Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γραπτής Εργασίας
5η Εργασία ΠΛΗ20 2020-21 (Θεωρία Γραφημάτων ΙΙ)

Ο φοιτητής συμπληρώνει στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» όλα τα απαιτούμενα στοιχεία (ονοματεπώνυμο φοιτητή, ονοματεπώνυμο Καθηγητή-Συμβούλου, Τμήμα, και Ημερομηνία αποστολής από τον φοιτητή). Στη συνέχεια, συμπληρώνει στην ενότητα «ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» τις απαντήσεις του στα ερωτήματα της εργασίας. Τέλος, αποστέλλει στον Καθηγητή-Σύμβουλο το αρχείο των απαντήσεών του ηλεκτρονικά, εντός της προβλεπόμενης καταληκτικής προθεσμίας για την υποβολή της εργασίας, αναρτώντας το στην πλατφόρμα ασύγχρονης εκπαίδευσης (study.eap.gr).

Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» και επιστρέφει στον φοιτητή μέσω της πλατφόρμας το αρχείο απαντήσεών του, μαζί με τα σχόλια επί των απαντήσεών του στα ερωτήματα της ΓΕ, ενώ διατηρεί το ηλεκτρονικό μήνυμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου που αποστέλλει ο φοιτητής θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για την 3η ΓΕ του φοιτητή Ιωάννη Γεωργίου, με ΑΜ 1234, του τμήματος ΗΛΕ41, θα πρέπει να γραφεί: «**PLH20-HLE41_GE3_IOANNIS-GEORGIOU.docx**».*

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης

Κωδικός ΘΕ:	ΠΛΗ20
Κωδικός Τμήματος:	ΗΛΕ49
Ακ. Έτος:	2020 – 2021
Α/Α ΓΕ:	**5η**

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	ΓΚΑΝΑΤΣΙΟΥ ΧΡΥΣΟΥΛΑ
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακαδημαϊκό ημερολόγιο	***Κυριακή, 30/5/2021***
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

***<u>Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή</u>**: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	0

Υπογραφή Φοιτητή **Υπογραφή ΣΕΠ**

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	20	
2	25	
3	25	
4	20	
5	10	
Συνολικός Βαθμός:	**100**	**0**

Γενικά Σχόλια:
<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ερώτημα 1.

Υπό-ερώτημα Α)

Υπάρχει τουλάχιστον ένα γράφημα με την ακολουθία βαθμών του β διότι είναι μια φθίνουσα ακολουθία βαθμών του γράφου με μη αρνητικούς αριθμούς ως συμπλήρωμα του αρχικού γράφου. Άρα βάση θεωρήματος η ακολουθία είναι γραφική.

Για κάθε κορυφή V_i ο βαθμός στο συμπλήρωμα του γραφήματος G είναι n-1-d_i

Υπό-ερώτημα Β)

Από λήμμα χειραψίας

$\sum_{i=1}^{2n} d(v_i) = 2m$ έστω d(v_{2n})

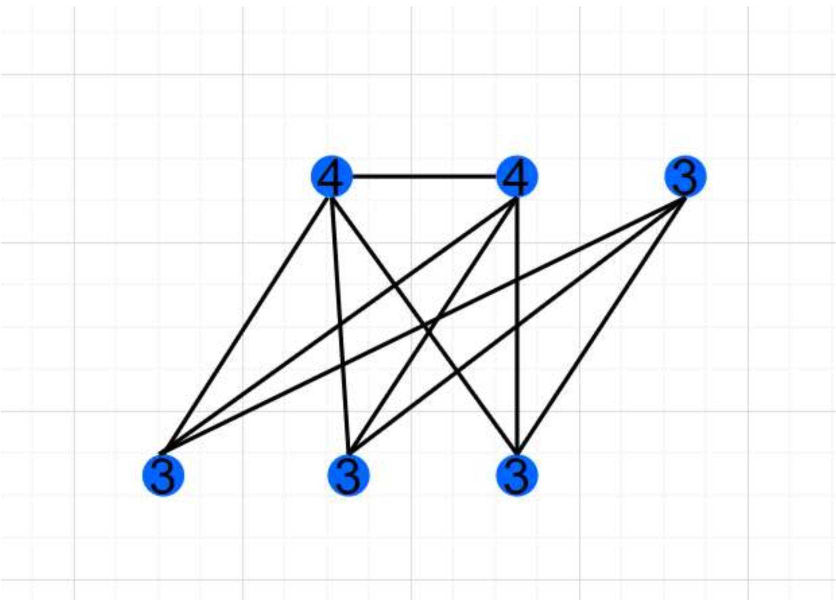
Τότε βλέπουμε ότι το άθροισμα ισούται

$$\frac{(1+2n-1)(2n-1)}{2} = n(2m-1)$$

Έχουμε n(2n-1)+2 = 2m το d ισούται με 2m-n(2n-1). Θεωρώ ότι το d έχει μόνο μια δυνατή τιμή ως συνάρτηση m,n

