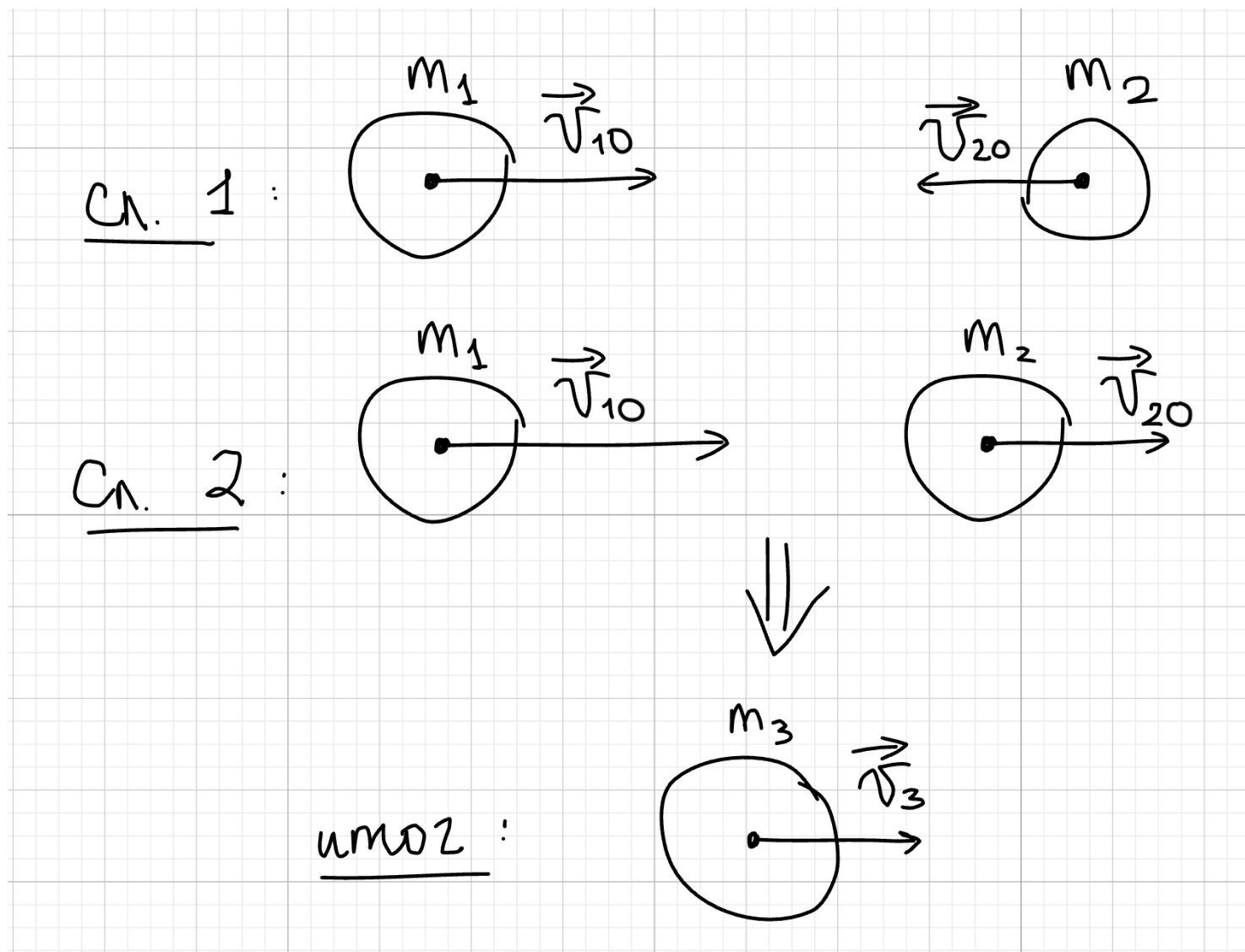


## Центральный удар двух шаров

Существует 2 вида ударов: абсолютно упругий и неупругий. Они отличаются состоянием системы после удара двух шаров(тел).

### Неупругий удар



Рассмотрим 1-ый случай, когда шары движутся навстречу друг к другу. Здесь у нас работает только закон сохранения импульса:

Пусть массы шаров равны  $m_1$  и  $m_2$ , а скорости до удара  $v_{10}$  и  $v_{20}$ . В силу закона сохранения суммарный импульс шаров после удара должен быть таким же, как и до удара:

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v + m_2 v = (m_1 + m_2) v \quad (30.1)$$

( $v$  — одинаковая для обоих шаров скорость после удара).

