

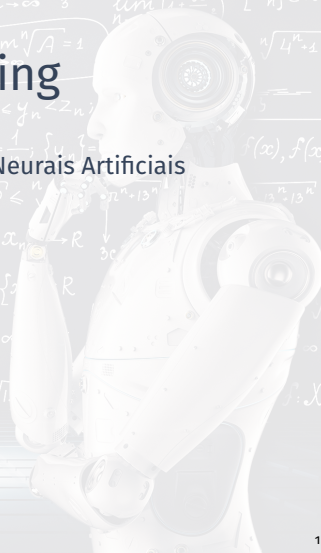
Machine Learning

Aula 08

Aprendizagem Supervisionada: Redes Neurais Artificiais

Evandro J.R. Silva

Uninassau Teresina



Sumário

1 Introdução

2 Perceptron

3 MultiLayer Perceptron (MLP)

Backpropagation

4 FIM



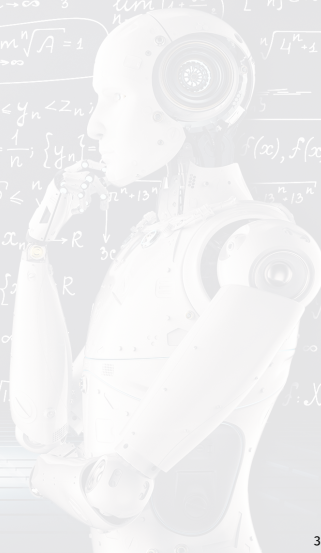
Introdução

1 Introdução

2 Perceptron

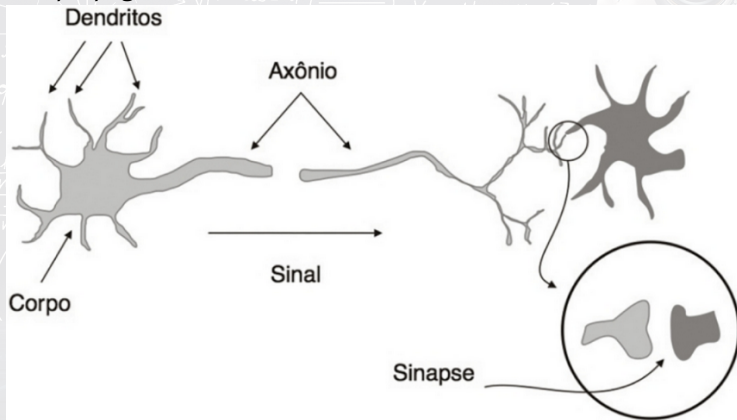
3 MultiLayer Perceptron (MLP)

4 FIM



Introdução

- As Redes Neurais Artificiais (RNAs) são inspiradas nas redes neurais do cérebro humano, e em como a informação percorre o cérebro, se propagando entre os neurônios.



Introdução

- Existem vários tipos de RNAs, e veremos as duas mais básicas e comuns: Perceptron e MLP (MultiLayer Perceptron).

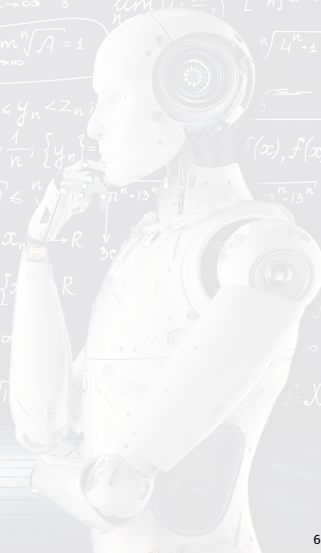
Perceptron

1 Introdução

2 Perceptron

3 MultiLayer Perceptron (MLP)

4 FIM



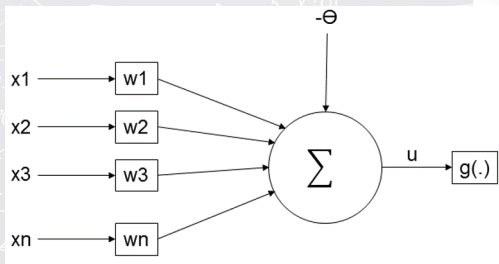
Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



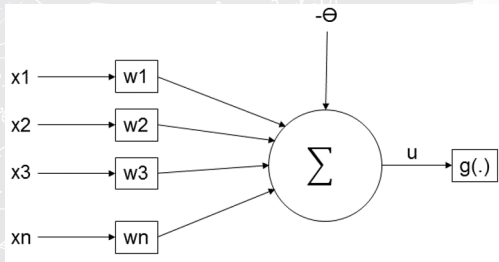
Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



