Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γραπτής Εργασίας
1η Εργασία ΠΛΗ20 2020-21 (Συνδυαστική)

Ο φοιτητής συμπληρώνει στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» όλα τα απαιτούμενα στοιχεία (ονοματεπώνυμο φοιτητή, ονοματεπώνυμο Καθηγητή-Συμβούλου, Τμήμα, και Ημερομηνία αποστολής από τον φοιτητή). Στη συνέχεια, συμπληρώνει στην ενότητα «ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» τις απαντήσεις του στα ερωτήματα της εργασίας. Τέλος, αποστέλλει στον Καθηγητή-Σύμβουλο το αρχείο των απαντήσεών του ηλεκτρονικά, εντός της προβλεπόμενης καταληκτικής προθεσμίας για την υποβολή της εργασίας, αναρτώντας το στην πλατφόρμα ασύγχρονης εκπαίδευσης (study.eap.gr).
Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» και επιστρέφει στον φοιτητή μέσω της πλατφόρμας το αρχείο απαντήσεών του, μαζί με τα σχόλια επί των απαντήσεών του στα ερωτήματα της ΓΕ, ενώ διατηρεί το ηλεκτρονικό μήνυμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου που αποστέλλει ο φοιτητής θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για την 1η ΓΕ του φοιτητή Ιωάννη Γεωργίου, με ΑΜ 1234, του τμήματος ΗΛΕ41, θα πρέπει να γραφεί: «**PLH20-HLE41_GE1_IOANNIS-GEORGIOU.docx**».*

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης

Κωδικός ΘΕ:	ΠΛΗ20
Κωδικός Τμήματος:	ΗΛΕ49
Ακ. Έτος:	2020 – 2021
Α/Α ΓΕ:	**1η**

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	ΓΚΑΝΑΤΣΙΟΥ ΧΡΥΣΟΥΛΑ
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο	***Τετάρτη, 18/11/2020***
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	18/11/2020
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΟΧΙ

***Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή**: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	**0**

Υπογραφή Φοιτητή **Υπογραφή ΣΕΠ**

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	**Μέγιστος βαθμός**	**Βαθμός**
1	20	
2	25	
3	20	
4	25	
5	10	
Συνολικός Βαθμός:	**100**	**0**

Γενικά Σχόλια:
<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ερώτημα 1.

Α) 1)

Για το πλήθος αναγραμματισμών της λέξης PEPPERCORN. θα χρησιμοποιήσω τον τύπο μεταθέσεων με ομάδες όμοιων αντικειμένων. Η λέξη PEPPERCORN περιέχει

$\underset{3!}{PPP} \mid \underset{2!}{EE} \mid \underset{2!}{RR} \mid \underset{1!}{C}\ \underset{1!}{O}\ \underset{1!}{N}$ σύνολο αντικειμένων = 10

Άρα βάση του τύπου

$$P(n; n1, n2, \ldots nr)\ \acute{\varepsilon}\chi o\upsilon\mu\varepsilon\ \frac{n!}{n_1! \cdot n_2 \cdot ! \ldots \cdot n_k} =$$

$$P(10;3,2,2,1,1,1) = \frac{10!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{10!}{3! \cdot 2!^2 \cdot 1!^3} = \frac{10!}{3! \cdot 2!^2}$$

Α) 2)

Για το πλήθος αναγραμματισμών θεωρώ για το ενδεχόμενο που αρχίζει με και ένα το ενδεχόμενο που τελειώνει με Ν. Τα ενδεχόμενα μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τότε το πλήθος των τρόπων του ενός ή του άλλου θα χρησιμοποιήσω:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|\ \alpha\nu\ |A \cap B| \neq 0$$

$\acute{\alpha}\rho\alpha\ \gamma\iota\alpha:$

$$|A| = PEPPERCORN\ \pi\varepsilon\rho\iota\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\iota: \underbrace{\cancel{P}PP}_{2!} \mid \underset{2!}{EE} \mid \underset{2!}{RR} \mid \underset{1!}{C}\ \underset{1!}{O}\ \underset{1!}{N} = \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{9!}{2!^3 \cdot 1!^3} = \frac{9!}{2!^3}$$

