

Θ.Ε. ΠΛΗ22 (2020-21) – ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ #5

Στόχος: Βασικός στόχος της 5ης εργασίας είναι η εξοικείωση σε θέματα Κωδικοποίησης Ελέγχου Σφάλματος και ειδικότερα σε θέματα που άπτονται της θεωρίας της κωδικοποίησης και των γραμμικών κωδίκων. Επιπλέον, στο πλαίσιο της καλύτερης εμπέδωσης της συνολικής εκπαιδευτικής ύλης προτείνονται προς επίλυση και τέσσερις ενδεικτικές επαναληπτικές ασκήσεις.

Περιγραφή

Η 5^η εργασία περιλαμβάνει έξι (6) θέματα που σχετίζονται με (α) τις ενότητες 4.1 και 4.2 του Κεφαλαίου 4 (Τόμος Α) που χειρίζονται την «εισαγωγή στη θεωρία της κωδικοποίησης» και «τους γραμμικούς κώδικες» και (β) σύνολο ενδεικτικών επαναληπτικών ασκήσεων.

ΓΕχ (Γραπτή Εργασία χ) ή ΕΞχ(Εξετάσεις έτους χ Α ή Β)/Ακαδημαϊκό Έτος/ Αριθμός θέματος

ΘΕΜΑ 1

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τις βασικές αρχές της θεωρίας κωδικοποίησης και ειδικότερα με τον προσδιορισμό των βασικών παραμέτρων των κωδίκων καθώς και την εφαρμογή του κώδικα για τον έλεγχο σφαλμάτων από τον δέκτη.

Σχετικές ασκήσεις: Θ5/ΓΕ4/2015-2016, Θ3/ΓΕ5/2011-12, Θ4/ΓΕ5/2010-11, Θ2/ΓΕ5/2009-10, Θ4/ΓΕ5/2008-2009 και Θ5/ΕΞ2010Β, Θ2/ΓΕ5/2012-13, Θ1/ΓΕ4/2017-18

Δίνεται ένας συστηματικός γραμμικός κώδικας Hamming C, με τον ακόλουθο πίνακα ελέγχου ισοτιμίας:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & x_4 & x_5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ζητούνται τα ακόλουθα:

α). Να βρεθούν τα x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

β). Να βρεθεί ο γεννήτορας πίνακας G.

γ). Να βρεθεί η απόσταση του κώδικα καθώς και η ταυτότητα του (n,k,d).

δ). Να αποδείξετε χωρίς να κάνετε έλεγχο για σφάλματα ότι η λέξη $[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$ δεν μπορεί να είναι κωδική λέξη του παραπάνω κώδικα.

ε). Να βρεθεί η κωδικοποίηση του μηνύματος $[1 \ 1 \ 1 \ 0]$ σύμφωνα με τον παραπάνω κώδικα.

στ). Αν υποθέσουμε ότι ο συστηματικός κώδικας εκπέμπεται μέσα από κανάλι και ο δέκτης λαμβάνει τις λέξεις $r_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ και $r_2 = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]$, να ελεγχθεί η ύπαρξη σφάλματος στις ληφθείσες λέξεις και αν υπάρχει να βρεθεί το σφάλμα. Τέλος να βρεθούν οι αντίστοιχες λέξεις μηνύματος (ψηφία μηνύματος) και οι κωδικές λέξεις που μεταδόθηκαν και οδήγησαν στη λήψη των λέξεων r_1 και r_2 .

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Για το ερώτημα α) να αξιοποιηθούν τα χαρακτηριστικά των κωδίκων Hamming. Στην συνέχεια να σχηματισθεί ο ζητούμενος πίνακας G και ακολούθως να προσδιορισθούν οι παράμετροι του κώδικα. Η απόσταση να υπολογισθεί με το κριτήριο του ελαχίστου αριθμού γραμμών του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας (βλέπε Θέμα 2ο / ΓΕ 2009-2010). Στο ερώτημα δ να εξετάσετε εάν η λέξη ικανοποιεί όλα τα χαρακτηριστικά της ταυτότητας του κώδικα. Στα υπόλοιπα ερωτήματα να εφαρμοσθεί η σχετική θεωρία.

