Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη 2η ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ στη ΔΕΟ13 θα πρέπει να γραφεί: «**ioannou_ge2_deo13.doc**».*

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	ΜΠΑΤΣΑΛΗΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ

ΚωδικόςΘΕ	ΠΛΗ21
Κωδικός Τμήματος	**ΠΛΗ21-ΗΛΕ43**
Ακ. Έτος	2019-20
α/α ΓΕ	1

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή - Σύμβουλου	ΒΑΡΖΑΚΑΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής	20 Νοεμβρίου 2019
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	20 Νοεμβρίου 2019
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	

***<u>Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή</u>**: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα..*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία (αριθμητικά, ολογράφως)	

Υπογραφή Φοιτητή

Υπογραφή Καθηγητή-Συμβούλου

Επίλυση Άσκησης 1)

	Ακέραιος δεκαδικός	Αναπαράσταση Σ2	Πρόσημο μέγεθος	Αναπαράσταση Σ1	Αναπαράσταση Σ8
1	+6	000110	000110	000110	06
2	-10	110110	101010	110101	66
3	-1	111111	100001	111110	77
4	-5	111011	100101	111010	73
5	+22	010110	010110	010110	26

Επεξήγηση πράξεων 2ης γραμμής: πρώτα θα γίνει μετατροπή στο Δεκαδικό αριθμό από Συμπλήρωμα ως προς 1:

- Δεκαδικός: $110101_2 = -\ Σ1(110101)_2 = -\ 110101_2 = -\ (0\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0)$ $= -\ (2^3+2^1) = -\ (8+2) = -10_{10}$
- Σ2: $10_{10} = 001010 = -10_{10} = Σ2(001010)_2 = 110110_2$
- Πρόσημο μέτρο: $10_{10} = 001010_2 = -10_{10} = 101010_2$
- Σ8: $10_{10} = 001010_2 = -10_{10} = Σ2(001010)_2 = \underbrace{110}_{6}\underbrace{110}_{6}{}_2 = 66_8$

Επεξήγηση πράξεων 3ης γραμμής: πρώτα θα γίνει μετατροπή στο Δεκαδικό αριθμό από πρόσημο μέτρο:

- Δεκαδικός: $100001_2 = -\ 000001_2 = -(2^0) = -1$
- Σ1: $1_{10} = 000001_2 = -1_{10} = Σ1(000001)_2 = 111110_2$
- Σ2: $1_{10} = 000001_2 = -1_{10} = Σ2(000001)_2 = 111111_2$
- Σ8: $1_{10} = 000001_2 = -1_{10} = Σ2(000001)_2 = \underbrace{111}_{7}\underbrace{111}_{7}{}_2 = 77_8$

Επεξήγηση πράξεων 4ης γραμμής: πρώτα θα γίνει μετατροπή του δεκαδικού +5 στον Δυαδικό αριθμό:

-
-

Διαιρετέος / Διαιρέτης	Πηλίκο	Υπόλοιπο
5:2	2	1
2:2	1	0
1:2	0	1

Άρα: +5 + 101

- Πρόσημο μέτρο: $5_{10} = 101_2 = 000101_2 = -5_{10} = 100101_2$
- Σ1: $5_{10} = 000101_2 = -5_{10} = Σ1(000101)_2 = 111010_2$
- Σ2: $5_{10} = 000101_2 = -5_{10} = Σ2(000101)_2 = 111011_2$
- Σ8: $5_{10} = 000101_2 = -5_{10} = Σ2(000101)_2 = \underbrace{111}_{7}\underbrace{011}_{3}{}_2 = 73_8$

Επεξήγηση πράξεων 5ης γραμμής: πρώτα θα γίνει μετατροπή στον Δεκαδικό αριθμό:

- Δεκαδικός: $010110_2 = 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 = 16+4+2 = 22_{10}$
- Επειδή ο αριθμός είναι θετικός όλες οι αναπαραστάσεις είναι ίδιες
- Σ1: 010110_2
- Πρόσημο μέτρο: 010110_2
- Σ8: $\underbrace{010}_{2}\underbrace{110}_{6}{}_2 = 26_8$

Άσκηση 2)
Ερώτημα 1)

100110 + 011011 βάση 2:

Κρατούμενα		1	1	1	1	1	0	(0)
Προσθετέος 1			1	0	0	1	1	0
Προσθετέος 2	+		0	1	1	0	1	1
Άθροισμα			0	0	0	0	0	1

ABC+EDF Βάση 16:

Κρατούμενα		1	1	1	(0)
Προσθετέος 1			10	11	12
Προσθετέος 2	+		14	13	15
Άθροισμα			9	9	11
			9_{16}	9_{16}	B_{16}

456+122 Βάση 8:

Κρατούμενα		0	1	1	(0)
Προσθετέος 1			4	5	6
Προσθετέος 2	+		1	2	2
Άθροισμα			6	0	0

Άσκηση 2)
Ερώτημα 2)

- Επαλήθευση του 100110 + 011011 βάση 2:

100110_2 = -Σ2$(100110)_2$ = - $(011010)_2$ = - $(2^4+2^3+2^1)$ = - (16+8+2) = -26
$011011_2 = 2^4+2^3+2^1+2^0$ = 16+8+2+1 = 27_{10}
$27_{10}+(-26)=1_{10}$
$000001_{10} = 2^0 = 1_{10}$

- Επαλήθευση του ABC+EDF Βάση 16:

$\underset{1010}{A}\ \underset{1011}{B}\ \underset{1100}{C}$ = -Σ2$(101010111100)_2$ = -$(101010111100)_2$ = -$(2^{10}+2^8+2^6+2^2)$ = -(1024+256+64+4)= -1348_{10}
$\underset{1110}{E}\ \underset{1101}{D}\ \underset{1111}{F}$ = -Σ2$(111011011111)_2$ = -(000100100001) = -$(2^8+2^5+2^0)$ = -$(256+32+1)_2$ = -289_{10}

