

# Machine Learning

## Parte 3

Evandro J.R. Silva

`ejrs.profissional@gmail.com`

**Bacharelado em Ciência da Computação**  
**Faculdade Estácio Teresina**

23 de julho de 2022



**Estácio**

# Sumário

- 1 Principais Algoritmos
- 2 Redes Neurais Artificiais
  - Perceptron

- MLP
- 3 Regressão Logística
- 4 k-Means
- 5 FIM



# Principais Algoritmos



# Principais Algoritmos

- **Aprendizado Supervisionado**
  - **Classificação**
    - Naive Bayes
    - k-NN
    - Árvore de Decisão
    - **Redes Neurais Artificiais**
  - **Regressão**
    - Regressão Logística
- **Aprendizado Não Supervisionado**
  - k-Means



# Aprendizado Supervisionado

## Classificação

### Redes Neurais Artificiais



# Redes Neurais Artificiais

## O que são Redes Neurais Artificiais?

"Redes Neurais Artificiais (RNAs) são sistemas paralelos distribuídos compostos por unidades de processamento simples (nodos) que calculam determinadas funções matemáticas (normalmente não-lineares). Tais unidades são dispostas em uma ou mais camadas interligadas por um grande número de conexões, geralmente unidirecionais. Na maioria dos modelos estas conexões estão associadas a pesos, os quais armazenam o conhecimento representado no modelo e servem para ponderar a entrada recebida por cada neurônio da rede. O funcionamento destas redes é inspirado em uma estrutura física concebida pela natureza: o cérebro humano."[1]



# Redes Neurais Artificiais

- Existem vários tipos de RNAs, e vamos ver duas básicas e comuns: Perceptron e MLP (*Multi Layer Perceptron*).



# Redes Neurais Artificiais

- Existem vários tipos de RNAs, e vamos ver duas básicas e comuns: Perceptron e MLP (*Multi Layer Perceptron*).
- Não veremos as outras por questão de tempo e também porque estamos em um minicurso introdutório.





# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

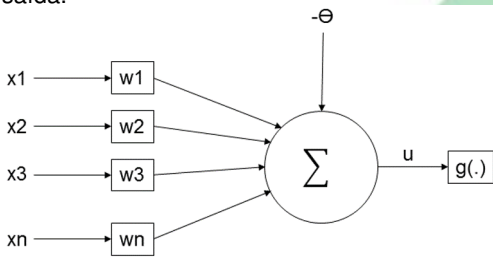
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

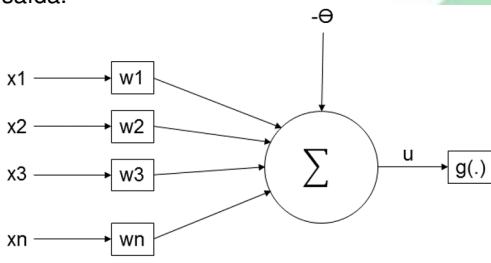
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



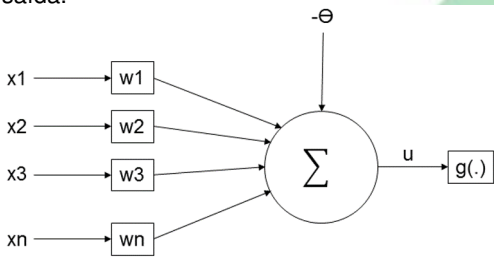
- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

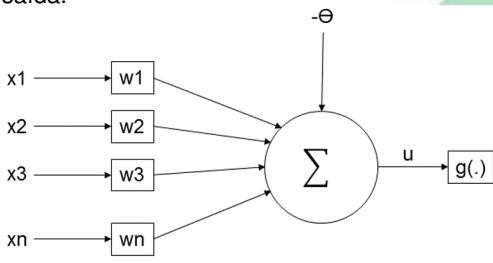


- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;

# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

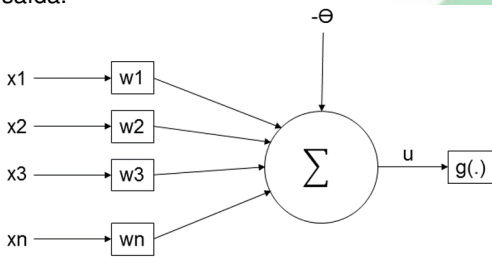


- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;
- Combinador linear:  $\Sigma$ ;

# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

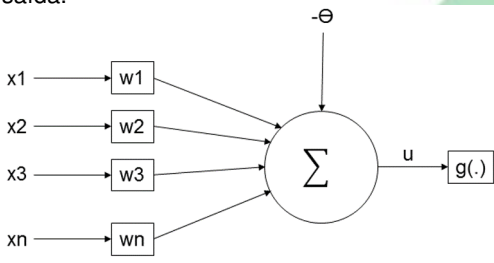


- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;
- Combinador linear:  $\Sigma$ ;
- Limiar de ativação:  $\theta$ ;

# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



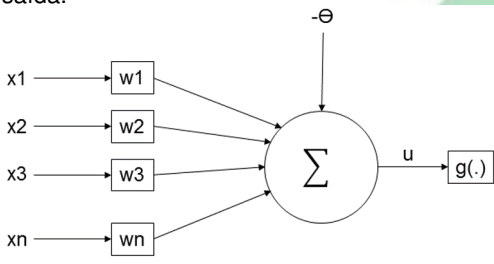
- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;
- Combinador linear:  $\Sigma$ ;
- Limiar de ativação:  $\theta$ ;
- Potencial de ativação:  $u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta$ ;



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;
- Combinador linear:  $\Sigma$ ;
- Limiar de ativação:  $\theta$ ;
- Potencial de ativação:  $u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta$ ;
- Função de ativação:  $g(\cdot)$ ;

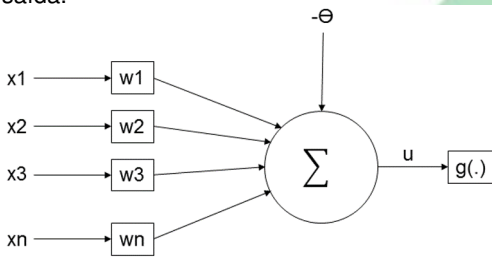




# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;
- Pesos sinápticos:  $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ;
- Combinador linear:  $\Sigma$ ;
- Limiar de ativação:  $\theta$ ;
- Potencial de ativação:  $u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta$ ;
- Função de ativação:  $g(\cdot)$ ;
- Sinal de saída:  $y = g(u)$ ;

# Redes Neurais Artificiais

- Perceptron
  - Funcionamento básico:



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### ■ Funcionamento básico:

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### ■ Funcionamento básico:

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### ■ Funcionamento básico:

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.
- 3 Execute a função de ativação. Essa função tem como entrada a combinação das entradas e limiar de ativação. A partir do valor recebido a função vai retornar outro valor. Por exemplo: se o valor for  $\geq 0$  a função retorna 1, senão, retorna 0. O retorno dessa função é justamente a saída  $y$ .



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### ■ Funcionamento básico:

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.
- 3 Execute a função de ativação. Essa função tem como entrada a combinação das entradas e limiar de ativação. A partir do valor recebido a função vai retornar outro valor. Por exemplo: se o valor for  $\geq 0$  a função retorna 1, senão, retorna 0. O retorno dessa função é justamente a saída  $y$ .
- 4 Se o aprendizado for supervisionado e a saída estiver errada, ajuste os pesos de acordo com alguma função escolhida.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Dada uma rede do tipo Perceptron formada por um neurônio com três terminais de entrada, utilizado os pesos iniciais  $w_0 = 0,4$ ,  $w_1 = -0,6$  e  $w_2 = 0,6$ , limiar  $\theta = 0,5$  e uma taxa de aprendizado  $\eta = 0,4$ . Responda os itens abaixo:
  - 1 Ensinar a rede a gerar a saída -1 para o padrão 001 e a saída +1 para o padrão 110;
  - 2 A que classe pertencem os padrões 111, 000, 100, 011?