Perceptron

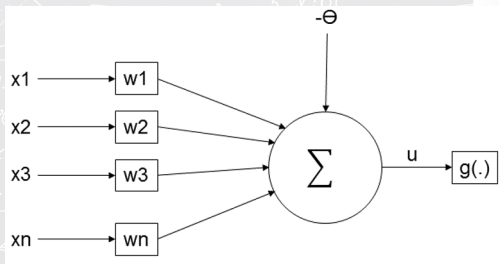
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;

Perceptron

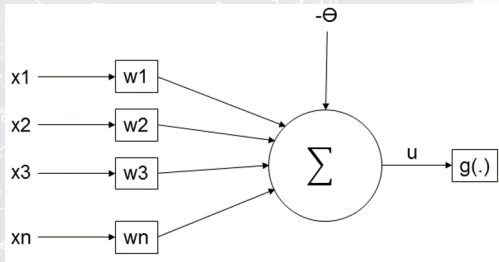
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;

Perceptron

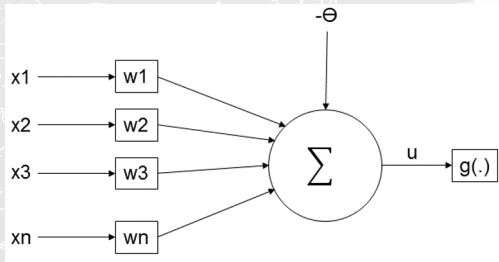
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;
- Combinador linear: Σ ;

Perceptron

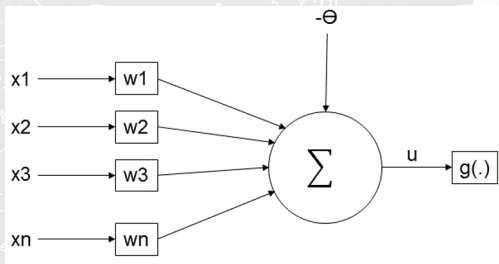
- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.



- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;
- Combinador linear: Σ ;
- Limiar de ativação: θ ;

Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

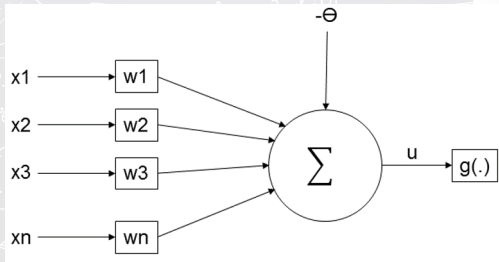


- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;
- Combinador linear: Σ ;
- Limiar de ativação: θ ;
- Potencial de ativação:

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta;$$

Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

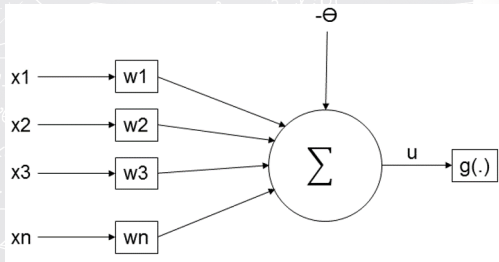


- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;
- Combinador linear: Σ ;
- Limiar de ativação: θ ;
- Potencial de ativação:

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta;$$
- Função de ativação: $g(\cdot)$;

Perceptron

- O Perceptron consiste em apenas um único neurônio artificial, o qual recebe várias entradas, é capaz de processá-las e retorna uma saída.

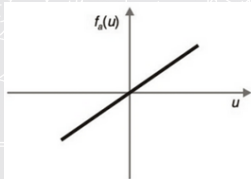


- Sinais de entrada: $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$;
- Pesos sinápticos: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$;
- Combinador linear: Σ ;
- Limiar de ativação: θ ;
- Potencial de ativação:

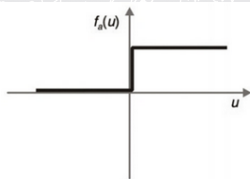
$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta;$$
- Função de ativação: $g(\cdot)$;
- Sinal de saída: $y = g(u)$;

Perceptron

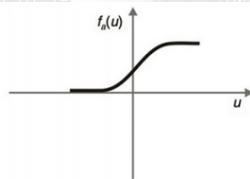
- Exemplos de função de ativação $g(\cdot)$



