

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Θεματική Ενότητα	ΠΛΗ 21: Ψηφιακά Συστήματα
Ακαδημαϊκό Έτος	2019 – 2020
Γραπτή Εργασία	#1
Ημερομηνία Παράδοσης	20 Νοεμβρίου 2019

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1 [8 μονάδες]

Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα, ώστε τα κελιά κατά μήκος μιας γραμμής να αναπαριστούν την ίδια αξία, όπως στο συμπληρωμένο παράδειγμα.

Ακέραιος στο δεκαδικό σύστημα	Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο (6 bits)	Πρόσημο μέγεθος (1 bit πρόσημο, πέντε bits μέγεθος)	Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς ένα (6 bits)	Αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 8 (2 ψηφία βάσης 8)
+6	000110	000110	000110	06
			110101	
		100001		
-5				
	010110			

Άσκηση 2 [6 μονάδες]

1. Να εκτελέσετε αναλυτικά τις ακόλουθες προσθέσεις δείχνοντας την τιμή του ψηφίου κρατουμένου σε κάθε θέση.

A) σε βάση 2	B) σε βάση 16	Γ) σε βάση 8
$\begin{array}{r} 100110 \\ +011011 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} ABC \\ +EDF \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 456 \\ +122 \\ \hline \end{array}$

2. Θεωρώντας ότι οι αριθμοί είναι σε αναπαράσταση συμπληρωμάτων ως προς βάση, να επαληθεύσετε τα αποτελέσματα των αθροίσεων εκτελώντας τις αντίστοιχες πράξεις σε βάση δέκα.

Άσκηση 3 [6 μονάδες]

Να εκφράσετε τους παρακάτω αριθμούς σε αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς δύο χρησιμοποιώντας ακριβώς δυο ακέραια και τέσσερα κλασματικά ψηφία, και να βρείτε αν είναι ακριβείς οι αναπαραστάσεις που υπολογίσατε. Για το κλασματικό μέρος χρησιμοποιήστε την μέθοδο της αποκοπής. Να υπολογίσετε τη διαφορά της αξίας τους από την πραγματική και να εξηγήσετε που οφείλεται.

A) -1.5, B) 0.37, Γ) 0.1, Δ) -0.23

Άσκηση 4 [6 μονάδες]

A) Να γράψετε τον αριθμό 3_{10} σε αναπαράσταση IEEE 754 απλής ακρίβειας.

B) Δίνεται ο αριθμός 1 10000001 1100000000000000000000 σε έκφραση IEEE 754 απλής ακρίβειας. Ποια είναι η αξία του στο δεκαδικό σύστημα;

Άσκηση 5 [10 μονάδες]

A. Χρησιμοποιώντας μόνο αξιώματα και θεωρήματα της άλγεβρας Boole (χωρίς χρήση πινάκων αλήθειας) να ελέγξετε εάν οι κάτωθι συναρτήσεις είναι ισοδύναμες:

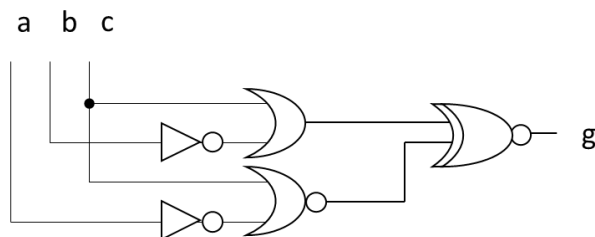
$$f_1(x, z, w) = (x+z')w + xw \text{ και}$$

$$f_2(x, z, w) = (x + z' + w')(x' + z' + w)(x' + z' + w')$$

B. Αναπτύξτε τη συνάρτηση $F(a, b, c, d) = (a'+c)'+d'$ ως άθροισμα ελαχιστόρων (minterms) και ως γινόμενο μεγιστόρων (maxterms). Η ανάπτυξη να γίνει ξεχωριστά για κάθε περίπτωση χωρίς την χρήση πινάκων αλήθειας.

Άσκηση 6 [5 μονάδες]

Δίνεται το ακόλουθο κύκλωμα το οποίο υλοποιεί τη λογική συνάρτηση $g(a, b, c)$. Να δοθεί ο πίνακας αλήθειας της g . Να σχεδιαστεί το κύκλωμα χρησιμοποιώντας μόνο πύλες NAND.

**Άσκηση 7 [10 μονάδες]**

Από έναν φοιτητή Πληροφορικής ζητήθηκε να απλοποιήσει την συνάρτηση $\Sigma(1,5,6,7,11,12,13,15)$ με χάρτη Karnaugh και ο φοιτητής απάντησε $F = xz + w'y'z + w'xy + w'yz + w'xy'$. Θεωρείτε ότι απάντησε σωστά και γιατί; Αν όχι υποδείξτε το λάθος του και διορθώστε το.

