

ΜΥΕ037 – Ρομποτική
Τελική Αναφορά Εργασίας

Ευάγγελος Τζώρτζης – ΑΜ: 3088

Θεόδωρος Μπακόλας – ΑΜ: 3035

Νικόλαος Ζαμπάρας – ΑΜ: 2969

1. Υπολογισμός Ενδιάμεσης και Τελικής Θέσης και Προσανατολισμού του Ρομπότ:

Ο υπολογισμός της ενδιάμεσης και της τελικής θέσης, καθώς και του προσανατολισμού του ρομπότ γίνεται με τη χρήση των δεδομένων που δίνονται στην εκφώνηση της Εργασίας, με βάση τον μεγαλύτερο Αριθμό Μητρώου της Ομάδας:

- Ενδιάμεση Θέση και Προσανατολισμός:

$$q_v = \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{round}\left(\frac{3088}{200}\right)m \\ \text{round}\left(\frac{(3088/2)}{200}\right)m \\ n/a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 8 \\ n/a \end{bmatrix}$$

- Τελική Θέση και Προσανατολισμός:

$$q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{round}\left(\frac{3088}{200}\right) \\ -\text{round}\left(\frac{(3088/2)}{2}\right) \\ \frac{(3088/2)}{1000} \text{ rad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -8 \\ 1.544 \text{ rad} \end{bmatrix}$$

2. Σχέσεις για τον σχεδιασμό της τροχιάς του ρομπότ:

Περιορισμοί:

$$\theta_{max} = \omega = 40 \text{ deg/sec} = 0.222\pi = 0.6981 \text{ rad/sec}$$

$$v_{max} = 0.2 \text{ m/s}$$

Αρχική Περιστροφή (μεθοδολογία):

Ο χρόνος t_b που διαρκεί το κάθε παραβολικό τμήμα είναι το 10% του συνολικού χρόνου της κίνησης t_f . Άρα:

$$t_b = 0.1 * t_f$$

Ο αρχικός προσανατολισμός του ρομπότ είναι $\theta_0 = 0^\circ$, ενώ ο τελικός προσανατολισμός του για αυτό το τμήμα της κίνησης υπολογίζεται από την

αντίστροφη εφαπτομένη: $\theta_1 = \text{atan}\left(\frac{y_u}{x_u}\right) = \text{atan}\left(\frac{15}{8}\right) = 26.57 \text{ deg} = 0.4899 \text{ rad} = 0.147\pi \text{ rad}$

Επίσης, γνωρίζουμε πως όταν $t = t_b$ ισχύει ότι:

$$\begin{aligned}
 t_b &= \frac{t_f}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta}} \Leftrightarrow \\
 0.1t_f &= \frac{t_f}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta}} \Leftrightarrow \\
 0.1 &= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta} t_f} \Leftrightarrow \\
 \frac{5}{10} - \frac{1}{10} &= \frac{\sqrt{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}}{2\ddot{\theta} t_f} \Leftrightarrow \\
 \frac{16}{100} &= \frac{\ddot{\theta}^2 t_f^2 - 4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}{4\ddot{\theta}^2 t_f^2} \Leftrightarrow \\
 \frac{16}{100} &= \frac{\ddot{\theta} t_f}{4\ddot{\theta}^2 t_f^2} - \frac{4\ddot{\theta}(\theta_f - \theta_0)}{4\ddot{\theta}^2 t_f^2} = \frac{1}{4} - \frac{(\theta_f - \theta_0)}{\ddot{\theta} t_f^2} \Leftrightarrow \\
 \frac{16}{100} - \frac{25}{100} &= -\frac{(\theta_f - \theta_0)}{\ddot{\theta} t_f^2} \Leftrightarrow \\
 \ddot{\theta} &= \frac{100(\theta_f - \theta_0)}{9 t_f^2} = \ddot{\theta}_{max}
 \end{aligned}$$

Άρα:

$$\begin{aligned}
 |\ddot{\theta}_{max}| &= \frac{100|\theta_f - \theta_0|}{9 t_f^2} = \frac{|\theta_f - \theta_0|}{t_f^2} * \frac{100}{9} = \\
 &= \frac{4|\theta_f - \theta_0|}{t_f^2} \frac{25}{9} = 2.77 |\ddot{\theta}_{min}|
 \end{aligned}$$

