

Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γραπτής Εργασίας 4η Εργασία ΠΛΗ20 2020-21 (Θεωρία Γραφημάτων Ι)

Ο φοιτητής συμπληρώνει στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» όλα τα απαιτούμενα στοιχεία (ονοματεπώνυμο φοιτητή, ονοματεπώνυμο Καθηγητή-Συμβούλου, Τμήμα, και Ημερομηνία αποστολής από τον φοιτητή). Στη συνέχεια, συμπληρώνει στην ενότητα «ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» τις απαντήσεις του στα ερωτήματα της εργασίας. Τέλος, αποστέλλει στον Καθηγητή-Σύμβουλο το αρχείο των απαντήσεων του ηλεκτρονικά, εντός της προβλεπόμενης καταληκτικής προθεσμίας για την υποβολή της εργασίας, αναρτώντας το στην πλατφόρμα ασύγχρονης εκπαίδευσης (study.eap.gr).

Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» και επιστρέφει στον φοιτητή μέσω της πλατφόρμας το αρχείο απαντήσεων του, μαζί με τα σχόλια επί των απαντήσεων του στα ερωτήματα της ΓΕ, ενώ διατηρεί το ηλεκτρονικό μήνυμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου που αποστέλλει ο φοιτητής θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για την 3η ΓΕ του φοιτητή Ιωάννη Γεωργίου, με ΑΜ 1234, του τμήματος ΗΛΕ41, θα πρέπει να γραφεί: «**PLH20-HLE41_GE3_IOANNIS-GEORGIU.docx**».

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης
-----------------------	---------------------

Κωδικός ΘΕ:	ΠΛΗ20	Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	ΓΚΑΝΑΤΣΙΟΥ ΧΡΥΣΟΥΛΑ
Κωδικός Τμήματος:	ΗΛΕ49	Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακαδημαϊκό ημερολόγιο	Τετάρτη, 14/4/2021
Ακ. Έτος:	2020 – 2021	Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	14/4/2021
Α/Α ΓΕ:	4η	Επισυνάπτεται (σε περίπτωση που έχει ζητηθεί) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία (αριθμητικά, ολογράφως)	0

Υπογραφή Φοιτητή

Υπογραφή ΣΕΠ

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	25	
2	20	
3	20	
4	25	
5	10	
Συνολικός Βαθμός:	100	0

Γενικά Σχόλια:

<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

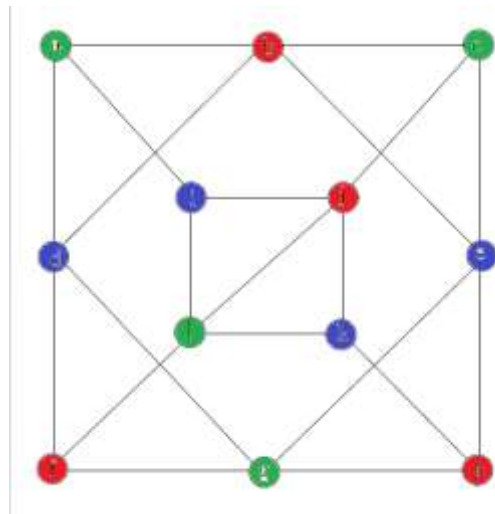
Ερώτημα 1.

Υπό ερώτημα α) 1)

Εξετάζω πρώτα το $\chi(G)$ υπολογίζοντας τον μικρότερο αριθμό χρωμάτων.

Εφόσον είναι προφανές ότι ο χρωματισμός του σχήματος δεν μπορεί να γίνει με ένα χρώμα εξετάζω το ενδεχόμενο το γράφημα να είναι διμερές όπου και αυτό είναι αδύνατο διότι διακρίνω 6 τρίγωνα. Το $G(i)-G(j)-G(l)$ και $G(j)-G(k)-G(l)$ και $G(a)-G(b)-G(d)$ και $G(c)-G(b)-G(e)$ και $G(f)-G(d)-G(g)$ και $G(h)-G(e)-G(g)$, επομένως για να μπορέσω να ξεκινήσω τον χρωματισμό θα εξετάσω το ενδεχόμενο να το χρωματίσω με λιγότερο από 3 χρώματα λόγω ύπαρξης τριγώνου.

Αφού πρώτα προσπάθησα να χρωματίσω με ένα χρώμα διακρίνοντας πρώτα τα σύνολα ανεξαρτησίας του $G(a)$. Προέκυψε το παρακάτω σχήμα:



Έπειτα από τον χρωματισμό διέκρινα εύκολα το μεγαλύτερο σύνολο ανεξαρτησίας γνωρίζοντας ότι ένα χρώμα αποκλείεται να έχει σαν σύνολο ανεξαρτησίας το ίδιο χρώμα.