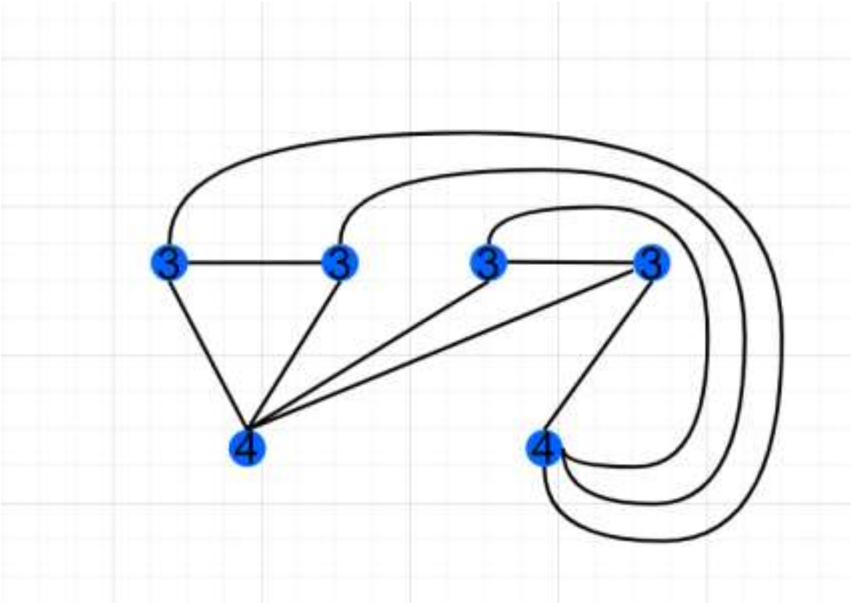
Υπό-ερώτημα Γ)

Σχεδιασμός απλού μη επίπεδου γραφήματος:



Σχεδιασμός απλού επίπεδου γραφήματος:

Βάση υπόψιν της θεωρίας των επίπεδων γραφημάτων το ακόλουθο γράφημα δεν θα πρέπει να μοιάζει με το K5 ούτε με το K3,3 όπως και να μην υπάρχουν γραμμές οι οποίες τέμνονται.



Υπό-ερώτημα Δ)

Υπόθεση:

Θεωρώ ότι για την επαγωγική απόδειξη έστω ως άτοπη υπόθεση για κάθε κορυφή να είναι μεγαλύτερος βαθμός του ελαχίστου βαθμού όπως και αναφέρει η εκφώνηση το πολύ 4. Δηλαδή κάθε κορυφή να έχει βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 5.

Επίσης βάση της εκφώνησης το γράφημα G έχει λιγότερες από 30 ακμές άρα: $m < 30\ \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\ m \leq 29$

Βάση του θεωρήματος μέσου βαθμού κορυφής $\delta_G \leq \frac{2m}{n} \leq \Delta_G$ δεδομένου ότι για κάθε κορυφή έχει κορυφή > ή = του 5 τότε: $5 \leq \frac{2m}{n}$ λύνω ως προς m

$$5n \leq 2m \rightarrow m \geq \frac{5n}{2}$$

$$\gamma\iota\alpha\ m = 29\ \tau\acute{o}\tau\varepsilon:$$

$$29 \geq \frac{5n}{2} \rightarrow 29 \cdot 2 \geq 5n \rightarrow 58 \geq 5n \rightarrow \frac{58}{5} \geq 5n \rightarrow n \leq \frac{58}{5} \rightarrow n \leq 11$$

Απόδειξη:

Βάσης εκφώνησης όπου και αναφέρει ότι πρόκειται για απλό συνεκτικό γράφημα αλλά και από το θεώρημα ενός συνεκτικού γραφήματος έχουμε τη σχέση

$$m \le 3n - 6 \to m + 6 \le 3n \to \frac{m+6}{3} \le n \to n \ge \frac{m+6}{3}$$

$\gamma\iota\alpha\ m = 29\ \tau\acute{o}\tau\varepsilon$:

$$n \ge \frac{29+6}{3} \to n \ge \frac{35}{3} \to n \ge 11$$

Άρα καταλήξαμε σε άτοπο συμπέρασμα δηλαδή δεν μπορούν να έχουν βαθμό τουλάχιστον 5 όλες οι κορυφές. Υπάρχει τουλάχιστον κάποια όπου έχει σαν ελάχιστη δ_G κορυφή από βαθμό 5

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 2.

