



Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συρραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη χ' ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ στη ΠΛΗ22 θα πρέπει να γραφεί: «PLH22_GEx_iwannou_panagiotis.doc».

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όνοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσας
-----------------------	-------------------

ΚωδικόςΘΕ	ΠΛΗ22	Όνοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	Σπυρίδων Δανάζης
Κωδικός Τμήματος	ΗΛΕ46	Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο	20/01/2021
Ακ. Έτος	2020-2021	Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	20/01/2021
α/α ΓΕ	2	Επισυνάπτεται (σε περίπτωση που έχει ζητηθεί) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	

Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα..

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία (αριθμητικά, ολογράφως)	

Υπογραφή
Φοιτητή

Υπογραφή
Καθηγητή-Συμβούλου



2η ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021

ΒΑΣΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ Η/Υ

ΠΛΗ 22

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΜΠΑΤΣΑΛΗΣ ΑΜ: 119181



Θέμα 1

Υπό-ερώτημα α)

$$X_1(t) = 3\sin(3\pi t) + 2\sin(4\pi t)$$

Κατά την ανάλυση περιοδικότητας των σημάτων:

- $3\sin(3\pi t) = 3\sin(2\pi \frac{3}{2}t)$

Το σήμα είναι περιοδικό με συχνότητα $f_1 = \frac{3}{2}$ και περίοδο $T = \frac{2}{3}$

- $2\sin(4\pi t) = 2\sin(2\pi 2t)$

Το σήμα είναι περιοδικό με συχνότητα $f_2 = 2$ και περίοδο $T = \frac{1}{2}$

Έπειτα θα κάνω έλεγχο των ελάχιστων ακεραίων:

$$\alpha \cdot T_1 = \beta \cdot T_2 \Leftrightarrow \alpha \cdot \frac{2}{3} = \beta \cdot \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{διαιρώ με το 2}} \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a}{3} = \frac{\beta}{4}$$

Τέλος υπολογισμού ελαχίστου πολλαπλάσιου ακεραίων με $\alpha=3$, $\beta=4$ είναι ακέραιο το αποτέλεσμα επομένως το σήμα είναι περιοδικό με περίοδο

$$T = \alpha \cdot T_1 = 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = \boxed{2}$$

Υπό-ερώτημα β)

Κατά την ανάλυση του σήματος βρέθηκε:

- $4\cos(100t) = 4\cos(2\pi \frac{50}{\pi}t)$

Είναι περιοδικό με συχνότητα $f = \frac{50}{\pi}$ και περίοδο $T = \frac{\pi}{50}$

- $5\sin(70\sqrt{2}t) = 5\sin(2\pi \frac{35\sqrt{2}}{\pi}t)$

Είναι περιοδικό με συχνότητα $f = \frac{35\sqrt{2}}{\pi}$ και περίοδο $T = \frac{\pi}{35\sqrt{2}}$

Υπολογισμός ελαχίστου πολλαπλάσιου ακεραίων :



$$\alpha \frac{\pi}{50} = \beta \frac{\pi}{35\sqrt{2}} \xleftrightarrow{\text{απλοποίηση με το 5}} \boxed{\frac{\alpha}{10} = \frac{\beta}{7\sqrt{2}}}$$

Άρα $\alpha = 10$ και $\beta = 7\sqrt{2}$ το β δεν είναι ακέραιος επομένως το σήμα δεν είναι περιοδικό

Υπό-ερώτημα γ)

Κατά την ανάλυση του σήματος έχουμε:

- $\sqrt{2} \cos(12t) = \sqrt{2} \cos(2\pi \frac{6}{\pi} t)$ είναι περιοδικό με συχνότητα $f_1 = \frac{6}{\pi}$ και περίοδο $T_1 = \frac{\pi}{6}$
- $1.5 \cos(2\pi t)$ είναι περιοδικό με συχνότητα $f_2=1$ και περίοδο $T_2=1$

Υπολογισμός ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο ακεραίων :

$$\alpha \cdot T_1 = \beta \cdot T_2 \Leftrightarrow \alpha \frac{\pi}{6} = \beta \frac{1}{1} \xleftrightarrow{\text{διαίρεση με το } \pi} \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\beta \cdot 1}{\pi}$$

άρα :

$$\boxed{a = 6 \text{ και } \beta = \pi}$$

Το σήμα δεν είναι περιοδικό διότι το β δεν είναι ακέραιος

Υπό-ερώτημα ε)

Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι όταν ένα περιοδικό σήμα πολλαπλασιαστεί με τετραγωνικό παλμό παύει να είναι περιοδικό.

Το $\text{rect}(\frac{1}{1000}) = \pi(\frac{1}{1000})$ είναι τετραγωνικός παλμός με ύψος 1, το κέντρο του είναι το 0 και το εύρος είναι (-500 έως +500) σύνολο 1000. Ο πολλαπλασιασμός περιορίζει το σήμα στο εύρος μεταξύ -500 και +500. Είναι αδύνατον να είναι περιοδικό. Ένα σήμα είναι περιοδικό όταν εκτείνεται από το $-\infty$ έως $+\infty$



Υπό-ερώτημα στ)

$$w(t) = e^{4\pi jt} + e^{4\pi j-t} \xleftarrow{\text{μεταφορά μετασχηματισμού και πρόσημο στην αρχή}} e^{j4\pi t} + e^{-j4\pi t} \xleftarrow{\text{διακρίνω τύπο του EULER}} \rightarrow$$

βάση ιδιότητας :

$$\frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2} = \cos \phi \Leftrightarrow \frac{\cos \phi}{1} \cancel{\neq} \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2} \Leftrightarrow 2 \cos \phi = e^{i\phi} + e^{-i\phi}$$

άρα :

$$e^{4\pi jt} + e^{4\pi j-t} = 2 \cos(4\pi t) = 2 \cos(2\pi 2t)$$

Είναι περιοδικό με συχνότητα $f=2$ περίοδο $T = \frac{1}{2}$

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ



Θέμα 2

Υπό-ερώτημα α)

$$4 \sin^2(2t) - \sin^2(t) =$$

$$\bullet \sin^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f)$$

$$\bullet \sin^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f)$$

$$\sin^2(2t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{2} \text{tri}\left(\frac{f}{2}\right) \text{ ιδιότητα κλιμάκωσης του χρόνου}$$

$$4 \sin^2(2t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} 4 \frac{1}{2} \text{tri}\left(\frac{f}{2}\right) = \text{ιδιότητα γραμμικότητας} = \frac{4}{2} \text{tri}\left(\frac{f}{2}\right) = 2 \text{tri}\left(\frac{f}{2}\right)$$

άρα :

$$X(f) = 2 \text{tri}\left(\frac{f}{2}\right) - \text{tri}(f)$$

Αφαιρείται ένα τριγωνικό σήμα με ύψος 1, κέντρο 0 και εύρος από -1 έως 1 από ένα τριγωνικό σήμα με ύψος 2, κέντρο 0 και εύρος από -2 έως 2

Υπό-ερώτημα β)

Για να υπολογιστεί η συνέλιξη στον χρόνο θα κάνω fourier ώστε να υπολογίσω με πολλαπλασιασμό στη συχνότητα. Άρα:

$$\bullet 4 \sin^2(t)$$

$$\sin^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f)$$

$$4 \sin^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} 4 \text{tri}(f)$$

$$\bullet \sin c(4t)$$

$$\sin c(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \text{rect}(f)$$

$$\sin c(4t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{4} \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right)$$

άρα :

$$Z(f) = 4 \text{tri}(f) \cdot \frac{1}{4} \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \text{tri}(f) \cdot \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) = \frac{4}{4} \text{tri}(f) \cdot \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right) = \boxed{\text{tri}(f) \cdot \text{rect}\left(\frac{f}{4}\right)}$$

Τριγωνικό σήμα με κέντρο το 0, ύψος 1 και εύρος (από -1 έως 1) επί ένα τετραγωνικό σήμα με κέντρο 0, ύψος 1 και εύρος (από -2 έως 2) σύνολο 4



Το τετραγωνικό σήμα δεν θα αλλάξει επειδή πολλαπλασιάζεται με το ύψος 1

Άρα:

$$Z(f) = \text{tri}(f) \cdot \text{rec}\left(\frac{f}{4}\right) = \text{tri}(f) \text{ για να υπολογιστή η συνέλιξη ως προς τον χρόνο θα γίνει}$$

αντίστροφος μετασχηματισμός fourier

$$\text{tri}(f) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \sin c^2(t)$$

επομένως :

$$z(t) = 4 \sin c^2(t) * \sin c(4t) = \sin c^2(t)$$

Υπό-ερώτημα γ)

Ανάλυση σημάτων:

$$\bullet \cos(2\pi 100t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{2} \delta(f - 100) + \frac{1}{2} \delta(f + 100)$$

$$\bullet 10 \sin c(10t)$$

$$\sin c(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \text{rect}(f)$$

$$\sin c(10t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{10} \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) \text{ ιδιότητα κλιμάκωσης του χρόνου}$$

$$\sin c(10t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} 10 \frac{1}{10} \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) \text{ ιδιότητα γραμμικότητας} = \frac{10}{1} \frac{1}{10} \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) = \frac{10}{10} \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) = \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right)$$

