

## Работа

---

ОПР

Пусть тело, на которое действует сила  $\vec{F}$ , проходит, двигаясь по некоторой траектории, путь  $\vec{r}$ . При этом сила либо изменяет скорость тела, сообщая ему ускорение, либо компенсирует действие другой силы (или сил), противодействующей движению. Действие  $\vec{F}$  на пути  $\vec{r}$  характеризуется величиной, которая называется работой.

$$A = F_r \cdot r$$

где  $F_r$  — проекция силы на вектор перемещения  $\vec{r}$ ,  $r$  — пройденный путь

Когда тело движется прямолинейно и постоянная по величине сила  $F$  образует угол  $\alpha$  с направлением движения, формула имеет следующий вид:

$$A = F_r \cdot r \cdot \cos(\alpha), \text{ где } \alpha \text{ — угол между } \vec{F} \text{ и } \vec{r}$$

### ЗАМЕЧАНИЕ

Можно перейти в дифференциалы:

$$dA = F_r \cdot dr$$

$$dA = \sum_{k=1}^n F_k \cdot dr$$

Отсюда можно понять, что полная работа — это сумма элементарных работ:

$$dA = \sum_{k=1}^n F_k \cdot d(r_k)$$

## Потенциальное силовое поле

---

ОПР

Это область пространства, в которой на каждую материальную точку действует **сила, зависящая только от координат**, и при этом существует **скалярная функция (потенциал)**, через которую эту силу можно выразить.

Ключевое свойство: **Работа силы по замкнутому контуру равна нулю** (поле консервативно).

ОПР

**Консервативное поле** — это силовое поле, в котором **работа по замкнутому контуру равна нулю**, а сила зависит только от положения тела (а не от пути или скорости).

ОПР

$u(x, y, z)$  — силовая функция у которой полный дифференциал  $du = f_x dx + f_y dy + f_z dz$ , где  $f_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $f_y = \frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $f_z = \frac{\partial u}{\partial z}$

ОПР

$F(f_x, f_y, f_z)$ -силовое поле  $\Leftrightarrow F = \text{grad}(u)$

$$\text{grad}(u) = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}$$

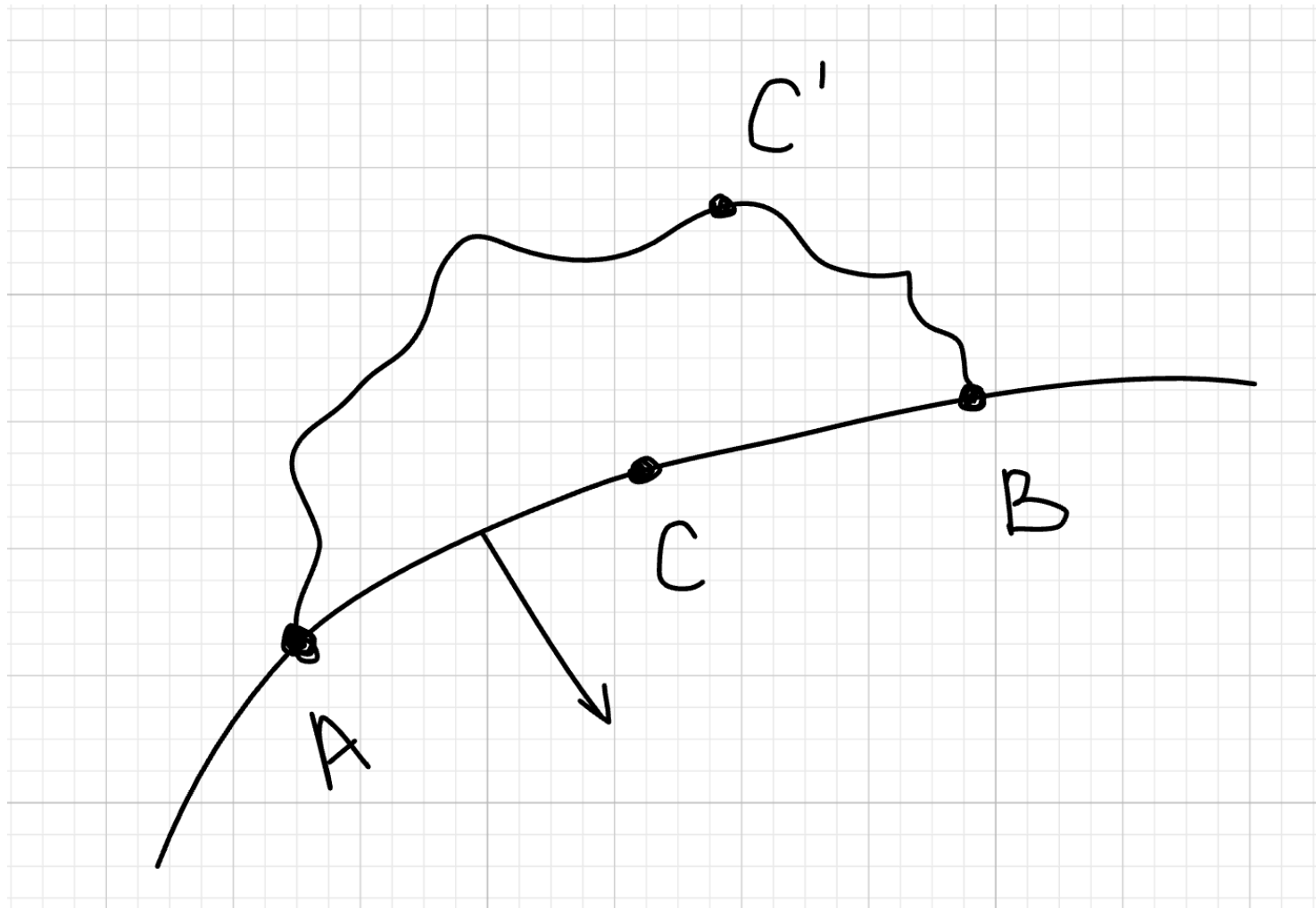
$$dA = du$$

## Работа потенциальных сил

$$A_{ACB} = \int_{ACB} f_x dx + f_y dy + f_z dz - \text{криволинейный интеграл}$$

$$A_{ACB} = \int_{ACB} du = \int_A^B du = u_B - u_A$$

Работа не зависит от траектории



## Мощность

ОПР

Эта величина показывает, какую работу совершает тело за единицу времени:

$$W = \frac{dA}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F_r \cdot r}{dt}$$

где  $A$  — работа,  $t$  — время,  $F_r$  — проекция силы на вектор перемещения  $\vec{r}$ ,  $r$  — пройденный путь

ОПР

В векторном виде (скалярное произведение вектора силы на вектор скорости):

$$W = (\vec{F}, \vec{v})$$