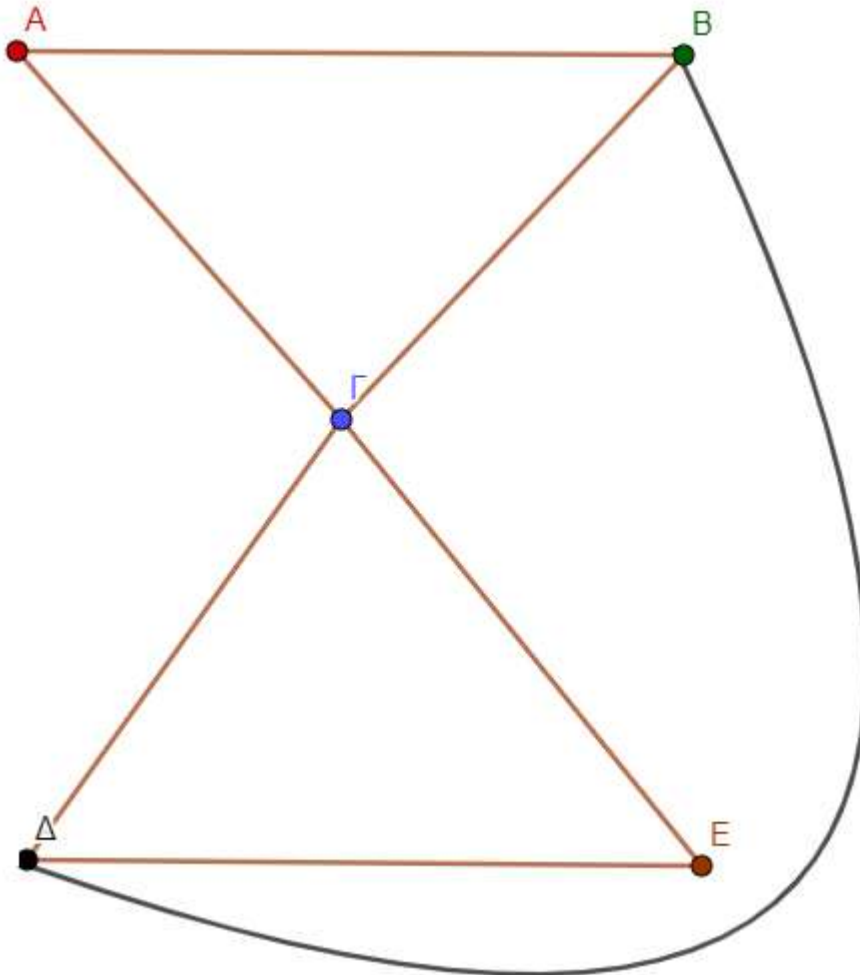
Για την τάξη της μέγιστης κλίκας G ξεκίνησα πρώτα υπολογίζοντας το σχήμα K_5 επειδή γνωρίζω ότι το μεγαλύτερο πλήθος ακμών ανά κορυφή είναι 4 όπως και υπάρχει κορυφή π.χ $G(d)$ όπου το πλήθος ακμών είναι 4 αλλά δεν ισχύει για τις ενδιάμεσες ακμές αλλά το K_5 δεν είναι κλίκα που περιέχεται στο σχήμα G το ίδιο υπολόγισα και για K_4 όπου και δεν επιβεβαιώθηκε στο σχήμα. Επίσης για το K_4 θα χρειαζόμουν 4 χρώματα. Τελικώς κατέληξα ότι η μεγαλύτερη κλίκα είναι αντίστοιχη με την K_3 . Όπου είναι και το μεγιστοτικό υπογράφημα.

Άρα:

- $\chi(G)$ ο μικρότερος αριθμός χρωμάτων είναι 3
- $\alpha(G)$ το μεγαλύτερο μέγεθος του μεγίστου συνόλου είναι 4 τα οποία είναι όσα και τα χρώματα: Πράσινο $G(a)-G(c)-G(i)-G(g)$, κόκκινο $G(b)-G(j)-G(h)-G(f)$, μπλε $G(d)-G(e)-G(k)-G(e)$
- $\omega(G)$ η 3 ως μέγιστη κλίκα του G η κορυφών

Υπό ερώτημα Α) 2) α)

Για να επιτευχθεί το $\chi(G) > \omega(G) > \alpha(G)$ ξεκίνησα με δύο τρίγωνα όπου ενώθηκαν με κοινό σημείο και πρόσθεσα μια ακμή επιπλέον για να αποκτήσω ένα περισσότερο χρώμα και ένα σύνολο ανεξαρτησίας όπως και σιγουρευτώ ώστε να μην γίνει κλίκα. Η σκέψη ήταν να ξεκινήσω με K_4 αλλά σχηματικά έβγαινε $\chi(G) = \omega(G)$, άρα κατέληξα: $\chi(G) > \omega(G)$



Άρα $\chi(G) = 4$, $\omega(G) = 3$, $\alpha(G) = 1$, ισχύει ότι $\chi(G) > \omega(G) > \alpha(G)$