Επίσης:

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta}_{max} &= \ddot{\theta}_{max} t_b = \ddot{\theta}_{max} * 0.1t_f = 40 \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \Leftrightarrow \\
 t_f &= \frac{40}{0.1\ddot{\theta}_{max}} = \frac{0.69}{0.1 * 2.77 \frac{4(\theta_f - \theta_0)}{t_f^2}} \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{t_f} = \frac{t_f^2 * 0.69}{0.1 * 2.77 * 4 * 0.4899} \Leftrightarrow t_f = \frac{0.1 * 2.77 * 4 * 0.4899}{0.69} \Leftrightarrow$$

$$t_f = 0.78s$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται οι χρόνοι για τις κινήσεις στον Χ και Υ άξονα.

2.1 Αρχική περιστροφή του ρομπότ:

Ισχύει ότι:

$$\theta_1 = \text{atan2}(\Delta y_0, \Delta x_0) = \text{atan2}(8.15) = 0.4988 \text{ rad}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{0.4899 * 100}{9t_f^2}$$

$$\dot{\theta} = 40 \text{ deg/sec} = 0.6981 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Επίσης:

$$\dot{\theta} = \frac{0.4899 * 10}{9 t_f} \Leftrightarrow$$

$$t_f = \frac{4.899}{9 * \dot{\theta}} = 0.7797 \simeq 0.78s$$

2.2 Κίνηση του ρομπότ από την αρχική ως την ενδιάμεση θέση:

$$x_0 = 0m, y_0 = 0m$$

$$x_1 = 15m, y_1 = 8m$$

Για τις επιταχύνσεις ισχύει ότι:

$$\ddot{x} = \frac{15 * 100}{9t_f^2} \quad \ddot{y} = \frac{8 * 100}{9t_f^2}$$

Για τις ταχύτητες ισχύουν τα παρακάτω:

$$\dot{x} = \ddot{x}t_b = \frac{150}{9t_f}$$

$$\dot{y} = \ddot{y}t_b = \frac{80}{9t_f}$$

$$\left(\frac{150}{9t_f}\right)^2 + \left(\frac{80}{9t_f}\right)^2 = 0.04 \Leftrightarrow$$

$$\frac{150^2 + 80^2}{9^2 t_f^2} = 0.04 \Leftrightarrow$$

$$t_f^2 = \frac{150^2 + 80^2}{81 * 0.2^2} \Leftrightarrow$$

$$t_f = 94.444 \simeq 94.5s$$

2.3 Περιστροφή του ρομπότ όταν βρίσκεται στην ενδιάμεση θέση:

$$\theta_1 = 0.4899 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = -\frac{\pi}{2} = 1.5708 \text{ rad}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{|\theta_2 - \theta_1| * 100}{9t_f^2} = \frac{|-1.5708 - 0.4899| * 100}{9t_f^2} = \frac{206.07}{9t_f^2}$$

Όμως, για την γωνιακή ταχύτητα ισχύει η σχέση:

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} * 0.1t_f = \frac{20.607}{9\dot{\theta}} \Leftrightarrow$$

$$t_f = \frac{20.607}{9\dot{\theta}} = 3.2798s \simeq 3.28s$$

2.4 Κίνηση του ρομπότ από την ενδιάμεση στην τελική θέση:

$$\ddot{y} = \frac{16 * 100}{9t_f^2}, t_b = 0.1t_f$$

$$\dot{y} = \ddot{y} * t_b = \frac{16 * 10}{9t_f}$$

$$\dot{y} = 0.2 \Leftrightarrow t_f = \frac{16 * 10}{9 * 0.2} = 88.88 \approx 89s$$