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.





# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que  $\theta$  também é um peso associado.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que  $\theta$  também é um peso associado.
- A função de ativação  $g(u)$  que utilizaremos vai retornar +1 se a combinação for  $\geq 0$ , e -1 se a combinação  $< 0$ .



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que  $\theta$  também é um peso associado.
- A função de ativação  $g(u)$  que utilizaremos vai retornar +1 se a combinação for  $\geq 0$ , e -1 se a combinação  $< 0$ .
- Por fim, temos uma taxa de aprendizado, a qual será utilizada na função de ajuste de pesos.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

**1**  $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

$$\text{1} \quad u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

**1**  $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$   
 $y = g(u) = +1$  (uma vez que  $0,1 \geq 0$ )



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

1  $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$   
 $y = g(u) = +1$  (uma vez que  $0,1 \geq 0$ )

2 Atualização dos pesos:  $w_n = w_n + \Delta w_n$   
onde  $w_n$  é o peso  $n$  e  $\Delta w_n = \text{taxa de aprendizado} \cdot \text{entrada} \cdot \text{erro}$ . E o  $\text{erro} = \text{saída desejada} - \text{saída real}$ .  
Ou seja:  $\Delta w_n = \eta \cdot x_n \cdot (d - y)$ .





# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão 001. Saída desejada: $d = -1$

1  $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$   
 $y = g(u) = +1$  (uma vez que  $0,1 \geq 0$ )

2 Atualização dos pesos:  $w_n = w_n + \Delta w_n$   
onde  $w_n$  é o peso  $n$  e  $\Delta w_n = \text{taxa de aprendizado} \cdot \text{entrada} \cdot \text{erro}$ . E o  $\text{erro} = \text{saída desejada} - \text{saída real}$ .  
Ou seja:  $\Delta w_n = \eta \cdot x_n \cdot (d - y)$ .

3 Atualizando os pesos:  
 $w_0 = 0,4 + 0,4 \cdot 0 \cdot (-1 - (+1)) = 0,4$   
 $w_1 = -0,6 + 0,4 \cdot 0 \cdot (-1 - (+1)) = -0,6$   
 $w_2 = 0,6 + 0,4 \cdot 1 \cdot (-1 - (+1)) = -0,2$   
 $w_\theta = 0,5 + 0,4 \cdot -1 \cdot (-1 - (+1)) = 1,3$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

$$1 \quad u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

$$\boxed{1} \quad u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

$$1 \quad u = 1(\textcolor{red}{0},\textcolor{red}{4}) + 1(\textcolor{red}{-0},\textcolor{red}{6}) + 0(\textcolor{red}{-0},\textcolor{red}{2}) - 1(\textcolor{red}{1},\textcolor{red}{3}) = -1,5$$

$$y = g(u) = -1 \text{ (uma vez que } -1,5 < 0)$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

1  $u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$

$y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-1,5 < 0$ )

2 Atualizando os pesos:

$w_0 = 0,4 + 0,4 \cdot 1 \cdot (1 - (-1)) = 1,2$

$w_1 = -0,6 + 0,4 \cdot 1 \cdot (1 - (-1)) = 0,2$

$w_2 = -0,2 + 0,4 \cdot 0 \cdot (1 - (-1)) = -0,2$

$w_\theta = 1,3 + 0,4 \cdot -1 \cdot (1 - (-1)) = 0,5$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

**1**  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$





# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

$$\mathbf{1} \quad u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

**1**  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$   
 $y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$

$y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$ 
  - 1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$   
 $y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )
  - 2 Atualizando os pesos:  
Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$

$y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.

- Novamente o padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

1  $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$

$y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.

- Novamente o padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

1  $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$   
 $y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.

- Novamente o padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

1  $u = 1(\textcolor{red}{1},2) + 1(\textcolor{red}{0},2) + 0(-0,2) - 1(\textcolor{red}{0},5) = 0,9$   
 $y = g(u) = +1$  (uma vez que  $0,9 \geq 0$ )



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada:  $d = -1$

1  $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$   
 $y = g(u) = -1$  (uma vez que  $-0,7 < 0$ )

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.