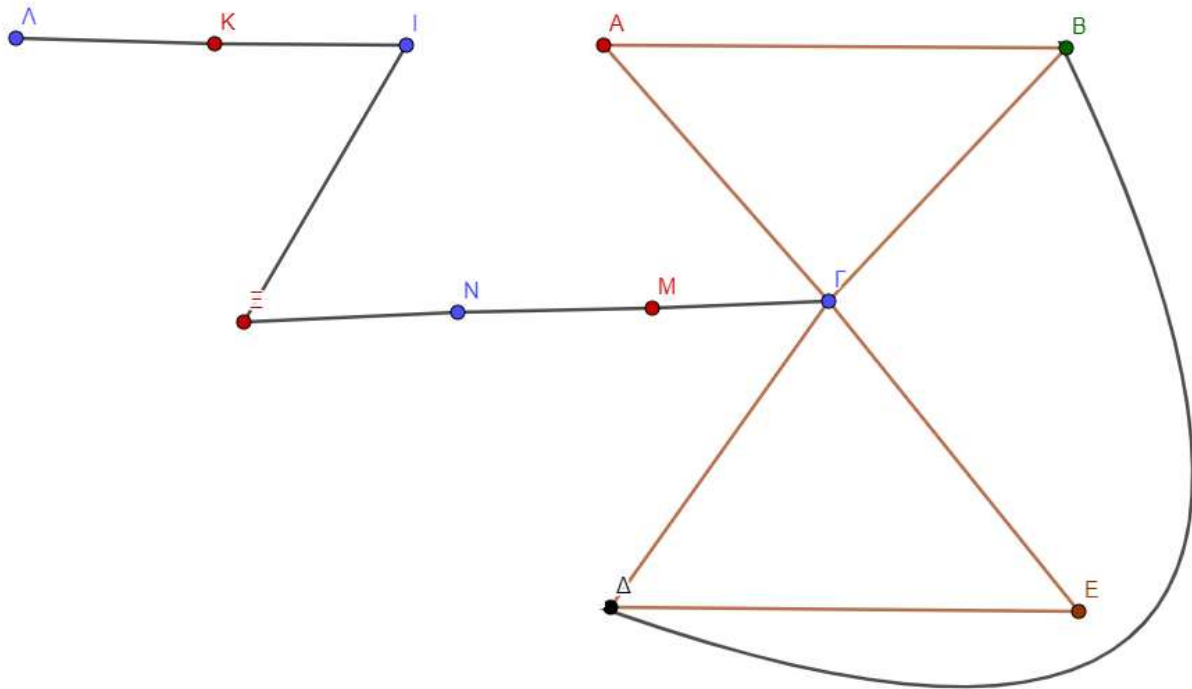
Για $\chi(G) = \chi(A) = \text{κόκκινο}$, $\chi(B) = \text{Πράσινο}$, $\chi(\Gamma) = \text{Μπλε}$, $\chi(\Delta) = \text{Μαύρο}$

Για $\omega(G) = \omega(A) - \omega(B) - \omega(\Gamma)$

Για $\alpha(G) = \{\alpha(A), \alpha(E)\}$ ως κορυφές μεγιστοτικού υποσυνόλου του γραφήματος

Υπό ερώτημα Α) 2) β)

Για να σχεδιάσω το $\alpha(G) > \chi(G) > \omega(G)$. Γνωρίζω ότι βάση του προηγούμενου σχήματος $\chi(G) > \omega(G)$ άρα θα προσθέσω κορυφές τόσες όσες όπου τα σύνολα ανεξαρτησίας στο σχήμα να είναι το ζητούμενο της Άσκησης:



Άρα $\alpha(G) = 5$, $\chi(G) = 4$, $\omega(G) = 3$, ισχύει ότι $\alpha(G) > \chi(G) > \omega(G)$

Για $\alpha(G) = \{\alpha(A), \alpha(\Delta), \alpha(N), \alpha(I), \alpha(\Lambda)\}$ ως κορυφές μεγιστοτικού υποσυνόλου του γραφήματος

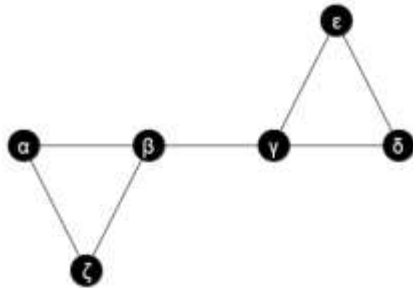
Για $\chi(G) = \chi(A) = \text{κόκκινο}$, $\chi(B) = \text{Πράσινο}$, $\chi(\Gamma) = \text{Μπλε}$, $\chi(\Delta) = \text{Μαύρο}$

Για $\omega(G) = \omega(A) - \omega(B) - \omega(\Gamma)$

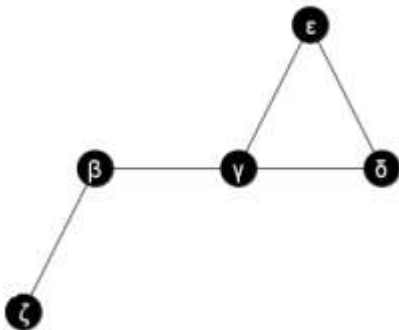
Ερώτημα 2.