Υπό-ερώτημα Α) 1)

Βάση της εκφώνησης του ερωτήματος για να υπολογίσω το ελάχιστο των ακμών στο γράφημα G των 6 κορυφών. Μέσω της σχέσης που μας δίνεται του θεωρήματος μέσου βαθμού κορυφής σε ένα γράφο $\delta_G \le \frac{2m}{n} \le \Delta_G$ για να μπορέσω να υπολογίσω το Δ_G υποθέτω ότι το ελάχιστο κορυφών σε ένα γράφημα ώστε να είναι δισυνεκτικό πρέπει τουλάχιστον να είναι 2 κορυφές. Άρα για τον υπολογισμό του μεγίστου των ακμών από τη σχέση:

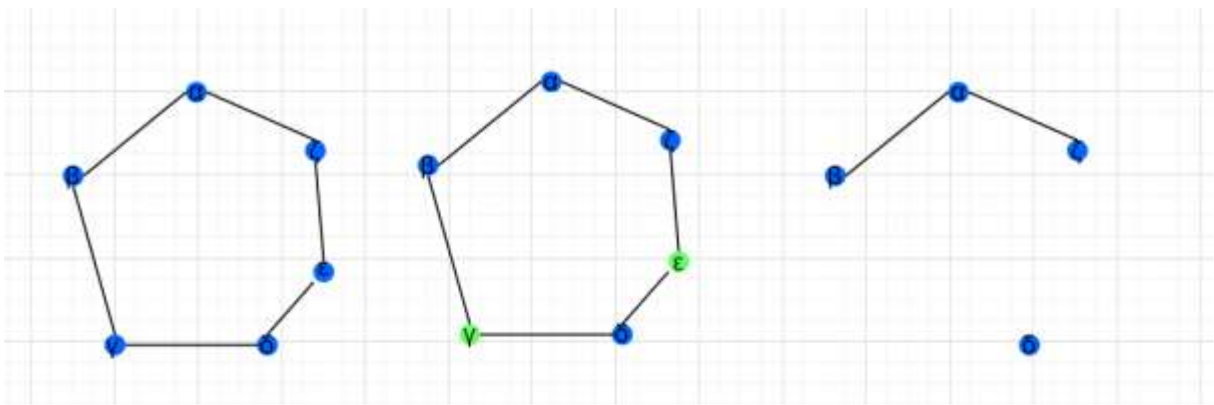
$$\delta_G \le \frac{2m}{n} \ge \Delta_G$$

$$\frac{2m}{n} \ge 2 \to 2m \ge 2n \to m \ge n$$

Άρα το μέγιστο των ακμών σε ένα γράφημα 6 κορυφών είναι $m \ge n$ δηλαδή 6 ακμές

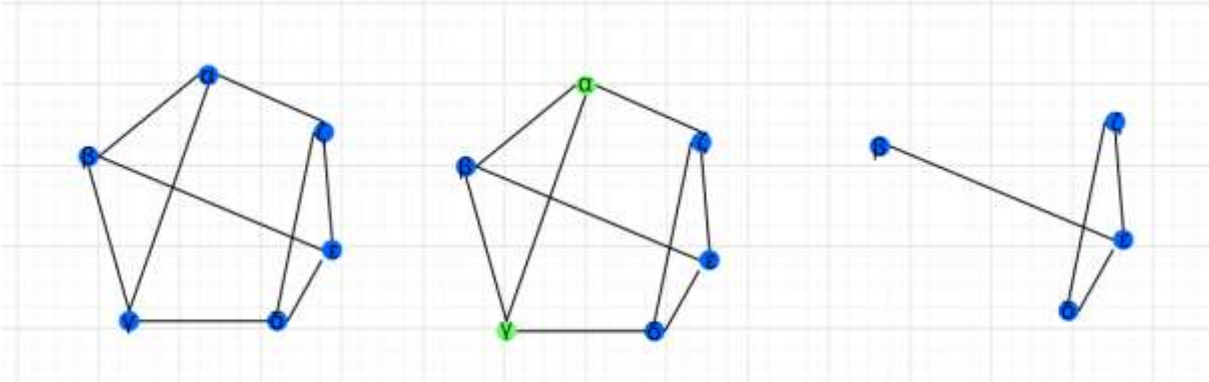
Εναλλακτικά: δεν θα μπορούσε ένα γράφημα να είναι n-1 ακμές αλλά και επειδή είναι συνεκτικό θα ήταν δέντρο και βάση της θεωρίας κάθε κορυφή που δεν είναι φύλο σε ένα δέντρο είναι σημεία κοπής άρα και δεν θα ήταν δισυνεκτικό.

