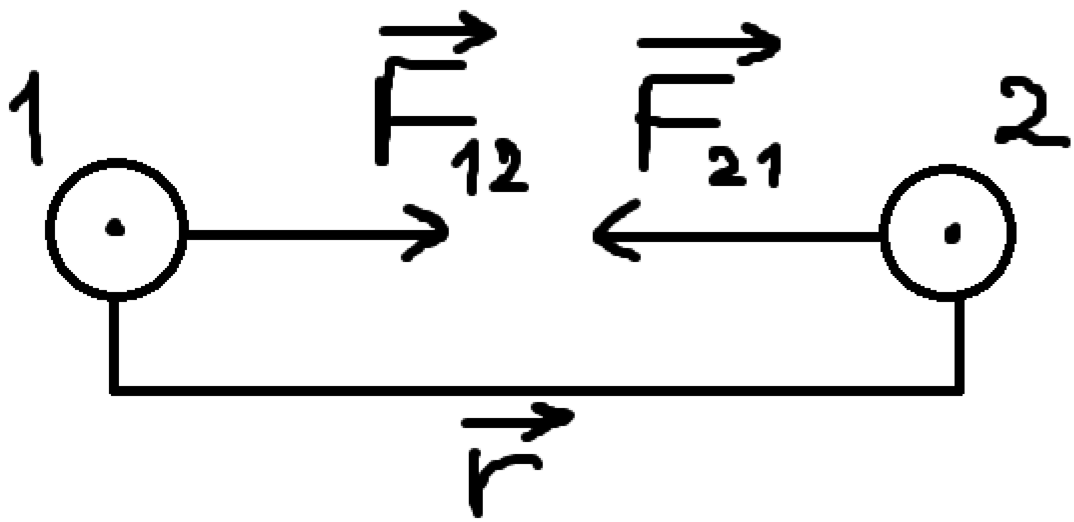
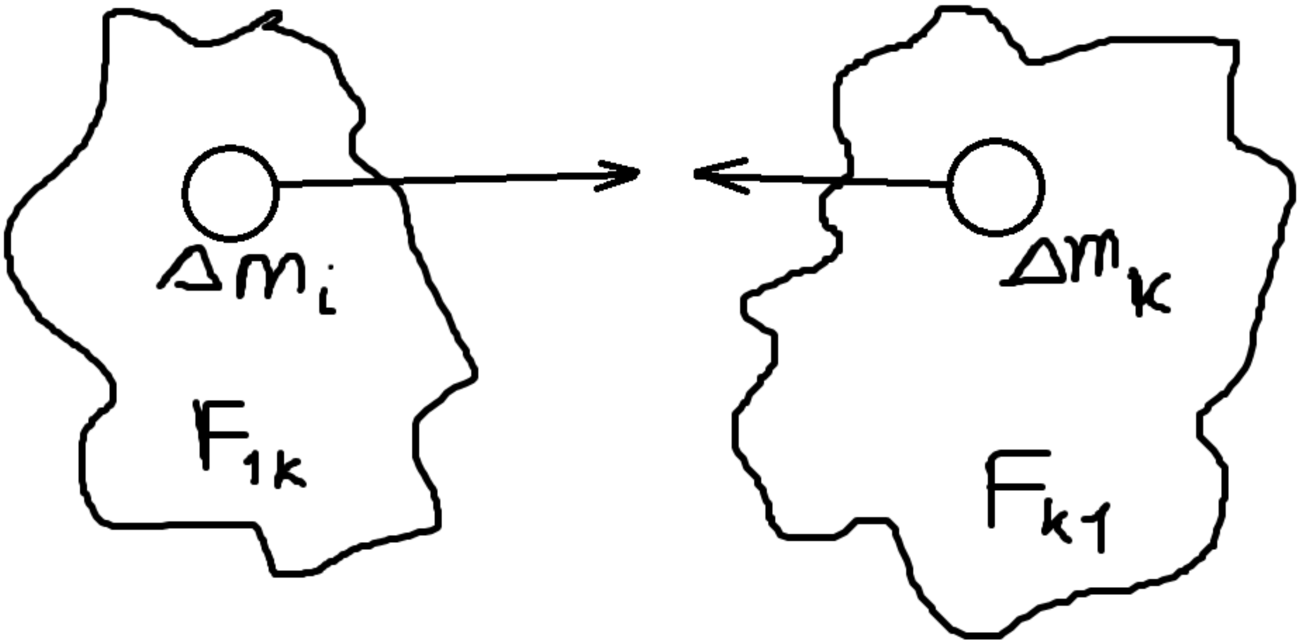
Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера. Космические скорости.

Закон всемирного тяготения



$$F = \gamma \, \frac{m_1 m_2}{\left|\overrightarrow{r}\right|^2},$$

где γ — гравитационная постоянная (G)



$$\Delta\overrightarrow{F_{1k}} = \gamma\ \frac{\Delta m_{i_\Delta} m_k}{\left|\overrightarrow{r_{ik}}\right|^2}\ \overrightarrow{r_{ik}},$$

где $\overrightarrow{r_{ik}}$ — единичный вектор, определяющий направление

$$F_{12} = \sum_i \sum_k \gamma\ \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{\left|\overrightarrow{r_{ik}}\right|^2}\ \overrightarrow{r_{ik}}$$

$$F_{12} = -F_{21};\quad F = \gamma\ \frac{m_1 m_2}{\left|r\right|^2}\ \overrightarrow{r_{12}}$$

Законы Кеплера

$\boxed{1}$ Все планеты движутся по эллипсу. Солнце в фокусе одного из этих эллипсов.

$\boxed{2}$ Радиус-вектор планеты описывает равные площади за равные промежутки времени.

$\boxed{3}$ Квадраты периодов вращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

T — период обращения вокруг Солнца.

$w_{\text{уск}} = \dfrac{v^2}{r};$

$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow w_{\text{уск}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2};$

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 w_{\text{уск}_1}}{m_2 w_{\text{уск}_2}} = \frac{m_1 r_1 T_2^2}{m_2 r_2 T_1^2};$

Из 3 закона Кеплера заменяем отношение квадратов периодов обращения отношением кубов радиусов орбит:

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{m_1}{r_1^2}}{\frac{m_2}{r_2^2}}$, тогда из 3 закона Кеплера следует, что $F = k\,\frac{m}{r^2}$, где m — масса планеты, r — расстояние между Солнцем и планетой.

$$F = \gamma\,\frac{m \cdot M_c}{r^2}$$

Космические скорости

$$\frac{mv^2}{R_з} = mg$$

$v_1 = \sqrt{gR_{\text{земли}}} = \sqrt{10 \cdot 6400000} = 8000$ м/с

$\frac{v^2}{R_з}$ — центростремительное ускорение

$v_2 = dA = fdr = \gamma\,\frac{mM_з}{r^2}\,dr$

$A = \int dA = \int\limits_{R_з}^{+\infty} \gamma\,\frac{mM_з}{r^2}\,dr = -\gamma \frac{mM_з}{r}\Bigg|_{R_з}^{+\infty} = \gamma\,\frac{mM_з}{R_з} = A$

Если $mg = \gamma\,\frac{mM_з}{R_з^2} \Rightarrow mgR_з = \gamma\,\frac{mM_з}{R_з}$

$A = mgR_з = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gR_з} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6400000} \approx 11$ км/с