$\gamma\iota\alpha$

$$|B| = PEPPERCORN\ \pi\varepsilon\rho\iota\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\iota: \underset{3!}{PPP} \mid \underset{2!}{EE} \mid \underset{2!}{RR} \mid \underset{1!}{C}\ \underset{1!}{O}\ \cancel{N} = \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{9!}{3! \cdot 2!^2}$$

$\gamma\iota\alpha$

$$|A \cap B| = PEPPERCORN\ \pi\varepsilon\rho\iota\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\iota: \underbrace{\cancel{P}PP}_{2!} \mid \underset{2!}{EE} \mid \underset{2!}{RR} \mid \underset{1!}{C}\ \underset{1!}{O}\ \cancel{N} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{8!}{2!^3 \cdot 1!^2} = \frac{8!}{2!^3}$$

$\gamma\iota\alpha$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = \frac{9!}{2!^3} + \frac{9!}{3! \cdot 2!^3} - \frac{8!}{2!^3}$$

Α) 3)

Το γεγονός βάση εκφώνησης ότι εμφανίζει το PPP μου δείχνει ότι δεν είναι ήδη. Άρα δεν θα το αφαιρέσω ως αντικείμενο αλλά θα το αναπαραστήσω σαν ένα. Η λέξη PEPPERCORN περιέχει:

$$\underset{1!}{PPP}\,\Big|\,\underset{2!}{EE}\,\Big|\,\underset{2!}{RR}\,|\,\underset{1!}{C}\;\underset{1!}{O}\;\underset{1!}{N}$$

$$\sigma\acute{\upsilon}\nu o\lambda o\,\alpha\nu\tau\iota\kappa\varepsilon\iota\mu\acute{\varepsilon}\nu\omega\nu\,8\,\acute{\alpha}\rho\alpha:$$

$$\frac{8!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!}\;\frac{8!}{2!^2\cdot 1!^4}\;\frac{8!}{2!^2}$$

Β) 1)

Θεωρώ ότι το πλήθος μη αρνητικών ακεραίων σημαίνει >=0. Επίσης θεωρώ το x,y,z ως διακεκριμένα και τους αριθμούς 0 έως 17 ως μη διακεκριμένοι διότι οι μη αρνητικοί ακέραιοι στην πρόσθεση της εξίσωσης μπορεί και να επαναληφθούν. Θα χρησιμοποιήσω τον τύπο: $\binom{n+k-1}{n}$ $\acute{o}\pi o\upsilon\, n=17\,\alpha\nu\tau\iota\kappa\varepsilon\acute{\iota}\mu\varepsilon\nu\alpha\,\kappa\alpha\iota\; k=3\;\upsilon\pi o\delta o\chi\acute{\varepsilon}\varsigma$

Άρα:

$$\binom{17+3-1}{17}=\binom{19}{17}=C(19,17)=\frac{19!}{17!(19-17)!}=\frac{19!}{17!\cdot 2!}$$

Β) 2)

Για τον περιορισμό υποθέτω ότι το x>1 περιλαμβάνει το 0,1 ως υποδοχή και καταλαμβάνει δύο μη αρνητικούς ακεραίους οι οποίοι θα αφαιρεθούν από τα όμοια σύνολα αντικειμένων. Το ίδιο ισχύει και για τον περιορισμό Y>0 καταλαμβάνει τα 0,1,2 και το Z>3 τα 0,1,2,3. Άρα:

17-2-3-4 => n = 8 αντικείμενα και κ = υποδοχές

$$\binom{8+3-1}{8}=\binom{18}{8}=C(10,8)=\frac{10!}{8!(10-8)!}=\frac{10!}{8!\cdot 2!}$$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 2.

A)1)

Θα χρησιμοποιήσω C(n,k) επειδή η σειρά δεν έχει σημασία.