ΘΕΜΑ 2

Στόχος της άσκησης είναι η εξάσκηση με την άλγεβρα δυαδικών κωδίκων και τους αλγόριθμους κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης καναλιού με γραμμικούς κώδικες μπλοκ ελέγχου σφάλματος.

Σχετικές ασκήσεις: Θ3/ΓΕ5/2018-19, Θ1/ΓΕ4/2017-18, Θ3/ΓΕ4/2017-18, Θ6/ΓΕ4/2017-18

Δίδεται ένα σύνολο $S = \{11000011, 00011011, 00100111, 01001101, 00111100, 10101001\}$ και ο κώδικας C , ο οποίος αποτελεί το ανάπτυγμά του $C = \langle S \rangle$.

- Να βρεθεί ο γεννήτορας πίνακας G και ο πίνακας ισοτιμίας H του κώδικα.
- Να βρεθεί το μήκος των μηνυμάτων και των λέξεων του κώδικα, καθώς και ο ρυθμός του.
- Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση του κώδικα και να απαντηθεί αν η λέξη $r = [00011100]$ μπορεί να ανήκει στον κώδικα; Ποιο είναι το πλήθος των εσφαλμένων bit που ανιχνεύει και ποιο είναι το πλήθος των εσφαλμένων bit που διορθώνει;
- Να δοθούν όλες οι λέξεις του κώδικα C και να δοθεί μια βάση του δυικού του κώδικα C^\perp .
- Να υπολογισθεί το πλήθος των συνομάδων. Πόση μνήμη απαιτείται κατ' ελάχιστον κατά τη λήψη αν γίνει αποκωδικοποίηση βάσει τη ελάχιστης απόστασης της ληφθείσας λέξης και του κώδικα και πόση αν χρησιμοποιηθεί ο πίνακας τυπικής διάταξης;
- Να δοθεί σε πίνακα η αντιστοιχία απλών σφαλμάτων και συνδρόμων και να αποκωδικοποιηθούν οι λέξεις $r_1 = [00011100]$ και $r_2 = [1011\ 0010]$.

Ενδεικτική μεθοδολογία: Στο ερώτημα (1) θα πρέπει με βάση το σύνολο να κατασκευάσετε τον πίνακα περιορισμένης κλιμακωτής διάταξης γραμμών, από τις μη μηδενικές γραμμές του οποίου θα προκύψει ο πίνακας γεννήτορας και κατόπιν ο πίνακας ισοτιμίας. Επίσης για το ερώτημα (3) θα πρέπει να κάνετε χρήση της σχέσης που υπάρχει μεταξύ ελάχιστης απόστασης και πώς αυτή καθορίζει το ελάχιστο βάρος λέξεων που είναι δυνατόν να ανήκουν σε ένα κώδικα.

ΘΕΜΑ 3

Στόχος της άσκησης: είναι η εμπέδωση βασικών εννοιών που αφορούν στην κωδικοποίηση με γραμμικούς κώδικες.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ5/Θ1 (2019-2020), ΓΕ5/Θ3 (2019-2020), ΓΕ5/Θ1 (2018-2019), ΕΞΕΤ/Β/2019-2020/Θ2, ΕΞΕΤ/Β/2018-2019/Θ3

Δίνονται δύο κώδικες, C_1 με διανύσματα (λέξεις) το σύνολο $\{0000, 0010, 0101, 0111\}$ και C_2 με διανύσματα (λέξεις) το σύνολο $\{1010, 0101, 1111\}$.

- Να ελέγξετε αν οι κώδικες C_1 και C_2 είναι γραμμικοί.
- Να βρεθούν τα γραμμικά αναπτύγματα $\langle C_1 \rangle$ και $\langle C_2 \rangle$ και οι αντίστοιχοι ρυθμοί πληροφορίας.
- Να βρεθεί το ορθογώνιο συμπλήρωμα C_1^\perp .
- Θεωρήστε έναν γραμμικό κώδικα (7,4) block με πίνακα M :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Δημιουργήστε τον γεννήτορα πίνακα G και τον πίνακα ισοτιμίας H .
- Για ένα μήνυμα $d_i = (1011)$ να υπολογίσετε την κωδική λέξη c_i .
- Ο δέκτης λαμβάνει τα μηνύματα $r_1 = (1011001)$ και $r_2 = (1001001)$. Να υπολογίσετε το σύνδρομο λάθους σε κάθε περίπτωση.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Για τα ερωτήματα του θέματος εφαρμόστε το μεθοδολογικό πλαίσιο της ενότητας 4.2.1 του βιβλίου. Πιο συγκεκριμένα για το ερώτημα γ ακολουθείστε τη μεθοδολογία του παραδείγματος 4.11 του βιβλίου σας. Για τα ερωτήματα (δ) εφαρμόστε το μεθοδολογικό πλαίσιο των ενότητων 4.2.2 και 4.2.3 του βιβλίου.