-1348+(-289) = -1637

Άρα: $\underset{1001}{9}\ \underset{1001}{9}\ \underset{1011}{B}$ = -Σ2$(100110011011)_2$ = -$(011001100101)_2$ = -$(2^{10}+2^9+2^6+2^5+2^2+2^0)$ =
-(1024+512+64+32+4+1) = -1637

- Επαλήθευση του 456+122 Βάση 8:

$456_8 = 100101110_2$ = -Σ2$(100101110)_2$ = -(011010010) = -$(2^7+2^6+2^4+2^1)$ = -(128+64+16+2) = -128_{10}
$122_8 = 001010010_2 = (2^6+2^4+2^1)$ = 64+16+2 = 82_{10}

84_{10} – $(-210)_{10}$ = -128_{10}

600_8 = 110000000 = -Σ2(110000000) = -(010000000) = -(2^7) = -128_{10}

Άσκηση 3)

Θα γίνει πρώτα μετατροπή στο δυαδικό σύστημα με διαδοχικές διαιρέσεις για το ακέραιο μέρος και διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς για το δεκαδικό μέρος.
Έπειτα θα υπολογίσω το αποτέλεσμα με τη μέθοδο συμπληρώματος ως προς 2 και θα συγκρίνω το αποτέλεσμα που προκύπτει λόγω της διαφοράς του κλασματικού μέρους με τη μέθοδο αποκοπής.

Α)

Διαιρετέος / Διαιρέτης	Πηλίκο	Υπόλοιπο
1:2	0	1

Πρώτα θα υπολογιστεί το +15 και μετά θα γίνει – με τη μέθοδο Συμπληρώματος ως προς 2

$0.5 \cdot 2 \Rightarrow 1\ K\ 0$
Άρα $1.5_{10} = 1{,}1_2$

Λόγω εκφώνησης θα προστεθούν μηδενικά για το ακέραιο και δεκαδικό μέρος στο LSB μέρος του αριθμού

$1{,}5_{10} = 1{,}1_2 \Rightarrow 01{,}1000_2 \Rightarrow -1{,}5 = \Sigma2(01{,}1000)_2 = (10{,}1000)_2$
$-1{,}5_{10} = (10{,}1000)_2 = -\Sigma2(10{,}1000)_2 = -(01{,}1000)_2$
Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο άρα δεν υπάρχει διαφορά

Β

$0{,}37 \cdot 2 \Rightarrow 0\ K\ 74$
$0{,}74 \cdot 2 \Rightarrow 1\ K\ 48$
$0{,}48 \cdot 2 \Rightarrow 0\ K\ 96$
$0{,}96 \cdot 2 \Rightarrow 1\ K\ 92$

$0{,}37 = 0{,}0101_2$
$0{,}0101_2 = 2^{-2} + 2^{-2} = 0{,}25 + 0{,}0625 = 0{,}3125_{10}$

Άρα:
$0{,}37 – 0{,}3125 =$ **0,0575**

Με τη μέθοδο αποκοπής δεν ολοκληρώσαμε την αντιστοιχία και θεωρείται σαν στρογγυλοποίηση ως αποτέλεσμα να μη γίνει ακριβώς ο υπολογισμός της μετατροπής και να προκύπτει αυτή η διαφορά

Γ

$0{,}1 \cdot 2 = 0\ K\ 2$
$0{,}2 \cdot 2 = 0\ K\ 4$
$0{,}4 \cdot 2 = 0\ K\ 8$
$0{,}8 \cdot 2 = 1\ K\ 6$

$0{,}1_{10} = 0{,}0001_2$
$0{,}0001_2 = 2^{-4} = 0{,}0625_{10}$

$0{,}1 – 0{,}0625 =$ **0,0375**
Άρα υπάρχει διαφορά και οφείλεται στην μέθοδο αποκοπής

Δ

Πρώτα θα υπολογίσω το +0,23

$0,23 \cdot 2 = 0$ Κ 46
$0,46 \cdot 2 = 0$ Κ 92
$0,92 \cdot 2 = 1$ Κ 84
$0,84 \cdot 2 = 1$ Κ 68

$0,23_{10} = 0,0011_2$
$-0,23_{10} = \Sigma 2(0,0011)_2 = -(1,1101)_2$
$-(1,1101)_2 = -\Sigma 2(1,1101)_2 = (0,0011)_2 = 2^{-3}+2^{-4} = -(0,125 + 0,0625) = -0,1875_{10}$

$(-0,23) - (-0,1875) = -0,0425_{10}$

Επίσης και εδώ η διαφορά στο αποτέλεσμα κωδικοποίηση μετατροπής οφείλεται στην μέθοδο αποκοπής δηλαδή στον περιορισμό των κλασματικών ψηφίων.

Άσκηση 4)

3_{10}
Πρόσημο = 0
Μετατροπή στον δυαδικό:

Διαιρετέος / Διαιρέτης	Πηλίκο	Υπόλοιπο
3:2	1	1
1:2	0	1

$3_{10} = 11_2$

Κανονικοποίηση του αριθμού και μεταφορά υποδιαστολής:
$11 \cdot 2^0 = 11{,}0$
$11{,}0 \cdot 2^1 = 1{,}10$

Συντελεστής(23bits)= 10000000000000000000000

Εκθέτης = 127 $\Rightarrow$ πολωμένος εκθέτης = 1 + 127 = 128

Μετατροπή πολωμένου εκθέτη στο δυαδικό σύστημα και ολοκλήρωσής του της μορφής των 8 bit.

