

ΠΛΗ 402 – Θεωρία Υπολογισμού – 2021

Διδάσκων: Μ. Γ. Λαγουδάκης 4η Σειρά Ασκήσεων Παράδοση: 16/6/2021, 11μμ

Οδηγίες

- * Η ενασχόληση με τις ασκήσεις θα σας βοηθήσει **σημαντικά** ως προετοιμασία για την τελική εξέταση.
- * Η συνεργασία στην επίλυση είναι θεμιτή, αλλά η καταγραφή των λύσεων πρέπει να γίνεται **ατομικά**.
- * Στην **πρώτη σελίδα** θα αναγράφονται ρητά τα ονόματα όλων όσοι συνεργάστηκαν στην επίλυση.
- * Σε περιπτώσεις καθαρής **αντιγραφής** οι εμπλεκόμενοι αυτομάτως **μηδενίζονται** στο μάθημα.
- * Η παράδοση των ασκήσεων γίνεται **μόνο** μέσω της ιστοσελίδας <https://www.eclass.tuc.gr>.
- * Με την παράδοση της άσκησης, ο φοιτητής εντάσσεται στην Ομάδα Α (ασκήσεις, εργασία, εξέταση).
- * Οι ασκήσεις παραδίδονται **μόνο δακτυλογραφημένες** (Latex, Word, ...) και **μόνο σε pdf**.

1. Οι κλάσεις \mathcal{P} και \mathcal{NP}

1.1 [20%] Αποδείξτε ότι αν $L_1 \in \mathcal{NP}$ και $L_2 \in \mathcal{P}$, τότε και $L_1 - L_2 \in \mathcal{NP}$.

1.2 [20%] Δείξτε ότι το πρόβλημα 2021-SAT (ικανοποιησιμότητα λογικής πρότασης σε μορφή CNF με ακριβώς 2021 στοιχεία ανά συνθήκη) ανήκει στην κλάση \mathcal{NP} .

2. Πολυωνυμικές αναγωγές

2.1 [60%] Έστω το παρακάτω στιγμιότυπο του SAT (ικανοποιησιμότητα λογικής πρότασης σε CNF):

$$(x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_6})$$

(α') [20%] Βάσει της πολυωνυμικής αναγωγής από το SAT στο 3-SAT (ακριβώς 3 στοιχεία ανά συνθήκη), δώστε το στιγμιότυπο του 3-SAT στο οποίο ανάγεται το παραπάνω στιγμιότυπο του SAT.

(β') [20%] Εάν κάνατε αναγωγή απευθείας από το SAT στο INDEPENDENTSET, ποιο θα ήταν το στιγμιότυπο (G, K) του INDEPENDENTSET στο οποίο θα αναγόταν το αρχικό στιγμιότυπο του SAT;

(γ') [20%] Μπορείτε να βρείτε μία λύση (ανεξάρτητο σύνολο μεγέθους 5) για το στιγμιότυπο (G, K) του ερωτήματος (β') και την αντίστοιχη ανάθεση τιμών αληθείας στις μεταβλητές x_i που ικανοποιεί το αρχικό στιγμιότυπο του SAT (λογική πρόταση σε CNF);

3. Άσκηση Bonus

3.1 [20%] Αποδείξτε ότι το πρόβλημα 2021-SAT (ικανοποιησιμότητα λογικής πρότασης σε μορφή CNF με ακριβώς 2021 στοιχεία ανά συνθήκη) είναι \mathcal{NP} -πλήρες.