ΘΕΜΑ 4

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με τα βασικά πρωτόκολλα επανεκπομπής πλαισίων GBN, SRP και της έννοιας της απόδοσης παρουσία και απουσία σφαλμάτων.

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ1/1718/02, ΓΕ3/1112/04, ΓΕ1/1415/02, ΓΕ3/1011/04, ΕΞ2019Β/02

Έστω δύο κόμβοι Α και Β, σε απόσταση 2km ο ένας από τον άλλο, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με οπτική ίνα. Η ταχύτητα διάδοσης μέσα στην οπτική ίνα ισούται με 2×10^8 m/sec. Η πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης πλαισίου δεδομένων είναι p , ενώ για τα πακέτα επιβεβαιώσεων η υπόθεση είναι ότι παραδίδονται χωρίς σφάλματα και η εκπομπή τους απαιτεί αμελητέο (μηδενικό) χρόνο.

Αν η καθυστέρηση μετάδοσης πλαισίου TRANSP ισούται με 1 msec και η προθεσμία T για τη λήψη επιβεβαίωσης απεσταλμένου πλαισίου υποτεθεί ίση με το χρόνο μετάβασης μετ' επιστροφής (round trip time - RTT), να βρείτε τα ακόλουθα:

(α) Ποιο το ελάχιστο μέγεθος του παραθύρου εκπομπής W (παράθυρο κορεσμού) που επιτρέπει στο πρωτόκολλο GoBackN (GBN) να αξιοποιήσει τη ζεύξη μεταξύ των δύο κόμβων στο έπακρο για την αποστολή πλαισίων απουσία σφαλμάτων;

(β) Ποια η τιμή του αντίστοιχου παραθύρου για το πρωτόκολλο Selective Repeat (SR); Είναι ίσο, μεγαλύτερο, μικρότερο και κατά πόσο;

(γ) Για τις τιμές των παραθύρων κορεσμού, πώς διαμορφώνεται η απόδοση του πρωτοκόλλου GBN για πιθανότητα $p = 0.9$; Ποια είναι η τιμή του παραθύρου W που οδηγεί στην ίδια απόδοση απουσία σφαλμάτων;

(δ) Επαναλάβετε τους υπολογισμούς σας για το πρωτόκολλο SR. Ποιο πρωτόκολλο εμφανίζει μεγαλύτερη ανθεκτικότητα στα σφάλματα μετάδοσης;

(ε) Μπορείτε να περιγράψετε τι θα άλλαζε στις απαντήσεις σας στα (α), (γ), (δ) αν διπλασιάσουμε το μήκος του πλαισίου κρατώντας ίδιες όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του προβλήματος (απόσταση κόμβων, πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης p);

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Για όλα τα ερωτήματα, βασιστείτε στις εξισώσεις υπολογισμού της απόδοσης των αντίστοιχων πρωτοκόλλων επανεκπομπής (GBN, SR), όπως αυτές δίνονται στον Τόμο 3-κεφάλαιο 4 και στις αντίστοιχες ενότητες του βιβλίου των Kurose-Ross, με βάση τις δεδομένες συνθήκες που δίνονται σε κάθε ερώτημα. Στο ερώτημα (ε), σχολιάστε σύντομα τις απαντήσεις σας. Θεωρήστε αμελητέες τυχόν καθυστερήσεις λόγω επεξεργασίας των πλαισίων και των πλαισίων επιβεβαιώσεων στους δύο κόμβους.

ΘΕΜΑ 5

Στόχος της άσκησης: είναι η εξάσκηση σε θέματα που σχετίζονται με τις διαμορφώσεις πλάτους και γωνίας.

