

Θ.Ε. ΠΛΗ22 (2020-21) – ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ #2

Στόχος: Βασικός στόχος της 2ης εργασίας είναι η εξοικείωση σε θέματα σημάτων, όπως είναι ενδεικτικά οι διαφορετικές κατηγορίες σημάτων, η διερεύνηση της περιοδικότητας σημάτων, οι περιγραφές σημάτων στο πεδίο του χρόνου και των συχνοτήτων, η μετάβαση μεταξύ των πεδίων του χρόνου και των συχνοτήτων με το μετασχηματισμό Fourier, η κατανόηση της λειτουργίας των ιδανικών φίλτρων στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα. Επίσης, σε ορισμένα ερωτήματα εξετάζεται η εξοικείωση με βασικές λειτουργίες του υπολογιστικού πακέτου OCTAVE/MATLAB.

Περιγραφή

Η 2^η εργασία περιλαμβάνει πέντε (5) θέματα που αναφέρονται στα πρώτα δύο κεφάλαια των 2 βιβλίων των Ψηφιακών Επικοινωνιών: του Τόμου Β των «Ψηφιακών Επικοινωνιών» (Μέρος Α) και του Τόμου Β «Ψηφιακές Επικοινωνίες II: Σήματα-Διαμόρφωση-Θόρυβος» (Μέρος Β).

Σημείωση: Για όλα τα θέματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε χωρίς απόδειξη τις ιδιότητες των μετασχηματισμών Fourier και τους μετασχηματισμούς Fourier χαρακτηριστικών σημάτων από πίνακες.

Οι σχετικές ασκήσεις που αναφέρονται στους στόχους της κάθε άσκησης συμβολίζονται ως εξής:

ΓΕχ (Γραπτή Εργασία x) ή ΕΞχ(Εξετάσεις έτους x Α ή Β)/Ακαδημαϊκό Έτος/ Αριθμός θέματος

Σημείωση: Στις εκφωνήσεις μπορεί να χρησιμοποιούνται εναλλακτικά οι συμβολισμοί $rect(x)$ και $P(x)$ για τον τετραγωνικό παλμό και $tri(x)$ και $L(x)$ για τον τριγωνικό παλμό.

ΘΕΜΑ 1

Στόχος της άσκησης: είναι η εξοικείωση με τα περιοδικά σήματα και με την έννοια της περιοδικότητας.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/19-20/Θ1, ΓΕ2/18-19/Θ2

Για κάθε ένα από τα παρακάτω σήματα να εξετάσετε αν είναι περιοδικό ή όχι και να υπολογίσετε την περίοδό του (αν υπάρχει)

(α) $x_1(t) = 3\sin(3\pi t) + 2\sin(4\pi t)$

(β) $x_2(t) = 4\cos(100t) + 5\sin(70\sqrt{2}t)$

(γ) $x_3(t) = \sqrt{2}\cos(12t) + 1,5\cos(2\pi t)$

(δ) $x_4(t)$ με φάσμα $X_4(f) = 3\cos(5f + \pi/4)$

(ε) $x_5(t) = \{\cos(7\pi t) + 3\sin(8\pi t)\} \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{1000}\right)$.

(στ) $w(t) = x(t) + x(-t)$, όπου $x(t) = e^{4\pi jt}$

(ζ) $w(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 0.5x(t - 2n)$ όπου $x(t) = \text{rect}(4t)$

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να ακολουθήσετε τη μεθοδολογία διερεύνησης περιοδικότητας με βάση τις εκφράσεις των σημάτων στο πεδίο του χρόνου ή των συχνοτήτων.

ΘΕΜΑ 2

Στόχος της άσκησης: είναι η εξοικείωση με τον μετασχηματισμό Fourier και τις ιδιότητές του.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/18-19/Θ1, ΓΕ2/19-20/Θ4, Θ5, Θ6

(α) Να υπολογιστεί ο Μετασχηματισμός Fourier του σήματος $x(t) = 4\text{sinc}^2(2t) - \text{sinc}^2(t)$ και να απεικονιστεί το φάσμα πλάτους του

(β) Να υπολογιστεί η συνέλιξη του σήματος $z(t) = x(t) * y(t)$, όπου $x(t) = 4\text{sinc}^2(t)$ και $y(t) = \text{sinc}(4t)$

(γ) Να υπολογιστεί ο ΜΣ Fourier του σήματος $x(t) = \cos(2\pi 100t) 10\text{sinc}(10t)$

(δ) Δίνεται το παρακάτω φάσμα πλάτους

$$X(f) = 0.5(\delta(f - 4) + \delta(f + 4)) + \text{tri}(f + 1) + \text{tri}(f - 1) + \text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