- Novamente o padrão **110**. Saída desejada:  $d = +1$

1  $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$

- 2 Atualizando os pesos:

Como  $d = y$  não há necessidade de atualizar os pesos.





# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

- Dada uma rede do tipo Perceptron formada por um neurônio com três terminais de entrada, utilizado os pesos iniciais  $w_0 = 0,4$ ,  $w_1 = -0,6$  e  $w_2 = 0,6$ , limiar  $\theta = 0,5$  e uma taxa de aprendizado  $\eta = 0,4$ . Responda os itens abaixo:
  - 1 Ensinar a rede a gerar a saída -1 para o padrão 001 e a saída +1 para o padrão 110;
  - 2 A que classe pertencem os padrões 111, 000, 100, 011?



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

#### ■ Padrão **000**

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

#### ■ Padrão **000**

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

#### ■ Padrão **100**

$$u = 1(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ Perceptron

### Exemplo

#### ■ Padrão 111

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

#### ■ Padrão 000

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

#### ■ Padrão 100

$$u = 1(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

#### ■ Padrão 011

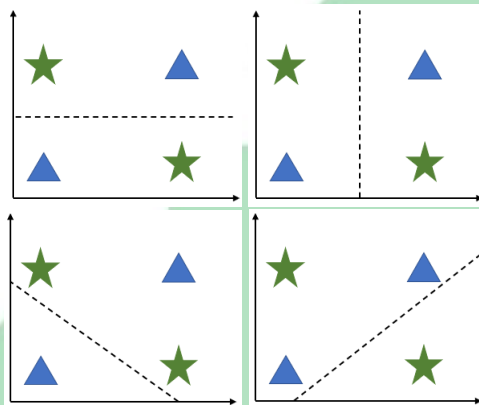
$$u = 0(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

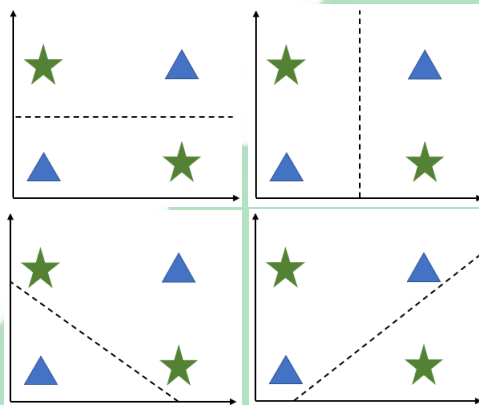
- Um Perceptron só é capaz de treinar sobre problemas cuja solução seja linearmente separável.



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

- Um Perceptron só é capaz de treinar sobre problemas cuja solução seja linearmente separável.
- Isso faz com que determinados problemas (até simples) sejam impossíveis de serem resolvidos:



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

- Solução: redes com uma ou mais camadas escondidas/intermediárias.





# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

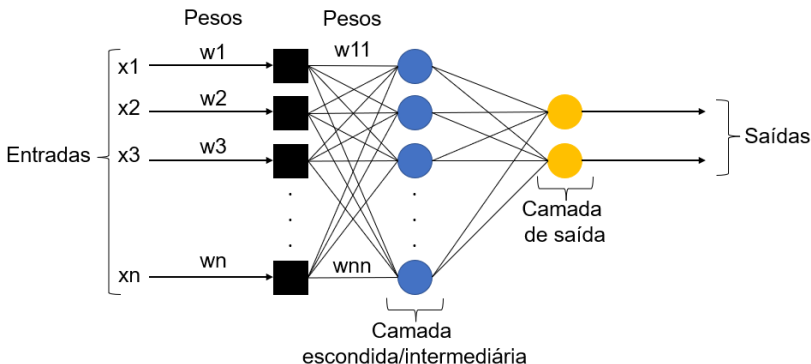
- Solução: redes com uma ou mais camadas escondidas/intermediárias.
- Duas camadas intermediárias são suficientes para a aproximação de qualquer função [1].