Υπολογίζω το C6 είναι ένα από αυτά τα γραφήματα διότι δημιουργείτε ένας κύκλος όπου για να έχει 2 ζεύγη κοπής πρέπει να μην είναι γειτονικές κορυφές:



Αφαιρώντας τις κορυφές γ και ε μαζί με τις αντίστοιχές ακμές τους μένει ένα γράφημα με δύο συνεκτικές συνιστώσες. Άρα το C6 είναι δυσινεκτικό γράφημα.

Για ένα δισυνεκτικό το γράφημα οι βαθμοί των κορυφών πρέπει να είναι 2 όπου και δεν υπάρχουν σημεία κοπής παρά μόνο ζεύγοι κοπής άρα το γράφημα πρέπει να είναι τρεις-συνεκτικό για να μην παρουσιάζει 2 ζεύγη κοπής όπως ο κάθε βαθμός κορυφής να είναι τουλάχιστον 3.



Αφαιρώντας την κορυφή α και γ όπως και τις ακμές τους το γράφημα συνεχίζει και είναι συνεκτικό. Άρα το γράφημα είναι τρείς-συνεκτικό.

Απόδειξη: από τη σχέση $\delta_G \le \frac{2e(G)}{n(G)}$ γνωρίζοντας το ελάχιστο πλήθος των βαθμών κάθε κορυφής είναι 3 και το πλήθος των κορυφών είναι 6. Άρα:

$\delta_G \le \frac{2e(G)}{n(G)} \to 3 \le \frac{2e}{6} \to 3 \le \frac{e}{3} \to 3*3 \le e \to 9 \le e \to e \ge 9$ είναι το πλήθος των ακμών.

Υπό-ερώτημα Α) 2)

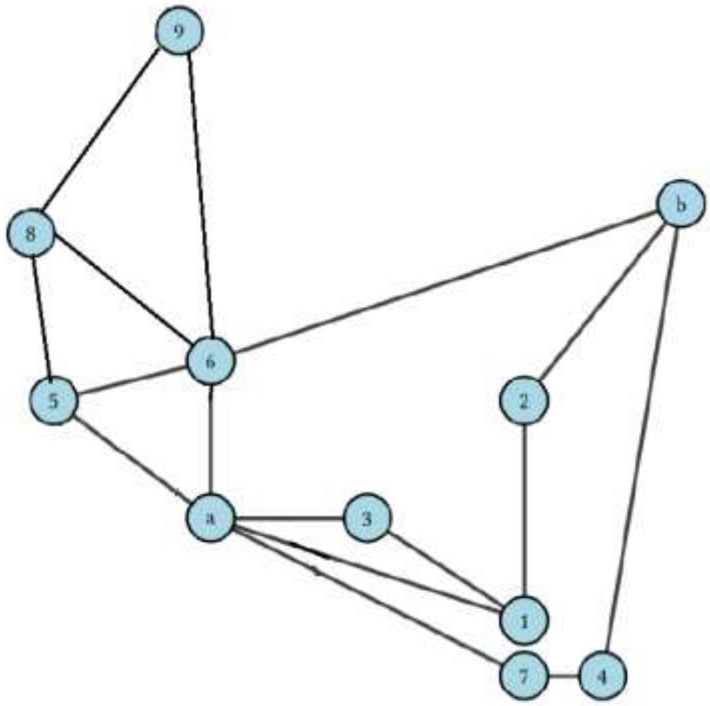
Κάθε ζεύγος μη γειτονικών κορυφών είναι σημείο κοπής. Θεωρώ τον κύκλο Cn.