(a) Linear



(b) Limiar

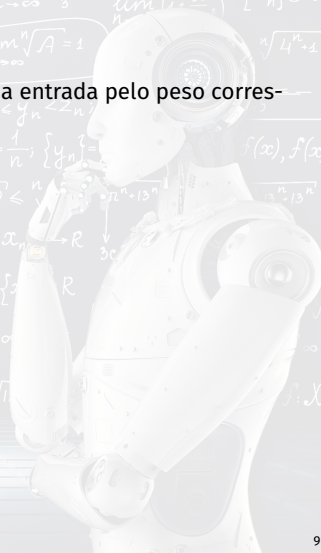


(c) Sigmoidal

Perceptron

• Funcionamento básico

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;



Perceptron

• Funcionamento básico

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.

Perceptron

• Funcionamento básico

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.
- 3 Execute a função de ativação. Essa função tem como entrada a combinação das entradas e limiar de ativação. A partir do valor recebido a função vai retornar outro valor. Por exemplo: se o valor for ≥ 0 a função retorna 1, senão, retorna 0. O retorno dessa função é justamente a saída y .

Perceptron

• Funcionamento básico

- 1 Cada entrada é um valor. Multiplique cada entrada pelo peso correspondente;
- 2 Faça a combinação de todas as entradas (já multiplicadas com os pesos) com o limiar de ativação. A combinação é a soma de todos os valores.
- 3 Execute a função de ativação. Essa função tem como entrada a combinação das entradas e limiar de ativação. A partir do valor recebido a função vai retornar outro valor. Por exemplo: se o valor for ≥ 0 a função retorna 1, senão, retorna 0. O retorno dessa função é justamente a saída y .
- 4 Se o aprendizado for supervisionado e a saída estiver errada, ajuste os pesos de acordo com alguma função escolhida.

Perceptron

Exemplo

- Dada uma rede do tipo Perceptron formada por um neurônio com três terminais de entrada, utilizado os pesos iniciais $w_0 = 0,4$, $w_1 = -0,6$ e $w_2 = 0,6$, limiar $\theta = 0,5$ e uma taxa de aprendizado $\eta = 0,4$. Responda os itens abaixo:
 - 1 Ensinar a rede a gerar a saída -1 para o padrão 001 e a saída +1 para o padrão 110;
 - 2 A que classe pertencem os padrões 111, 000, 100, 011?

Perceptron

Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.

Perceptron

Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0, 0 e 1**. Ou **1, 1 e 0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que θ também é um peso associado.

Perceptron

Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0**, **0** e **1**. Ou **1**, **1** e **0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que θ também é um peso associado.
- A função de ativação $g(u)$ que utilizaremos vai retornar +1 se a combinação for ≥ 0 , e -1 se a combinação < 0 .

Perceptron

Exemplo

- Perceba que são três entradas: **0**, **0** e **1**. Ou **1**, **1** e **0**.
- Lembre também que o limiar de ativação é multiplicado por -1. Ou seja, podemos considerar que θ também é um peso associado.
- A função de ativação $g(u)$ que utilizaremos vai retornar +1 se a combinação for ≥ 0 , e -1 se a combinação < 0 .
- Por fim, temos uma taxa de aprendizado, a qual será utilizada na função de ajuste de pesos.

Perceptron

Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

Perceptron

Exemplo

- Padrão 001. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = o(0,4) + o(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

$$1 \quad u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(\mathbf{0,4}) + 0(\mathbf{-0,6}) + 1(\mathbf{0,6}) - 1(\mathbf{0,5}) = 0,1$
 $y = g(u) = +1$ (uma vez que $0,1 \geq 0$)

Perceptron

Exemplo

- Padrão 001. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$
 $y = g(u) = +1$ (uma vez que $0,1 \geq 0$)
 - 2 Atualização dos pesos: $w_n = w_n + \Delta w_n$
 onde w_n é o peso n e $\Delta w_n = \text{taxa de aprendizado} \cdot \text{entrada} \cdot \text{erro}$. E
 o erro = saída desejada – saída real.
 Ou seja: $\Delta w_n = \eta \cdot x_n \cdot (d - y)$.