2.5 Περιστροφή του ρομπότ όταν βρίσκεται στην τελική θέση:

$$\theta_f = 1.544 \text{ rad}$$

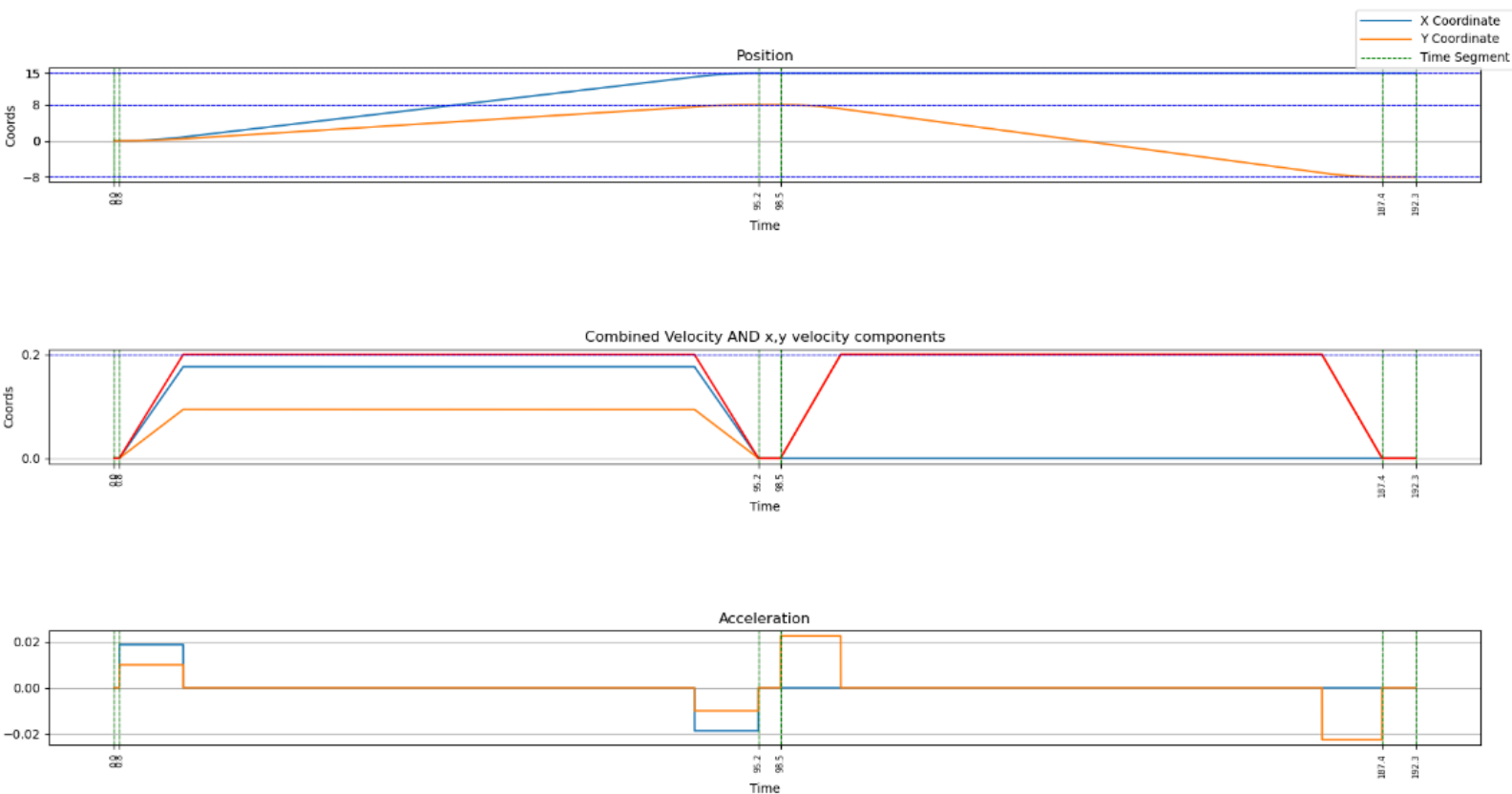
$$\theta_2 = 1.5788 \text{ rad}$$

$$t_f = \frac{|\theta_f - \theta_i| * 10}{9 \dot{\theta}} = 4.9575 \text{ s} \approx 4.96 \text{ s} \approx 5 \text{ s}$$