λόγω γινομένου στον χρόνο θα γίνει συνέλιξη στη συχνότητα με χρήση ΜΣ fourier

$$X(f) = \left\{ \frac{1}{2} \delta(f - 100) + \frac{1}{2} \delta(f + 100) \right\} * \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) = \text{επιμερηστική ιδιότητα}$$

$$\frac{1}{2} \delta(f - 100) * \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) + \frac{1}{2} \delta(f + 100) * \text{rect}\left(\frac{f}{10}\right) = \text{συνέλιξη με κρουστική}$$

άρα :

$$\frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f - 100}{10}\right) + \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f + 100}{10}\right)$$

Υπό-ερώτημα δ)

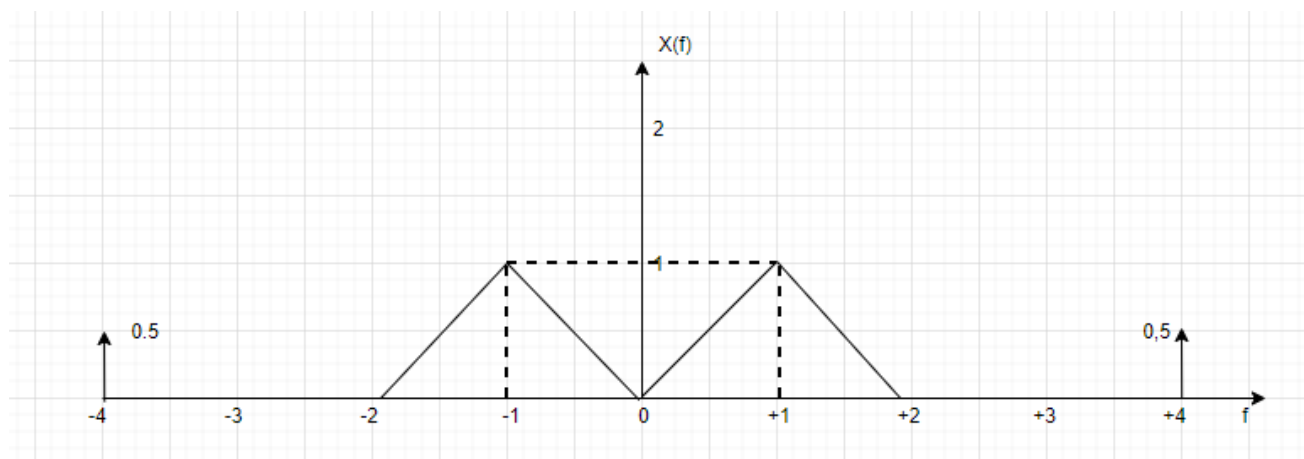
Διακρίνω δύο κρουστικές με ύψος 0.5 στο -4 και +4 αντίστοιχα.

Διακρίνω δύο τετραγωνικά σήματα το ένα με κέντρο το +1, ύψος 1 και εύρος από το 0 έως το +2. Το άλλο με κέντρο -1 ύψος 1 και εύρος από το -2 έως το 0.

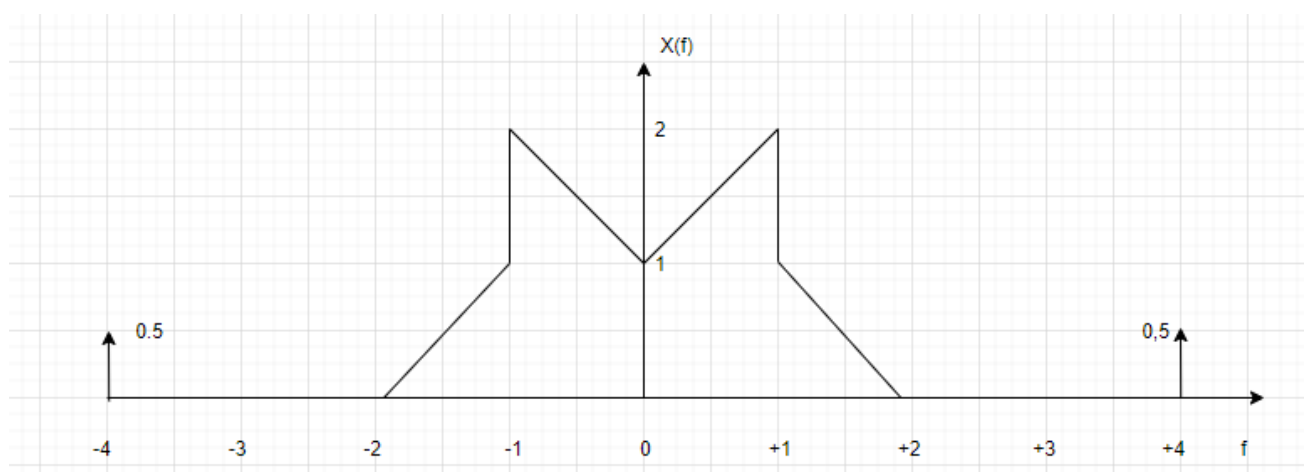
Τέλος διακρίνω ένα τετραγωνικό σήμα τα οποία προστίθενται.



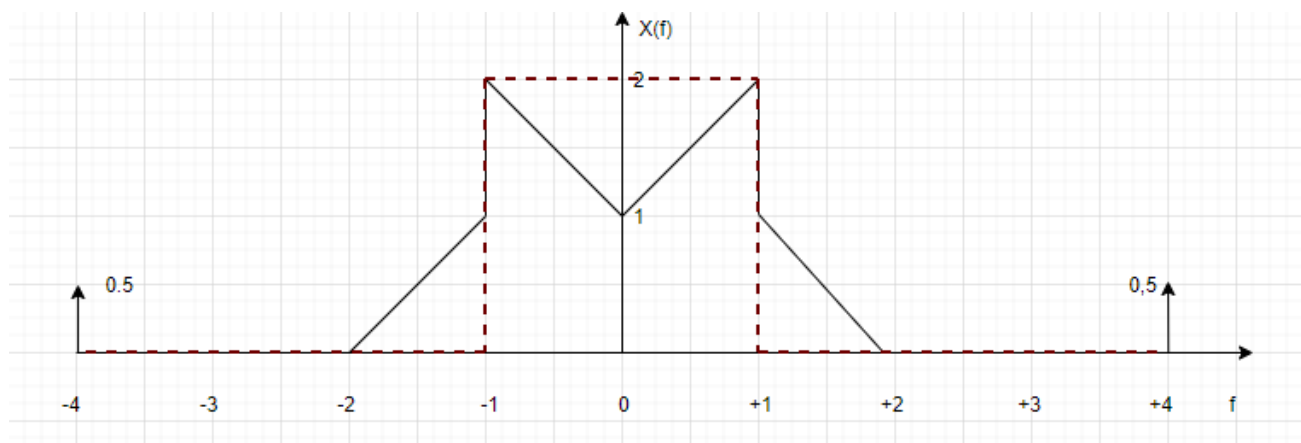
Άρα:



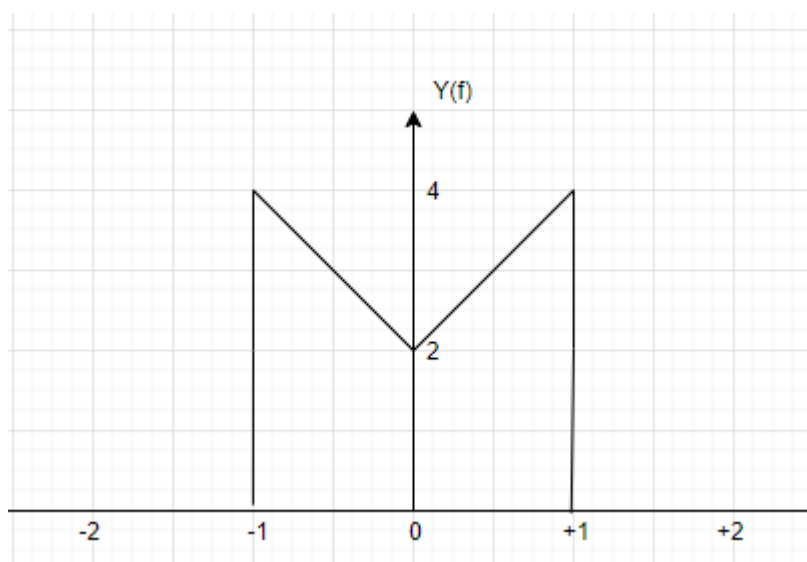
Μετά την πρόσθεση των σημάτων γίνεται:



Με το φίλτρο $2\text{rect}(\frac{f}{2})$ διακρίνω τετραγωνικό παλμό με ύψος 2, κέντρο το 0 και εύρος 2 από (-1 έως 1) με το οποίο θα πολλαπλασιαστεί το σήμα $X(f)$.



Άρα το $Y(f)$ που θα μένει είναι:



Στο σήμα διακρίνω έναν τραπεζοειδή παλμό με ύψος 4, κέντρο 0 και εύρος 2 (από -1 έως 1) από το οποίο γίνεται αφαίρεση ενός τριγωνικού σήματος με ύψος 2 κέντρο 0 και εύρος 2 (από -1 έως 1).

