

Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

4^η Εργαστηριακή Αναφορά

Εργαστηριακή Ομάδα 0

Γιουμερτάκης Απόστολος, 2017030142

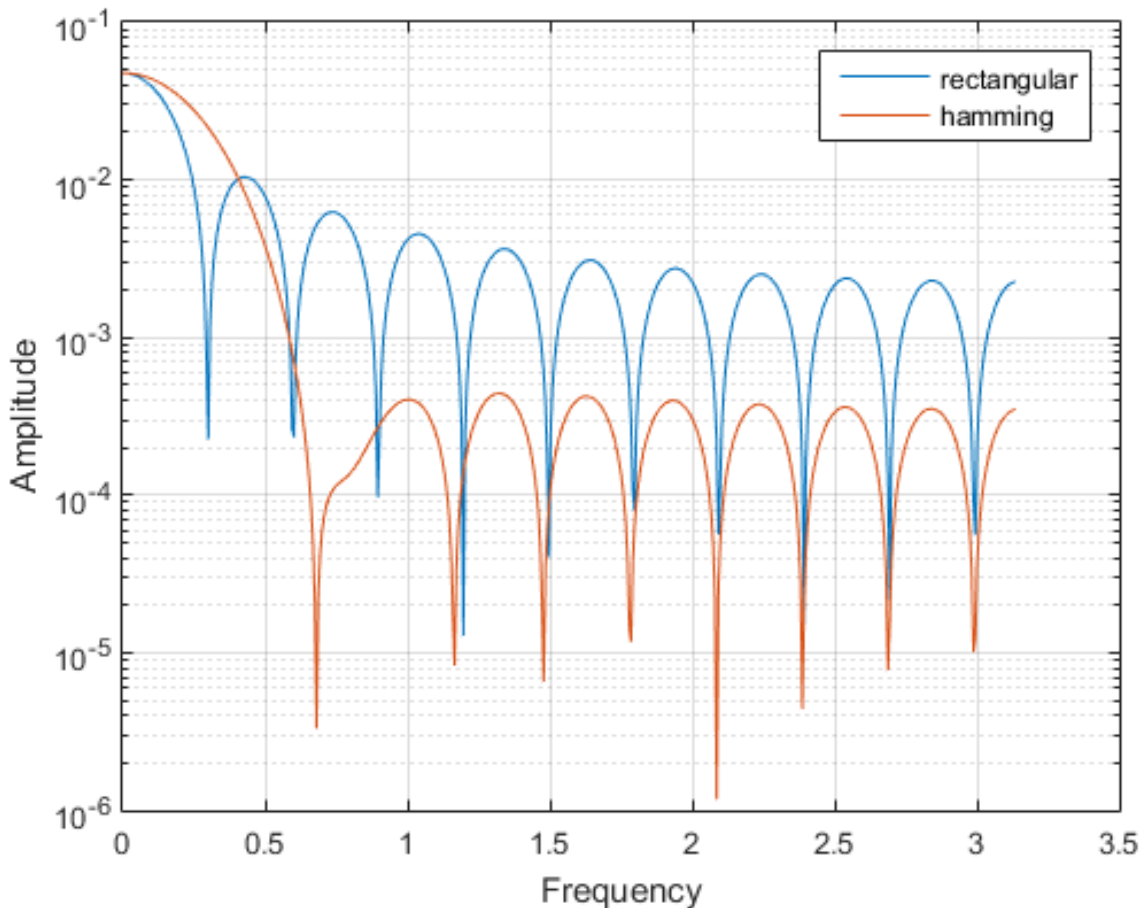
Κατσούπης Ευάγγελος, 2017030077

1^η Άσκηση

Για την δημιουργία των χαμηλοπερατών φίλτρων έγινε χρήση της συνάρτησης `fir1()` με ορίσματα την τάξη του φίλτρου (που στην περίπτωση μας είναι το μήκος μειωμένο κατά ένα), την ψηφιακή συχνότητα αποκοπής (που υπολογίστηκε κανονικοποιώντας την, σύμφωνα με την συχνότητα δειγματοληψίας) και τον τύπο παραθύρου που χρειάστηκε κάθε φορά.