Επειδή το B περιλαμβάνει κ=5 και το A περιλαμβάνει από 0 έως 5 ψηφία και βάση εκφώνησης το A είναι υποσύνολο το B. Για υποσύνολο B <= Σ συνδυασμοί χωρίς επανάληψη

$$C(n,k) = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\acute{o}\pi o\upsilon\,(k \le n)\,\acute{\alpha}\rho\alpha\ \tau o\, n = 10\, \kappa\alpha\iota\, k = 5$$

$$\binom{10}{5} = C(n,k) = C(10,5) = \frac{10!}{(10-5)! \cdot 5!} = \frac{10!}{5! \cdot 5!}$$

Πλήθος διαφορετικών υποσυνόλων ενός συνόλου $|\mathrm{A}| = 2^{|\mathrm{A}|}$. Άρα το A είναι πλήθος υποσυνόλου του B χωρίς σειρά. Επομένως 2^5 υποσυνόλου του B.

Οι επιλογές που έχουμε είναι: $C(10,5) \cdot 2^5 = \dfrac{10!}{5! \cdot 5!} \cdot 2^5 = \boxed{8064}$

A)2)

Θα χρησιμοποιήσω C(n,k) επειδή η σειρά δεν έχει σημασία.

Αν υποθέσω ότι το 0 περιορισμός είναι το κ όπως στην προηγούμενη άσκηση έχουμε $\binom{10}{k}$ ζεύγη για $k \le n$. Το A είναι υποσύνολο του B άρα το πλήθος είναι 2^k **.** Επομένως έχουμε $\binom{10}{k} \cdot 2^k$ ζεύγη

A)3)

Για το ερώτημα αυτό θα χρησιμοποιήσω p(n,k) διότι η σειρά έχει σημασία σε αυτό το ερώτημα και η συμβολοσειρά είναι διακεκριμένη. Αν υποθέσω k=5 η συμβολοσειρά του παρουσιαστή p(n,k) και n=10. Τότε το: B=

$$p(n,k) = p(10,5) = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$$

Για τον υπολογισμό του A επειδή περιλαμβάνει 5 ψηφία υπάρχουν 6 διαφορετικοί τρόποι εισαγωγής του κωδικού. Άρα:

$$\mathrm{A}\,\kappa\alpha\iota\,\mathrm{B} = p(10,5) \cdot 6 = \frac{10!}{5!} \cdot 6 = 30.240 \cdot 6 = \boxed{181.440}$$

Β) 1)

Έχουμε 40 διακεκριμένα βιβλία. 20 ΕΦ και 20 ΙΣΤ πρώτα θα υπολογίσω βάση περιορισμού του υπό-ερωτήματος. P(n,k) για τα βιβλία και για τα επιλεγμένα βιβλία ξεχωριστά και τέλος θα τα συνδυάσω με την πιθανότητα $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ επειδή πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α,Β. Άρα για:

Για ΕΦ όπου n=40 βιβλία και k=20 ΕΦ:

$$p(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}\frac{40!}{(40-20)!} = \frac{40!}{20!}$$

Για ΙΣΤ όπου n=40 βιβλία και k=20 ΙΣΤ:

$$p(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}\frac{40!}{(40-20)!} = \frac{40!}{20!}$$

Για το μοίρασμα των 10 βιβλίων λόγω της εκφώνησης του υπό-ερωτήματος όπου n=40 και k=10:

$$p(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}\frac{40!}{(40-10)!} = \frac{40!}{30!}$$

Υπολογισμός πιθανότητας $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$:

$$P(\mathrm{E\Phi} \cup \mathrm{I\Sigma T}) = \frac{P(40,20)}{P(40,10)} + \frac{P(40,20)}{P(40,10)} = \frac{\frac{40!}{20!}}{\frac{40!}{30!}} + \frac{\frac{40!}{20!}}{\frac{40!}{30!}} = \frac{40! \cdot 30!}{20! \cdot 40!} + \frac{40! \cdot 30!}{20! \cdot 40!}$$