Άρα:

$$Y(f) = 4\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) - 2\text{tri}(f)$$

Για τον υπολογισμό χρονικής έκφρασης του σήματος για τον $y(t)$ και $x(t)$ θα γίνει αντιστροφή ΜΣ fourier

Άρα:



$$x(t) =$$

$$\bullet 0.5\delta(f-4) + 0.5\delta(f+4) = \frac{1}{2}\delta(f-4) + \frac{1}{2}\delta(f+4) \xrightarrow{\text{fourier}} \boxed{\cos(2\pi 4t)}$$

$$\bullet \text{tri}(f+1) \xrightarrow{\text{fourier}} \sin c^2(t) \text{ για την μετατόπιση σήματος } x(f-f_0)$$

$$\text{tri}(f+1) = \text{tri}(f-(-1)) \xrightarrow{\text{fourier}} \boxed{\sin c^2(t)e^{j2\pi(-1)t}}$$

$$\bullet \sin c^2(t) \xrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f)$$

$$\boxed{\sin c^2(t)e^{j2\pi 1t}} \xrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f-1)$$

$$\bullet \text{rect}(f) \xrightarrow{\text{fourier}} \sin c(t)$$

$$\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{2}f\right) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{t}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{1}{1}t\right) = \frac{2}{1} \sin c\left(\frac{2t}{1}\right) = \boxed{2 \sin c(2t)}$$

Άρα:

$$x(t) =$$

$$\cos(2\pi 4t) + \sin c^2(t)e^{j2\pi(-1)t} + \sin c^2(t)e^{j2\pi 1t} + 2 \sin c(2t) =$$

$$\cos(2\pi 4t) + \sin c^2(t)\{e^{-j2\pi t} + e^{j2\pi t}\} + 2 \sin c(2t) = \text{διακρίνω τύπο του OYLER}$$

$$\cos(2\pi 4t) + \sin c^2 \cdot 2 \cos(2\pi t) + 2 \sin c(2t)$$

$$\text{Για το } Y(f) = 4\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) - 2\text{tri}(f)$$

Αντίστροφος ΜΣ fourier κατά την ανάλυση:

$$\bullet 4\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right)$$

$$\text{rect}(f) \xrightarrow{\text{fourier}} \sin c(t)$$

$$\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{2}f\right) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{t}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{1}{1}t\right) = \frac{2}{1} \sin c\left(\frac{2t}{1}\right) = 2 \sin c(2t)$$

$$4\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) \xrightarrow{\text{fourier}} 2 \cdot 2 \sin c(2t) = 4 \sin c(2t)$$

άρα:

$$\boxed{4\text{rect}\left(\frac{f}{2}\right) \xrightarrow{\text{fourier}} 4 \sin c(2t)}$$



• $2tri(f)$

$$\sin c^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} tri(f)$$

$$2 \sin c^2(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} 2tri(f)$$

Άρα:

$$y(t) = 8 \sin c(2t) - 2 \sin c^2(t)$$

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ



Θέμα 3

Υπό-ερώτημα α)

Από το $x(t)$ στο $X(f)$ και $h(t)$ στο $H(f)$ θα γίνει η μετάβαση μέσω fourier

Για το $x(t)$:

$$\bullet \delta(t) \xrightarrow{\text{fourier}} 1$$

$$\bullet \sin c^2(t) \xrightarrow{\text{fourier}} \text{tri}(f)$$

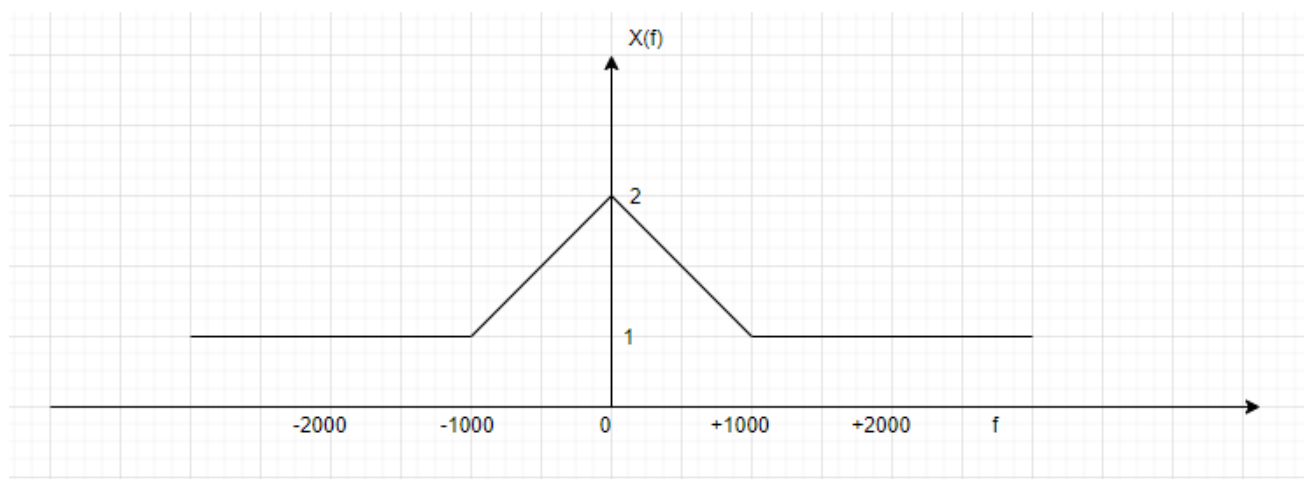
$$\sin c^2(1000t) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{1000} \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right)$$

$$1000 \sin c^2(1000t) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1000}{1} \frac{1}{1000} \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right) = \frac{1000}{1000} \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right) = \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right)$$

Άρα:

$$X(f) = 1 + \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right)$$

Τριγωνικό σήμα με κέντρο 0, εύρος 1000 (από -1000 έως +1000) και με μετατόπιση ύψους +1 δηλαδή 2



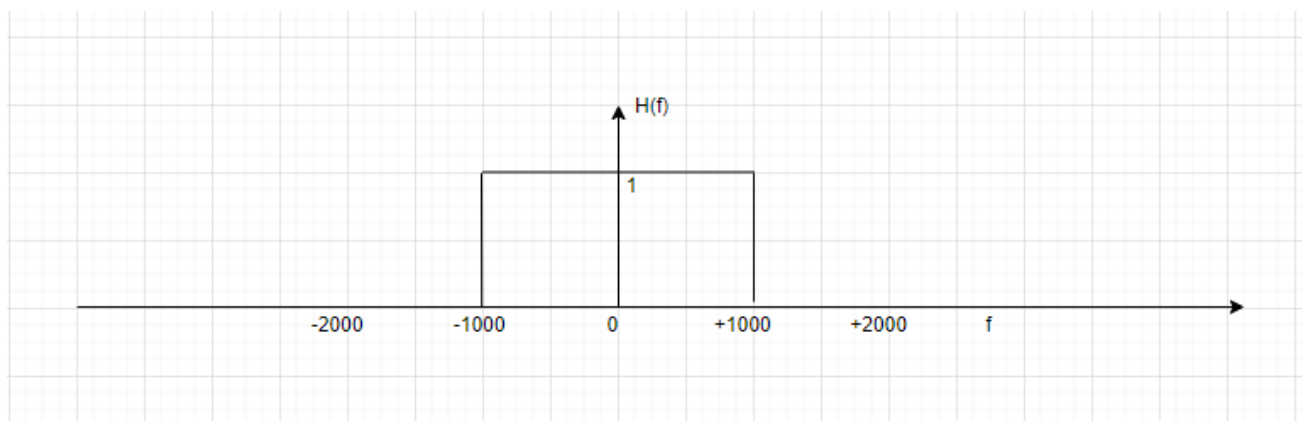
Για το $h(t)$:

$$\sin c(t) \xrightarrow{\text{fourier}} \text{rect}(f)$$

$$\sin c(2000t) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{2000} \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right) \quad 1$$

$$2000 \sin c(2000t) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{2000}{1} \frac{1}{2000} \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right) = \frac{2000}{2000} \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right) = \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right)$$

Τετραγωνικός παλμός με κέντρο 0, ύψος 1 και εύρος 2000 (από το -1000 έως +1000)