το οποίο διέρχεται από φίλτρο που έχει συνάρτηση μεταφοράς $H(f) = 2\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$ οπότε προκύπτει στην έξοδο σήμα $y(t)$ με φάσμα $Y(f)$. Να σχεδιαστούν τα φάσματα $X(f)$, $Y(f)$ καθώς και η συνάρτηση μεταφοράς $H(f)$. Επίσης, να υπολογιστεί η χρονική έκφραση του σήματος $y(t)$ και του σήματος $x(t)$.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να χρησιμοποιήσετε τους πίνακες ΜΣ Fourier βασικών σημάτων. Επίσης, στους υπολογισμούς όπου υπάρχει η συνέλιξη στο πεδίο χρόνου/συχνοτήτων να προσπαθήσετε να μεταβείτε στο άλλο πεδίο (συχνοτήτων/χρόνου αντίστοιχα), όπου η συνέλιξη μετατρέπεται σε γινόμενο. Στο ερώτημα (γ) θα βοηθήσει εάν κάνετε ένα σχήμα με τα επιμέρους φάσματα που προκύπτουν κάνοντας αυτήν τη μετάβαση. Επίσης, στο ερώτημα (δ) να κάνετε υπολογισμούς στο πεδίο των συχνοτήτων αξιοποιώντας την ιδιότητα της συνέλιξης με κρουστικές συναρτήσεις $\delta()$.

ΘΕΜΑ 3

Στόχος της άσκησης Η εξοικείωση με α) την συνέλιξη ως μέθοδο προσδιορισμού εξόδου ενός συστήματος-φίλτρου, τις ιδιότητες της συνάρτησης $\delta(t)$, το ΜΣ Fourier χαρακτηριστικών σημάτων και τη διερεύνηση περιοδικότητας. Επίσης, υπάρχει ένα ερώτημα σχετικό με το Octave/MATLAB.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/1718/Θ2, ΓΕ2/1819/Θ4, ΓΕ2/1920/Θ4

Δίνεται το σήμα $x(t) = \delta(t) + 1000\text{sinc}^2(1000t)$. Το σήμα $x(t)$ διέρχεται από σύστημα με κρουστική απόκριση $h(t) = 2000\text{sinc}(2000t)$ και λαμβάνεται στην έξοδό του το σήμα $y(t)$.

(α) Να υπολογιστεί η έκφραση του φάσματος του σήματος εισόδου $X(f)$, της συνάρτησης μεταφοράς $H(f)$ και του σήματος εξόδου $Y(f)$

(β) Να υπολογιστεί η χρονική έκφραση του σήματος εξόδου $y(t)$ (χωρίς τον τελεστή της συνέλιξης)

(γ) Να προσδιορίσετε την περίοδο για καθένα από τα σήματα $x(t)$, $y(t)$ αν υπάρχουν.

(δ) Να αναπτύξετε κώδικα Octave/MATLAB για να απεικονίσετε το φάσμα του σήματος εισόδου $X(f)$ και τη συνάρτηση μεταφοράς $H(f)$. Επίσης, να δώσετε τον κώδικα Octave/MATLAB για να υπολογίσετε και να απεικονίσετε το φάσμα του σήματος εξόδου $Y(f)$.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να χρησιμοποιήσετε τους πίνακες ΜΣ Fourier βασικών σημάτων. Επίσης, στους υπολογισμούς όπου υπάρχει η συνέλιξη στο πεδίο χρόνου/συχνοτήτων να προσπαθήσετε να μεταβείτε στο άλλο πεδίο (συχνοτήτων/χρόνου αντίστοιχα) όπου η συνέλιξη μετατρέπεται σε γινόμενο. Στο ερώτημα (γ) να διερευνήσετε την περιοδικότητα βάσει των εκφράσεων των σημάτων στο πεδίο των συχνοτήτων. Στο ερώτημα (δ) να υποθέσετε για το πεδίο των συχνοτήτων το διάστημα $[-2000\text{Hz}, 2000\text{Hz}]$ με βήμα 0.1 Hz .

ΘΕΜΑ 4

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τον Μ/Σ Fourier τόσο της συνάρτησης δέλτα όσο και γενικότερων παλμών με αναφορά την πράξη της συνέλιξης, όπως επίσης η μοντελοποίηση φίλτρων και η χρήση του Octave/MATLAB

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/1718/Θ1, ΓΕ2/18-19/Θ1,6, ΓΕ2/19-20/Θ2,3

(α) Έστω τα εξής σήματα συνεχούς χρόνου: $x(t) = \sqrt{2}\text{rect}(t)$, $y(t) = -\text{rect}(t/2)$, $w(t) = y^4(t)$ (όπου $\text{rect}(\cdot)$ η συνάρτηση ορθογωνικού παλμού).