Β) 2)

Επειδή στην άσκηση δεν υπάρχει περιορισμός και βάση κανόνων συνδυαστικής 40 διακεκριμένα βιβλία μοιράζονται στους 20 διακεκριμένους μαθητές 20^{40}

Υποθέτω ότι οι δύο μαθητές η Γεωργία και ο Δημήτρης δεν θα πάρουν βιβλίο. Άρα υπολογίζεται ότι οι μαθητές είναι πλέον 18. Βάση τύπου συνδυαστικής σε κουτιά είναι 18^{40}

Τέλος θα υπολογίσω την πιθανότητα:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{18^{40}}{20^{40}} = 0,0147 = 1,47\%$$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 3.

Α)

Έχουμε στη διάθεσή μας k διακεκριμένα γραμματόσημα k3,k4,k20 με τον περιορισμό του k3 να είναι άρτιο πλήθος. Επειδή έχει σημασία η σειρά θεωρώ ότι είναι διακεκριμένα.

Άρα θα χρησιμοποιήσω εκθετική γεννήτρια συναρτήσεων:

$$\left(1+\frac{x^2}{2!}\frac{x^4}{4!}\frac{x^6}{6!}\frac{x^8}{8!}\frac{x^k}{k!}\right)\cdot\left(1+\frac{x^1}{1!}\frac{x^2}{2!}\frac{x^3}{3!}\frac{x^4}{4!}\frac{x^5}{5!}\frac{x^k}{k!}\right)^2$$

Πλήθος των τρόπων επιλογής και τοποθέτησης ισούται με τον συντελεστή $\mathbf{x^n}$

Β)

Έχουμε γραμματόσημα k1,k2,k3 διακεκριμένα για k1 = 3 λεπτά, k2 = 4 λεπτά και k3 = 20 λεπτά του ευρώ. Θα κολλήσω n αξίας γραμματόσημα όπου είναι και ο περιορισμός μου ότι τα k γραμματόσημα θα είναι πολλαπλάσια των n λεπτών.

Δεν διακρίνω διακεκριμένη τοποθέτηση βάση της εκφώνησης και επίσης δεν διακρίνω περιορισμό για το 2. Θα χρησιμοποιήσω συνήθης γεννήτρια συνάρτησης. Άρα:

$$\left(1+x^3+x^6+x^9+x^{12}+\ldots\right)\cdot\left(1+x^4+x^8+x^{12}+\ldots\right)\cdot\left(1+x^{20}+x^{40}+x^{60}+x^{80}+\ldots\right)$$

Πλήθος και τρόπους τοποθέτησης ισούται με τον συντελεστή x^n

Γ)

Θεωρώ πως τις θέσεις των γραμματοσήμων μη διακεκριμένες άρα θα χρησιμοποιήσω συνήθεις γεννήτρια.

Επίσης οι υποδοχές m είναι διακεκριμένες και το πλήθος n θεωρώ ότι είναι όπως στις προηγούμενες εκφωνήσεις. Δεν μου δίνει περιορισμό για το εάν μια τοποθέτηση θα υπάρχει άρα υποθέτω πως το 0 δεν μας περιορίζει. Η θέση που θα τοποθετηθούν μπορεί να δεχτεί 0,3,4,20 του λεπτού του ευρώ. Άρα:

$$\left(1+x^3+x^4+x^{20}\right)^n$$

Το n είναι το άθροισμα των 0,3,4,20 Συντελεστής του x^n

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 4.