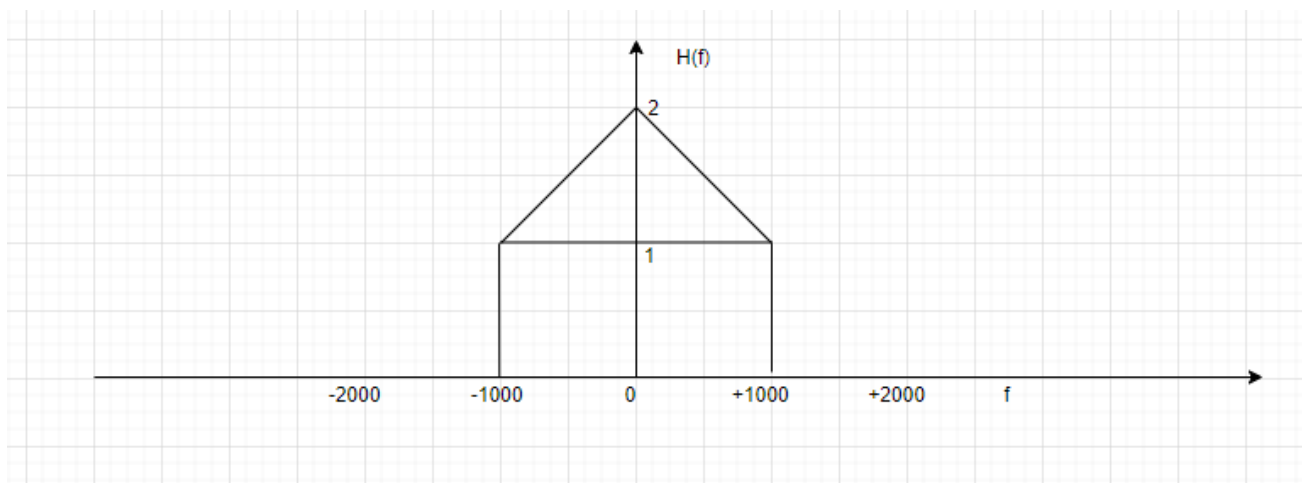


Για την έξοδο $Y(f)$:

$$Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2000}\right) + \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right)$$

Είναι ένας τετραγωνικός παλμός και προστίθεται ένας τριγωνικός

Αρα:



Υπό-ερώτημα β)

Για τον υπολογισμό της έκφρασης σήματος εξόδου $Y(t)$ δεν θα κάνω συνέλιξη ως προς τον χρόνο αλλά θα κάνω αντίστροφο ΜΣ fourier



Θα πάρω το αποτέλεσμα από το προηγούμενο υπό ερώτημα

$$y(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2000}\right) + \text{tri}\left(\frac{f}{1000}\right)$$

άρα :

$$y(t) = 2000 \sin c(2000t) + 1000 \sin c^2(1000t)$$

Υπό-ερώτημα γ)

Για το $x(t)$ περιέχει το $\delta(t)$ που είναι κρουστικό σήμα και δεν είναι περιοδικό σήμα επειδή όλο το $x(t)$ είναι άθροισμα σημάτων ακυρώνει την περιοδικότητα του $x(t)$

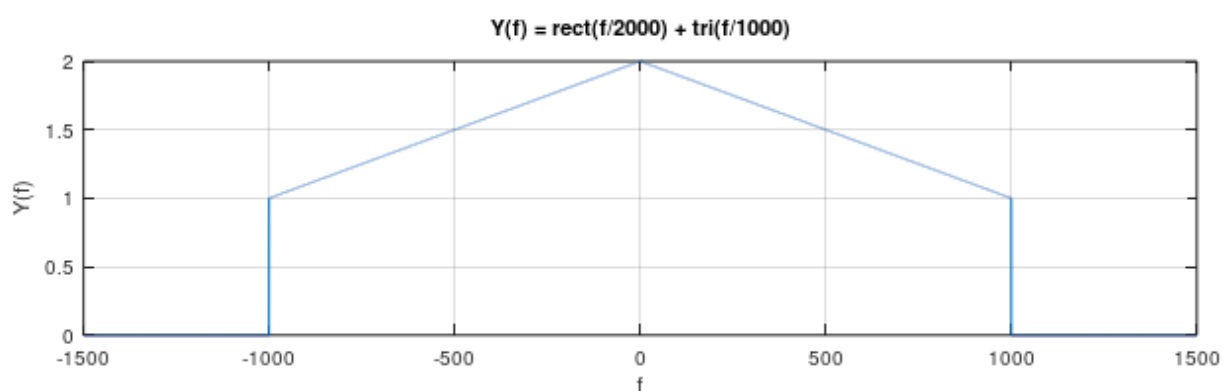
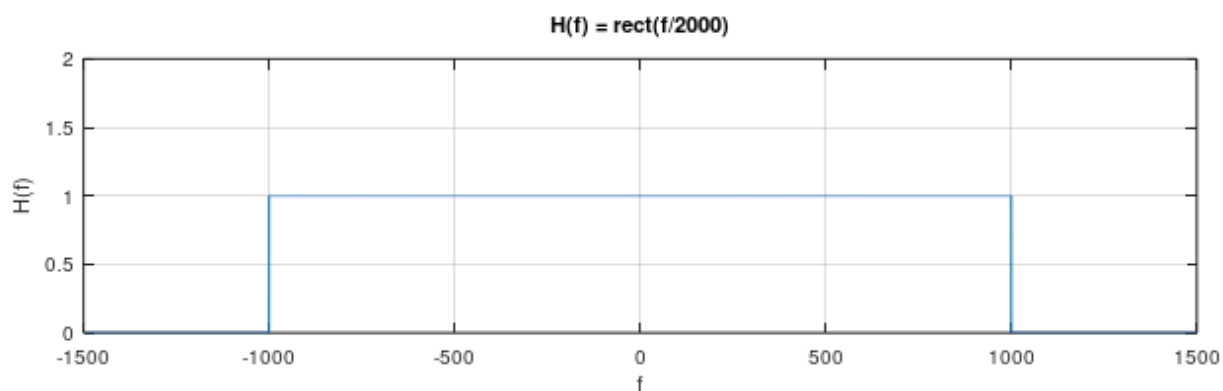
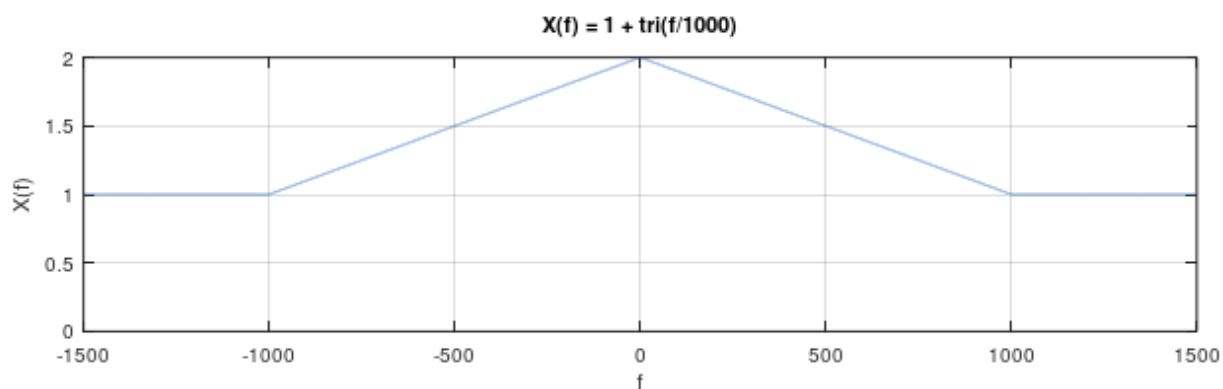
Άρα το $x(t)$ δεν είναι περιοδικό σήμα.

Για το $y(t)$ είναι και αυτό άθροισμα σημάτων και ακυρώνει την περιοδικότητα το σήμα λόγω του ότι περιέχει το sinc και δεν είναι περιοδικό σήμα.

Άρα και το $y(t)$ δεν είναι περιοδικό σήμα



Υπό-ερώτημα δ)





Κώδικας Octave

```
step = 0.1;
f = -1500:step:+1500;

Xf = 1 + triangular(f,0,1000);
Hf = rectpulse(f,0,2000);
Yf = rectpulse(f,0,2000) + triangular(f,0,1000);

figure(1);

subplot(311);
plot(f,Xf); grid on;
axis([-1500, 1500, 0, 2]);
xlabel('f');
ylabel('X(f)');
title('X(f) = 1 + tri(f/1000)');

subplot(312);
plot(f,Hf); grid on;
axis([-1500, 1500, 0, 2]);
xlabel('f');
ylabel('H(f)');
title('H(f) = rect(f/2000)');

subplot(313);
plot(f,Yf); grid on;
axis([-1500, 1500, 0, 2]);
xlabel('f');
ylabel('Y(f)');
title('Y(f) = rect(f/2000) + tri(f/1000)');
```

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ



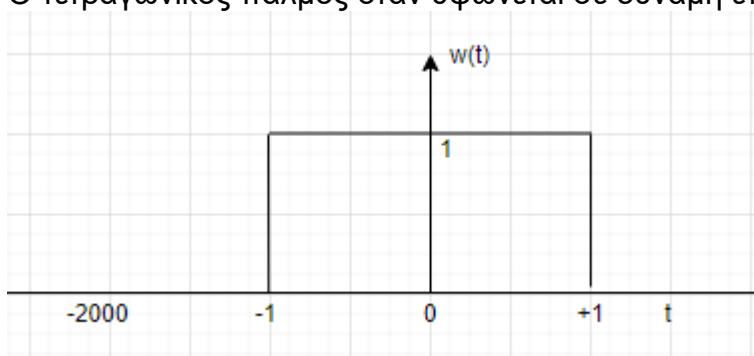
Θέμα 4

Υπό ερώτημα α)