Να υπολογίσετε και στη συνέχεια να απεικονίσετε τα παρακάτω σήματα:

(i) $w(t)$ και $x^2(t)$

(ii) $y^3(t - 1.5)$

(iii) $z(t) = x^2(t) + y^3(t - 1.5)$

(iv) Να υπολογίσετε το Μετασχηματισμό Fourier για το σήμα $q(t) = y^3(t - 1.5) * w(t)$

(β) Δίνεται το σήμα $x(t)$ με φάσμα πλάτους $X(f) = \cos\left(2\pi f \frac{1}{200}\right)$

(i) Να διερευνήσετε την περιοδικότητα του $x(t)$ και να υπολογίσετε την περίοδό του (αν υπάρχει).

(ii) Το σήμα $x(t)$ διέρχεται από ζωνοδιαβατό φίλτρο με συνάρτηση μεταφοράς $H(f) = u(f + 250) - u(f + 150) + u(f + 50) - u(f - 50) + u(f - 150) - u(f - 250)$ και προκύπτει στην έξοδο του φίλτρου το σήμα $y(t)$ με φάσμα $Y(f)$.

Να αναπτύξετε κώδικα Octave/MATLAB και να απεικονίσετε το φάσμα $X(f)$ και τη συνάρτηση μεταφοράς $H(f)$. Επίσης, να υπολογίσετε και να απεικονίσετε στο Octave/MATLAB το φάσμα του σήματος εξόδου $Y(f)$.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Στα ερωτήματα (α-i). έως (α-iii)., να υπολογίσετε αναλυτικά τις ζητούμενες εκφράσεις ως συναρτήσεις βασικών παλμών (π.χ ορθογωνικών) και να σχεδιάσετε τα αντίστοιχα γραφήματα. Στο ερώτημα (α-iv). το σύμβολο “*” αντιστοιχεί στην πράξη της συνέλιξης. Για το ερώτημα αυτό να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της συνέλιξης μεταβαίνοντας στο πεδίο της συχνότητας (με μετασχηματισμό Fourier (MF)), όπου θα κάνετε κατάλληλους υπολογισμούς και στη συνέχεια να επιστρέψετε στο πεδίο του χρόνου (με αντίστροφο MF).

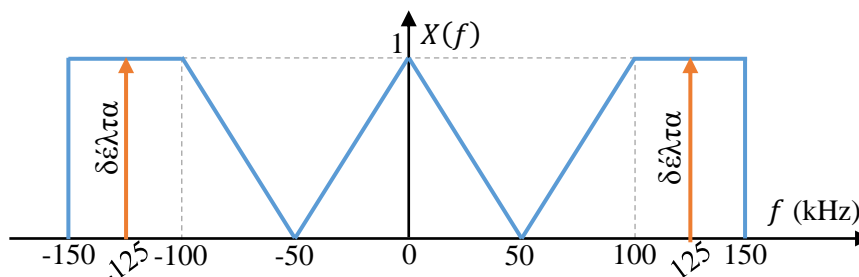
Στο ερώτημα (β) να διερευνήσετε την περιοδικότητα λαμβάνοντας υπόψη ότι δίνεται η έκφραση του σήματος $x(t)$ στο πεδίο των συχνοτήτων. Επίσης, να απλοποιήσετε την έκφραση της συνάρτησης μεταφοράς (που δίνεται ως υπέρθεση βηματικών συναρτήσεων), εκφράζοντας την ως συνάρτηση ορθογωνικών παλμών.

ΘΕΜΑ 5

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τη χρήση ιδανικών φίλτρων, την σχέση εισόδου-εξόδου γραμμικά και χρονικά αμετάβλητων συστημάτων και την σύνθεση σημάτων από βασικές συναρτήσεις.

