

## Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γραπτής Εργασίας 2η Εργασία ΠΛΗ20 2020-21 (Προτασιακή λογική)

Ο φοιτητής συμπληρώνει στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» όλα τα απαιτούμενα στοιχεία (ονοματεπώνυμο φοιτητή, ονοματεπώνυμο Καθηγητή-Συμβούλου, Τμήμα, και Ημερομηνία αποστολής από τον φοιτητή). Στη συνέχεια, συμπληρώνει στην ενότητα «ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» τις απαντήσεις του στα ερωτήματα της εργασίας. Τέλος, αποστέλλει στον Καθηγητή-Σύμβουλο το αρχείο των απαντήσεων του ηλεκτρονικά, εντός της προβλεπόμενης καταληκτικής προθεσμίας για την υποβολή της εργασίας, αναρτώντας το στην πλατφόρμα ασύγχρονης εκπαίδευσης (study.eap.gr).

Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» και επιστρέφει στον φοιτητή μέσω της πλατφόρμας το αρχείο απαντήσεων του, μαζί με τα σχόλια επί των απαντήσεων του στα ερωτήματα της ΓΕ, ενώ διατηρεί το ηλεκτρονικό μήνυμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου που αποστέλλει ο φοιτητής θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για την 1η ΓΕ του φοιτητή Ιωάννη Γεωργίου, με ΑΜ 1234, του τμήματος ΗΛΕ41, θα πρέπει να γραφεί: «**PLH20-HLE41\_GE1\_IOANNIS-GEORGIU.docx**».

### ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης
-----------------------	---------------------

Κωδικός ΘΕ:	ΠΛΗ20	Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	ΓΚΑΝΑΤΣΙΟΥ ΧΡΥΣΟΥΛΑ
Κωδικός Τμήματος:	ΗΛΕ49	Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακαδημαϊκό ημερολόγιο	<b>Τετάρτη, 23/12/2020</b>
Ακ. Έτος:	2020 – 2021	Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	23/12/2020
Α/Α ΓΕ:	<b>2η</b>	Επισυνάπτεται (σε περίπτωση που έχει ζητηθεί) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

**Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή:** Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.

### ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
<b>Βαθμολογία (αριθμητικά, ολογράφως)</b>	<b>0</b>

Υπογραφή Φοιτητή

Υπογραφή ΣΕΠ

## ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	20	
2	20	
3	25	
4	25	
5	10	
<b>Συνολικός Βαθμός:</b>	<b>100</b>	<b>0</b>

Γενικά Σχόλια:

<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>



**Υπό-ερώτημα Β)****i)**

$$\neg p \wedge r \wedge q$$

Δεν χρειάζονται παρενθέσεις λόγω του ότι προτεραιότητα μεταξύ  $\neg$  και  $\wedge$  πρώτα έχει το  $\neg$  και μετά το  $\wedge$

**ii)** Διακρίνω το «αν και τότε» άρα υποθέτω συνεπαγωγή άρα:

$$r \wedge q \rightarrow \neg p$$

δεν χρειάζονται παρενθέσεις διότι το  $\neg$  θα γίνει σαν πρώτη προτεραιότητα και μετά το  $\wedge$  σαν δεύτερη προτεραιότητα και τέλος το  $\rightarrow$

**iii)** Για αρχή θα χρησιμοποιήσω πλούσιος και σοφός ή υγιείς και σοφός και την άρνηση όλων των δύο προηγούμενων ώστε να ισχύει ή το ένα ή το όχι το άλλο. Άρα:

$$((p \wedge q) \vee (r \wedge q) \wedge (\neg(p \wedge q) \vee (r \wedge q)))$$

**iv)** Διακρίνω:

Ο Γιάννης είναι πλούσιος άρα  $p$

Αν και μόνον αν είναι ισοδυναμία  $\leftrightarrow$

Υγιής και σοφός:  $r \wedge q$

$$p \leftrightarrow (r \wedge q)$$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20
-------------------------	------

## Ερώτημα 2.

### Υπό-ερώτημα Α)

Θα ξεκινήσω με πίνακα αληθείας για να βρω τις αποτιμήσεις για να είναι ο  $\Phi$  = ψευδής  
4 μεταβλητές άρα  $2^4 = 16$  γραμμές