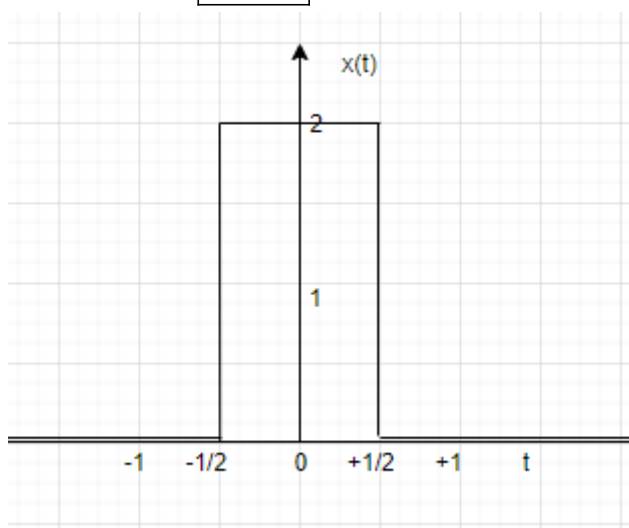
i)

$$w(t) = (-\text{rect}(\frac{t}{2})) \text{ επειδή το } (-1)^4 = +1 \quad \text{άρα: } \boxed{\text{rect}(\frac{t}{2})}$$

Ο τετραγωνικός παλμός όταν υψώνεται σε δύναμη επηρεάζεται μόνο το ύψος του.



$$x^2(t) = (\sqrt{2} \cdot \text{rect}(t))^2 = \boxed{2\text{rect}(t)}$$





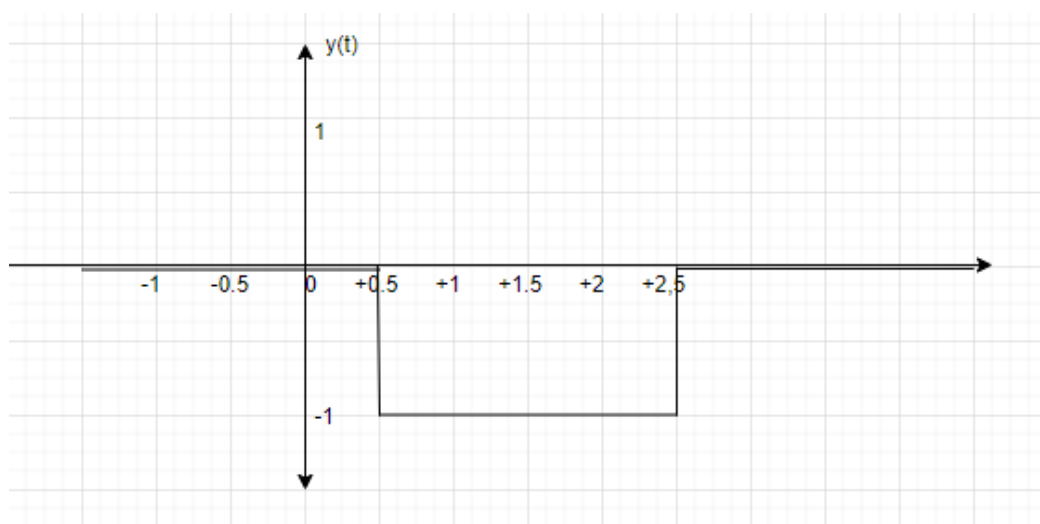
ii)

$$y^3(t-1.5) = (-0.5 \operatorname{rect}(\frac{t-1.5}{2}))^3 = (-1)^3 = -1$$

άρα :

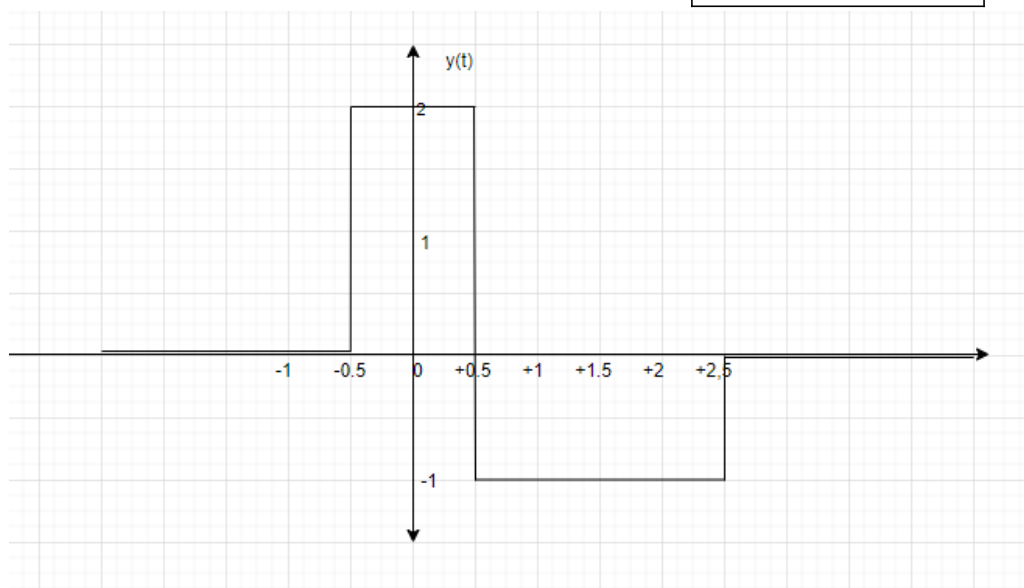
$$\boxed{-\operatorname{rect}(\frac{t-1.5}{2})}$$

μείον τετραγωνικός παλμός με κέντρο το 1.5



iii)

$$z(t) = x^2(t) + y^3(t-1.5) = 2\operatorname{rect}(t) + (-\operatorname{rect}(\frac{t-1.5}{2})) = \boxed{2\operatorname{rect}(t) - \operatorname{rect}(\frac{t-1.5}{2})}$$





iv)

$$q(t) = y^3(t-1.5) * w(t) = -\text{rect}\left(\frac{t-1.5}{2}\right) * \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$$

Ανάλυση σημάτων με fourier:

$$\bullet \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$\text{rect}(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \sin c(f)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{2}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{2}t\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{f}{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{f}{\frac{1}{2}}\right) = 2 \sin c(2f)$$

$$\boxed{\text{rect}\left(\frac{t}{2}\right) = 2 \sin c(2f)}$$

$$\bullet -\text{rect}\left(\frac{t-1.5}{2}\right)$$

$$\text{rect}(t) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \sin c(f)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t-1.5}{2}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{2}(t-1.5)\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{f}{\frac{1}{2}}\right) e^{-j2\pi f 1.5} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sin c\left(\frac{f}{\frac{1}{2}}\right) e^{-j3\pi f} = 2 \sin c(2f) e^{-j3\pi f}$$

$$-\text{rect}\left(\frac{t-1.5}{2}\right) = \boxed{-2 \sin c(2f) e^{-j3\pi f}}$$

Η συνέλιξη στον χρόνο έπειτα από ΜΣ fourier γίνεται πολλαπλασιασμός στη συχνότητα

Άρα:

$$Q(f) = -2 \sin c(2f) \cdot e^{-j3\pi f} \cdot 2 \sin c(2f) = \boxed{4 \sin^2 c(2f) \cdot e^{-j3\pi f}}$$

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ



Θέμα 5

Υπό ερώτημα α)

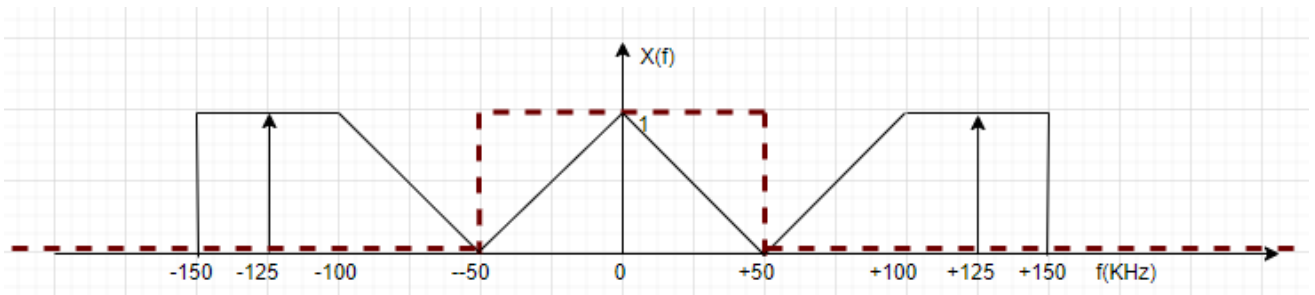
- Διακρίνω δύο κρουστικές δ με ύψος 1 και κέντρο -125 και 125 αντίστοιχα
- Διακρίνω ένα τετραγωνικό σήμα με κέντρο 0, ύψος 1 και εύρος 300 (από -150 έως 150)
- Διακρίνω δύο τριγωνικά σήματα τα οποία αφαιρούνται από ένα τετραγωνικό σήμα. Με κέντρο -50 και +50 αντίστοιχα, ύψος -1 και εύρος 100 το ένα (-100 έως 0) και το δεύτερο (0 έως 100)