Το πλήθος όλων των δυνατών συνδυασμών των ζευγών των μη γειτονικών κορυφών σε ένα γράφο n κορυφών του Cn είναι ίσο με το πλήθος των διαγώνιων του Kn.

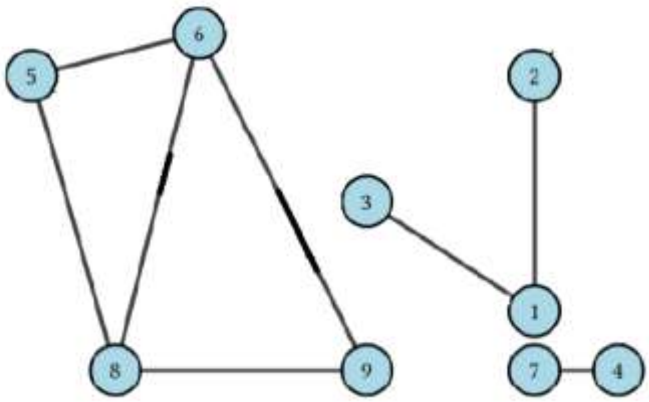
Και υπολογίζεται με τη σχέση n(n-3)/2

Υπό-ερώτημα Β) 1)

Το αρχικό γράφημα G είναι επίπεδο:



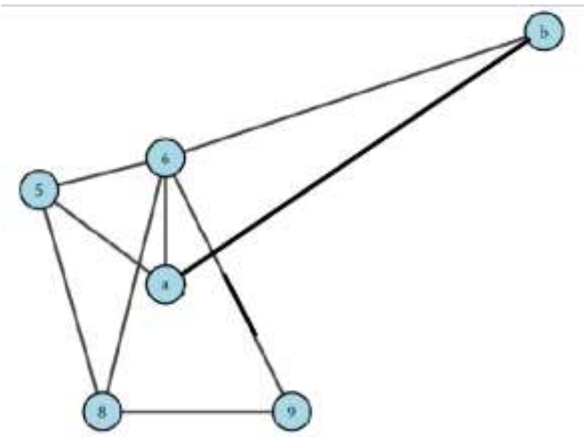
Έπειτα από την κοπή των κορυφών a,b έχουμε γράφημα με τρεις συνεκτικές συνιστώσες:



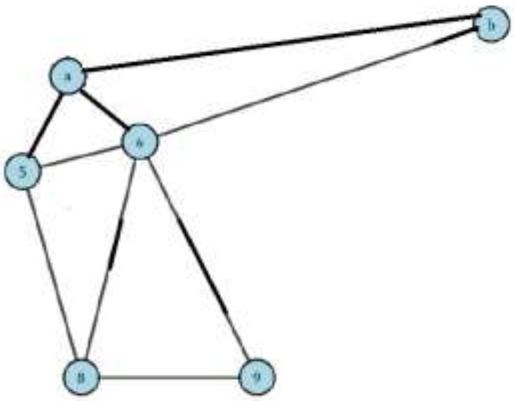
Τα επαγόμενα υπογραφήματα των συνόλων κορυφών H_i συμπεριλαμβανομένου και των γειτονικών κορυφών a,b είναι:

H1 = {a,b,5,6,8,9}, H2 = {a,b,1,2,3}, H3 = {a,b,7,4}

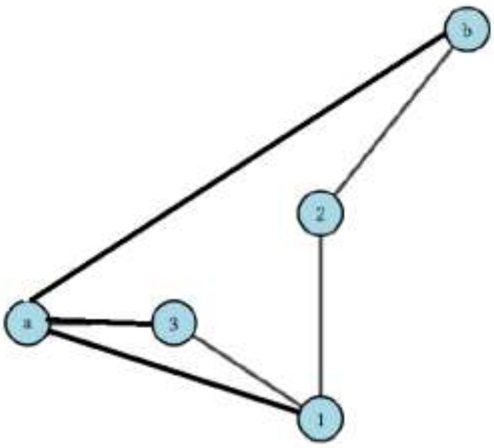
Για το Η1 είναι επίπεδο:



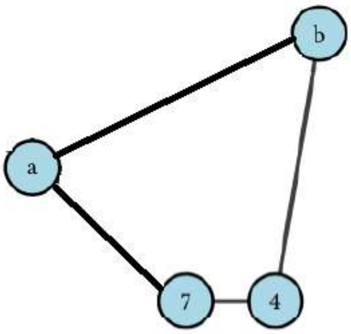
Είναι επίπεδο:



Για το Η2 είναι επίπεδο:



Για το Η3 είναι επίπεδο:

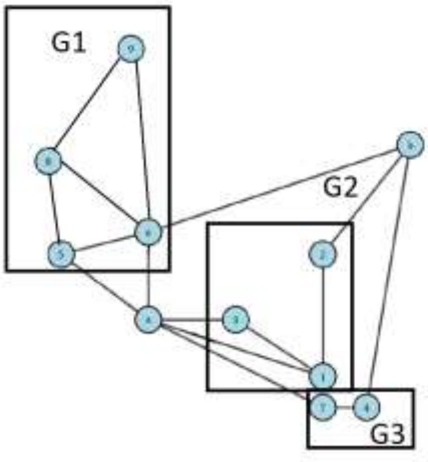


Υπό-ερώτημα B) 2)

Υπόθεση: Το ζεύγος κοπής a, b σε ένα δισυνεκτικό γράφημα θα ενώνεται με τουλάχιστον μια ακμή για οποιοδήποτε γράφημα $G_i = G_1, G_2 ,..,G_n$ όπου G_i={x1,x2,…xn} κορυφές.

Παράδειγμα δύο ακμές {a,χ1} και {b,x2}. Επειδή είναι συνεκτικό θα υπάρχει μονοπάτι τουλάχιστον ένα μονοπάτι το οποίο θα ενώνει οποιαδήποτε xn κορυφή οποιουδήποτε Gi γραφήματος με την κορυφή a και την κορυφή b χωρίς να περιέχει ακμή μεταξύ των κορυφών a και b.

Γραφικό παράδειγμα:



Συμπέρασμα:

Οποιοδήποτε δισυνεκτικό γράφημα με υπογράφημα Gi όπου χρησιμοποιεί ως ζεύγος κοπής τις κορυφές a,b για οποιαδήποτε κορυφή του Gi {x1,x2..xn} ενώνεται με ακμή είναι μονοπάτι μεταξύ του a,b χωρίς το a,b να ενώνεται άμεσα μεταξύ τους

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 3.

Υπό ερώτημα Α) 1)

Για την pre διάσχιση δηλαδή την προδιατεταγμένη διάσχιση ο αλγόριθμος πρώτα θα επισκεφτεί τη ρίζα και μετά τα παιδιά άρα για την διάταξη βάση σχήματος έχουμε την εξής σειρά επισκεψιμότητας του αλγορίθμου: r,a,c,d,g,j,k,b,e,h,i,f

Για την post διάσχιση δηλαδή την μετά διατεταγμένη διάσχιση ο αλγόριθμος πρώτα θα επισκεφτεί τα παιδιά και μετά τη ρίζα άρα για την διάταξη βάση σχήματος έχουμε την εξής σειρά επισκεψιμότητας του αλγορίθμου: c,j,k,g,d,a,h,i,e,f,b,r

Λαμβάνοντας υπόψιν την εξής σειρά ο πίνακας έχει ως εξής:

	r	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	K
Pre	1	2	8	3	4	9	12	5	10	11	6	7
Post	12	6	11	1	5	9	10	4	7	8	2	3

Υπό ερώτημα Α) 2)

Ο αλγόριθμος Traverse σε οποιοδήποτε δέντρο επιστρέφει σε ένα FIFO array με τη σειρά επίσκεψης πρώτα μιας προδιατεταγμένης διάταξης και έπειτα σε έναν άλλο FIFO array τη σειρά μιας μεταδιατεταγμένης διάταξης

Στην προδιατεταγμένη διάσχιση επειδή ο αλγόριθμος θα επισκεφτεί τη ρίζα και μετά τα παιδιά για οποιοδήποτε δέντρο άρα το πρώτο κομμάτι $pre(x) \leq pre(y)$.

Παράδειγμα βάση της προηγούμενης εκτέλεσης του κώδικα για ρίζα a=x και c=y έχουμε $pre(2) \leq pre(6)$ και για ρίζα x=b και y=i έχουμε $pre(8) \leq pre(11)$. Άρα ισχύει η σχέση: $pre(x) \leq pre(y)$

Στη μετά διατεταγμένη διάσχιση επειδή ο αλγόριθμος θα επισκεφτεί πρώτα τα παιδιά και μετά τη ρίζα για οποιοδήποτε υπόδεντρο άρα το πρώτο κομμάτι $post(x) \geq post(y)$

Παράδειγμα βάση της προηγούμενης εκτέλεσης του κώδικα για ρίζα a=x και c=y έχουμε $post(6) \geq post(1)$ για ρίζα d = x και j = y έχουμε $post(5) \geq post(2)$. Άρα ισχύει αυτή η σχέση $post(x) \geq post(y)$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 4.