Διαιρετέος / Διαιρέτης	Πηλίκο	Υπόλοιπο
128:2	64	0
64:2	32	0
32:2	16	0
16:2	8	0
8:2	4	0
4:2	2	0
2:2	1	0
1:2	0	1

$128_{10} = 10000000_2$

Άρα η μετατροπή στον IEEE754 του 3_{10} είναι ως εξής:

$$\underbrace{0}_{\Pi\rho\acute{o}\sigma\eta\mu o\, 1 bit} - \underbrace{10000000}_{\text{Εκθέτης } 8bit} - \underbrace{10000000000000000000000}_{\text{Συντελεστής } 23bit}$$

B)

$$\underbrace{1}_{\Pi\rho\acute{o}\sigma\eta\mu o 1bit} - \underbrace{10000001}_{\mathrm{E}\kappa\theta\acute{\varepsilon}\tau\eta\varsigma 8bit} - \underbrace{11000000000000000000000}_{\Sigma\upsilon\nu\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma 23bit}$$

Πρόσημο =1
Γνωρίζοντας ότι η πόλωση στον IEEE754 είναι 127

Μετατροπή εκθέτη στον δεκαδικό
$10000001_2 = 2^7 + 2^0 = 128 + 1 = 129_{10}$

Ο εκθέτης είναι ≠ 0 άρα δεν είναι 0 επομένως θα χρησιμοποιήσω τον τύπο:
IEEE754 = $(-1)^{\text{πρόσημο}} \cdot (1{,}\text{Συντελεστής}) \cdot 2^{\text{εκθέτη-πόλωση}} \Rightarrow$
IEEE754 = $(-1)^1 \cdot (1{,}11) \cdot 2^{129\text{-}127} \Rightarrow$
IEEE754 = $(-1) \cdot (2^0+2^{-1}+2^{-2}) \cdot 2^2 \Rightarrow$
IEEE754 = $(-1) \cdot (1 + 0{,}5 + 0{,}25) \cdot 4 \Rightarrow$
IEEE754 = $(-1) \cdot (1{,}75) \cdot 4 \Rightarrow$
IEEE754 = $(-1) \cdot 7 \Rightarrow$
IEEE754 = -7_{10}

Άσκηση 5)
Υπό-ερώτημα Α)
Για τον έλεγχο προς ισοδυναμίας μεταξύ δύο συναρτήσεων θα γίνει εύρεση των Σ(ελαχιστόρων), όπου και θα γίνει η σύγκριση.

$$F1(x,z,w)=$$
$$\left(x+z'\right)\cdot w\ +\ x\cdot w \xrightarrow{\text{θα χρησιμοποιήσω την ιδιότητα του τυπολογίου για το πρώτο γινόμενο } x(y+z)=xy+xz}$$
$$x\cdot w+z'w+\cancel{x\cdot w} \xrightarrow{\text{πολλαπλασιασμός με όρο που λείπει. Επίσης } x\cdot w+x\cdot w=x\cdot w}$$
$$x\cdot(z+z')\cdot w+(x+x')\cdot z'\cdot w \xrightarrow{\text{Επιμερηστική ιδιότητα}}$$
$$x\cdot z\cdot w+x\cdot z'\cdot w+\cancel{x\cdot z'\cdot w}+x'\cdot z'w$$

$$F1(x,z,w)=x\cdot z\cdot w+x\cdot z'\cdot w+x'\cdot z'\cdot w \Rightarrow \Sigma(7,5,1) \xrightarrow{\text{αύξοντα κατανομή}} \Sigma(1,5,7)$$

$$F2(x,z,w)=$$
$$(x+z'+w')\cdot(x'+z'+w)\cdot(x'+z'+w')$$
Η συνάρτηση είναι ήδη απλοποιημένη ως προς Π δηλαδή ως γινόμενο αθροισμάτων άρα:

$$F2(x,z,w)=(x+z'+w')\cdot(x'+z'+w)\cdot(x'+z'+w') \Rightarrow \Pi(3,6,7) \Rightarrow \Sigma(0,1,2,4,5)$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha:$$
$$F1(x,z,w)=\Sigma(1,5,7)\neq F2(x,z,w)=\Sigma(0,1,2,4,5)$$
$$\text{οι } F1, F2 \text{ δεν είναι ισοδύναμες}$$

Άσκηση 5)
Υπό-ερώτημα Α)

Λύση ως προς Ελαχιστόρους:

$$F(a,b,c,d)=$$
$$(a'+c)+d' \xrightarrow{\text{De Morgan}(\text{στο πρώτο γινόμενο})}$$
$$a\cdot c'+d' \xrightarrow{\text{πρόσθεση των γινομένων που λείπουν}}$$
$$a\cdot(b+b')\cdot c\cdot(d+d')+(a\cdot a')\cdot(b+b')\cdot(c+c')\cdot d' \xrightarrow{\text{επιμεριστική ιδιότητα στα ομαδοποιημένα μέρη}}$$
$$(ab+ab')\cdot(c'd+c'd')+(ab+ab'+a'b+a'b')\cdot(cd'+c'd') \xrightarrow{\text{συνεχίζω με επιμεριστική ιδιότητα και βάση ιδιότητας } x+x=x}$$
$$abc'd+abc'd'+ab'c'd+ab'c'd'+abcd'+\cancel{abc'd'}+ab'cd'+\cancel{ab'c'd'}+a'bcd'+$$
$$a'bc'd'+a'b'cd'+a'b'c'd' \longrightarrow$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha:$$
$$F(a,b,c,d)=abc'd+abc'd'+ab'c'd+ab'c'd'+abcd'+ab'cd'+a'bcd'+$$
$$a'bc'd'+a'b'cd'+a'b'c'd' \Rightarrow \Sigma(13,12,9,8,14,10,6,4,2,0) \xrightarrow{\text{Τοποθέτηση του } \Sigma \text{ σε αύξοντα}}$$
$$\Sigma(0,2,4,6,8,9,10,12,13,14)$$