Υπό-ερώτημα 1)

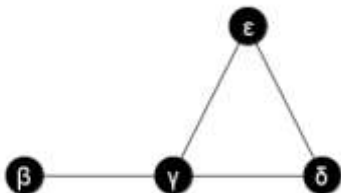
Όπως αναφέρει και η εκφώνηση για να δείξω ότι το γράφημα είναι ακολουθιακό θα ξεκινήσω να διαγράφω τις κορυφές βάση των των κριτηρίων που περιγράφει το ερώτημα ώσπου και καταλήξει σε μια μόνο κορυφή.



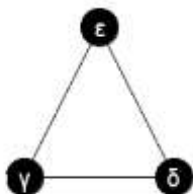
- Διαγράφοντας $N(\alpha)$ βάση του κριτηρίου c της εκφώνησης διότι καλείται κατάλληλη:



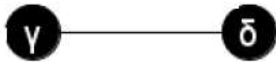
- Διαγράφοντας $N(z)$ βάση του κριτηρίου a της εκφώνησης διότι καλείται κατάλληλη:



- Διαγράφοντας $N(\beta)$ βάση του κριτηρίου c της εκφώνησης διότι καλείται κατάλληλη:



- Διαγράφοντας $N(\epsilon)$ βάση του κριτηρίου α της εκφώνησης διότι καλείται κατάλληλη:

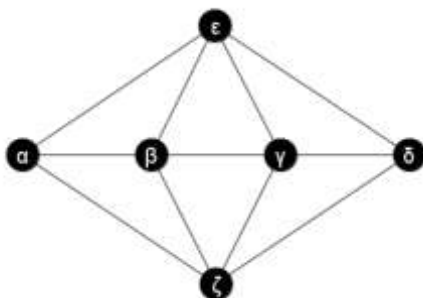


- Διαγράφοντας $N(\gamma)$ βάση του κριτηρίου α της εκφώνησης διότι καλείται κατάλληλη:



Άρα το γράφημα το γράφημα είναι ακολουθιακό επειδή κατέληξε επαναληπτικά $n-1$ σε μια κορυφή.

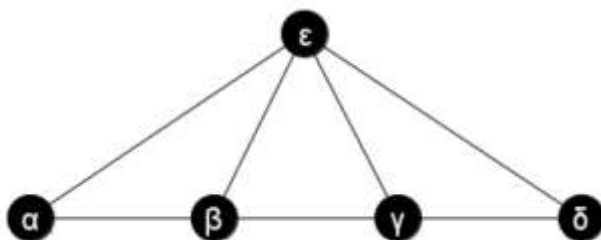
Θα επαναλάβω τη ίδια διαδικασία και για το επόμενο γράφημα:



Στο γράφημα αυτό δεν διακρίνω απλό κύκλο.

Δεν μπορώ να ξεκινήσω από $N(\alpha)$ και $N(\delta)$ για τις συγκεκριμένες κορυφές δεν υπάρχει κριτήριο όπου $N(x)=N(\gamma)$.

Μπορώ μόνο να ξεκινήσω από $N(\epsilon)$ ή $N(\zeta)$ μιας και είναι οι μόνες δύο κατάλληλες και ανήκουν στο κριτήριο b δηλαδή για κορυφή $x = \zeta$ και περίπτωση (b) $\gamma = \epsilon$:



Η κορυφή $N(\epsilon)$ δεν είναι κατάλληλη διότι δεν έχει γειτονική όπου κορυφή όπου να μοιράζονται τις ίδιες ενδιάμεσες κορυφές

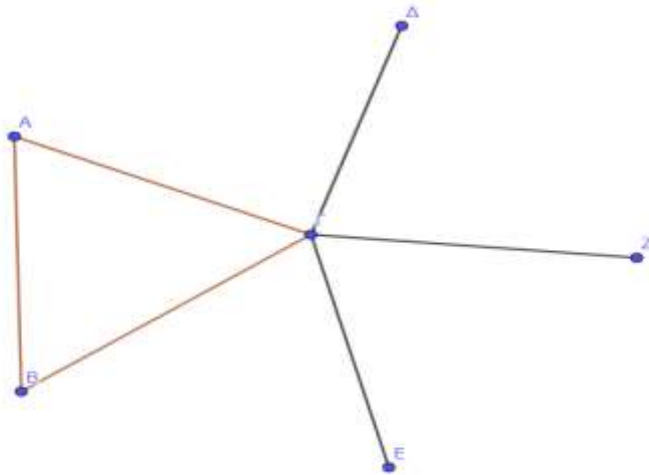
Η κορυφή $N(\alpha)$ δεν είναι κατάλληλη διότι δεν έχει γειτονική όπου κορυφή όπου να μοιράζονται τις ίδιες ενδιάμεσες κορυφές

Το ίδιο ισχύει και για την κορυφή $N(\beta)$, $N(\gamma)$, $N(\delta)$

Δεν μπορεί να επαναληφθεί διαγραφή κορυφής βάση κανενός κριτηρίου δεν είναι κατάλληλες.