Σαν μήκος παραθύρου ορίζεται το διάστημα του παραθύρου όπου αυτό έχει μη μηδενικές τιμές. Με μεγαλύτερο παράθυρο προσεγγίζουμε ιδεατό φίλτρο μιας και μειώνουμε το την διάρκεια της ζώνης μετάβασης.

Στην συνέχεια υπολογίστηκε η απόκριση της συχνότητας των δύο επιμέρους φίλτρων ως εξής:



Σχήμα 1: Απόκριση συχνότητας φίλτρων σε λογαριθμική κλίμακα

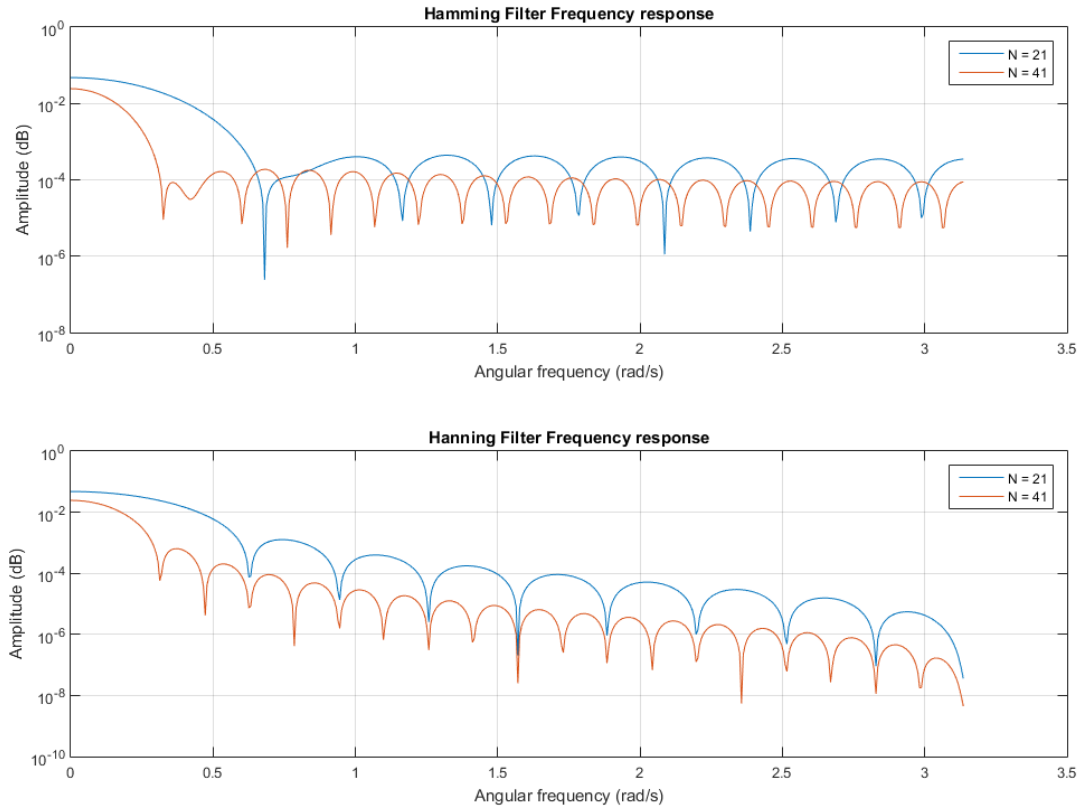
Παρατηρώντας τα φίλτρα μπορούμε να επισημάνουμε αρκετές διαφορές. Αρχικά στο rectangular φίλτρο παρατηρείται το φαινόμενο gibbs μιας και η απόκριση φαίνεται να μεταβαίνει στην stopband, περίπου στο μισό της ζώνης μετάβασης, χωρίς όμως να μηδενίζεται (η απόκριση συχνότητας ταλαντώνεται γύρω από την συχνότητα αποκοπής). Επιπλέον εμφανίζονται μεγάλα ripples κατά τα οποία οι συχνότητες, με το οποίο το φίλτρο θα επιδρά, θα εμφανίζονται μέχρι, αυτά να αποσβέσουν.