Perceptron

Exemplo

- Padrão 001. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(0,4) + 0(-0,6) + 1(0,6) - 1(0,5) = 0,1$
 $y = g(u) = +1$ (uma vez que $0,1 \geq 0$)
 - 2 Atualização dos pesos: $w_n = w_n + \Delta w_n$
 onde w_n é o peso n e $\Delta w_n = \text{taxa de aprendizado} \cdot \text{entrada} \cdot \text{erro}$. E
 o erro = saída desejada – saída real.
 Ou seja: $\Delta w_n = \eta \cdot x_n \cdot (d - y)$.
 - 3 Atualizando os pesos:

$$w_0 = 0,4 + 0,4 \cdot 0 \cdot (-1 - (+1)) = 0,4$$

$$w_1 = -0,6 + 0,4 \cdot 0 \cdot (-1 - (+1)) = -0,6$$

$$w_2 = 0,6 + 0,4 \cdot 1 \cdot (-1 - (+1)) = -0,2$$

$$w_\theta = 0,5 + 0,4 \cdot -1 \cdot (-1 - (+1)) = 1,3$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

$$\textcircled{1} \quad u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

$$\textcircled{1} \quad u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

$$\textcircled{1} \quad u = 1(\textcolor{red}{0}, \textcolor{red}{4}) + 1(\textcolor{red}{-0}, \textcolor{red}{6}) + 0(\textcolor{red}{-0}, \textcolor{red}{2}) - 1(\textcolor{red}{1}, \textcolor{red}{3}) = -1,5$$

$$y = g(u) = -1 \text{ (uma vez que } -1,5 < 0 \text{)}$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

1 $u = 1(0,4) + 1(-0,6) + 0(-0,2) - 1(1,3) = -1,5$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-1,5 < 0$)

- 2 Atualizando os pesos:

$$w_0 = 0,4 + 0,4 \cdot 1 \cdot (1 - (-1)) = 1,2$$

$$w_1 = -0,6 + 0,4 \cdot 1 \cdot (1 - (-1)) = 0,2$$

$$w_2 = -0,2 + 0,4 \cdot 0 \cdot (1 - (-1)) = -0,2$$

$$w_\theta = 1,3 + 0,4 \cdot -1 \cdot (1 - (-1)) = 0,5$$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = o(1,2) + o(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

$$\textcircled{1} \quad u = \textcolor{red}{0}(1,2) + \textcolor{red}{0}(0,2) + \textcolor{red}{1}(-0,2) - \textcolor{red}{1}(0,5) = -0,7$$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$

$$1 \quad u = o(1,2) + o(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$$

$$y = g(u) = -1 \text{ (uma vez que } -0,7 < 0 \text{)}$$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$
 - 1 $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$
 - 1 $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$
 - 1 $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$
 $y = g(u) = +1$ (uma vez que $0,9 \geq 0$)

Perceptron

Exemplo

- Novamente o padrão **001**. Saída desejada: $d = -1$
 - 1 $u = 0(1,2) + 0(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,7$
 $y = g(u) = -1$ (uma vez que $-0,7 < 0$)
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.
- Novamente o padrão **110**. Saída desejada: $d = +1$
 - 1 $u = 1(1,2) + 1(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,9$
 - 2 Atualizando os pesos:
 Como $d = y$ não há necessidade de atualizar os pesos.

Perceptron

Exemplo

- Dada uma rede do tipo Perceptron formada por um neurônio com três terminais de entrada, utilizado os pesos iniciais $w_0 = 0,4$, $w_1 = -0,6$ e $w_2 = 0,6$, limiar $\theta = 0,5$ e uma taxa de aprendizado $\eta = 0,4$. Responda os itens abaixo:
 - 1 Ensinar a rede a gerar a saída -1 para o padrão 001 e a saída +1 para o padrão 110;
 - 2 A que classe pertencem os padrões 111, 000, 100, 011?

Perceptron

Exemplo

- Padrão 111

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

- Padrão **000**

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

- Padrão **000**

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

- Padrão **100**

$$u = 1(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

Perceptron

Exemplo

- Padrão **111**

$$u = 1(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

- Padrão **000**

$$u = 0(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

- Padrão **100**

$$u = 1(1,2) + 0(0,2) + 0(-0,2) - 1(0,5) = 0,7 \therefore y = +1$$

- Padrão **011**

$$u = 0(1,2) + 1(0,2) + 1(-0,2) - 1(0,5) = -0,5 \therefore y = -1$$

MultiLayer Perceptron (MLP)