Άρα και το διάγραμμα δεν είναι ακολουθιακό

Υπό-ερώτημα 2)



Βάση του διαγράμματος που κατασκεύασα μπορώ να δώσω 3 διαφορετικούς συνδυασμούς. Χρησιμοποίησα τρίγωνο με τις κορυφές A,B,Γ για να μπορώ έχω το κριτήριο c και Δ,Z,E για να μπορώ να εναλλάσσω τις ακολουθίες μεταξύ κριτηρίων b και a.

N(B) περίπτωση c	N(A) περίπτωση a	N(Δ) περίπτωση b
N(Z) περίπτωση b	N(E) περίπτωση a	Ακολουθιακό N(Γ)

N(Δ) περίπτωση b	N(Z) περίπτωση b	N(E) περίπτωση a
N(Γ) περίπτωση c	N(A) περίπτωση a	Ακολουθιακό N(B)

N(E) περίπτωση a	N(Z) περίπτωση b	N(Δ) περίπτωση a
N(Γ) περίπτωση c	N(B) περίπτωση a	Ακολουθιακό N(A)

Αξιολόγηση Ερωτήματος :

/ 20

Ερώτημα 3.

Υπό-ερώτημα Α) 1)

Κατά τη μετάφραση βγαίνει το συμπέρασμα:

Πρόχειρη μετάφραση:

Για κάθε ζεύγος κορυφών x και y ή θα είναι ίδια (ή αναφέρεται σε γειτονικές κορυφές) ή θα συνδέεται με ακμή ή θα υπάρχει μία κορυφή Z η οποία θα συνδέεται με ακμή με τη x και την y .

Μετάφραση:

Για κάθε ζεύγος κορυφών x και y ή είναι και οι δύο ίδιες ή θα συνδέεται με ακμή ή θα υπάρχει μια κορυφή Z με την οποία θα γειτονεύουν.

Αφού δεν ισχύει ότι ένα ζεύγος κορυφών είναι η ίδια κορυφή. Θα ισχύει ή ότι συνδέονται με ακμή ή ότι θα έχουν κορυφή με κοινό γείτονα.

Για το διάγραμμα G οποιαδήποτε κορυφή επιλέξω εφόσον και δεν είναι η ίδια κορυφή ισχύει ότι ή θα ενώνονται μια ακμή ή θα έχουν κοινό γείτονα.

Για το διάγραμμα H οποιαδήποτε κορυφή επιλέξω εφόσον και δεν είναι η ίδια κορυφή ισχύει ότι ή θα ενώνονται μια ακμή ή θα έχουν κοινό γείτονα.

Για το διάγραμμα R βλέπω ότι αποτελείται από δύο συνεκτικές συνιστώσες άρα σίγουρα αν επιλέγω δύο κορυφές από διαφορετικές συνεκτικές συνιστώσες τότε δεν συνδέονται με ακμή και δεν γειτονεύει με κορυφή.

Άρα:

G: Αληθεύει

H: Αληθεύει

R: ΔΕΝ αληθεύει

Υπό-ερώτημα Α) 2)

Πρόχειρη μετάφραση:

Από την μετάφραση συμπεραίνω ότι υπάρχει ζεύγος κορυφών x και y που δεν συνδέεται μονοπάτι και κάθε κορυφή w συνδέεται με την x ή συνδέεται με την y .

Μετάφραση:

υπάρχει ζεύγος κορυφών x και y όπου δεν συνδέεται με μονοπάτι και κάθε άλλη κορυφή συνδέεται είτε με τη μία κορυφή είτε με την άλλη κορυφή.

Από τη θεωρία γνωρίζω ότι όταν ένα γράφημα δεν συνδέεται με μονοπάτι δηλαδή είναι μη συνδεόμενο γράφημα τότε αποτελείται από τουλάχιστον δύο συνεκτικές συνιστώσες.

Επομένως αποκλείω το γράφημα G και H διότι είναι συνδεδεμένο. Το διάγραμμα R αληθεύει για τον τύπο.

Άρα:

G: ΔΕΝ Αληθεύει

H: ΔΕΝ Αληθεύει

R: Αληθεύει

Υπό-ερώτημα Α) 3)

Πρόχειρη μετάφραση:

Υπάρχει κορυφή x όπου για κάθε κορυφή y ενώνεται με μονοπάτι και για κάθε κορυφή x υπάρχει κορυφή y όπου ενώνεται με ακμή για κάθε Τρίτη κορυφή Z η Z είναι ίδια με τη y .