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

- Solução: redes com uma ou mais camadas escondidas/intermediárias.
- Duas camadas intermediárias são suficientes para a aproximação de qualquer função [1].



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

- A MLP funciona de forma semelhante ao Perceptron (pesos, função de ativação, etc.).
- Entretanto, fica em aberto quantas camadas e quantos neurônios em cada camada escondida são necessários/suficientes.
- Além disso fica também em aberto como os neurônios vão se ligar (abordagem mais comum: completamente ligados).
- Por fim, o aprendizado, ou seja, a atualização dos pesos se torna mais complexa (Backpropagation foi o algoritmo que "salvou" as RNAs de serem descartadas para sempre).



# Redes Neurais Artificiais

## ■ MLP

- Vídeo de MLP sendo usado para aprender o jogo do dinossauro do Chrome [2].



# Aprendizado Supervisionado

## Regressão

### Regressão Logística



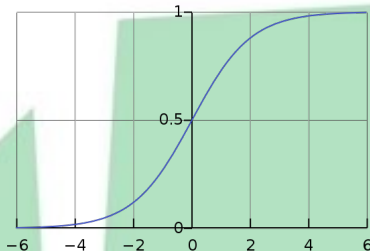
# Regressão Logística

- Imagine um conjunto de dados contendo  $N$  pontos. Cada ponto  $i$  consiste de uma série de  $m$  variáveis de entrada  $x_{1,i}, \dots, x_{m,i}$  (variáveis independentes, ou atributos) e uma saída binária  $Y_i$  (variável dependente, ou classe), ou seja, a saída só pode assumir dois valores 0 ou 1. O objetivo da Regressão Logística é utilizar o conjunto de dados para criar um modelo preditivo para a variável de saída.



# Regressão Logística

- A função logística é uma função sigmoide:



# Regressão Logística

## ■ Função logística:

$$\delta : \mathbb{R} \rightarrow (0, 1)$$

$$\delta(t) = \frac{e^t}{e^t + 1} = \frac{1}{1 + e^{-t}}$$





# Regressão Logística

- Função logística:

$$\delta : \mathbb{R} \rightarrow (0, 1)$$

$$\delta(t) = \frac{e^t}{e^t + 1} = \frac{1}{1 + e^{-t}}$$

- Assumindo que  $t$  é uma função linear, então  $t = \beta_0 + \beta_1 x$

$$\text{Substituindo: } p(x) = \delta(t) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x)}}$$



# Regressão Logística

- Pulando toda a matemática que ainda tem depois da função apresentada, vamos ver um pequeno exemplo.

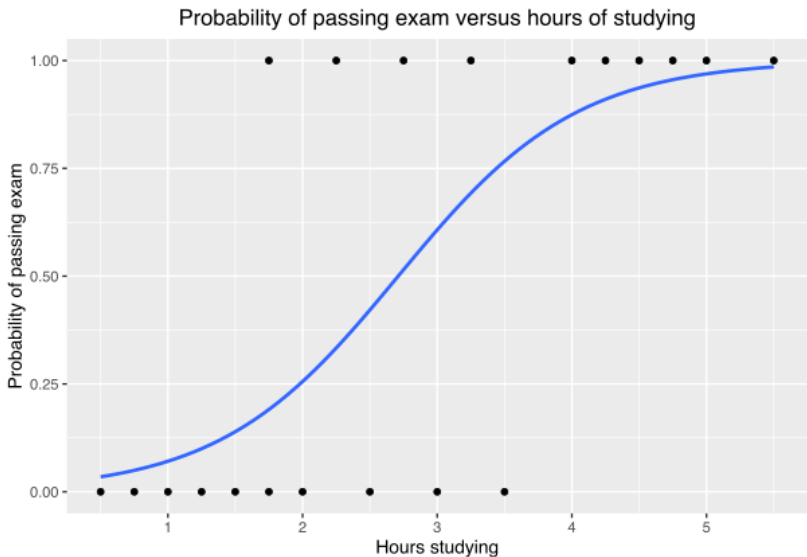
## Exemplo

- Um grupo de 20 estudantes passou de 0 a 6 horas estudando para uma prova. Os dados mostram, para cada aluno, o quanto ele estudou e se passou (1) ou não (0). Com a regressão logística, vamos ver a probabilidade de passar na prova levando em consideração o tempo de estudo.