A) 1)

η δυαδική συμβολοσειρά 00 για το μήκος::

Μήκος	Πλήθος	Συμβολοσειρές	
0	0	-	Δε χωράει το μήκος σε πλήθος
1	0	-	Δε χωράει το μήκος σε πλήθος
2	1	00	Χωράει μία φορά
3	3	000, 001, 100	
4	8	0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 1000, 1001, 1100	

0	0	0	0	0	Για την επαλήθευση της άσκησης χρησιμοποίησα σύνηθες πίνακα αληθείας για α_0=0 και α_1=0
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	
10	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	

Α) 2)

Για την αθροιστική αναδρομική σχέση με πλήθος δυαδικής συμβολοσειράς περιλαμβάνει για τις τρεις αμοιβαία αποκλειόμενες συναρτήσεις εν συντομία (ΑΑΠ) που τελειώνει σε 1,10,00

ΑΑΠ 1: πλήθος n τελειώνει σε 1

Όσες είναι το πλήθος n που τελειώνει σε 1 είναι και οι συμβολοσειρές που τελειώνουν σε πλήθος n-1.

ΑΑΠ 2: πλήθος n που τελειώνει σε 10

Όσες είναι το πλήθος n που τελειώνει σε 01 είναι και οι συμβολοσειρές που τελειώνουν σε πλήθος n-2.

ΑΑΠ 3: πλήθος που τελειώνει σε 00

Επειδή η συμβολοσειρά τελειώνει σε 00 είναι η απαιτούμενη συμβολοσειρά που θέλουμε. Άρα ότι 2^{n-2} βάλουμε στο πλήθος θα είναι σωστή. Άρα 2^{n-2} που μας δίνει όλους τους δυνατούς τρόπους τοποθέτησης συμβολοσειρών.

Τέλος θα προστεθούν κατά το ζητούμενο της άσκησης για το πλήθος των n δυαδικών ψηφίων.

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-2}$ για το $α_0$=0 και $α_1$=0 για οποιοδήποτε φυσικό αριθμό $n \geq 2$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 5.

Α 1) ΣΩΣΤΌ

Αιτιολογία: η σκέψη είναι ότι θα στοιχίσω σε κυκλικές μεταθέσεις όπου η φορά του τραπεζιού έχει νόημα και οι θέσεις είναι διακεκριμένες.

Για αρχή θα τοποθετηθούν τα παιδιά εκτός από την Αλίκη. Οι διαφορετικές τοποθετήσεις είναι $\frac{9!}{9} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \cancel{9}}{\cancel{9}} = 8!$

Έχουμε 9 διακεκριμένες θέσεις πλέον. Θα αφαιρέσω πλέον τις δύο που βρίσκονται ανάμεσα στην Αλίκη. Άρα ο βύρωνας έχει να επιλέξει 7 διακεκριμένες θέσεις στο τραπέζι.

Άρα $7 \cdot 8!$

Α 2) ΛΑΘΟΣ

Αιτιολογία: Γνωρίζουμε όταν έχουμε μετακίνηση δύο σημείων χωρίς οπισθοχώρηση n και k για το πλήθος μετακίνησης καθορίζεται $\binom{n+k}{n}$.

Άρα σκέφτομαι το ενδεχόμενο βάση του σχήματος της άσκησης από το σημείο Α έως Β δύο ενδιάμεσα κομβικά σημεία. Άρα σημείο:

Α*(1ο κομβικό σημείο)$\binom{3+2}{3} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{20}{2} = \boxed{10}$

1ο * 2ο (κομβικό σημείο) =$\binom{2+2}{2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = \frac{12}{2} = \boxed{6}$

2ο(κομβικό σημείο)* Β = $\binom{1+1}{1} = \binom{2}{1} = \frac{2!}{1! \cdot 1!} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{\cancel{1} \cdot 2}{\cancel{1}} = \boxed{2}$

Άρα: $10 \cdot 6 \cdot 2 = 60 \cdot 2 = \boxed{120}$ Το πλήθος και όχι 60

Α 3) ΣΩΣΤΟ

Αιτιολογία: Βάση πιθανότητας θεωρώ τα ζάρια διακεκριμένα ώστε όλα τα ενδεχόμενα να είναι ισοπίθανα. Τα ζάρια φέρνουν άθροισμα 6 όταν το αποτέλεσμα του αθροίσματος είναι (5,1) ή (4,2) ή (3,3) ή (2,4) ή (1,5) δηλαδή φέρνουν σύνολο στο άθροισμα 5