Υπό-ερώτημα Α)

Κατασκευάζω ένα γράφημα G : (V,E) με μη αρνητικά βάρη. Τα βάση είναι συναρτήσεις από το e στο σύνολο $\mathbb{R}$ των θετικών αριθμών χωρίς το 0.

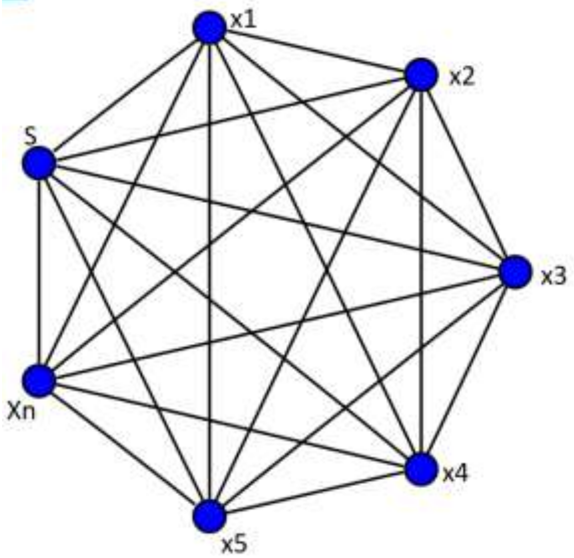
Υποθέτω ότι τα νησιά αντιστοιχούν χ1,χ2,χ3,…χn ως κορυφές του γραφήματος και οι ακμές θα ορίζονται με βάρη από πιθανές συνδέσεις μεταξύ νησιών. Όπου και τα βάρη θα υπολογίζονται ως κόστος από τη συνάρτηση $C(X_i,Y_j)$ δυσδιάστατος πίνακας με I γραμμές και j στήλες.

Ο σταθμός παραγωγής S θα είναι μια επιπλέον κορυφή και θα ενώνεται με ακμή με τη κάθε κορυφή του υπολοίπου γραφήματος (νησιά x_i=χ1,χ2,χ3,…χn) χωριστά.

Το βάρος που θα φέρει η κάθε ακμή θα είναι το κόστος παραγωγής εργοστασίου αν $p(x_i)$ όπου χi η κορυφή του γραφήματος όπου αντιπροσωπεύει το κάθε νησί χωριστά το κόστος θα ορίζεται από τη συνάρτηση του $p(x_i)$.

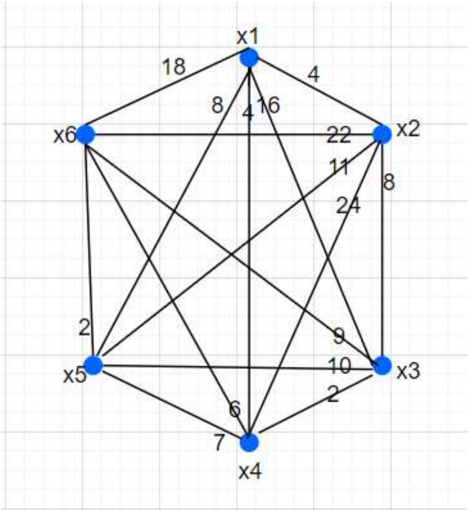
Σε όλα τα νησιά πρέπει να υπάρχει σύνδεση σε μονοπάτι μεταξύ τους όπως και με την παραγωγή του εργοστασίου ώστε ο αλγόριθμος να μπορεί να υπολογίσει το ελάχιστο κόστος. Άρα οποιοδήποτε πλήρες γράφημα κορυφών των νησιών όπως και της παραγωγής του εργοστασίου είναι αρκετό.