| Horas( $x_k$ )     | 0,5 | 0,75 | 1,00 | 1,25 | 1,50 | 1,75 | 1,75 | 2,00 | 2,25 | 2,50 | 2,75 | 3,00 | 3,25 | 3,50 | 4,00 | 4,25 | 4,50 | 4,75 | 5,00 | 5,50 |
|--------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Resultado( $y_k$ ) | 0   | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |

Tabela: Base de Dados

# Regressão Logística



# Aprendizado Não Supervisionado

## k-Means



# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.



# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.
- Pseudo-Algoritmo:



# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.
- Pseudo-Algoritmo:
  - 1 Posicione  $k$  centroides aleatoriamente no espaço amostral;



# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.
- Pseudo-Algoritmo:
  - 1 Posicione  $k$  centroides aleatoriamente no espaço amostral;
  - 2  $\forall a \in A \{a \in k_i | \text{dist}(a, k_i) = \min(\text{dist}(a, k))\}$ ;



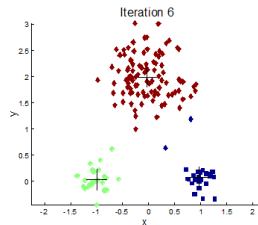
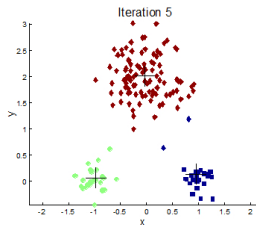
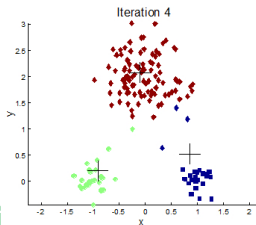
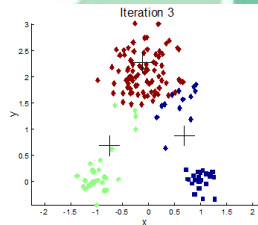
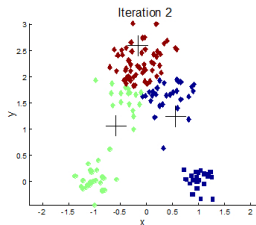
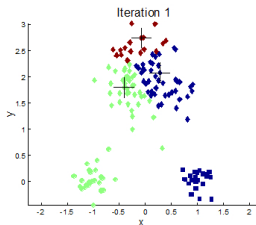
# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.
- Pseudo-Algoritmo:
  - 1 Posicione  $k$  centroides aleatoriamente no espaço amostral;
  - 2  $\forall a \in A \{a \in k_i | dist(a, k_i) = \min(dist(a, k))\}$ ;
  - 3 Atualize os centroides;

# k-Means

- k-Means é um algoritmo de *clusterização* (ou agrupamento).
- O termo significa k médias, onde k é um número inteiro qualquer.
- Pseudo-Algoritmo:
  - 1 Posicione  $k$  centroides aleatoriamente no espaço amostral;
  - 2  $\forall a \in A \{a \in k_i | dist(a, k_i) = \min(dist(a, k))\}$ ;
  - 3 Atualize os centroides;
  - 4 Enquanto a posição dos centroides modifica, repita os passos 2 e 3;





# FIM

Finalmente terminamos!  
Espero que tenham gostado!

Obrigado pela atenção e paciência!



# Referências I

- [1] Antônio de Pádua Braga, Teresa Bernarda Ludermir e André Ponce de Leon F. de Carvalho. **Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações**. LTC Editora, 2000.
- [2] Universo Programado. **Inteligência Artificial destruindo no dinossauro da Google! (Rede Neural)**. <https://www.youtube.com/watch?v=NZlIYr1s1Ak>. Último acesso em: 23/07/22.