Αντίθετα, στο φίλτρο amming παρατηρείται πιο αργή μετάβαση στο stopband, αλλά εμφανίζοντας ripples πολύ μικρότερα συγκριτικά με αυτά του rectangular.

2^η Άσκηση

Σε αυτή την άσκηση, κατασκευάστηκαν 4 βαθμυπερατά φίλτρα με συχνότητα αποκοπής $\omega_c = 0.5 \text{ rad/s} \rightarrow f_c = 0.25 \text{ Hz}$, 2 Hamming μεγέθους $N=21, 41$ και 2 Hanning μεγέθους $N=21, 41$ με τον ίδιο τρόπο όπως στην άσκηση 1.

Οι αποκρίσεις συχνότητας των φίλτρων φαίνονται παρακάτω:



Σχήμα 2: Απόκριση συχνότητας φίλτρων

Για $N=21$, τα δύο φίλτρα (Hamming-Hanning) έχουν το ίδιο πλάτος αρχικά. Για $N=41$, το πλάτος είναι μικρότερο απ' ό,τι για $N=21$.

Το φίλτρο με παράθυρο Hamming έχει ένα μεγάλο λοβό (κύριος λοβός) στην αρχή και πολλούς μικρότερους που όμως έχουν σταθερό πλάτος. Αυξάνοντας το μήκος του παραθύρου ($N=21$ σε 41), παρατηρείται ότι το πλάτος του μεγάλου λοβού μειώνεται γρηγορότερα με την αύξηση της συχνότητας και ότι οι μικρότεροι λοβοί έχουν επίσης μικρότερο πλάτος και διάρκεια, οπότε και μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης. Το φίλτρο με παράθυρο Hanning έχει επίσης έναν μεγάλο λοβό (κύριος λοβός) στην αρχή και πολλούς μικρότερους που όμως το πλάτος του μειώνεται σταδιακά με την αύξηση της συχνότητας. Αυξάνοντας το μήκος του παραθύρου ($N=21$ σε 41), η διάρκεια και το πλάτος του πρώτου λοβού μειώνονται, το ίδιο συμβαίνει και στους μικρότερους λοβούς.

Σε κάθε περίπτωση, παρουσιάζεται ισχυρός κυματισμός (ripples) στην ζώνη αποκοπής (stopband).

Στην συνέχεια κατασκευάσαμε το σήμα:

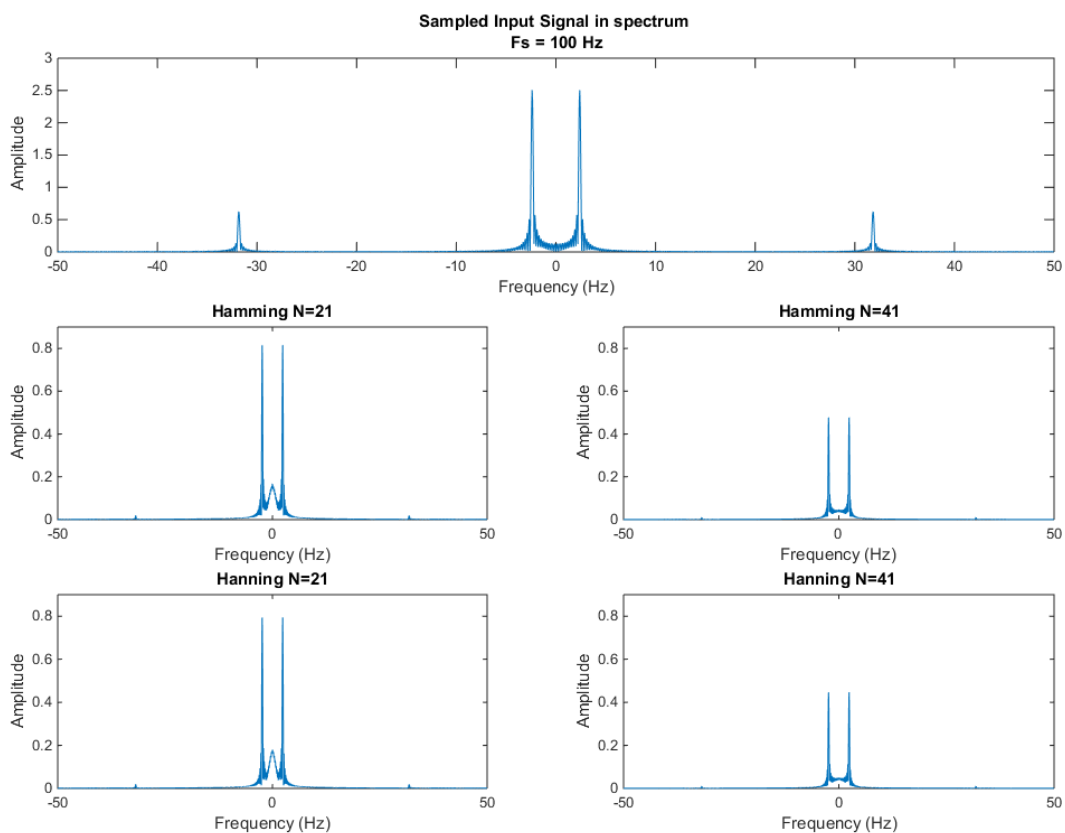
$$x(t) = \sin(15t) + 0.25\sin(200t)$$

Γίνεται δειγματοληψία με $N=500$ δείγματα και συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 100$ Hz οπότε προκύπτει το επιθυμητό σήμα στον χρόνο.

Παρατηρείται πως η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι $f_{max} = \frac{200}{2\pi} = 31,83$ Hz, οπότε, για να μην εμφανιστεί aliasing, πρέπει η συχνότητα δειγματοληψίας να είναι δύο φορές μεγαλύτερη, βάσει θεωρήματος Nyquist. Οπότε στην περίπτωση μας δεν εμφανίζεται το φαινόμενο και δεν χάνεται πληροφορία.

Στην συνέχεια το δειγματοληπτημένο σήμα επεξεργάζεται με τα χαμηλοπερατά φίλτρα, τα οποία δημιουργήθηκαν. Με την χρήση της συνάρτησης filter() και με ορίσματα το κάθε φίλτρο (1ο όρισμα: αποκρίση συχνότητας φίλτρου, 2ο όρισμα: '1') αλλά και το σήμα αναφοράς προκύπτουν τέσσερα (4) νέα σήματα.

Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό Fourier, τα φιλτραρισμένα σήματα αλλά και το αρχικό, μεταβαίνουν στον τομέα της συχνότητας, όπως φαίνεται παρακάτω:

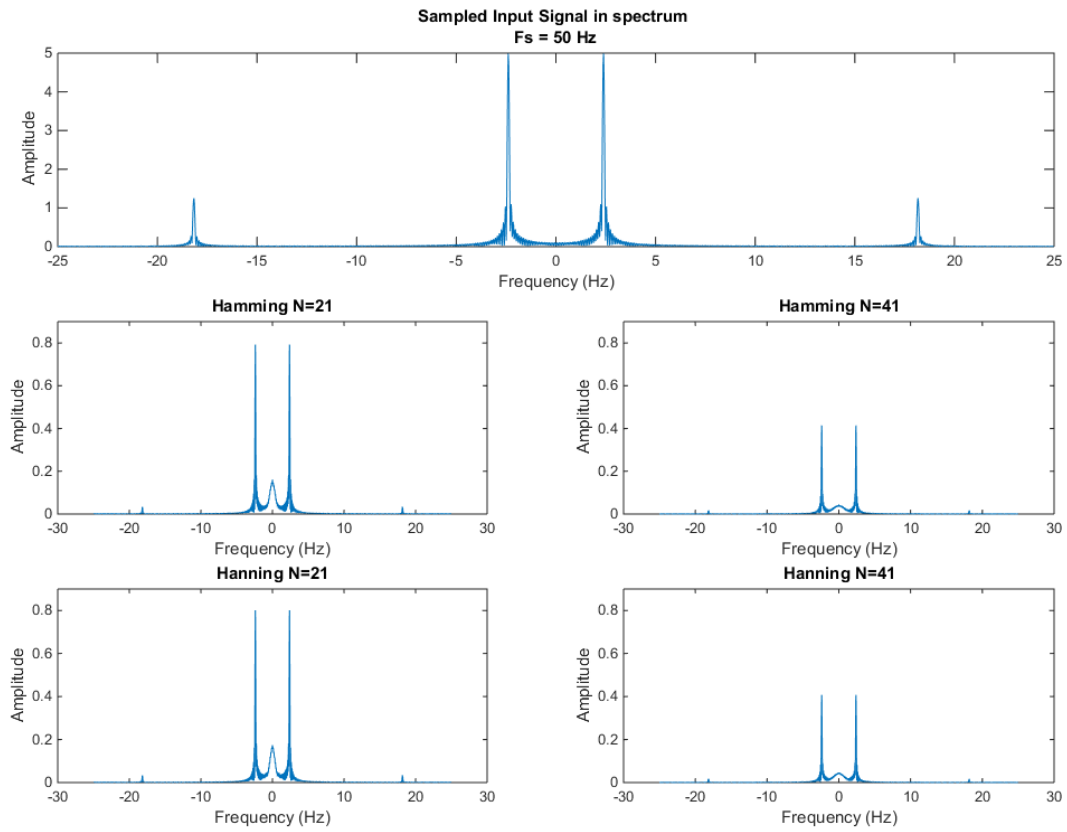


Σχήμα 3: Φάσμα φίλτρων, $f_s = 100$ Hz

Παρατηρείται ότι συχνότητες μεγαλύτερες της συχνότητας αποκοπής $f_c = 0.25$ Hz, φθίνουν σημαντικά και συγκεκριμένα η ακμή με συχνότητα $200 \text{ rad/s} \simeq 31.83$ Hz έχει εξαλειφθεί σε όλες τις περιπτώσεις. Για $N=21$ τόσο στο Hamming όσο και στο Hanning, το πλάτος των ακμών με συχνότητα $15 \text{ rad/s} \simeq 2.39$ Hz μειώνεται από $\simeq 2.5$ σε $\simeq 0.8$ ενώ για $N=41$ μειώνεται ακόμα περισσότερο από $\simeq 2.5$ σε $\simeq 0.4$.

Επιπλέον παρατηρείται πως για μεγαλύτερο μήκος παραθύρου έχουμε μικρότερη ζώνη μετάβασης. Το παραπάνω γίνεται αντιληπτό καθώς οι λοβοί στα 0 Hz δεν υπάρχουν στις εξόδους των συστημάτων όπου εφαρμόστηκε φίλτρο με μεγαλύτερο παράθυρο.

Στην περίπτωση που η συχνότητα δειγματοληψίας είναι $F_s = 50$ Hz παρατηρείται το φαινόμενο της Επικάλυψης ($f_s < 2f_{max}$). Οι αποκρίσεις συχνότητας στην έξοδο του συστήματος είναι:



Σχήμα 4: Φάσμα φίλτρων, $f_s = 50$ Hz

Παρατηρούμε ότι πλέον η μέγιστη συχνότητα είναι $f_{max} = f_s - \frac{200}{2\pi} \simeq 50 - 31,83 = 18,17$ Hz. Οπότε η ακμή με συχνότητα $\simeq 18.17$ Hz έχει εξαλειφθεί και πάλι σε όλες τις περιπτώσεις. Για $N=21$ τόσο στο Hamming όσο και στο Hanning, το πλάτος των ακμών με συχνότητα $15 \text{ rad/s} \simeq 2.39$ Hz μειώνεται από $\simeq 2.5$ σε $\simeq 0.8$ ενώ για $N=41$ μειώνεται ακόμα περισσότερο από $\simeq 2.5$ σε $\simeq 0.4$.