(α) Δίνονται τα σήματα $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ και $y(t) = \text{rect}(t)$, όπου $f_0 = 1000\text{Hz}$. Το σήμα $z(t)$ προκύπτει από διαμόρφωση DSB του σήματος $y(t)$ από το φέρον $x(t)$. Να προσδιορίσετε τη χρονική κυματομορφή και το φάσμα πλάτους του σήματος $z(t)$.

(β) Να διερευνήσετε την περιοδικότητα και τη δυνατότητα δειγματοληψίας (με το κριτήριο Nyquist) των σημάτων $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$.

(γ) Για σήμα πληροφορίας $m(t) = 0.5 \cos(2\pi f_m t)$ και τα διαμορφωμένα σήματα

$$(α1) x(t) = 0.5 \cos(2\pi 10^4 t) \cos(2\pi 10^6 t)$$

$$(α2) x(t) = \cos(2\pi 10^6 t) + 0.5 \cos(2\pi 10^4 t) \cos(2\pi 10^6 t)$$

Υπολογίστε το Μ/Σ Fourier και αναγνωρίστε το είδος διαμόρφωσης.

(δ) Θεωρήστε το διαμορφωμένο κατά γωνία σήμα $u(t) = 5 \cos(4\pi 10^3 t + 0.5 \sin(2000\pi t))$

i) Αν το σήμα είναι διαμορφωμένο κατά συχνότητα (FM) να βρείτε τον δείκτη διαμόρφωσης και το εύρος ζώνης.

ii) Αν το σήμα είναι διαμορφωμένο κατά φάση (PM) να βρείτε τον δείκτη διαμόρφωσης και το εύρος ζώνης.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Στο ερώτημα (α) χρησιμοποιήστε την ιδιότητα ολίσθησης συχνότητας του μετασχηματισμού Fourier. Για τους υπολογισμούς σας αρκεί η χρήση των ιδιοτήτων των ζευγών Μ/Σ Fourier και γνώσης των βασικών τύπων για τον υπολογισμό των παραμέτρων της διαμόρφωσης AM/DSB και FM/PM.

ΘΕΜΑ 6

Στόχος της άσκησης είναι η εξοικείωση με την ιδανική δειγματοληψία, την ανακατασκευή αναλογικού σήματος καθώς και το πρόβλημα της αλλοίωσης (aliasing).

Σχετικές ασκήσεις: ΓΕ3 /2020-21/Θ6, ΓΕ3 /2019-20/Θ1, ΓΕ3 /2018-19/Θ1, ΓΕ3 /2017-18/Θ1

I) Ένα τμήμα ενός ηχητικού αρχείου διάρκειας 10 sec, το οποίο έχει υποστεί ιδανική δειγματοληψία χωρίς αλλοίωση με σταθερό ρυθμό, περιέχει 20001 δείγματα. Ποια είναι η μέγιστη συχνότητα που μπορεί να εμπεριέχει το αναλογικό σήμα που θα προκύψει από την ανασύσταση;

II) Ένα σήμα συνεχούς χρόνου $x(t)$ προκύπτει ως ο γραμμικός συνδυασμός ημιτονικών σημάτων σε συχνότητες 500 Hz, 1.2 kHz και 3.5 kHz.

A) Είναι το συγκεκριμένο αναλογικό σήμα περιοδικό και αν ναι, ποια είναι η περίοδός του;

B) Το σήμα δειγματοληπτείται με ρυθμό 2 kHz. Αν κάθε τόνος του $x(t)$ έχει πλάτος 2 Volt, ποια θα είναι η αλγεβρική μορφή του δειγματοληπτημένου σήματος; Μπορεί να ανακτηθεί πλήρως το $x(t)$ με αυτό το ρυθμό δειγματοληψίας;

III) Κάρτα ήχου HY τροφοδοτείται με μονοφωνικό σήμα μικροφώνου. Το σήμα δειγματοληπτείται και κβαντίζεται ομοιόμορφα. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά της κάρτας αναφέρουν ρυθμούς δειγματοληψίας 44.1, 48, 88.2, 96, 176.4 και 192 kHz, ομοιόμορφο κβαντιστή 24 bit και μέγιστη τάση εισόδου πυκνωτικού μικροφώνου από κορυφή-σε-κορυφή 4.9 V (συμμετρικά ως προς την στάθμη του 0).