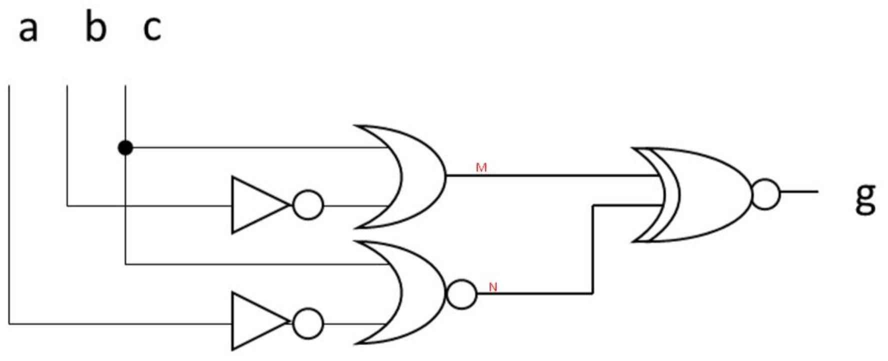
Λύση ως προς Μεγιστόρους:

$$F(a,b,c,d)=(a'c')+d' \xrightarrow{\text{DeMorgan στο πρώτο άθροισμα}}$$
$$a\cdot c'+d' \xrightarrow{\text{ιδιότητα } (x+y)\cdot z=(x+y)(x+z) \text{ για να γίνει γινόμενο αθροισμάτων}}$$
$$(a+d')\cdot(c'+d') \xrightarrow{\text{προσθήκη των γινομένων που λείπουν}}$$
$$(a+b'b+c'c+d')\cdot(a'a++b'b+c'+d') \xrightarrow{\text{επιμεριστική ιδιότητα και απλοποίηση βάση ιδιότητας } x\cdot x=x}$$
$$(a+b'+c'+d')\cdot(a+b'+c+d')\cdot(a+b+c'+d')\cdot(a+b+c+d')\cdot$$
$$(a'+b'+c'+d')\cdot(a'+b+c'+d')\cdot\cancel{(a+b'+c'+d')}\cdot\cancel{(a+b+c'+d')} \Rightarrow$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha:$$
$$F(a,b,c,d)=(a+b'+c'+d')\cdot(a+b'+c+d')\cdot(a+b+c'+d')\cdot$$
$$(a+b+c+d')\cdot(a'+b'+c'+d')\cdot(a'+b+c'+d') \Rightarrow$$
$$\Pi(7,5,3,1,15,11) \xrightarrow{\text{Ταξινόμηση σε αύξοντα}}$$
$$\Pi(1,3,5,7,11,15)$$

Άσκηση 6)

Ονομάζω τις εξόδους των ενδιάμεσων πυλών για να μπορέσω να κατασκευάσω τον πίνακα αληθείας:



Τριών μεταβλητών $2^3 = 8$ bit δεδομένα

Θέση αρίθμησης	a	b	c	a’	b’	M= a’ NOR c	N= a’ XNOR c	g= M XNOR N
0	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0
2	0	1	0	1	0	0	0	1
3	0	1	1	1	0	1	0	0
4	1	0	0	0	1	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	0	0
6	1	1	0	0	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	1	0	0

M = b’ or c = b’+c
N = a’ NOR c = (a’+c)’
g = M XNOR N = M⊙ c

Για την σχεδίαση του κυκλώματος με NAND πρώτα θα πάρω του ελαχιστόρους ως άθροισμα γινομένου με τρεις τρόπους:

1ος απλοποίηση μέσω άλγεβρας boole:

$$g = M\ XNOR\ C = M \odot N \xrightarrow{έκφραση\ boolean\ M\odot N = M\cdot N + M'\cdot N'}$$

$$M\cdot N + M'\cdot N' \xrightarrow{αντικατάσταση\ και\ απλοποίηση\ μέσω\ άλγεβρας\ boole}$$

$$(b'+c)\cdot(a'+c)'+(b'+c)'\cdot((a'+c)')' \xrightarrow{απλοποίηση\ βάση\ ιδιότητας\ (x')'=x}$$

$$(b'+c)\cdot(a'+c)'+(b'+c)'\cdot(a'+c) \xrightarrow{DeMorgan}$$

$$(b'+c)\cdot a\cdot c'+b\cdot c'\cdot(a'+c) \xrightarrow{επιμεριστική\ ιδιότητα}$$

$$b'\cdot a\cdot c'+c\cdot a\cdot c'+b\cdot c'\cdot a'+b\cdot c'\cdot c \xrightarrow{απλοποίηση\ βάση\ ιδιότητας\ c\cdot c=0}$$

$$a\cdot b'\cdot c'+0+a'\cdot b\cdot c'+0 \Rightarrow$$

$άρα:$

$$g = M \odot N = a\cdot b'\cdot c'+a'\cdot b\cdot c' \Rightarrow \Sigma(2,4)$$

<u>2ος τρόπος απευθείας μετατροπή από το αποτέλεσμα g των άσσων του πίνακα αληθείας ως προς τις εξόδους a,b,c:</u>

g = $010_2 \Rightarrow 2^1 \Rightarrow 2_{10}$ άρα θέση 2

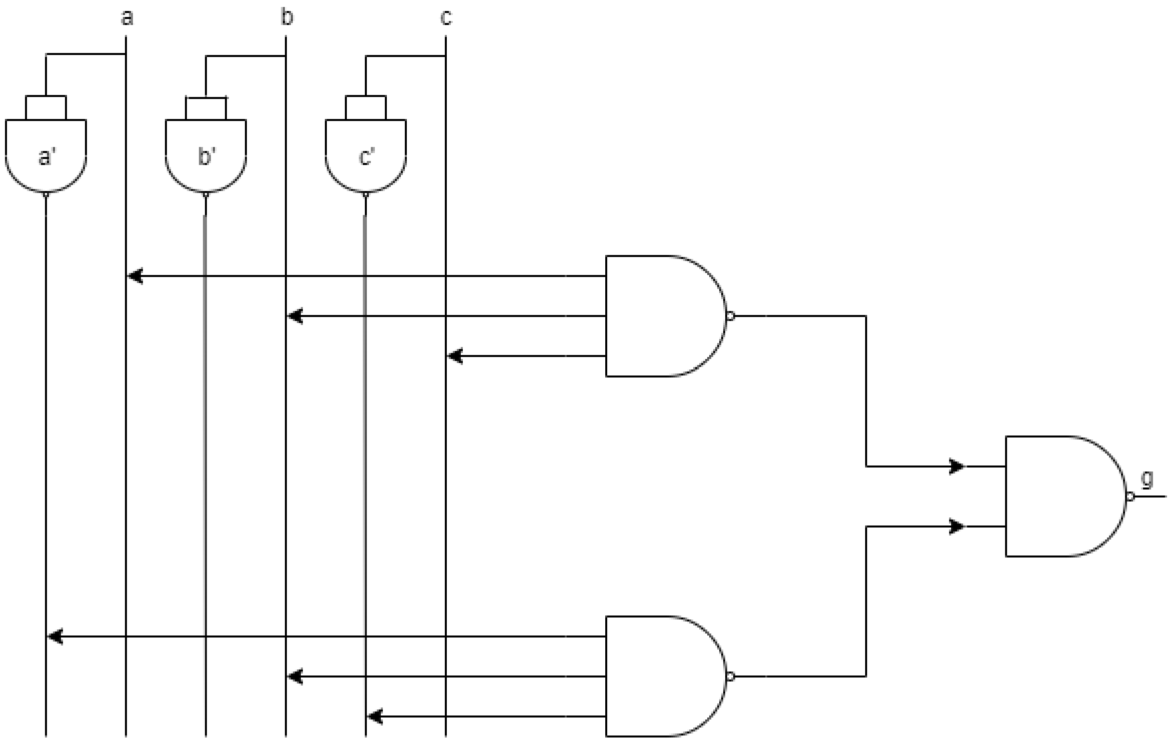
g = $100_2 \Rightarrow 2^2 \Rightarrow 4_{10}$ άρα θέση 4