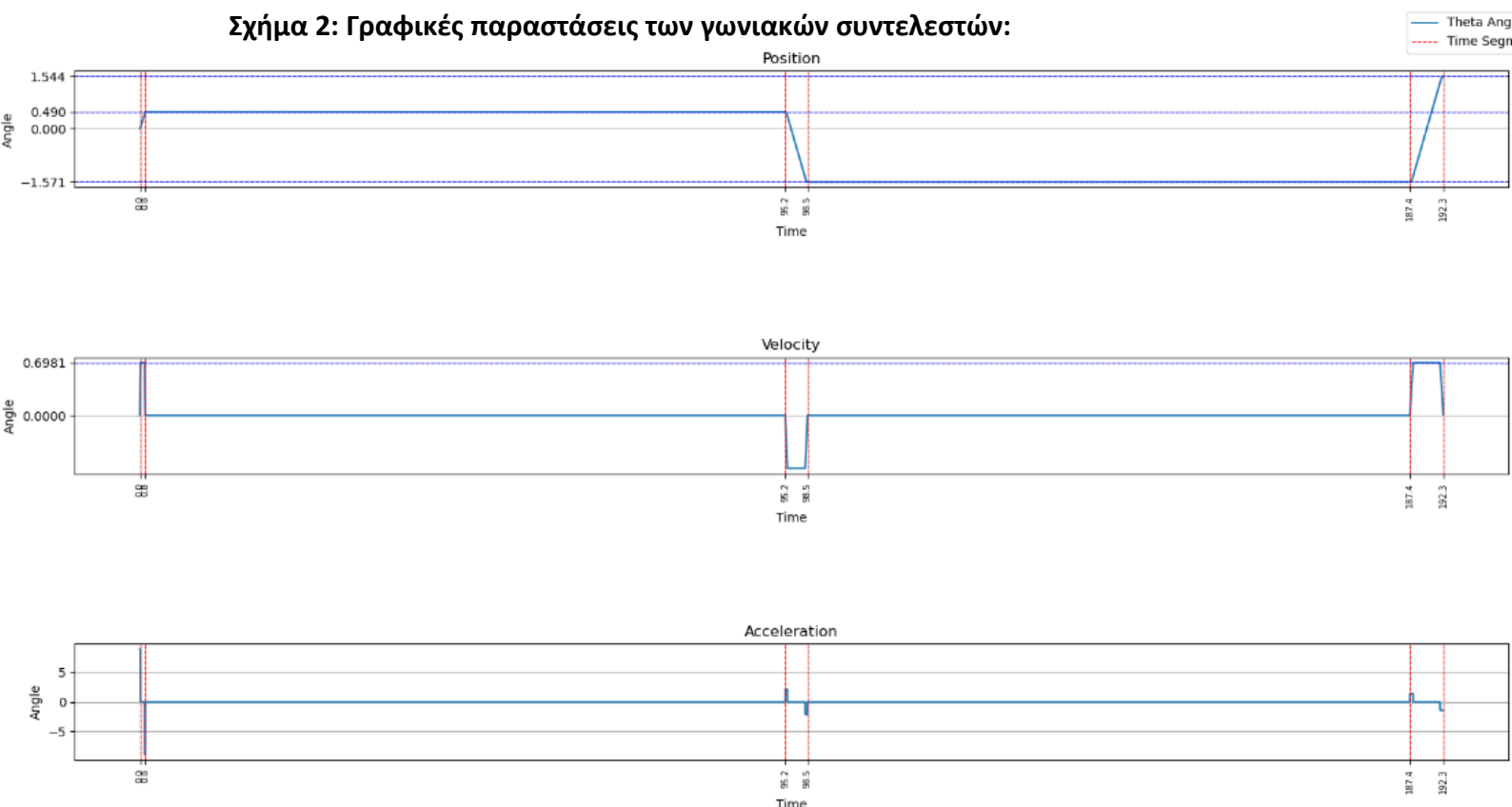
3. Γραφικές παραστάσεις της Επιθυμητής Τροχιάς

Σχήμα 1: Γραφικές παραστάσεις των γραμμικών συντελεστών:

Παρακάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της επιθυμητής θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του ρομπότ. Σε κάθε σχήμα η μπλε γραμμή αντιστοιχεί στην συντεταγμένη X, ενώ η πορτοκαλί στην Y συντεταγμένη της θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του ρομπότ. Στη γραφική παράσταση της ταχύτητας, η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί στο άθροισμα των X και Y συντεταγμένων της γραμμικής ταχύτητας.