A) Αν η ένταση του ήχου που δέχεται το μικρόφωνο είναι τέτοια ώστε η κυματομορφή εισόδου στην κάρτα ήχου να διακυμαίνεται αυστηρά στην περιοχή τάσης των 4.9 V από κορυφή-σε-κορυφή, να βρεθεί το πλήθος των σταθμών του κβαντιστή, ο λόγος της ισχύος του σήματος εισόδου προς την ισχύ του θορύβου κβάντισης (SNR) και το μέγιστο σφάλμα κβάντισης. Επιπλέον, να υπολογίσετε το ελάχιστο απαιτούμενο εύρος ζώνης για την μετάδοση του σήματος μέσω PCM, χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο δυνατό ρυθμό δειγματοληψίας της κάρτας ήχου.

B) Στην συνέχεια το σήμα μετατρέπεται σε στερεοφωνικό (αριστερό + δεξί κανάλι ήχου) δημιουργώντας ένα αντίγραφο της ακολουθίας των bit εξόδου του κβαντιστή και πολυπλέκοντας χρονικά τα αρχικά bit (δεξί κανάλι) με αυτά του αντίγραφου (αριστερό κανάλι). Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός σε bit/sec του στερεοφωνικού σήματος που μπορεί να υποστηρίξει η κάρτα ήχου από την όλη διαδικασία ψηφιοποίησης και το μέγεθος του αρχείου (σε Gbyte) που αντιστοιχεί σε τετράωρη (4 hrs) ηχητική καταγραφή.

Ενδεικτική Μεθοδολογία: Για το ερώτημα II θεωρείστε ότι ο γραμμικός συνδυασμός των ημιτονικών σημάτων εκφράζεται από τη σχέση $x(t) = A \cos(2 \pi f_1 t) + B \cos(2 \pi f_2 t) + C \cos(2 \pi f_3 t)$

Για τον υπολογισμό του SNR στο ερώτημα (III-A) να θεωρήσετε ότι η ένταση του ήχου που δέχεται το μικρόφωνο είναι τέτοια ώστε η κυματομορφή εισόδου στην κάρτα ήχου να διακυμαίνεται αυστηρά στην περιοχή τάσης των 4.9 V από κορυφή-σε-κορυφή.

Τρόπος – Ημερομηνία Παράδοσης

1. Την εργασία σας θα πρέπει να την ανεβάσετε στο σύνδεσμο <http://study.eap.gr> έως την **Τετάρτη, 26 Μαΐου 2021, 23:59**. Δεν θα γίνονται αποδεκτές και δεν θα αξιολογούνται εργασίες που αποστέλλονται στον Καθηγητή-Σύμβουλο μέσω email.
2. Όλοι οι φοιτητές θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν το template που υπάρχει στο σύνδεσμο <http://study.eap.gr>
3. Στις 13 Απριλίου 2020 θα δημοσιευθούν οι ενδεικτικές απαντήσεις των θεμάτων της εργασίας στο <http://study.eap.gr>

Βαθμολογία ανά Θέμα

ΘΕΜΑ 1	17
Ερώτημα (α)	2
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	2
Ερώτημα (δ)	3
Ερώτημα (ε)	3
Ερώτημα (στ)	4
ΘΕΜΑ 2	17
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	2
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ)	3
Ερώτημα (ε)	3
Ερώτημα (στ)	3
ΘΕΜΑ 3	16
Ερώτημα (α)	2
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ-i)	3
Ερώτημα (δ-ii)	2
Ερώτημα (δ-iii)	3
ΘΕΜΑ 4	16
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	3
Ερώτημα (δ)	3
Ερώτημα (ε)	4
ΘΕΜΑ 5	16
Ερώτημα (α)	3
Ερώτημα (β)	3
Ερώτημα (γ)	4
Ερώτημα (δ-i)	3
Ερώτημα (δ-ii)	3
ΘΕΜΑ 6	17
Ερώτημα I	4
Ερώτημα II-A	3
Ερώτημα II-B	4
Ερώτημα III-A	3
Ερώτημα III-B	3
ΣΥΝΟΛΟ	100

Οι συνολικές μονάδες θα διαιρεθούν με το 10, ώστε να προκύψει ο τελικός βαθμός της εργασίας.

Καλή Επιτυχία!!!