<u>3ος τρόπος απλοποίηση με χάρτη Karnaugh:</u>

a \ bc	00	01	11	10
0				1
1	1			

$$g = ab'c' + a'bc'$$
$$g = (g')' = ((ab'c' + a'bc')')' \xrightarrow{De\,Morgan}$$
$$g = ((a \cdot b' \cdot c')' \cdot (a' \cdot b \cdot c')')'$$

Με την διαδικασία μετατροπής και απλοποίησης φτάσαμε στην έκφραση της άλγεβρας boole των λογικών πυλών NAND (x· y)’



Άσκηση 7)

Απλοποίηση μεγιστόρου Σ με βοήθεια του χάρτη Karnaugh, βλέπω 4 μεταβλητές x,y,z,w. Η σειρά των μεταβλητών που διακρίνω στην συνάρτηση είναι ως εξής:
xz άρα x πριν από το z.
w y z άρα w πριν από xyz και y πριν από z
wxy άρα το χ πριν από το y. w πρώτο, το z τελευταίο και χ πριν από το y. Επομένως:

F=(w,x,y,z) = 2^4 = 16

Σ=(1,5,6,7,11,12,13,15)

w,x \ y,z	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

F = w · x · y' + w' · y' · z + w · y · z + w' · x · y

Διακρίνεται ένας επιπλέον όρος ο xz ο φοιτητής δεν απάντησε σωστά διότι έβαλε έναν επιπλέον όρο στον χάρτη Karnaugh με αποτέλεσμα να μην έχει τη σωστή απλοποίηση της συνάρτησης.
Πιθανών έβαλε σαν επιπλέον ομάδα τα Σ(5,7,13,15) στοιχεία του πίνακα

Άσκηση 8)

Για την F1 το Σ είναι οι 1 της F1 του πίνακα αληθείας. Έπειτα γράφω του συντελεστές ως άθροισμα γινομένων και τονίζω τους συντελεστές (a,b,c,d) όπου είναι 0 βάση του πίνακα αληθείας ή κάνω μετατροπή στον δεκαδικό για Σ(n) όπου n αντιστοιχεί το (a,b,c,d) των συντελεστών στον δυαδικό

Υπό-ερώτημα 1)
F1(a,b,c,d) => Σ(0,1,4,15) => a’ · b’ · c’ · d + a’ · b’ · c’ · d + a’ · b · c’ · d’ + a · b · c · d

Για την F2 ως γινόμενο αθροισμάτων θα πάρω τους μεγιστόρους, δηλαδή τα 0 και θα τονίσω τις μονάδες των συντελεστών (a,b,c,d)

F2(a,b,c,d) => Π(1,4,7,11) => (a+b+c+d’) · (a+b’+c+d) · (a+b’+c’+d’) · (a’+b+c’+d)

Υπό-ερώτημα 2)
Στον πίνακα αληθείας διακρίνω Αδιάφορους όρους (Don’t Care,DC) τους οποίους θα τους τοποθετήσω στον χάρτη Karnaugh ως συμπληρωματικούς
F1(a,b,c,d) => Σ(0,1,4,15) => DC(5,7,11,13)

a,b \ c,d	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	x	x	
11		X	1	
10			x	

Άρα F1 = a’ · c’ + b · d

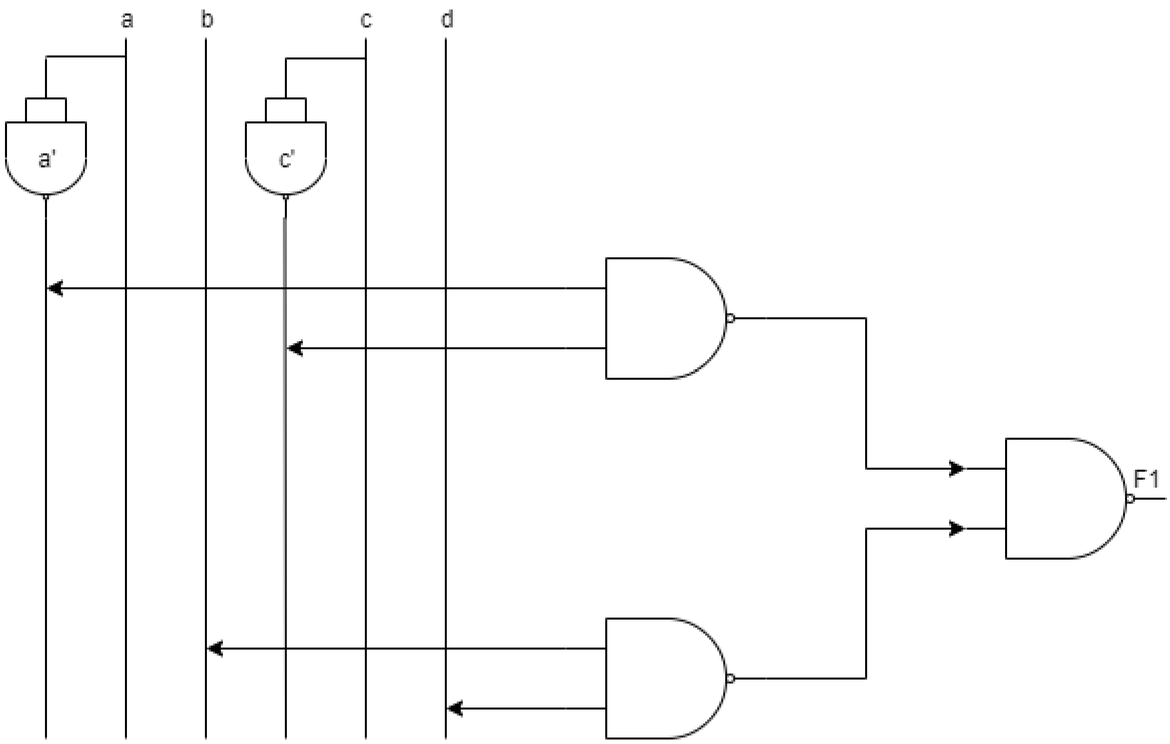
F2 => (a,b,c,d) => Π(1,4,7,11) => DC(0,3,9,12,13,14,15)