Σχήμα 2: Γραφικές παραστάσεις των γωνιακών συντελεστών:



Ανάλυση των Γραφικών Παραστάσεων:

Παρατηρώντας το **Σχήμα 2**, βλέπουμε ότι από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 0.8s$, το ρομπότ περιστρέφεται κατά 0.49 rad , έτσι ώστε να προσανατολιστεί προς την κατεύθυνση του ενδιαμέσου σημείου. Κατά την περιστροφή αυτή η γωνιακή του ταχύτητα δεν ξεπερνά τα $0.6981 \text{ rad/sec} = 40 \text{ deg/sec}$, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα της ταχύτητας.

Στο **Σχήμα 1**, στην γραφική παράσταση της θέσης βλέπουμε τις δύο κινήσεις του ρομπότ: Η πρώτη κίνηση ξεκινά από την αρχική μέχρι την ενδιαμέση θέση και η δεύτερη από την ενδιαμέση θέση έως την τελική.

Τα **παραβολικά τμήματα** της πρώτης κίνησης έχουν διάρκεια:

- Από $t_0 = 0.8s$ έως $t_b = 9.52s$ για την επιταχυνόμενη κίνηση και
- Από $t_f - t_b = 85.68s$ έως $t_{f1} = 95.2s$ για την επιβραδυνόμενη κίνηση

Στο διάστημα $t = 0$ έως $t_b = 9.52s$ το ρομπότ κινείται με σταθερή γραμμική επιτάχυνση. Όπως φαίνεται και στο δεύτερο διάγραμμα του **Σχήματος 1**, η επιτάχυνση αυτή δεν προκαλεί αύξηση της συνολικής γραμμικής ταχύτητας πάνω από 0.2 m/s (κόκκινη γραμμή: άθροισμα X και Y συντεταγμένης), που είναι το όριο που μας δίνεται στην Άσκηση.

Στο ενδιαμέσο διάστημα, δηλαδή από $t_b = 9.52s$ έως $t_f - t_b = 85.68s$ η επιτάχυνση του ρομπότ μηδενίζεται και η κίνηση του είναι ευθύγραμμη με σταθερή ταχύτητα (γραμμικό τμήμα της γραφικής παράστασης της θέσης).

Ολοκληρώνοντας την πρώτη του κίνηση, το ρομπότ επιβραδύνει από $t_f - t_b = 85.68s$ έως $t_{f1} = 95.2s$ ώσπου φτάνει στο ενδιαμέσο σημείο [15,8] και σταματάει.

Στο **ενδιάμεσο σημείο** από τη στιγμή $t = 95.2s$ μέχρι τη στιγμή $t = 98.5s$, το ρομπότ περιστρέφεται μέχρι τη θέση -1.571 rad. Σε αυτό το διάστημα προλαβαίνει να φτάσει τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα, οπότε σταματά να επιταχύνει και περιστρέφεται με τη μέγιστη ταχύτητα, προτού επιβραδύνει για να σταματήσει. Αυτό το παρατηρούμε στα διαγράμματα της γωνιακής επιτάχυνσης και ταχύτητας. Καθ' όλη τη διάρκεια της περιστροφής η γωνιακή ταχύτητα του ρομπότ είναι αρνητική, γεγονός που δείχνει ότι η περιστροφή του είναι δεξιόστροφη (αρνητική φορά).

Τη στιγμή $t_{02} = 98.5s$ το ρομπότ ξεκινά τη δεύτερη κίνησή του, από το ενδιαμέσο [15, 8] προς το τελικό σημείο [15, -8]. Τα δύο αυτά σημεία έχουν κοινή X συντεταγμένη. Για το λόγο αυτό, όπως βλέπουμε και στη γραφική παράσταση της θέσης στο **Σχήμα 1**, το ρομπότ δε μεταβάλλει καθόλου τη X συντεταγμένη του, παρά μόνο την Y . Η ταχύτητά του στον άξονα X είναι μηδενική για όσο διαρκεί η κίνηση από το ενδιαμέσο προς το τελικό σημείο.