1

Introdução

2

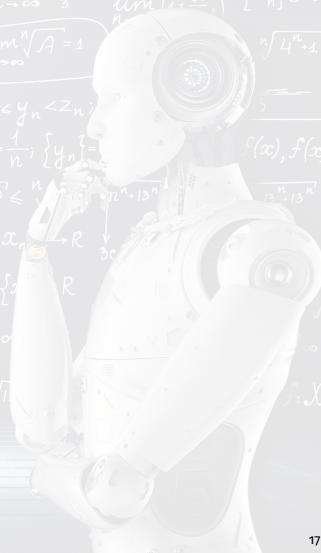
Perceptron

3

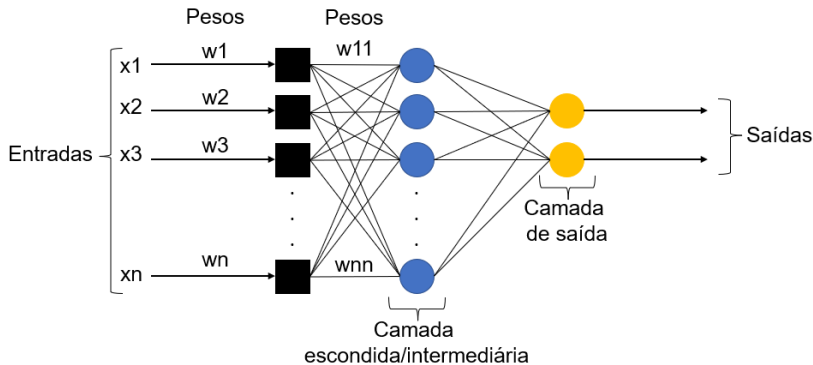
MultiLayer Perceptron (MLP)

4

FIM



MLP



MLP

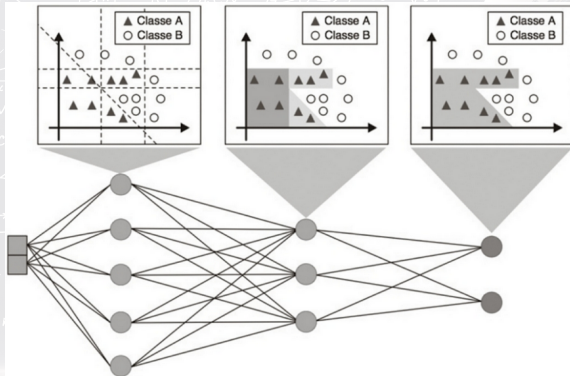
- Redes Neurais podem ser classificadas
 - Quanto ao número de camadas
 - Como redes de camada única.
 - Como redes de múltiplas camadas (MLP é o exemplo mais básico).
 - Quanto ao tipo de conexões
 - Como *feedforward*.
 - Como *feedback* (implicando em Redes Neurais Recorrentes).
 - Quanto à conectividade
 - Completamente conectada.
 - Parcialmente conectada.
 - Localmente conectada.
- A quantidade de camadas e a quantidade de neurônios em cada camada é um parâmetro em aberto.

MLP

- Redes Neurais podem ser classificadas
 - Quanto ao número de camadas
 - Como redes de camada única.
 - Como redes de múltiplas camadas (MLP é o exemplo mais básico).
 - Quanto ao tipo de conexões
 - Como *feedforward*.
 - Como *feedback* (implicando em Redes Neurais Recorrentes).
 - Quanto à conectividade
 - Completamente conectada.
 - Parcialmente conectada.
 - Localmente conectada.
- A quantidade de camadas e a **quantidade de neurônios em cada camada** é um parâmetro em aberto.
 - Exceto a quantidade de neurônios de entrada e saída.

MLP

- Como cada camada contribui para a função/regra de aprendizado:



- [Exemplo online](#)

Backpropagation

1 Introdução

2 Perceptron

3 MultiLayer Perceptron (MLP)
Backpropagation

4 FIM



Backpropagation

- Pode ser traduzido como *retropropagação de erro*.
- Funcionamento básico:
 - 1 Recalcula os pesos da última camada com base no erro da saída.
 - 2 Recalcula os pesos da camada anterior, com base na atualização dos pesos da última camada.
 - 3 Recalcula os pesos de cada camada anterior, até os pesos da camada de entrada.
- Alguns links explicando o backpropagation com mais detalhes:
 - [Wikipedia\[EN\]](#).
 - [Deeplearning book](#).
 - [Geeks for Geeks](#).

FIM

1

Introdução

2

Perceptron

3

MultiLayer Perception (MLP)

4

FIM