a,b \ c,d	00	01	11	10
00	x	0	x	
01	0		0	
11	x	x	x	x
10		x	0	

Απλοποίηση ως γινόμενο αθροισμάτων
F2’ = (a,b,c,d) = (b’+c+d) · (b+d’) · (c’+d’)

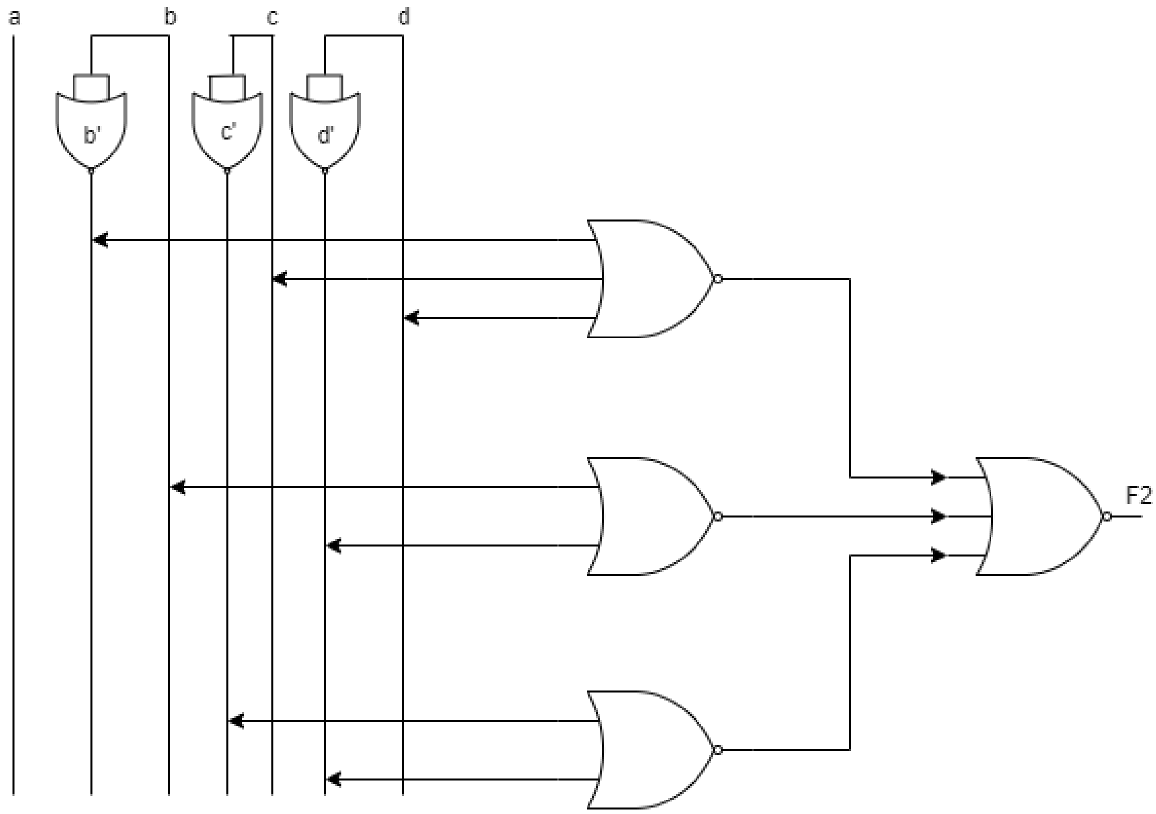
Υπό-ερώτημα 3)
Για την υλοποίηση της συνάρτησης σε κύκλωμα με πύλες NAND και OR θα χρησιμοποιήσω το αποτέλεσμα του προηγούμενου υπό ερωτήματος του χάρτη Karnaugh που βρίσκεται σαν γινόμενο αθροίσματος και θα πραγματοποιήσω την ιδιότητα De Morgan αφού υπολογίσω την F1 = (F1')' για την απλοποίηση και υλοποίηση σε λογική πύλη NAND (x· y)'

F1 = (a,b,c,d) => F1 = a' · c' + b · d =>DeMorgan
F1=((a' · c')' · (b · d)')'