Άρα:

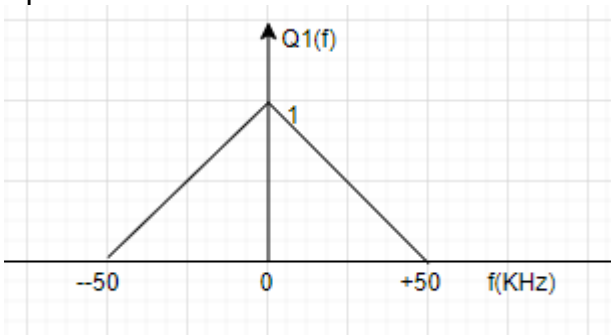
$$X(f) = \delta(f + 125) + \delta(f - 125) + \text{rect}\left(\frac{f}{300}\right) - \text{tri}\left(\frac{f + 50}{50}\right) - \text{tri}\left(\frac{f - 50}{50}\right)$$

Υπό ερώτημα β)

- $Q1(f)$ = το $X(f)$ που περνάει από ένα Low Pass Filter

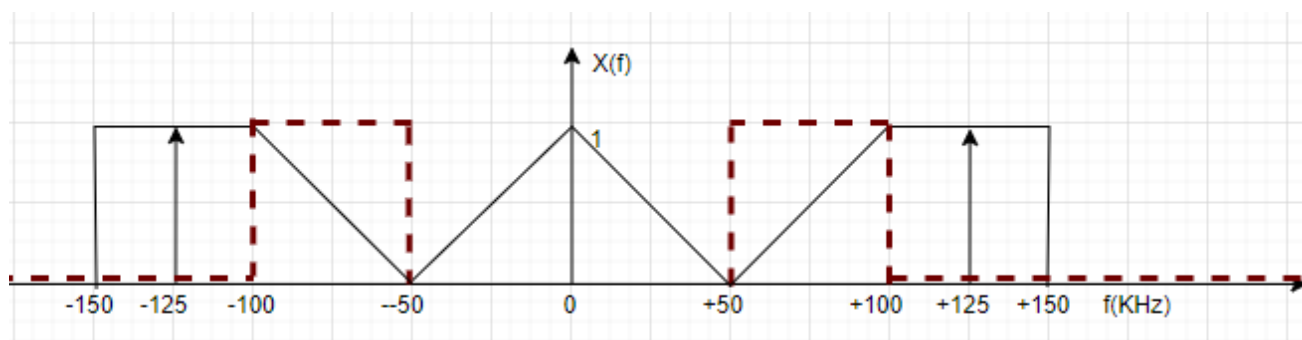


Άρα:

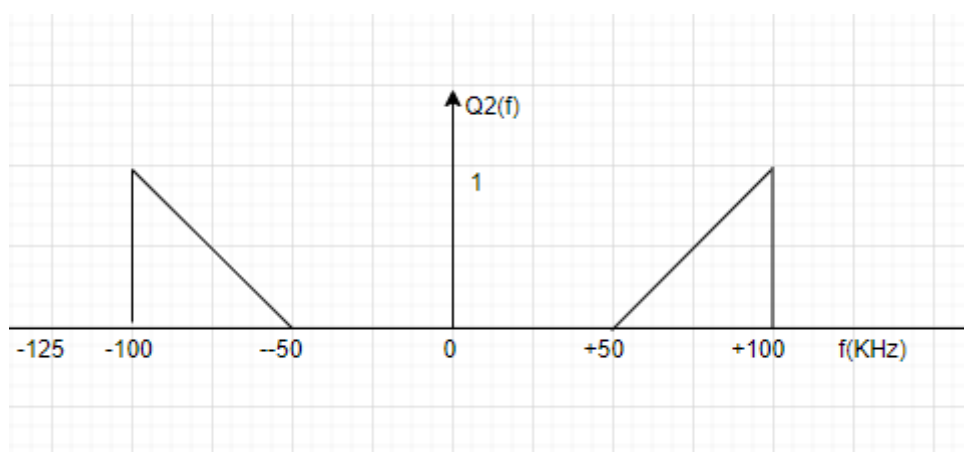


$$Q1(f) = \text{tri}\left(\frac{f}{50}\right)$$

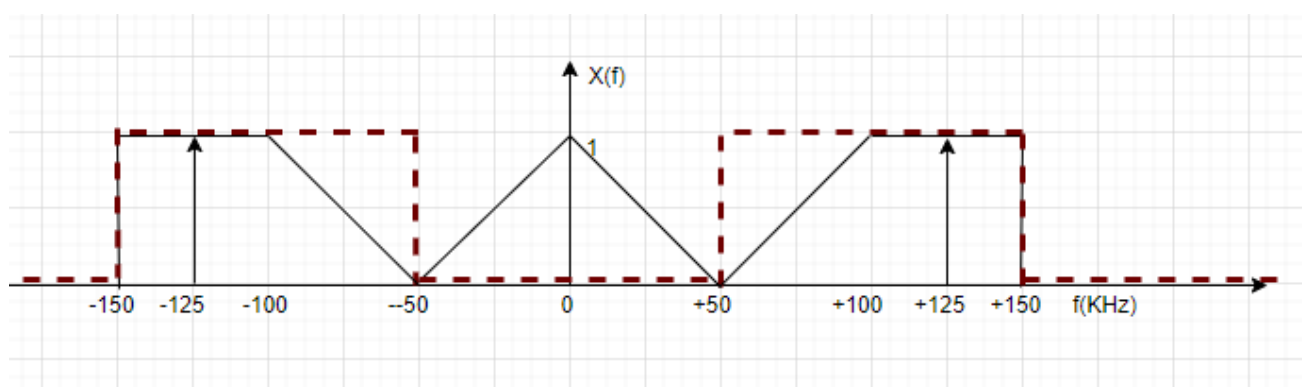
- $Q2(f)$ = το $x(f)$ περνάει μέσα από ένα Band Pass Filter με εύρος 50 έως 100 KHz



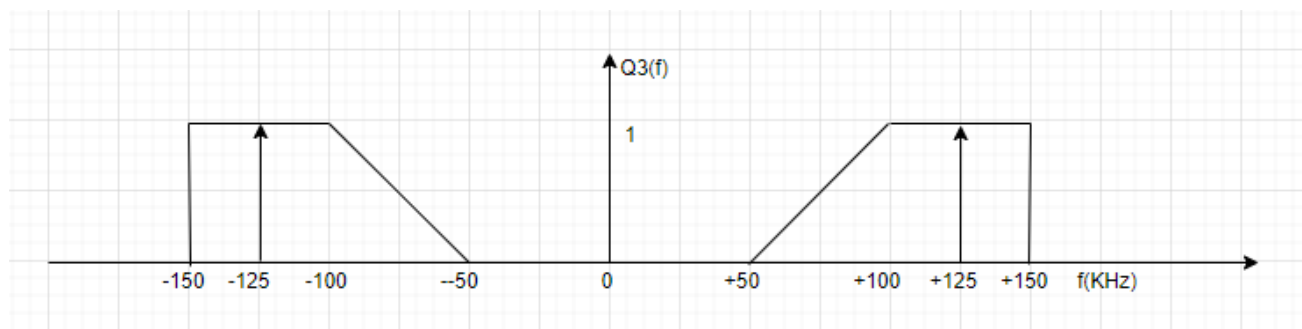
Άρα μετά τον πολλαπλασιασμό θα είναι:



- $Q3(f)$ = Το $x(f)$ περνάει από ένα Band Pass Filter από 50 έως 150 KHz



Μετά το φίλτρο το $Q3$:



- Το $w_1(f)$ παρατηρώ ότι είναι το αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού $Q_1(f)$ επί $2\cos(2\pi f_0 t)$
 $50\text{kHz} = 50000\text{Hz} = 50 \cdot 10^3$

$$Q_1(f) = Q_1(t) \text{ και } W_1(f) = w_1(t)$$

Άρα:

$$w_1(t) = Q_1(t) \cdot 2\cos(2\pi 50000t)$$

Θα γίνει fourier από την ανάλυση έχουμε:

$$\bullet Q_1(t) = Q_1(f)$$

$$\bullet \cos(2\pi 50 \cdot 10^3) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

$$2\cos(2\pi 50 \cdot 10^3) \xrightarrow{\text{fourier}} 2 \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + 2 \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

ο πολλαπλασιασμός γίνεται συνέλιξη

άρα :

$$w_1(f) = Q_1(f) * \left\{ \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3) \right\} = \text{απλοποίηση}$$

$$Q_1(f) * \{ \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \delta(f + 50 \cdot 10^3) \} = \text{επιμεριστική ιδιότητα}$$

$$Q_1(f) * \delta(f - 50 \cdot 10^3) + Q_1(f) * \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