Για αρχή διακρίνω $\exists x \forall y P(x,y)$ όπου καταλαβαίνω ότι πρόκειται για συνδεόμενο γράφημα

Για τον δεύτερο τύπο όπου υπάρχει μια κορυφή x και συνδέεται με όλες τις κορυφές y και για κάθε Τρίτη κορυφή τότε είναι η Τρίτη κορυφή z είναι η y . Από αυτό καταλαβαίνω ότι υπάρχει μοναδικότητα δηλαδή μοναδικό στοιχείο όπου η κορυφή x ενώνετε με ακμή με όλες τις υπόλοιπες κορυφές y .

Μετάφραση:

Υπάρχει συνδεόμενο γράφημα δύο κορυφών x και y και για κάθε κορυφή x υπάρχει μοναδικό στοιχείο y όπου συνδέεται με ακμή.

Αποκλείω το γράφημα R διότι αποτελείται από δύο συνεκτικές συνιστώσες άρα δεν είναι συνδεόμενο γράφημα.

Αποκλείω το γράφημα G διότι δεν υπάρχει μια κορυφή όπου όλες οι υπόλοιπες να ενώνονται με ακμή.

Το γράφημα H όπως και ο περιττός κύκλος στο κέντρο του διαθέτει μια κορυφή όπου και συνδέεται με όλες τις υπόλοιπες επίσης αποτελείται από μια συνεκτική συνιστώσα άρα είναι συνδεόμενο γράφημα.

Άρα:

G: ΔΕΝ Αληθεύει

H: Αληθεύει

R: ΔΕΝ Αληθεύει

Υπό-ερώτημα Β) 1)

Κατά την μετάφραση καταλαβαίνω ότι υπάρχουν δύο κορυφές x και y (ζεύγος διαφορετικών στοιχείων) βάση παρατήρησης του ερωτήματος 2 θεωρώ ότι $N(x)=N(y)$ αναφέρεται σε γειτονική σύνδεση άλλης κορυφής.

Άρα:

$$\exists x \exists y ((x \neq y) \wedge \forall z (E(x, z) \wedge E(z, y)))$$

Υπό-ερώτημα Β) 2)

Για την έκφραση σε συνεκτικό γράφημα θα χρησιμοποιήσω τη λογική ότι υπάρχει x για κάθε y όπου και συνδέονται με μονοπάτι, για το τρίγωνο θα χρησιμοποιήσω την λογική όπου κάθε τριάδα δεν συνδέονται μεταξύ τους με ακμή.

Θα χρησιμοποιήσω καθολικό ποσοδείκτη διότι η εκφώνηση αναφέρει ότι δεν περιέχει τρίγωνο σε ολόκληρο το γράφημα. Άρα:

$$\exists x \forall y P(x, y) \wedge \forall x \forall y \forall z (\neg (E(x, y) \wedge E(x, z) \wedge E(y, z)))$$

Υπό-ερώτημα Β) 3)

Θα χρησιμοποιήσω τη σκέψη ότι για κάθε κορυφή x η οποία υπάρχει μονοπάτι με υπόλοιπες κορυφές y που υπάρχουν και υπάρχει μια Τρίτη κορυφή w ή οποία δεν ενώνεται σε ακμή με την x . Άρα:

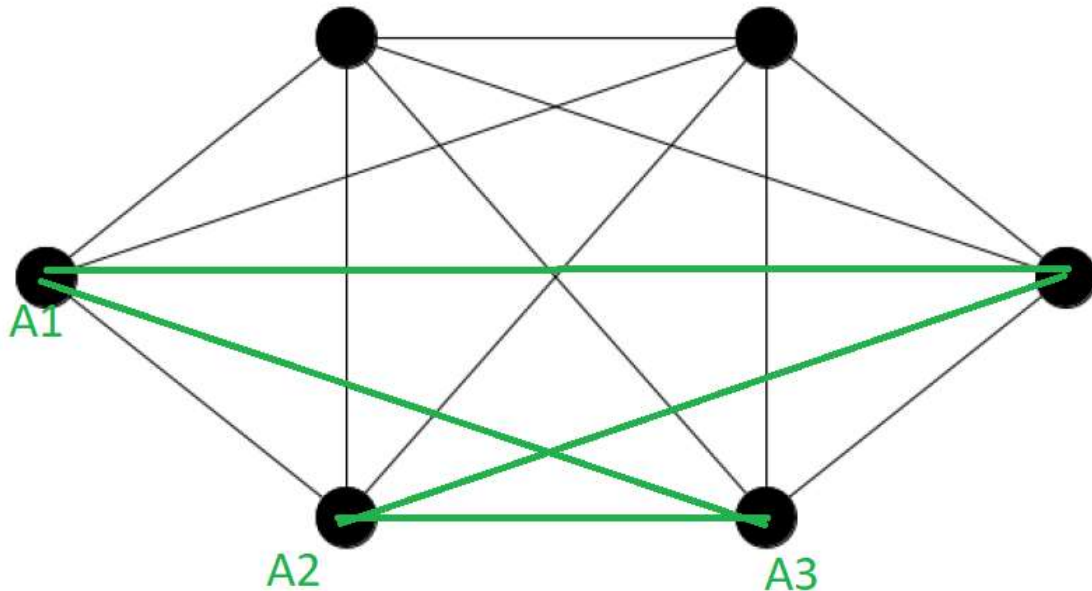
$$\forall x \exists y (P(x, y) \wedge \forall w (P(w, x) \wedge P(w, y)) \rightarrow \forall w ((x \neq y) \wedge \neg E(w, x)))$$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20
-------------------------	------

Ερώτημα 4.

