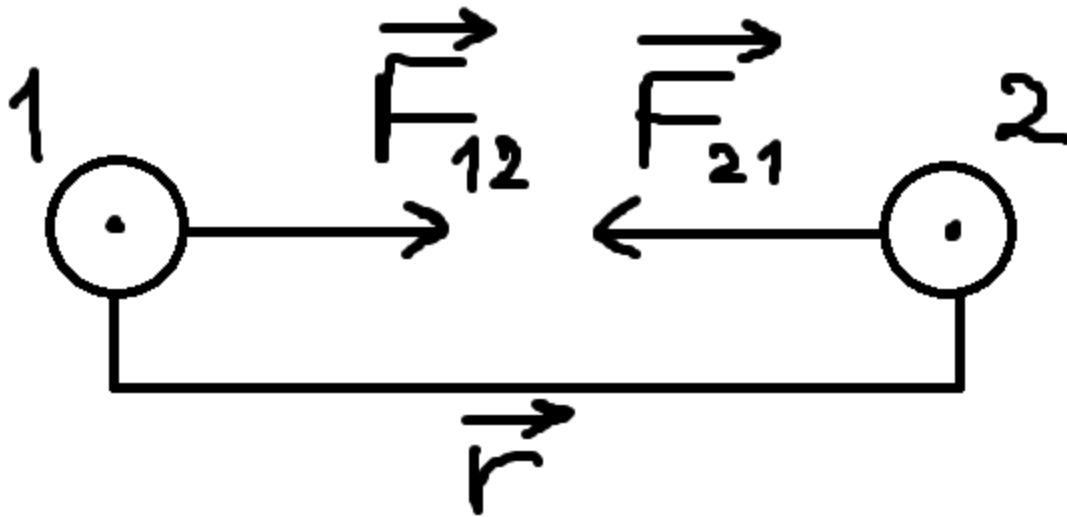


Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера. Космические скорости.

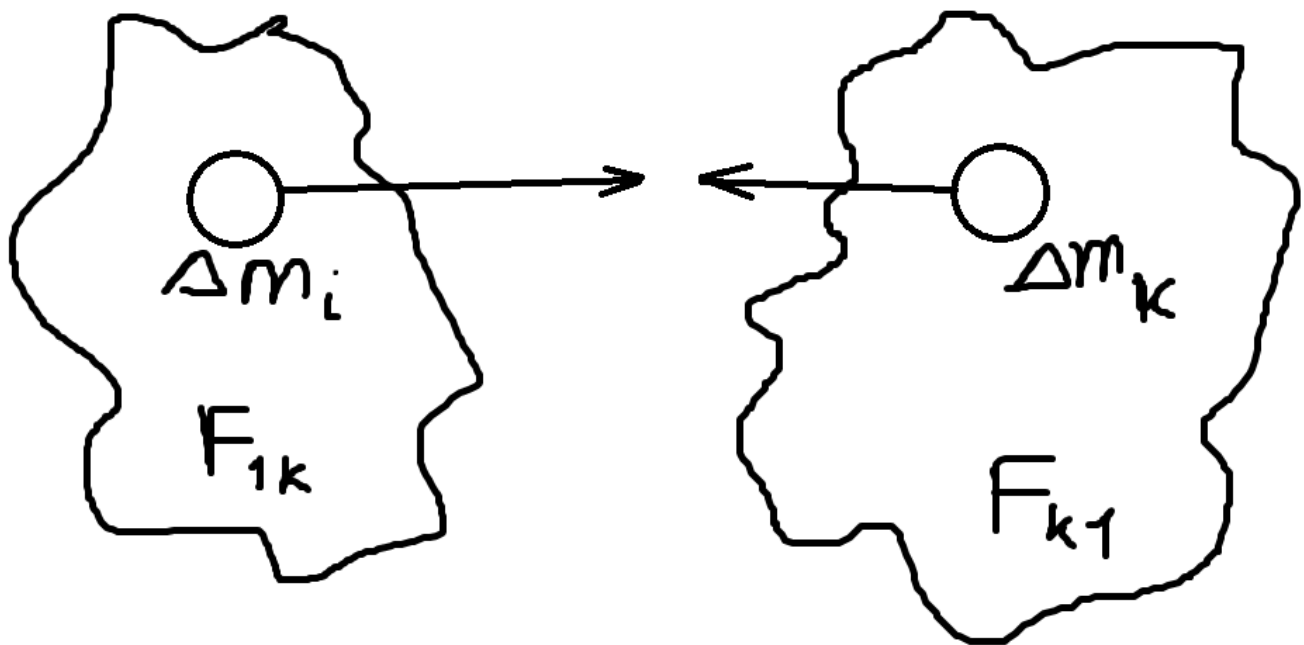
Закон всемирного тяготения

Изобразим притяжение двух тел 1 и 2 с силами \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} соответственно, где r — расстояние между телами:



$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^2},$$

где γ — гравитационная постоянная (G)



$$\Delta \vec{F}_{ik} = \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{|\vec{r}_{ik}|^2} \vec{r}_{ik},$$

где \vec{r}_{ik} — единичный вектор, определяющий направление

$$F_{12} = \sum_i \sum_k \gamma \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{|\vec{r}_{ik}|^2} \vec{r}_{ik}$$

$$F_{12} = -F_{21}; \quad F = \gamma \frac{m_1 m_2}{|r|^2} \vec{r}_{12}$$

Законы Кеплера

- 1 Все планеты движутся по эллипсу. Солнце в фокусе одного из этих эллипсов.
- 2 Радиус-вектор планеты описывает равные площади за равные промежутки времени.
- 3 Квадраты периодов вращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

T — период обращения вокруг Солнца.

$$w_{\text{уск}} = \frac{v^2}{r};$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow w_{\text{уск}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2};$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 w_{\text{уск}1}}{m_2 w_{\text{уск}2}} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2};$$

Из 3 закона Кеплера заменяем отношение квадратов периодов обращения отношением кубов радиусов орбит:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{m_1}{r_1^2}}{\frac{m_2}{r_2^2}}, \text{ тогда из 3 закона Кеплера следует, что } F = k \frac{m}{r^2}, \text{ где } m \text{ — масса планеты, } r \text{ —}$$

расстояние между Солнцем и планетой.

$$F = \gamma \frac{m \cdot M_c}{r^2}$$

Космические скорости

$$\frac{mv^2}{R_3} = mg$$

$$v_1 = \sqrt{gR_{\text{земли}}} = \sqrt{10 \cdot 6400000} = 8000 \text{ м/с}$$

$$\frac{v^2}{R_3} \text{ — центростремительное ускорение}$$

$$v_2 = dA = fdr = \gamma \frac{mM_3}{r^2} dr$$

$$A = \int dA = \int_{R_3}^{+\infty} \gamma \frac{mM_3}{r^2} dr = -\gamma \frac{mM_3}{r} \Big|_{R_3}^{+\infty} = \gamma \frac{mM_3}{R_3} = A$$

$$\text{Если } mg = \gamma \frac{mM_3}{R_3^2} \Rightarrow mgR_3 = \gamma \frac{mM_3}{R_3}$$

$$A = mgR_3 = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gR_3} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6400000} \approx 11 \text{ км/с}$$