Τα παραβολικά τμήματα της κίνησης αυτής είναι:

- Από $t_{02} = 98.5s$ έως $t_{b2} = 8.89s$ επιταχυνόμενη κίνηση
- Από $t_{f2} - t_{b2} = 178.51s$ έως $t_{f2} = 187.4s$ επιβραδυνόμενη κίνηση

Στο ενδιαμέσο διάστημα, από $t_{b2} = 8.89s$ έως $t_{f2} - t_{b2} = 178.51s$ το ρομπότ κινείται με σταθερή ταχύτητα κάθετα στον άξονα X .

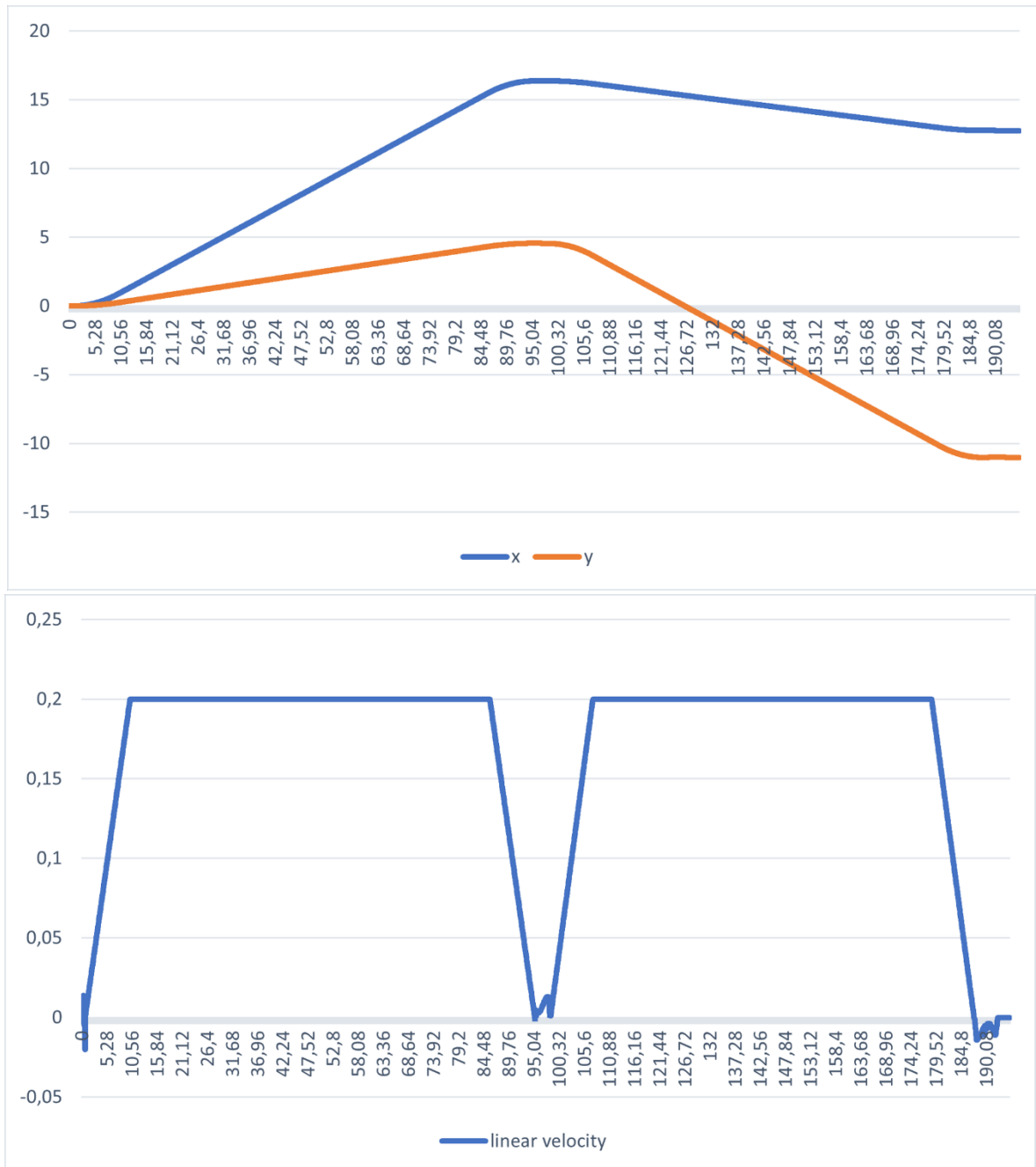
Τη στιγμή $t_{f2} = 187.4s$ το ρομπότ έχει φτάσει στο τελικό σημείο [15, -8] και σταματάει.

