

Энергия. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия.

Кинетическая энергия

Кинетическая энергия. Приступим к нахождению аддитивных интегралов движения. Для начала рассмотрим простейшую систему, состоящую из одной частицы (материальной точки).

Напишем уравнение движения частицы:

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}. \quad (3.1)$$

Здесь \mathbf{F} — результирующая сил, действующих на частицу. Умножив уравнение (3.1) на перемещение частицы $d\mathbf{s} = \mathbf{v} dt$, получим

$$m\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}} dt = \mathbf{F} d\mathbf{s}. \quad (3.2)$$

Произведение $\dot{\mathbf{v}} dt$ представляет собой приращение скорости частицы $d\mathbf{v}$ за время dt . Соответственно

$$m\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}} dt = m\mathbf{v} d\mathbf{v} = md \left(\frac{v^2}{2} \right) = d \left(\frac{mv^2}{2} \right) \quad (3.3)$$

(см. (1 54)). Произведя такую замену в (3.2), придем к соотношению

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \mathbf{F} ds. \quad (3.4)$$

Если система замкнута, т. е. $\mathbf{F} = 0$, то $d(mv^2/2) = 0$, а сама величина

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad (3.5)$$

остается постоянной. Эта величина называется кинетической энергией частицы. В случае изолированной частицы кинетическая энергия является интегралом движения²).

Умножив на m числитель и знаменатель выражения (3.5) и приняв во внимание, что произведение mv равно импульсу тела p , выражению для кинетической энергии можно придать вид

$$T = \frac{p^2}{2m}. \quad (3.6)$$

Связь кинетической энергии и работы:

$$dA = F'vdt; \quad dp = m dv;$$

$$dA = F'vdt = mvdv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dT;$$

$$A = T_2 - T_1.$$

Консервативными называются силы, для которых работа, совершаемая над частицей силами поля, зависит лишь от начального и конечного положений частицы и не зависит от пути, по которому двигалась частица.

Потенциальная энергия

$U_0 \rightarrow U_1$ (перемещение из U_0 в U_1)

$$U_1 = U_0 + A_{10}$$

$$U_2 = U_0 + A_{20}$$

$\vdots \dots$

Рассмотрим $U_1 - U_2 = A_{10} - A_{20} = A_{10} + A_{02}$

$U_1 - U_2 = A_{12}$, где U_2 — потенциальная энергия в точке U_2 .

Если рассматриваем поле силы тяжести, то:

$$U = mgh;$$

$$E = T + U = \frac{mv^2}{2} + mgh,$$

что является полной механической энергией системы.