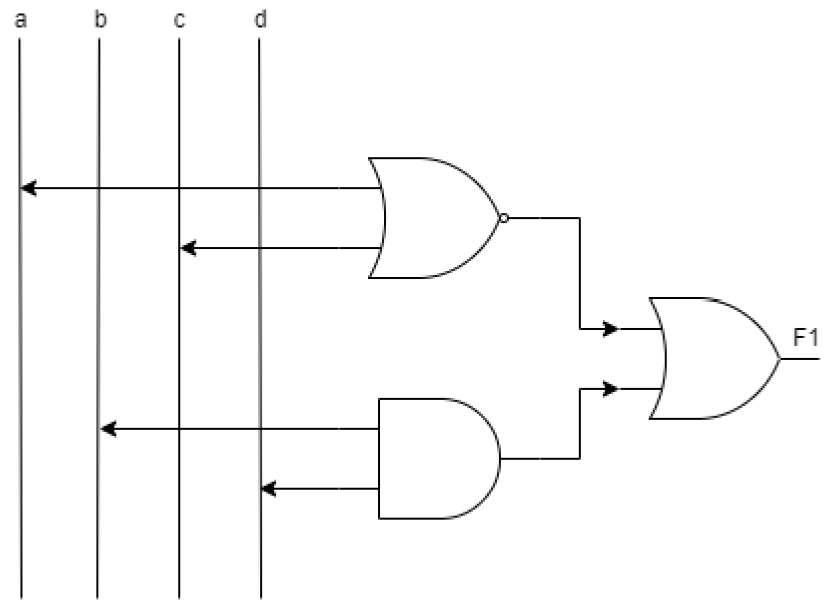
Για την F2 θα χρησιμοποιήσω το αποτέλεσμα της πράξης του χάρτη Karnaugh.
Θα υπολογίσω ως προς την F2 έπειτα θα κάνω την ιδιότητα De Morgan για να απλοποιηθεί σε γινόμενο αθροισμάτων

F2(b'+c+d)·(b+d')·(c'+d') =>
(((b'+c+d)·(b+d')·(c'+d'))')' => DeMorgan
((b'+c+d)' + (b+d')' + (b'+d')')'



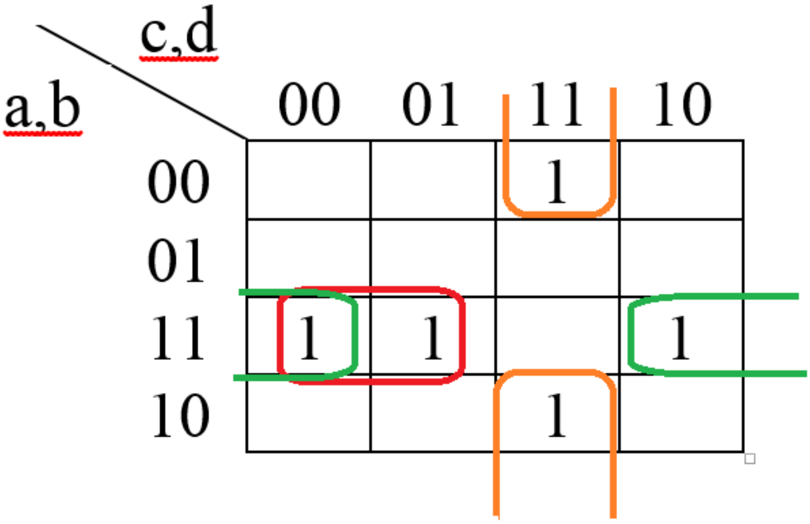
Υπό-ερώτημα 4)
F2 = (b’+c+d)· (b+d’)· (c’+d’)

<u>Για την F1:</u>
F1= a’· c’ +b· d =>
Πρώτα γίνετε έλεγχος για κοινούς παράγοντες εφόσον και δεν έχει τότε βάση ιδιότητας DeMorgan και των λογικών πυλών x’· y’=(x+y)’
F1 = a’· c’ +b· d => (a· c)’ + (b· d)
Αντί να χρησιμοποιήσω 5 πύλες (2NOT, 2 AND, 1OR) θα χρησιμοποιήσω βάση της απλοποίησης 3 πύλες (1 NOR, 1 AND, 1 OR)