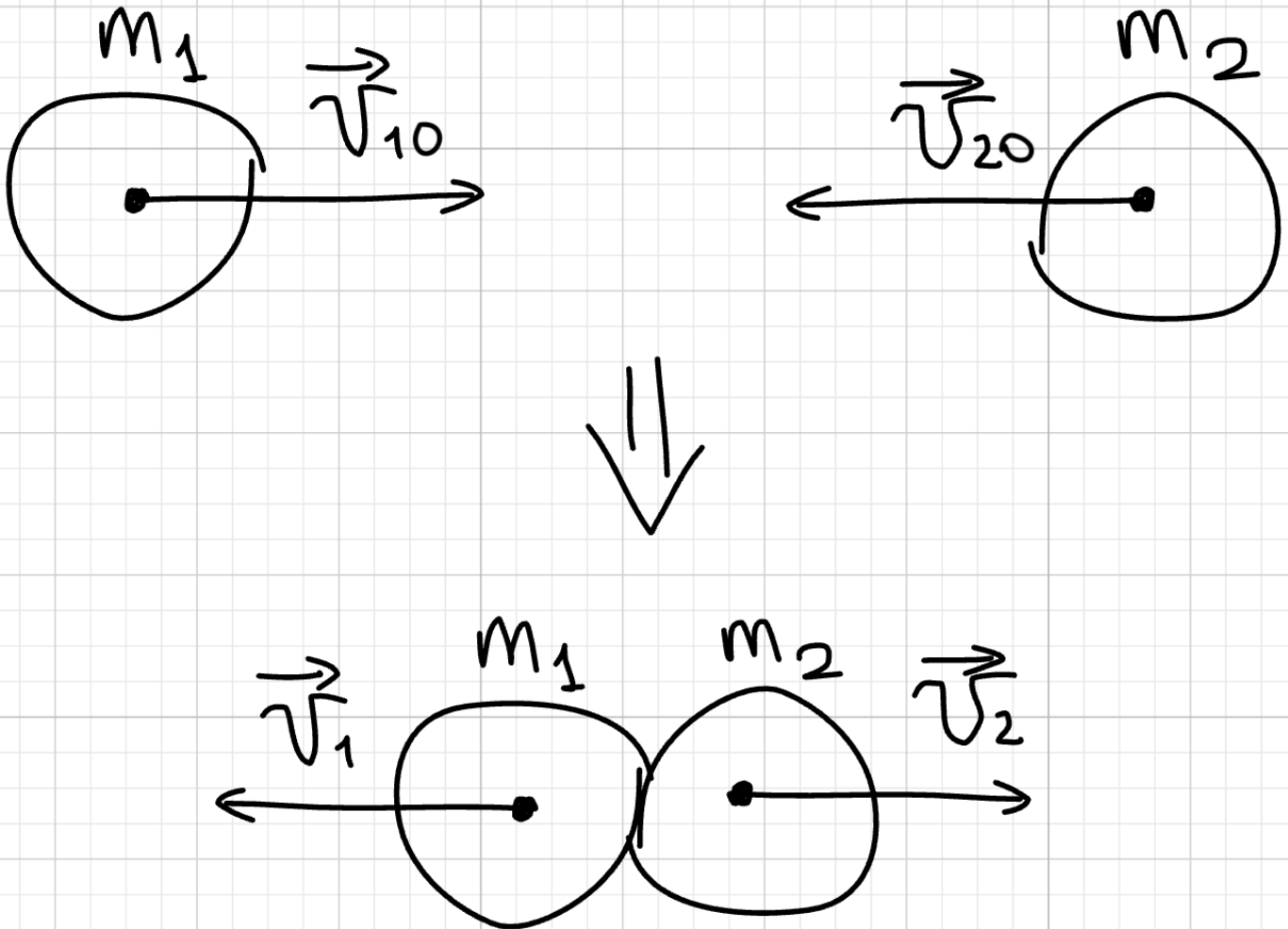
Из (30.1) следует, что

$$\mathbf{v} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{10} + m_2 \mathbf{v}_{20}}{m_1 + m_2}. \quad (30.2)$$

Теперь случай 2-ой, когда шары движутся в одном направлении, но первый шар догоняет второй:

$$V = \frac{m_1 V_{10} - m_2 V_{20}}{m_1 + m_2}$$

## Упругий удар



При таком виде удара действуют 2 закона: сохранения импульса (1) и сохранения механической энергии (2).

$$(1): m_1 V_{10} + m_2 V_{20} = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

$$(2): \frac{m_1 V_{10}^2}{2} + \frac{m_2 V_{20}^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$$

Далее будут выкладки из системы выше, чтобы выразить скорости:

$$(1) \Rightarrow (3): m_1 (V_{10} - V_1) = m_2 (V_2 - V_{20})$$

$$(2) \Rightarrow (4): \frac{m_1}{2} (V_{10}^2 - V_1^2) = \frac{m_2}{2} (V_{20}^2 - V_2^2)$$

Распишем разность квадратов и домножим на 2 в (4):

$$m_1(V_{10} - V_1)(V_{10} + V_1) = m_2(V_{20} - V_2)(V_{20} + V_2)$$

Из (3) понимаем что:

$$(5): \quad (V_{10} + V_1) = (V_{20} + V_2)$$

Тут делаем небольшие преобразования с формулами:

The image shows a handwritten derivation on grid paper. It starts with two equations:  $m_2(V_{10} + V_1) = (V_2 + V_{20}) m_2$  and  $m_1(V_{10} - V_1) = m_2(V_2 - V_{20})$ . These are subtracted to get  $m_2 V_{10} + m_2 V_1 - m_1 V_{10} + m_1 V_1 = 2 m_2 V_{20}$ . This is then rearranged to  $V_1(m_2 + m_1) = 2 m_2 V_{20} + m_1 V_{10} - m_2 V_{10}$ .

$$\begin{aligned} m_2(V_{10} + V_1) &= (V_2 + V_{20}) m_2 \\ - m_1(V_{10} - V_1) &= m_2(V_2 - V_{20}) \\ \hline m_2 V_{10} + m_2 V_1 - m_1 V_{10} + m_1 V_1 &= 2 m_2 V_{20} \\ V_1(m_2 + m_1) &= 2 m_2 V_{20} + m_1 V_{10} - m_2 V_{10} \end{aligned}$$

Получаем

$$V_1 = \frac{2m_2 V_{20} - V_{10}(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}$$

Аналогично можно получить

$$V_2 = \frac{2m_1 V_{10} + V_{20}(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}$$