Άσκηση 8 [28 μονάδες]

Δίνονται οι συναρτήσεις $F_1(a,b,c,d)$, $F_2(a,b,c,d)$ στον παρακάτω πίνακα αλήθειας.

a	b	c	d	F_1	F_2
0	0	0	0	1	X
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	X
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	X	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	X	0
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	X
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	X	0
1	1	0	0	0	X
1	1	0	1	X	X
1	1	1	0	0	X
1	1	1	1	1	X

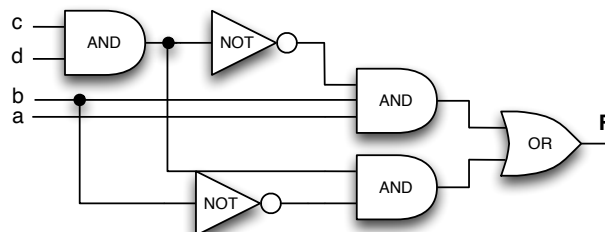
1. Να γράψετε την F_1 ως κανονικό άθροισμα ελαχιστόρων και την F_2 ως κανονικό γινόμενο μεγιστόρων.
2. Με τη χρήση χάρτη Karnaugh να απλοποιήσετε την F_1 ως άθροισμα γινομένων και την F_2 ως γινόμενο αθροισμάτων.
3. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση F_1 μόνο με πύλες NAND και την F_2 μόνο με πύλες NOR
4. Απλοποιήστε τις συναρτήσεις F_1 και F_2 λαμβάνοντας υπόψη ότι θα υλοποιηθούν μαζί σε ένα κύκλωμα και χρησιμοποιώντας τις λιγότερες δυνατές λογικές πύλες.

Άσκηση 9 [10 μονάδες]

Δίνεται η συνάρτηση $F(a, b, c, d) = \Sigma(3, 11, 12, 13, 14)$. Έχετε στην διάθεση σας λογικές πύλες 2 και 3

εισόδων καθώς και αντιστροφείς. Θεωρήστε την καθυστέρηση και το κόστος των λογικών πυλών ανάλογο του αριθμού των εισόδων τους: η καθυστέρηση των αντιστροφέων είναι ίση με 1ns, των λογικών πυλών δύο εισόδων ίση με 2ns και των λογικών πυλών τριών εισόδων ίση με 3 ns, και το κόστος των αντιστροφέων ίσο με 1, των λογικών πυλών δύο εισόδων ίσο με 2 και των λογικών πυλών τριών εισόδων ίσο με 3.

1. Απλοποιήστε την συνάρτηση με χάρτη Karnaugh και υπολογίστε την καθυστέρηση και το κόστος του κυκλώματος όπως προκύπτει από την υλοποίηση δύο επιπέδων του χάρτη Karnaugh.
2. Ένας φοιτητής σχεδίασε το παρακάτω κύκλωμα για την συνάρτηση F.



Είναι το κύκλωμα σωστό και γιατί; Αν ναι, συγκρίνετε το με το κύκλωμα του ερωτήματος (1) σε σχέση με την καθυστέρηση και το κόστος του. Σχολιάστε και εξηγήστε τι παρατηρείτε.

Άσκηση 10 [11 μονάδες]

Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα κύκλωμα το οποίο να δέχεται στην είσοδο έναν ακέραιο αριθμό $A=A_1A_0$ δύο δυαδικών ψηφίων σε αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 2, καθώς και έναν μη-μηδενικό φυσικό αριθμό $Y=Y_1Y_0$ δύο δυαδικών ψηφίων. Το κύκλωμα εκτελεί την πράξη $B=A^Y$, όπου το B είναι ακέραιος σε αναπαράσταση συμπληρώματος ως προς 2.

Ζητούνται τα ακόλουθα:

1. Να καθορίσετε το πεδίο τιμών της εξόδου B του κυκλώματος και των αριθμό των δυαδικών σημάτων εξόδου του.
2. Να δώσετε τον πίνακα αληθείας αυτού του κυκλώματος.
3. Να δώσετε απλοποιημένες αλγεβρικές εκφράσεις για τις συναρτήσεις εξόδου χρησιμοποιώντας χάρτες Karnaugh για την απλοποίησή τους.
4. Σχεδιάστε το κύκλωμα.

ΑΣΚΗΣΗ	ΜΟΝΑΔΕΣ	Ο βαθμός σας
1 ^η	8	
2 ^η	6 (2 x 3)	
3 ^η	6	
4 ^η	6 (2 x 3)	
5 ^η	10 (2 x 5)	
6 ^η	5	
7 ^η	10	
8 ^η	28 (4 x 7)	
9 ^η	10 (2 x 5)	
10 ^η	11 (2+2+4+3)	
ΣΥΝΟΛΟ	100	
Τελικός Βαθμός		