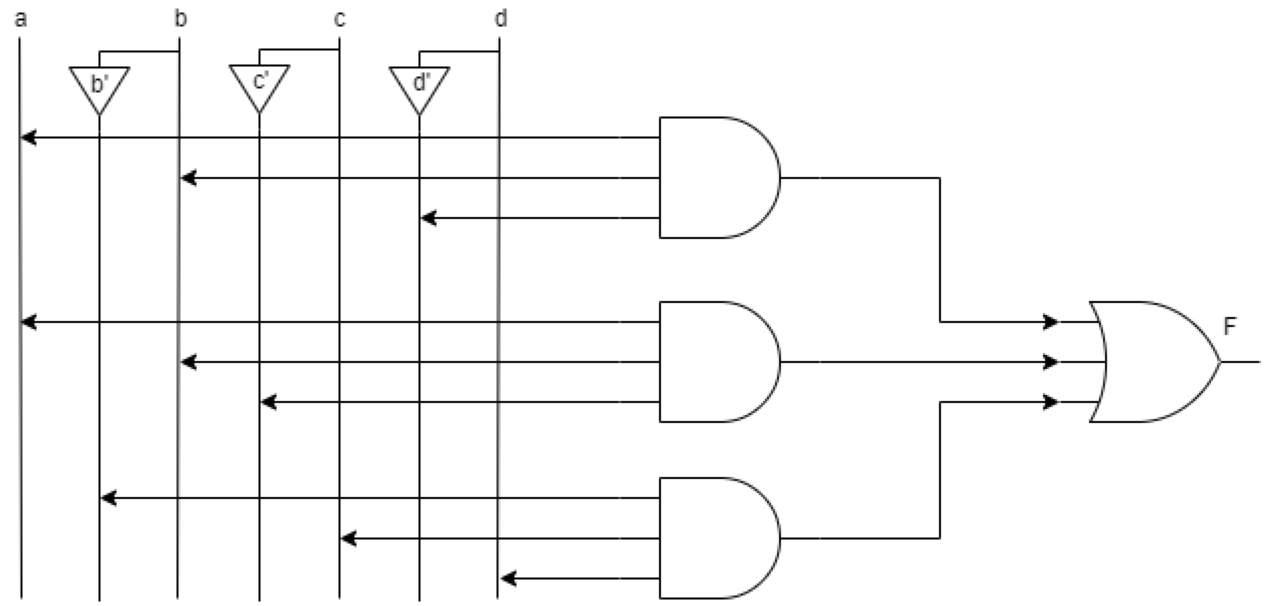


<u>Για την F2:</u>

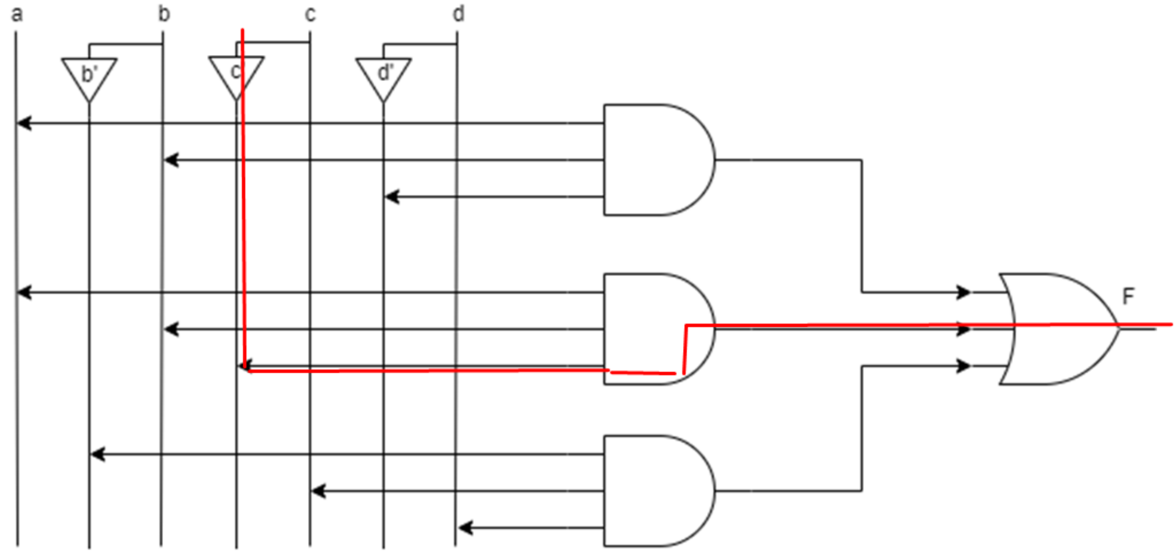
Άσκηση 9)
$F(a,b,c,d) = \Sigma(3,11,12,13,14)$
4 μεταβλητές $2^4 = 16_{10}$



$F(a,b,c,d) = a \cdot b \cdot d' + a \cdot b \cdot c' + b' \cdot c \cdot d$

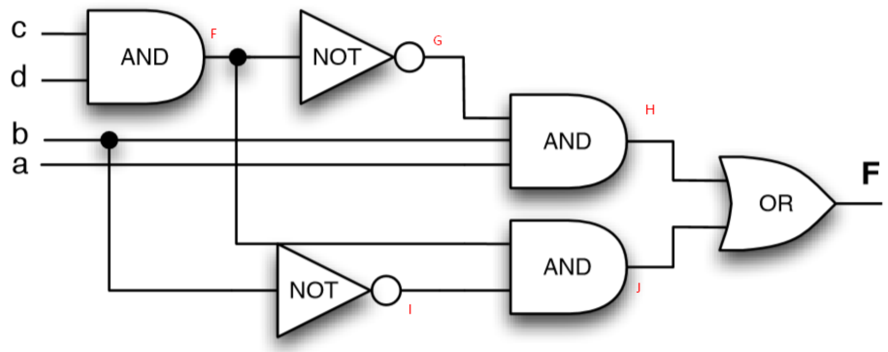


Άρα για τον υπολογισμό του κόστου και την καθυστέρηση έχουμε:
4 πύλες τριών εισόδων και 3 πύλες NOT (αντιστροφής), βάση ns της εκφώνησης
$4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12 + 3 = 15$ άρα κόστος = 15
Καθυστέρηση: του $a \cdot b \cdot c'$ προς τη πύλη AND και προς τη πύλη OR = 1+3+3 = 7
Άρα καθυστέρηση = 7 όπως και δείχνει η διαδρομή σημειωμένη με κόκκινο χρώμα το παρακάτω σχεδιάγραμμα


a
b
c
d
b'
c'
d'
F

Υπό-ερώτημα 2)
Θα γίνει εύρεση ελαχιστόρων για να μην κάνω πίνακα αληθείας και μετά θα συγκρίνω το αποτέλεσμα:

Πρώτα θα αριθμήσω τις εξόδους των πυλών ώστε να μπορέσω να απλοποιήσω:



F = c· d
G = F'
H = G· b· a
I = b'
J = F· I
F = H+J = G· b· a+F· I => F'· b· a+c· d· b' => (c· d)' · b· a+b'· c· d =>
(c'+d') · b· a+b'· c· d =>
a· b· c'+a· b· d'+b'· c· d+ =>
a· b· c'· (d+d')+a· b· (c+c') · d'+(a+a') · b'· cd =>
a· b· c'· d + a· b· c'· d' + a· b· c· d' + a· b'· c· d + a'· b'· c· d =>
F(a,b,c,d) = a· b· c'· d + a· b· c'· d' + a· b· c· d' + a· b· c'· d' + a· b'· c· d + a'· b'· c· d =>
Σ(13,12,14,11,3) => με αύξοντα
Σ(3,11,12,13,14) άρα και ισούται και είναι σωστό με την συνάρτηση της εκφώνησης που αντιστοιχεί στο προηγούμενο υπό-ερώτημα

Υπολογισμός καθυστέρησης:
1+2+2+3 = 8 άρα καθυστέρηση = 8

Υπολογισμός κόστους:
1+1+2+2+2+3 = 11 άρα κόστος = 11

Αυτό που παρατηρείται σε σύγκριση με το κύκλωμα του υπό-ερωτήματος 1 είναι ότι το μεγαλύτερο μονοπάτι μας οδηγεί σε μεγαλύτερη καθυστέρηση 8 αντί7 που βρήκαμε στο προηγούμενο κύκλωμα αλλά το κόστος είναι μικρότερο δηλαδή 11 αντί του 15