Υπό ερώτημα Β) i)

Όπως και αναφέρει το ερώτημα θα ξεκινήσω να προσθέτω επαναληπτικά ακμές ξεκινώντας από ένα μη γειτονικό ζευγάρι



Ξεκίνησα από το A2 και το A3 ως μη γειτονικό ζευγάρι και σύνδεσα όλες τις κορυφές όπου και δεν ήταν συνδεδεμένες και πρόσθετα ακμές ώστε το άθροισμά τους να είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το άθροισμα των κορυφών του γραφήματος δηλαδή $A2 + A3 \geq 6$.

Έπειτα συνέχισα τη διαδικασία για το A1 και το A3 όπου και το ολοκλήρωσα επειδή πληροί τις προϋποθέσεις της εκφώνησης και επειδή το γράφημα ολοκληρώθηκε επειδή έγινε κλίκια.

Υπό ερώτημα Β) ii) 1)

Εφόσον το αρχικό γράφημα G έχει κύκλο Hamilton και επειδή βάση του ορισμού της κλειστότητας όπου προστίθενται ακμές ως όπου το άθροισμα των βαθμών των μη γειτονικών κορυφών είναι \geq του πλήθους των κορυφών του γραφήματος G.

Βασίζεται στο θεώρημα Ore όπου και ισχύει το ίδιο. Συνεπώς επειδή το αρχικό γράφημα έχει Hamilton τότε θα έχει και το κλειστό γράφημα Hamilton.

Υπό ερώτημα Β) ii) 2)

Βάση θεωρήματος Ore ένα κλειστό γράφημα όπου n το πλήθος των κορυφών του γραφήματος και $n \geq 3$ τότε οποιοδήποτε πλήρες γράφημα το άθροισμα των βαθμών των κορυφών του είναι $\geq n$ άρα και ισχύει ότι έχει κύκλο Hamilton.

Υπό ερώτημα Β) ii) 3)

Η κλειστότητα ενός γραφήματος όπως και οποιοδήποτε γράφημα δεν είναι υποχρεωτικό να είναι πλήρες ώστε να υπάρχει κύκλος Hamilton για παράδειγμα ο κύκλος C_4

Αξιολόγηση Ερωτήματος :

/ 25

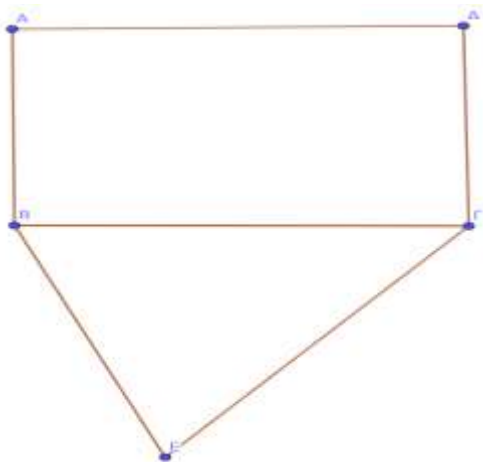
Ερώτημα 5.

Υπό ερώτημα Α)

1) ΣΩΣΤΟ

Γνωρίζω ότι C_4 έχει περιττή τάξη και άρτιο μέγεθος όπως και το C_3 έχει περιττή τάξη και άρτιο μέγεθος τα οποία και τα δύο είναι γραφήματα όπου και περιέχουν κύκλο EULER. Άρα ένας συνδυασμός των δύο C_3 και C_4 με δύο κοινές κορυφές μπορούν να κατασκευάσουν κύκλο EULER περιττής τάξης και άρτιο μέγεθος. Παράδειγμα:

$G(A, \Delta) - G(\Delta, \Gamma) - G(\Gamma, E) - G(E, B) - G(B, A)$



2) ΛΑΘΟΣ

Η σκέψη μου επάνω σε αυτό είναι ότι η κλίκα n κορυφών έχει $n(n-1)/2$ ακμές. Άρα κάνοντας κάποιες πράξεις παρατήρησα ότι π.χ K_5 και K_9 τις οποίες και οι δύο κλίκες έχουν περιέχουν ζυγό αριθμό ακμών κάθε κορυφής, άρα και περιέχουν EULER. Π.χ