$\Phi = p \rightarrow (q \leftrightarrow (r \rightarrow s))$  από τα αριστερά προς τα δεξιά  $p, q, r, s$

p	q	r	s	$r \rightarrow s$	$q \leftrightarrow (r \rightarrow s)$	$p \rightarrow (q \leftrightarrow (r \rightarrow s))$
A	A	A	A	A	A	A
A	A	A	Ψ	Ψ	Ψ	Ψ
A	A	Ψ	A	A	A	A
A	A	Ψ	Ψ	A	A	A
A	Ψ	A	A	A	Ψ	Ψ
A	Ψ	A	Ψ	Ψ	A	A
A	Ψ	Ψ	A	A	Ψ	Ψ
A	Ψ	Ψ	Ψ	A	Ψ	Ψ
Ψ	A	A	A	A	A	A
Ψ	A	A	Ψ	Ψ	Ψ	A
Ψ	A	Ψ	A	A	A	A
Ψ	A	Ψ	Ψ	A	A	A
Ψ	Ψ	A	A	A	Ψ	A
Ψ	Ψ	A	Ψ	Ψ	A	A
Ψ	Ψ	Ψ	A	A	Ψ	A
Ψ	Ψ	Ψ	Ψ	A	Ψ	A

i) βάση του πίνακα αληθείας που κατασκεύασα οι αποτιμήσεις που καθιστούν τον  $\Phi$  ψευδείς είναι:

- $p(A) \quad q(A) \quad r(A) \quad s(\Psi)$
- $p(A) \quad q(\Psi) \quad r(A) \quad s(A)$
- $p(A) \quad q(\Psi) \quad r(\Psi) \quad s(A)$
- $p(A) \quad q(\Psi) \quad r(\Psi) \quad s(\Psi)$

ii)

Για να βρω την κανονική διαζευκτική μορφή θα ακολουθήσω την εξής διαδικασία:

Πρώτα θα βρω την κανονική διαζευκτική μορφή για  $\neg\varphi$  έπειτα θα πάρω την  $\neg(\neg\varphi)$  και θα κάνω δύο φορές De morgan.

Για την εύρεση κανονικής διαζευκτικής μορφής όπου και αναγράφεται στον τόμο  $\Gamma$  ενός τύπου  $\chi$ :

- Κατασκευή ενός πίνακα για τον  $\chi$  περιέχοντας προτασιακές μεταβλητές
- Εντοπίζω τις γραμμές αποτίμησης όπου ο  $\chi$  είναι αληθής και τα μπλοκ σύζευξης είναι όπου κάνουν τον τύπο αληθής δηλαδή:  $\theta_1 \wedge \theta_2 \wedge \theta_3 \dots \theta_n$  και όπου κάθε προτασιακή μεταβλητή σύζευξης που είναι αληθής γράφεται  $p_i$  όπου κάθε προτασιακή μεταβλητή σύζευξης είναι ψευδείς γράφεται  $\neg p_i$
- Ανάμεσα από κάθε μπλοκ μπαίνει η διάζευξη

Για την μετατροπή σε κανονική συζευκτική μορφή:

- Κατασκευή πίνακα αληθείας για τον  $\neg\chi$
- Όπου ο  $\neg$  είναι αληθής καταγράφω και κατασκευάζω τα μπλοκ της κανονικής διαζευκτικής μορφής.
- Κάνω de morgan όπου και μετατρέπω την διάζευξη σε σύζευξη εκτός των μπλοκ
- Κάνω δεύτερο de morgan όπου και μετατρέπω εντός του μπλοκ τις συζεύξεις σε διαζεύξεις.

Η διπλή άρνηση βάση νόμου μετατρέπει σε κανονική συζευκτική μορφή

iii)

από τον πρώτο πίνακα όπου και έγινε η περιγραφή στο προηγούμενο υπό ερώτημα. Θα πάρω τον Φ.

p	q	r	s	$r \rightarrow s$	$q \leftrightarrow (r \rightarrow s)$	$\varphi = p \rightarrow (q \leftrightarrow (r \rightarrow s))$	$\neg\varphi = \neg(p \rightarrow (q \leftrightarrow (r \rightarrow s)))$
A	A	A	A	A	A	A	ψ
A	A	A	ψ	ψ	ψ	ψ	A
A	A	ψ	A	A	A	A	ψ
A	A	ψ	ψ	A	A	A	ψ
A	ψ	A	A	A	ψ	ψ	A
A	ψ	A	ψ	ψ	A	A	ψ
A	ψ	ψ	A	A	ψ	ψ	A
A	ψ	ψ	ψ	A	ψ	ψ	A
ψ	A	A	A	A	A	A	ψ
ψ	A	A	ψ	ψ	ψ	A	ψ
ψ	A	ψ	A	A	A	A	ψ
ψ	A	ψ	ψ	A	A	A	ψ
ψ	ψ	A	A	A	ψ	A	ψ
ψ	ψ	A	ψ	ψ	A	A	ψ
ψ	ψ	ψ	A	A	ψ	A	ψ
ψ	ψ	ψ	ψ	A	ψ	A	ψ

Άρα:

$$\neg\varphi = (p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$$

Πρώτο de morgan:

$$\varphi = \neg(\neg\varphi) = \neg((p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s))$$

δεύτερο de morgan:

$$\varphi = \neg(p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \wedge \neg(p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \wedge \neg(p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \wedge \neg(p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$$

$$\phi = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s) \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$$

$$\phi = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \wedge (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \wedge (\neg p \wedge q \wedge r \wedge \neg s) \wedge (\neg p \wedge q \wedge r \wedge s)$$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :

/ 20

**Ερώτημα 3.**

Υπό-ερώτημα Α)

Πρώτα θεωρώ το αριστερό μέρος:

1. $\varphi \rightarrow \neg\chi$	είναι υπόθεση
2. $(\varphi \rightarrow \neg\chi) \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\varphi)$	Θα χρησιμοποιήσω το επιτρεπτό θεώρημα που επιτρέπει η άσκηση
3. $\chi \rightarrow \neg\varphi$	Χρησιμοποίησα modus ponens στα 1 και 2
Έπειτα θεωρώ το δεξιό μέρος	
4. $(\neg\varphi \rightarrow \psi)$	Θεωρώ ότι είναι υπόθεση
5. $(\neg\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\chi \rightarrow (\neg\varphi \rightarrow \psi))$	Από το αξιωματικό σχήμα 1
6. $\chi \rightarrow (\neg\varphi \rightarrow \psi)$	Χρησιμοποίησα modus ponens στα 4 και 5
7. $(\chi \rightarrow (\neg\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow ((\chi \rightarrow \neg\varphi) \rightarrow (\chi \rightarrow \psi))$	Από το αξιωματικό σχήμα 2
8. $((\chi \rightarrow \neg\varphi) \rightarrow (\chi \rightarrow \psi))$	Χρησιμοποίησα modus ponens στα 6 και 7
9. $(\chi \rightarrow \psi)$	Χρησιμοποίησα modus ponens στα 3,8

Αξιολόγηση Ερωτήματος :

/ 25



**Ερώτημα 4.**

&lt;Χώρος Απάντησης (Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)&gt;

**Αξιολόγηση Ερωτήματος :****/ 25****Ερώτημα 5.**

Υπό-ερώτημα Α)

**1. Σωστό**

**Αιτιολογία:** κατά την ανάλυση του σχήματος δεν υπάρχει αποτίμηση που να γίνεται ψευδής άρα είναι ταυτολογία. Το  $p1 \wedge p2 \rightarrow p3$  θα πρέπει να είναι αλήθεια και τα δύο και το  $p3$  ψέμα άρα  $p1=A, p2=A, p3=\Psi$  με την αντικατάσταση του τύπου μας κάνει αλήθεια. Άρα δεν γίνεται πουθενά ψευδής

**2. Λάθος**

**Αιτιολογία:** Δεν υπάρχει τρόπος να βγει το  $A \models \Psi$ ευδή. Έπειτα που έκανα ανάλυση των περιπτώσεων παρατήρησα ότι όπου  $\phi = \psi$  και  $\neg\phi = A$  και ότι το  $\neg\phi \rightarrow \phi$  είναι  $\Psi$

**3. Σωστό****4. Λάθος**

**Αιτιολογία:** βάση θεωρίας ταυτολογικής συνεπαγωγής  $\models$  κάθε αποτίμηση που ικανοποιεί το  $T$  κάνει τον  $\phi =$  αλήθεια. Άρα το  $T \cap \{\neg\phi\}$  δεν είναι ικανοποιήσιμο διότι το  $\neg\phi = \psi$ έμα

Υπό-ερώτημα Β)

**1. Λάθος**

**Αιτιολογία:** Διότι στο  $\beta$  βάση αντικατάστασης του αξιωματικού σχήματος επειδή έχουμε  $(\neg\phi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow ((\neg\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi)$  το  $\beta$  δεν μπορεί να προκύψει από αντικατάσταση άρα είναι λάθος

## 2. Σωστό

**Αιτιολογία:** Αντιφατικό είναι αν δεν υπάρχει καμιά υποτίμηση που να κάνει τον τύπο αλήθεια.

$\phi \rightarrow \neg\psi$  αν το  $\Phi = A$  και το  $\neg\Psi$  είναι ψέμα το  $\psi =$  αλήθεια κάτι όμως το οποίο δεν ισχύει η αποτίμηση. Είναι ταυτολογία άρα είναι και τυπικό θεώρημα.

## 3. Σωστό

**Αιτιολογία:** Είναι ταυτολογία άρα είναι και τυπικό θεώρημα. Το  $\psi$  είναι αντίφαση άρα το  $\neg\psi$  είναι ταυτολογία. Άρα είναι και τυπικό θεώρημα.

## 4. Σωστό

**Αιτιολογία:** Αν  $T$  είναι συνεπές σύνολο άρα είναι και το  $T \cup \{\phi\}$  συνεπές.

Αν το  $\tau$  είναι ικανοποιήσιμο άρα είναι και το  $T \cup \{\phi\}$  ικανοποιήσιμο.

Κατά την ανάλυση υπάρχει αποτίμηση που ικανοποιεί το  $T$  άρα ικανοποιεί και το  $\phi$ . Άρα το  $T \cup \{\phi\}$  είναι ικανοποιήσιμο.

