

Импульс (релятивистский)

Импульс тела, которое движется с около световой скоростью

$$p = \frac{Mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- M - масса тела покоя (т.е масса тела, когда оно неподвижно, это важно, т.к когда тело приобретает околосветовую скорость, его масса увеличивается)
- c - скорость света
- v - скорость тела

или

$$p = Mc\beta\gamma$$

- M - масса тела покоя
- c - скорость света
- $\beta = \frac{v}{c}$
- $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$$P = M(v) \cdot v$$

- $M(v) = M\gamma$

т.к тело движется с околосветовой скоростью, то его масса увеличивается, т.е масса зависит от скорости

если $\frac{v}{c} \ll 1$, то $M(v) \approx M$

Релятивистская энергия

$$\nless \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

что тоже самое

$$\gamma^2 - \beta^2\gamma^2 = 1$$

Домножим равенство на M^2c^4 и получим

$$M^2c^4(\gamma^2 - \beta^2\gamma^2) = M^2c^4$$

раскрыли скобки и свернули с помощью формулы квадрата импульса $\nless p^2 = M^2C^2\beta^2\gamma^2$

$$M^2c^4\gamma^2 - p^2c^2 = M^2c^4$$

$$\gamma Mc^2 = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$Mc^2 = const$, а γ можно разложить в ряд Тейлора

$$Mc^2\gamma = Mc^2(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \dots) = Mc^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

- Mc^2 - потенциальная энергия
- $\frac{1}{2}Mv^2$ - кинетическая энергия

получаем, что

$$E = Mc^2\gamma = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Получаем формулу зависимости полной энергии и импульса

$$E^2 - p^2c^2 = M^2c^4$$

Преобразование импульса и энергии

$$P_x = M \frac{dx}{dt}$$

$$P_y = M \frac{dy}{dt}$$

$$P_z = M \frac{dz}{dt}$$

$$E = Mc^2 \frac{dt}{d\tau}$$

$$* \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\gamma}$$

Прямое преобразование лоренца для импульса и энергии

$$p'_x = \gamma(p_x - \frac{\beta E}{c})$$

$$p'_y = p_y$$

$$p'_z = p_z$$

$$E' = \gamma(E - p_x c \beta)$$

Обратное преобразование лоренца для импульса и энергии

$$p_x = \gamma(p'_x + \frac{\beta E'}{c})$$

$$p_y = p'_y$$

$$p_z = p'_z$$

$$E = \gamma(E' - p'_x c \beta)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{P_x M c^2}{ME} = \frac{c^2 P_x}{E}$$

$$P=V\frac{E}{c^2}$$