Βάση πιθανότητας $= \frac{\varepsilon\upsilon\nu o\iota\kappa\acute{o}\ \pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma}{\sigma\upsilon\nu o\lambda o\kappa\acute{o}\ \pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma} = \frac{5}{36}$ και 36 όπου το συνολικό πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι $6 \cdot 6$ = 36

Α 4) ΛΑΘΟΣ

Αιτιολογία: Θεωρώ ότι είναι λάθος διότι εξετάζω πιθανότητα και όχι συνδυασμό. βάση της εκφώνησης της άσκησης και του κανόνα πιθανοτήτων τα ενδεχόμενα πρέπει να υπολογίζονται ως ισοπίθανα. Άρα θεωρώ διακεκριμένη τη σειρά των αριθμών των ζαριών αλλά σε περίπτωση που θα δεν μας ενδιέφερε η σειρά τότε θα ήταν $\frac{3}{21}$

Β 1) ΣΩΣΤΟ

Αιτιολογία: Βάση εκφώνησης με συντελεστή x^{10} παράγεται με τη γεννήτρια κουτί Α από 4 έως 20, κουτί Β το πολύ 3 άρα 0,1,2,3 και κουτί Γ το πολύ 2 άρα 0,1,2

Άρα: $(x^4+x^5+x^6+x^7+......+x^{20})\cdot(1+x^1+x^2+x^3)\cdot(1+x^1+x^2)$

Βάση της άσκησης είναι ότι στον αριθμητή έκανα πράξεις

$\left(1-x^4\right)$ ως διαφορά τετραγώνου και $\left(1-x^3\right)$ως διαφορά κύβου με τις απλοποιήσεις ο παρονομαστής από $\left(1-x\right)^3$ έγινε 1-x

Το έβγαλα από τον παρονομαστή $\frac{1}{1-\chi}$ και βάση κανονικής γεννήτριας συνάρτησης είναι το άθροισμα γεωμετρικής σειράς προόδου(ύλης της πλη12). $\sum_{n=0}^{\infty} r^n \, \alpha\nu \, |r|<1 \, \sigma\upsilon\gamma\kappa\lambda\acute{\iota}\nu\varepsilon\iota \, \sigma\tau o \frac{1}{1-r}$

Έπειτα από αρκετές πράξεις και μεταφορές βάση αντιμεταθετικής ιδιότητας.

Βρήκα ότι είναι το ίδιο αποτέλεσμα με τη διαφορά ότι η γεννήτρια της εκφώνησης πάει προς το ∞ αλλά θα την κλείσει εκεί που πρέπει ο συντελεστής x^{10}

Β 2) Σωστό

Αιτιολογία: Υπολογίζω ένα κουτί επί τα κιλά της εκφώνησης. Η άσκηση δεν μας δίνει άνω φράγμα και τον υπολογίζω από τον συντελεστή.

Κουτί **Α** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 1

Κουτί **Β** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 5

Κουτί **Γ** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 10

Ο συντελεστής χ^{20} ο συντελεστής μας καλύπτει στο κουτί Α όποιος συνδυασμός μεταξύ κουτιών Α,Β,Γ μπορεί να υπολογιστεί. Αγνοείται από την γεννήτρια τα μεγαλύτερα από τα του συντελεστή.

Β 3) Λάθος

Αιτιολογία:

Κουτί **Α** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 1

Κουτί **Β** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 5

Κουτί **Γ** 0 έως ∞ με βήμα πολλαπλάσιο του 10

Το άνω φράγμα υπολογίζεται από τον συντελεστή ο οποίος στην προκειμένη περίπτωση δεν καλύπτει το σενάριο του κουτιού Α.

Επειδή ο συντελεστής είναι στο x^{50} και το μέγιστο μέγεθος που μπορεί να πάρει το κουτί Α βάση εκφώνησης είναι το 20. Άρα ο συντελεστής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος του χ^{20}

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 10