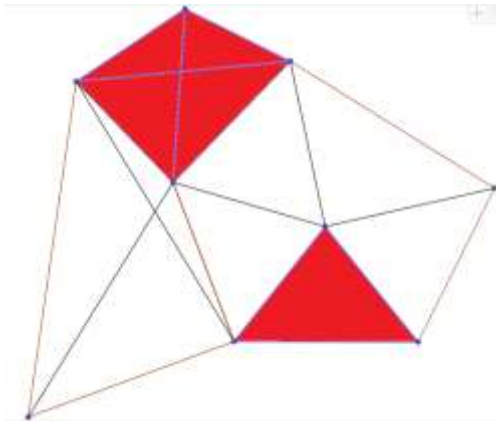
$$K_5 = n(n-1)/2 = 5(5-1)/2 = 5 \cdot 4/2 = 10$$

$$K_9 = n(n-1)/2 = 9(9-1)/2 = 9 \cdot 8/2 = 36$$

3) Σωστό

Αρχικά από την εκφώνηση καταλαβαίνω ότι ένα συνδεδεμένο γράφημα χ κορυφών και γ ακμών να υπάρχει ένα μη συνδεδεμένο υπογράφημα το οποίο το μέγεθος των ακμών να είναι ίδιο σε αριθμό με το μέγεθος των κορυφών του αρχικού γραφήματος. Παράδειγμα το παρακάτω γράφημα έχω κοκκινίσει τα υπογραφήματα μαζί με τις ακμές που παίρνω.

Π.Χ γράφημα με: 9 κορυφές και 19 ακμές επέλεξα δύο υπογραφήματα τα οποία δεν είναι συνδεόμενα και περιέχουν 7 κορυφές και 9 ακμές.



4) Λάθος

Από την εκφώνηση καταλαβαίνω ότι σε κύκλωμα EULER οι ακμές e_1 και e_2 που προσπίπτουν στην ίδια κορυφή δηλαδή η κορυφή να έχει δύο που γειτονεύουν σε αυτή. Διαδοχικά στο κύκλωμα αυτές να εμφανίζονται η μια μετά την άλλη όπως ένα σχήμα κλεψύδρας. Θεωρώ ότι δεν ισχύει διότι δεν υπάρχει πάντα στο κύκλωμα να εμφανίζονται πάντα διαδοχικά.

Ερώτημα 5.

Υπό ερώτημα Β)

1) Λάθος

Ξεκίνησα να σχεδιάζω απλούς κύκλους σε πίνακες γειτνίασης ξεκινώντας από το C2 ως πιο εύκολα γραφήματα ώστε να αποδείξω το ερώτημα αν ισχύει όμως παρατήρησα ότι για το C4, C5, C6 ισχύει αλλά δεν ισχύει για το C3 άρα είναι λάθος.

2) Σωστό

Γνωρίζουμε στους πίνακες γειτνίασης ότι το $A[i,j]=A[j,i]$ όπου i,j είναι η σύνδεση των ακμών μεταξύ κορυφών όσο στον πίνακα γειτνίασης μηδενίζουμε στοιχεία σημαίνει ότι βγάζουμε ακμές χωρίς όμως να πειράξουμε τις κορυφές, και επειδή δεν προσθέτουμε άσσους όπου σημαίνει ότι βάζουμε ακμές όπου δεν υπάρχει στο αρχικό γράφημα. Τότε ισχύει ότι μηδενίζοντας αντιδιαμετρικές θέσεις στον πίνακα γειτνίασης κατασκευάζουμε υπογράφημα

3) Λάθος

Αν θεωρήσω ότι σε έναν πίνακα 4x4 του υπογραφήματος G με γραμμές (G1,G2,G3,G4) και στήλες (G1,G2,G3,G4) επειδή δεν σβήνω $G[i,j]=G[j,i]$ αλλά οποιαδήποτε σειρά μεταξύ γραμμών και στηλών. Παράδειγμα αν υποθέσω ότι σβήνω γραμμή G1 και στήλη G3 τότε αυτό που κατασκευάζω δεν είναι πίνακας γειτνίασης που ανήκει σε γράφημα G και δεν είναι γράφημα G.

4) Σωστό

Στα γραφήματα ισχύει ότι ο βαθμός της κορυφής είναι διπλάσιο των ακμών και επειδή η εκφώνηση δίνει ότι μηδενισμός γίνεται σε όλα τα στοιχεία (γραμμές ή στήλες) και επειδή ο πίνακας είναι συμμετρικός υποθέτω ότι μηδενίζει τα στοιχεία του πίνακα κατά $G[i,j]=G[j,i]$. Έτσι ισχύει ότι ο πίνακας γειτνίασης είναι πραγματικός και δεν καταστρέφουμε τα στοιχεία ή τις κορυφές.

Αν για παράδειγμα χρησιμοποιήσω το γράφημα με κορυφές G1,G2

	G1	G2
G1	0	1
G2	1	0

Και μηδενίσω τα στοιχεία πλήθους περιττών αριθμών. Δηλαδή:

	G1	G2
G1	0	0
G2	0	0

Τότε μένουν δύο κορυφές χωρίς ακμές όπου είναι και υπόγραφο του γραφήματος G

Αξιολόγηση Ερωτήματος :

/ 10