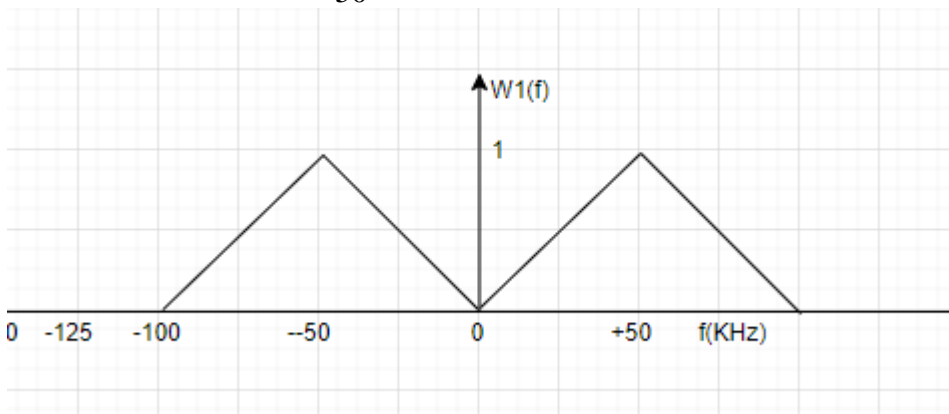
Συνέλιξη με κρουστική μπορεί να γίνει πράξη



$$Q1(f - 50 \cdot 10^3) + Q1(f + 50 \cdot 10^3)$$

Άρα :

$$Q1(f - 50 \cdot 10^3) = \text{tri}\left(\frac{f - 50 \cdot 10^3}{50}\right) \text{ και αντίστοιχα } Q1(f + 50 \cdot 10^3) = \text{tri}\left(\frac{f + 50 \cdot 10^3}{50}\right)$$



- Για το $W2(f)$ = πολλαπλασιάζεται $Q2(f)$ επί $2 \cos(2\pi f_o t)$

$$Q2(f) = Q2(t) \text{ και } w2(f) = w2(t)$$

$$w2(t) = Q2(t) \cdot 2 \cos(2\pi f_o t) = w2(t) = Q2(t) \cdot 2 \cos(2\pi 50 \cdot 10^3 t) =$$

Θα υπολογίσω με fourier έχει ήδη υπολογιστεί στο $w1(f)$

$$\bullet Q2(t) = Q2(f)$$

$$\bullet \cos(2\pi 50 \cdot 10^3) \xrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

$$2 \cos(2\pi 50 \cdot 10^3) \xrightarrow{\text{fourier}} 2 \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + 2 \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

ο πολλαπλασιασμός γίνεται συνέλιξη

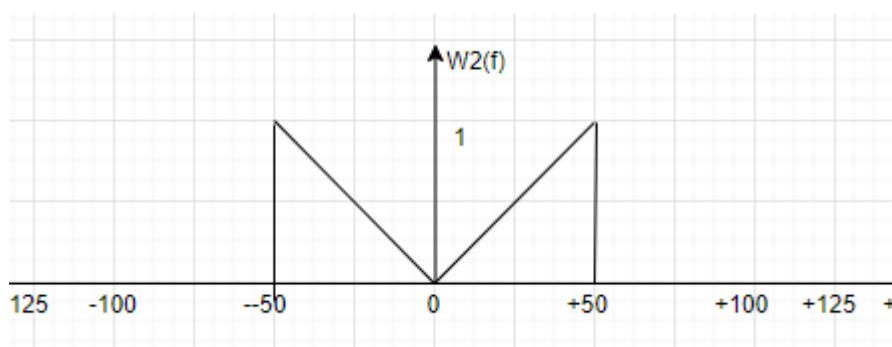
άρα :

$$w2(f) = Q2(f) * \left\{ \frac{1}{2} \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \frac{1}{2} \delta(f + 50 \cdot 10^3) \right\} = \text{απλοποίηση}$$

$$Q2(f) * \{ \delta(f - 50 \cdot 10^3) + \delta(f + 50 \cdot 10^3) \} = \text{επιμεριστική ιδιότητα}$$

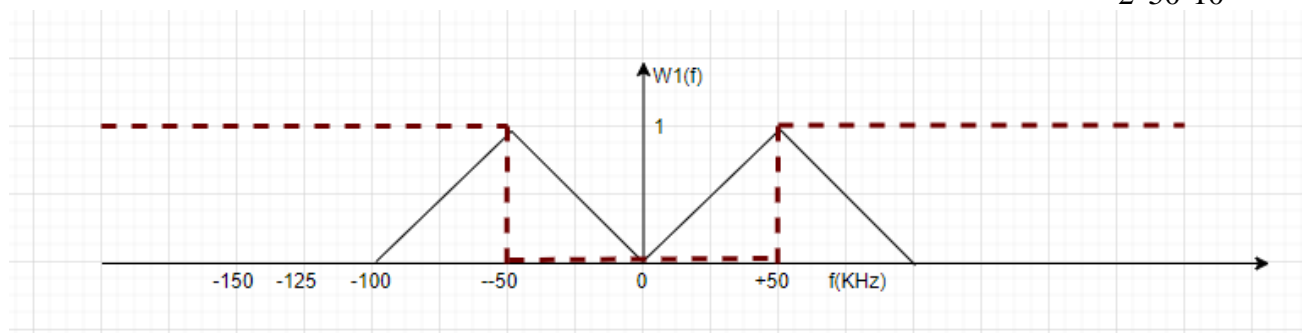
$$Q2(f) * \delta(f - 50 \cdot 10^3) + Q2(f) * \delta(f + 50 \cdot 10^3)$$

Διακρίνω μετατόπιση κατά 50kHz και στα δύο ημιτριγωνικά σήματα

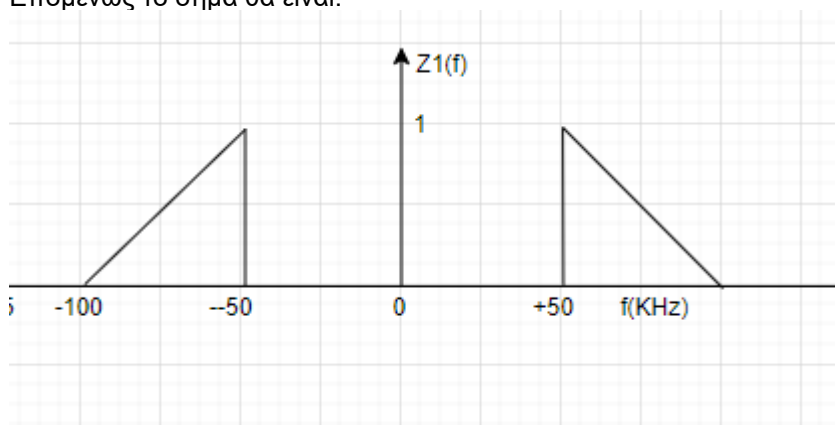


$$w2(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{100}\right) - \text{tri}\left(\frac{f}{50}\right)$$

- $Z1(f)$ = το $w1(f)$ περνάει από ένα High Pass Filter με συχνότητα αποκοπής 50kHz $\text{rect}\left(\frac{f}{2 \cdot 50 \cdot 10^3}\right)$

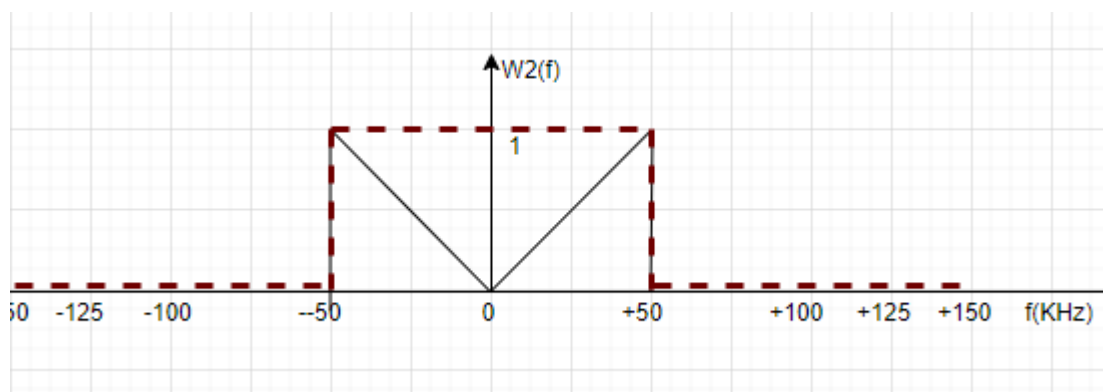


Επομένως το σήμα θα είναι:

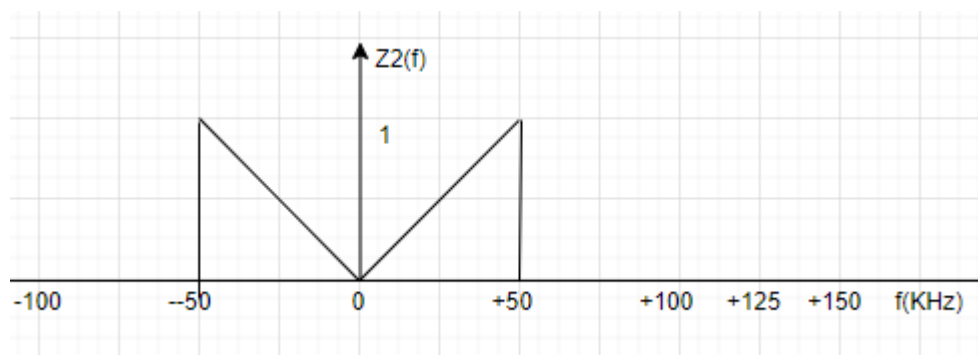




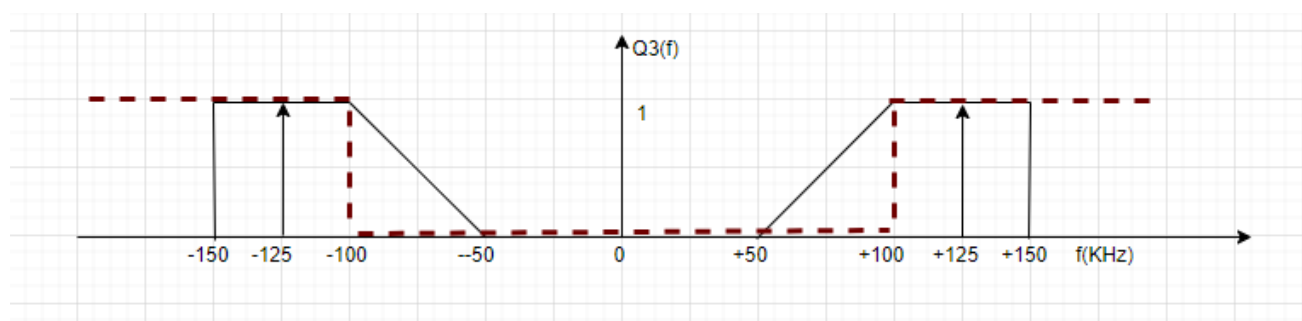
- $Z_2(f) = w_2(f)$ περνάει από ένα Low Pass Filter με συχνότητα αποκοπής 50KHz



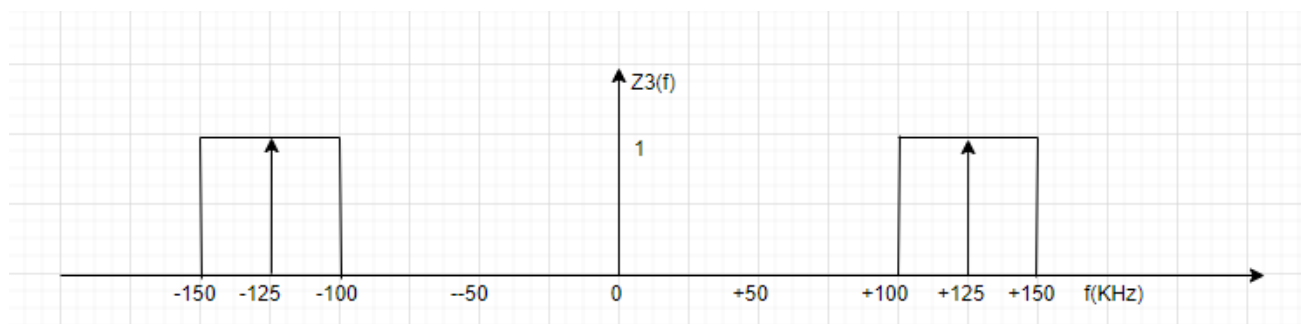
Επομένως το σήμα θα παραμείνει ίδιοδιότι δεν αποκόβεται κατά από τις μηδενικές τιμές του φίλτρου



- $Z_3(f) = Q_3(f)$ περνάει από ένα High Pass Filter με συχνότητα αποκοπής 100KHz

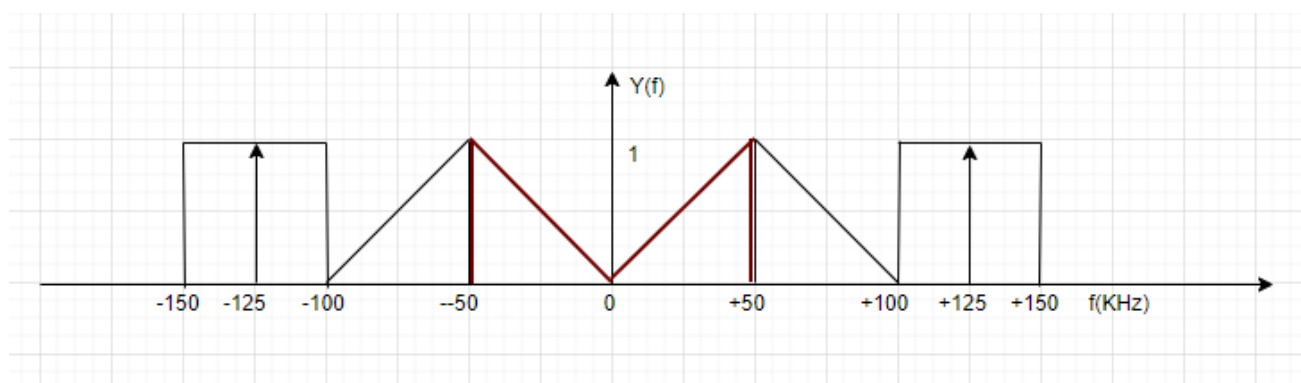


Επομένως το σήμα μετά το φίλτρο είναι:



$$Z3(f) = \text{rect}\left(\frac{f-125}{50}\right) + \text{rect}\left(\frac{f+125}{50}\right) + \delta(f-125) + \delta(f+125)$$

- $Y(f) = Z1(f) + Z2(f) + Z3(f)$ είναι το άθροισμα τριών σημάτων, Άρα:



$$Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f-125}{50}\right) + \text{rect}\left(\frac{f+125}{50}\right) + \text{tri}\left(\frac{f-50}{50}\right) + \text{tri}\left(\frac{f+50}{50}\right) + \delta(f-125) + \delta(f+125)$$



Θέμα 5

Υπό ερώτημα γ)

για την εύρεση σήματος στο πεδίο του χρόνου θα γίνει αντίστροφος μετασχηματισμός fourier στο που βρήκαμε στο προηγούμενο υπο ερώτημα Υ(f)

$$Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f-125}{50}\right) + \text{rect}\left(\frac{f+125}{50}\right) + \text{tri}\left(\frac{f-50}{50}\right) + \text{tri}\left(\frac{f+50}{50}\right) + \delta(f-125) + \delta(f+125)$$

$$\bullet \text{rect}(f) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \sin c(t)$$

$$\text{rect}\left(\frac{f-125}{50}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{50}(f-125)\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{\frac{1}{50}} \sin c\left(\frac{t}{\frac{1}{50}}\right) e^{j2\pi 125t} = \boxed{50 \sin c(50t) \cdot e^{j2\pi 125t}}$$

$$\bullet \text{rect}\left(\frac{f+125}{50}\right) = \text{rect}\left(\frac{1}{50}(f-(-125))\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{50} \sin c\left(\frac{t}{\frac{1}{50}}\right) \cdot e^{j2\pi -125t} = \boxed{50 \sin c(50t) \cdot e^{-j2\pi 125t}}$$

$$\bullet \text{tri}(f) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \sin c^2(t)$$

$$\text{tri}\left(\frac{f-50}{50}\right) = \text{tri}\left(\frac{1}{50}(f-50)\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{50} \sin c^2\left(\frac{t}{\frac{1}{50}}\right) \cdot e^{j2\pi 50t} = \boxed{50 \sin c^2(50t) \cdot e^{j2\pi 50t}}$$

$$\bullet \text{tri}\left(\frac{f+50}{50}\right) = \text{tri}\left(\frac{1}{50}(f-(50))\right) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \frac{1}{50} \sin c^2\left(\frac{t}{\frac{1}{50}}\right) \cdot e^{j2\pi -50t} = \boxed{50 \sin c^2(50t) \cdot e^{-j2\pi 50t}}$$

$$\frac{1}{2} \delta(f-125) + \frac{1}{2} \delta(f+125) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \cos(2\pi 125t)$$

άρα μέσω ιδιότητας της γραμμικότητας :

$$2 \frac{1}{2} \delta(f-125) + 2 \frac{1}{2} \delta(f+125) \xleftrightarrow{\text{fourier}} \boxed{2 \cos(2\pi 125t)}$$

Επομένως συνεχίζω:

$$y(t) =$$

$$50 \sin c(50t) \cdot e^{j2\pi 125t} + 50 \sin c(50t) \cdot e^{-j2\pi 125t} + 50 \sin c^2(50t) \cdot e^{j2\pi 50t} + 50 \sin c^2(50t) \cdot e^{-j2\pi 50t} + 2 \cos(2\pi 125t)$$

θα προχωρήσω με κοινώ παράγοντα διότι διακρίνω απλοποίηση χρησιμοποιώντας τύπο του Euler



$$Y(t) = 50 \sin c(50t) \cdot \{e^{j2\pi 125t} + e^{-j2\pi 125t}\} + 50 \sin c^2(50t) \cdot \{e^{j2\pi 50t} + e^{-j2\pi 50t}\} + 2 \cos(2\pi 125t) =$$

$$50 \sin c(50t) \cdot 2 \cos(2\pi 125t) + 50 \sin c^2(50t) \cdot 2 \cos(2\pi 50t) + 2 \cos(2\pi 125t)$$

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