Από τη στιγμή t_{f2} μέχρι $t = 192.3s$ το ρομπότ περιστρέφεται στη γωνία 1.544 rad, όπως βλέπουμε στο **Σχήμα 2**.

Στο σημείο αυτό έχει ολοκληρωθεί η κίνηση του ρομπότ.

4. Γραφικές Παραστάσεις της Πραγματικής Τροχιάς του Ρομπότ

Σχήμα 3: Γραφικές παραστάσεις των γραμμικών συντελεστών:



Σχήμα 4: Γραφικές παραστάσεις των γραμμικών συντελεστών:



Διαφορές στην αναμενόμενη και την πραγματική κίνηση του ρομπότ:

1. Απόκλιση από το ενδιάμεσο σημείο:

Εστιάζοντας στο **Σχήμα 3**, στη γραφική παράσταση της θέσης παρατηρούμε ότι το ρομπότ αποκλίνει από την ενδιάμεση θέση που σχεδιάστηκε να μετακινηθεί. Η Χ συντεταγμένη του βρίσκεται πάνω από τη θέση 15m (περίπου στα 16.5m) , ενώ η Υ συντεταγμένη βρίσκεται λίγο κάτω από τα 5m. Κανονικά θα έπρεπε να έχει μετακινηθεί στη θέση [15,8].

2. Απόκλιση από το τελικό σημείο:

Στην ίδια γραφική παράσταση με παραπάνω, βλέπουμε ότι το τελικό σημείο αποκλίνει επίσης από το επιθυμητό. Το ρομπότ βρίσκεται στο σημείο [13, -11], ενώ έπρεπε να βρίσκεται στο σημείο [15, -8].

3. Μετατόπιση κατά τον Χ άξονα στη δεύτερη κίνηση:

Στην ίδια γραφική παράσταση, στη δεύτερη κίνηση παρατηρούμε ότι υπήρξε μετατόπιση στη Χ συντεταγμένη κατά περίπου -3m, η οποία έπρεπε να μένει σταθερή.

4. Απόκτηση γραμμικής ταχύτητας κατά την περιστροφική κίνηση:

Στο **Σχήμα 3**, στη γραφική παράσταση της γραμμικής ταχύτητας παρατηρούμε ανομοιότητες πριν από την έναρξη της πρώτης κίνησης του ρομπότ. Για ένα μικρό χρονικό διάστημα στην αρχή της κίνησης, η ταχύτητά του γίνεται αρνητική, επανέρχεται στον θετικό άξονα και έπειτα επιταχύνει ομαλά. Παρόμοιες ανομοιότητες συμβαίνουν κάθε φορά που η γραμμική ταχύτητα του ρομπότ μηδενίζεται και ύστερα αποκτά γωνιακή ταχύτητα. Συνεπώς, κατά την περιστροφική του κίνηση το ρομπότ αποκτά και μια γραμμική ταχύτητα που επηρεάζει τον σχεδιασμό της τροχιάς του.

5. Απόκλιση κατά την περιστροφή:

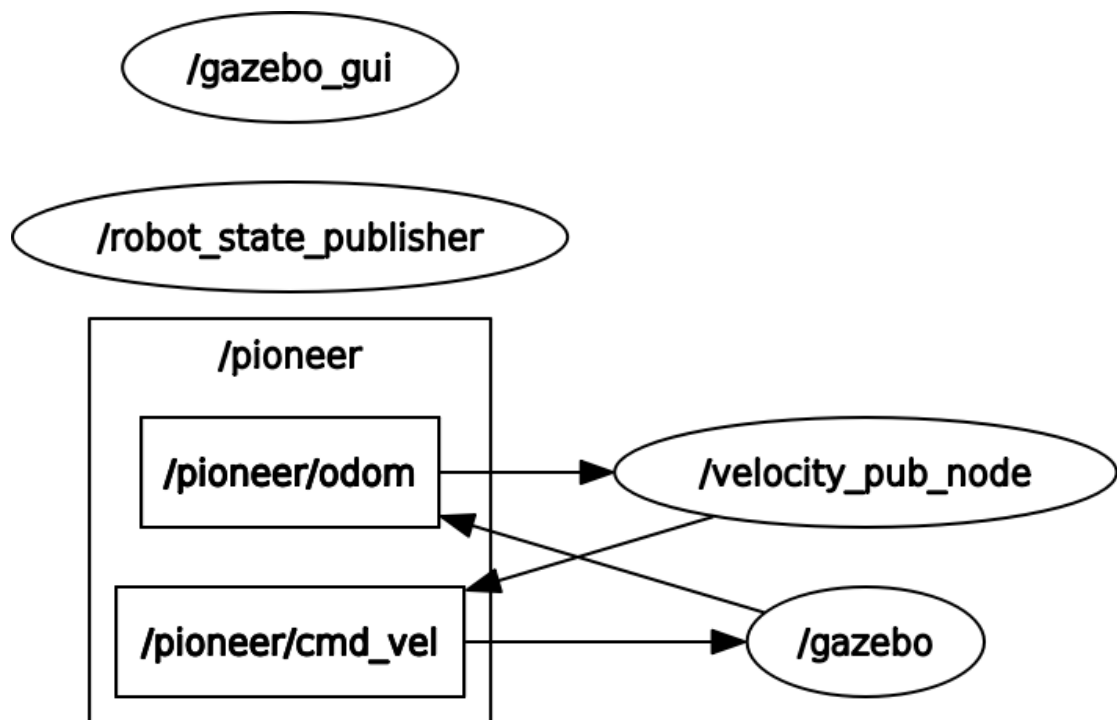
Στο **Σχήμα 4**, στη γραφική παράσταση της γωνίας βλέπουμε ότι το ρομπότ αποκλίνει από τον επιθυμητό προσανατολισμό του (0.49 rad), κάνοντας τελικά μια περιστροφή κατά 0.27 rad (προσεγγιστικά). Αυτό οφείλεται στη μικρή χρονική διάρκεια της πρώτης περιστροφής, που έχει σαν αποτέλεσμα την ύπαρξη μιας μεγάλης επιτάχυνσης. Έτσι, το ρομπότ ολισθαίνει κατά την κίνησή του και δεν προλαβαίνει να φτάσει την επιθυμητή γωνία.

Το σφάλμα της πρώτης περιστροφής μεταφέρεται αθροιστικά και στις επόμενες δύο:

Στο ενδιάμεσο σημείο η επιθυμητή γωνία περιστροφής είναι -1.571 rad, ενώ η πραγματική τιμή της είναι -1.51 rad.

Στο τελικό σημείο η επιθυμητή γωνία περιστροφής είναι 1.544 rad, ενώ το ρομπότ περιστρέφεται πραγματικά μέχρι τη γωνία 1.25 rad.

5. Διάγραμμα των πακέτων στο ROS



6. Αρχεία κώδικα και πακέτα στο ROS

Στο πακέτο **robotics_project** υπάρχει ο φάκελος **scripts**. Μέσα εκεί υπάρχουν τα αρχεία python:

trajectory_publisher.py, το οποίο δημιουργεί το node **velocity_pub_node**,

odom_recorder.py, το οποίο καλείται από την **trajectory_publisher.py** και περιέχει την καταγραφή των *x,y,θ, γραμμική ταχύτητα, γωνιακή ταχύτητα, χρόνος*,

movement_function.py, το οποίο έχει την υλοποίηση των συναρτήσεων υπολογισμού των τροχιών και καλείται από την **trajectory_publisher.py**.

7. Εκτέλεση κώδικα και προσομοίωσης στο ROS

Άμα εκτελεστεί η εντολή **python3 movement_function.py** τυπώνονται οι υπολογισμένες τροχιές με **matplotlib**.

Για την προσομοίωση πρώτα εκτελείται η εντολή **roslaunch p2os urdf_pioneer3dx.gazebo.launch** για να ξεκινήσει η προσομοίωση gazebo.

Ύστερα, με την εντολή **roslaunch robotics_project trajectory_publisher.py** εκτελείται η κοινοποίηση της τροχιάς, καθώς και η καταγραφή του odometry. Τέλος, στο **catkin_ws** σώζονται ένα αρχείο **data_odom.csv** και ένα αρχείο **start_time.txt**