
13     neighbors_of_b.remove (a)
14
15     a1 = neighbors_of_a [0]
16     a2 = neighbors_of_a [1]
17     b1 = neighbors_of_b [0]
18     b2 = neighbors_of_b [1]
19
20     snark.add_edge (a1,b1)
21     snark.add_edge (a2,b2)
22
23     snark.delete_edge (a,b)
24
25     return snark.chromatic_index ()
```

1	<code>nakljucni_kromaticni_indeks_drugi (G)</code>
2	<code>4</code>
3	
4	<code>nakljucni_kromaticni_indeks_drugi (flower_snark_j5)</code>
5	<code>4</code>
6	
7	<code>nakljucni_kromaticni_indeks_drugi (snark_3337)</code>
8	<code>4</code>

Uvedba 4-cikla v snark po prvi metodi ohranja kromatični indeks v primeru kjer vzamemo povezavi z različnimi vozlišči, torej če vzamemo recimo povezavo ab ne smemo vzeti povezave bc lahko pa recimo vzamemo cd.

Pri drugi metodi pa lahko vidimo, da se kromatični indeks ohrani v vsakem primeru, ko izberemo naključno vozlišče in enega izmed njegovih sosedov.