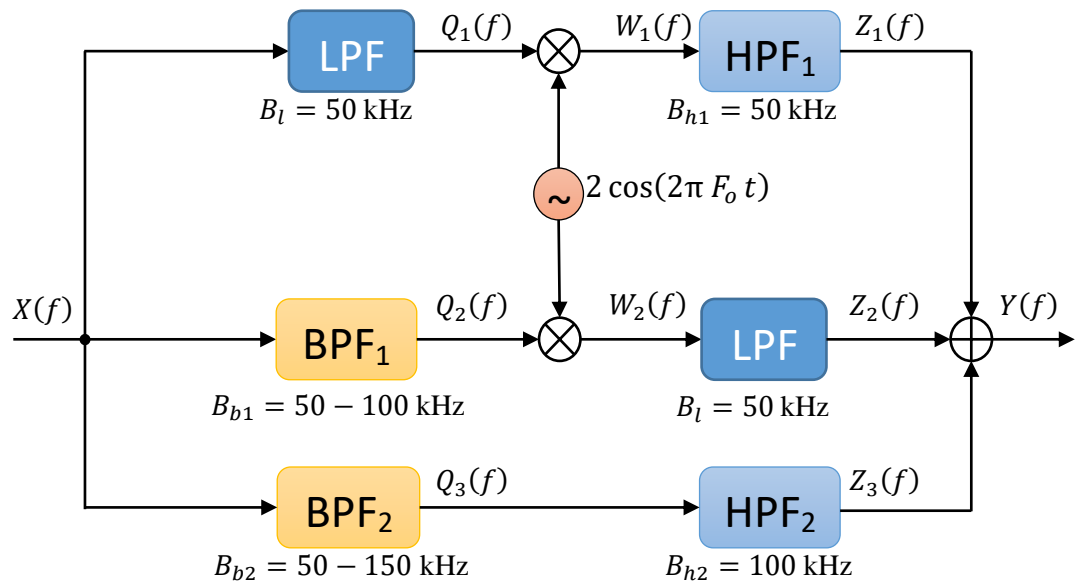
Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ2/18-19/Θ6, ΓΕ2/19-20/Θ3,5

α) Για το σήμα $X(f)$ στο πεδίο της συχνότητας να βρεθεί αναλυτικά η μορφή του χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τις ακόλουθες συναρτήσεις: Ορθογωνική $\text{rect}(\cdot)$, δέλτα $\delta(\cdot)$, τριγωνική $\text{tri}(\cdot)$.



β) Αν $X(f)$ είναι το σήμα εισόδου στο ακόλουθο γραμμικά και χρονικά αμετάβλητο σύστημα και $F_0 = 50$ kHz, να βρεθούν οι αναλυτικές εκφράσεις αποκλειστικά βάσει των $\text{rect}(\cdot)$, $\delta(\cdot)$, $\text{tri}(\cdot)$ και να σχεδιαστούν τα σήματα στο πεδίο της συχνότητας στα σημεία $Q_1(f)$, $Q_2(f)$, $Q_3(f)$, $W_1(f)$, $W_2(f)$, $Z_1(f)$, $Z_2(f)$, $Z_3(f)$ και $Y(f)$.

γ) Να βρεθεί η αναλυτική έκφραση του σήματος εξόδου του συστήματος στο πεδίο του χρόνου $y(t)$



LPF: Χαμηλοπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής B_l .

HPF_{1,2}: Υψηλοπερατά φίλτρα με συχνότητες αποκοπής B_{h1} και B_{h2} .

BPF_{1,2}: Ζωνοπερατά φίλτρα με συχνότητες αποκοπής B_{b1} και B_{b2} .

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Να μελετήσετε την επίδραση των φίλτρων και των πολλαπλασιαστών στο πεδίο των συχνοτήτων, ξεκινώντας από το σχήμα που αναπαριστά το φάσμα πλάτους του σήματος εισόδου.

Τρόπος – Ημερομηνία Παράδοσης

1. Την εργασία σας θα πρέπει να την ανεβάσετε στο σύνδεσμο <http://study.eap.gr> έως την **Τετάρτη, 20 Ιανουαρίου 2021, 23:59**. Δεν θα γίνονται αποδεκτές και δεν θα αξιολογούνται εργασίες που αποστέλλονται στο σύμβουλο καθηγητή μέσω email.
2. Όλοι οι φοιτητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν το template που υπάρχει στο Σύνδεσμο <http://study.eap.gr>
3. Την 22η Ιανουαρίου 2021 θα δημοσιευθούν οι ενδεικτικές απαντήσεις των θεμάτων της εργασίας (<http://study.eap.gr>)

Βαθμολογία ανά Θέμα

ΘΕΜΑ 1 (21)	
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ)	3
Ερώτημα (ε)	3
Ερώτημα (στ)	3
Ερώτημα (ζ)	3
ΘΕΜΑ 2 (15)	
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	4
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ)	5
ΘΕΜΑ 3 (15)	
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ)	6
ΘΕΜΑ 4 (24)	
Ερώτημα (α--i)	4
Ερώτημα (α-ii)	4
Ερώτημα (α-iii))	4
Ερώτημα (α-iv))	4
Ερώτημα (γ-i)	2
Ερώτημα (γ-ii)	6
ΘΕΜΑ 5 (25)	
Ερώτημα (α)	4
Ερώτημα (β)	14
Ερώτημα (γ)	7
ΣΥΝΟΛΟ	100

Οι συνολικές μονάδες θα διαιρεθούν με το 10, ώστε να προκύψει ο τελικός βαθμός της εργασίας.

Καλή Επιτυχία!!!