Παράδειγμα αν υποθέσουμε 6 νησιά και ένα S έχοντας K7

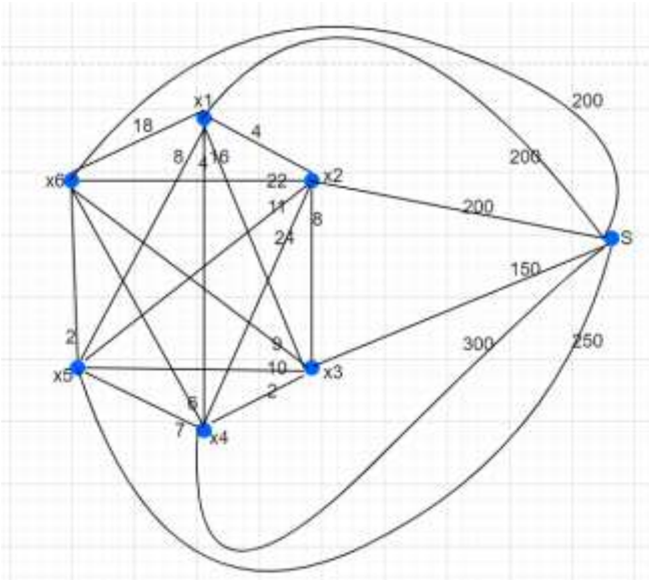


Υπό-ερώτημα Β)

Υπολογίζοντας το γράφημα βάση του πίνακα της άσκησης παρατηρώ για αρχή ότι είναι συμμετρικός. Οι τιμές επάνω και κάτω από την κύρια διαγώνιο είναι ίδιες μεταξύ τους.



Συνδέοντας την S για τον υπολογισμό της κατασκευής σταθμών παραγωγής με βάρη το κόστος της κατασκευής.



Είναι ξεκάθαρο πως θα ξεκινήσει από την S με βάρη 150 διότι είναι το πιο μικρότερο βάρος δεν πρόκειται να ξαναγυρίσει ο αλγόριθμος μας στην S διότι τα βάρη της είναι πολύ μεγαλύτερα από τα βάρη των ακμών των μονοπατιών των νησιών.

Έχουμε ένα K6 με βάρη και επιπλέον μια βοηθητική S κορυφή. Τρέχοντας τον αλγόριθμο prim έχουμε την εξής ακολουθία:

S, X3, X4, X1, X2, X6, X5

S -> X3	X3->X4	X4->X1	X1->X2	X4->X6	X6->X5	Sum
150	2	4	4	6	2	168

Το σύνολο των βαρών των ακμών της πιο βέλτιστης διαδρομής του γραφήματος είναι 168

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 5.

Υπό ερώτημα Α) 1) **Σωστό**

Απόδειξη:

Έχοντας εφαρμόσει σε κάθε κ-συνεκτικές συνιστώσες τον τύπο του Euler

n+f = m+2 έχουμε το άθροισμα:

$\gamma\iota\alpha\; i = 1:$

$n_1 + f_1 = m_1 + 2$

$\gamma\iota\alpha\; i = 2:$

$n_2 + f_2 = m_2 + 2$

...

...

$\gamma\iota\alpha\; i = 3:$

$n_3 + f_3 = m_3 + 2$

Παίρνουμε το άθροισμα:

$$\sum_{n=1}^{k} n_i + \sum_{n=1}^{k} f_i = \sum_{n=1}^{k} m_i + 2k$$

Το το άθροισμα θα μου δώσει όλες τις όψεις οι οποίες θα διπλό μετρηθούν και οι εσωτερικές και οι εξωτερικές όψεις άρα θα υπολογίσω f+k-1 ώστε να αφαιρέσω την εξωτερική όψη.

$n + f + k - 1 = m + 2k$

$n + f = m + 2k - k + 1$

$n + f = m + k + 1$

$\acute{\alpha}\rho\alpha:$

$n - m + f = k + 1$

Υπό ερώτημα Α) 2) **Λάθος**

Συμπέρασμα:

Το γράφημα $K_{2,n-2}$ είναι ένα επίπεδο γράφημα διότι δεν περιέχει σαν υπογράφημα το K3,3 ούτε το K5 ούτε κάποιο ομοιομορφικό τους. Είναι ένας διμερής επίπεδος γράφος

Άρα το γράφημα $K_{2,n-2}$ Είναι ένας επίπεδος υπογράφος του G και μπορεί να περιέχει ένα τέτοιο γράφημα το G

Υπό ερώτημα Α) 3) **Σωστό**

Συμπέρασμα:

Από τον τύπο του μέσου βαθμού κορυφής για δ>2 έχουμε

$$\delta G <= \frac{2m}{n}$$

$$\gamma\iota\alpha\, \delta > 2$$

$$3 \le \delta_G \le \frac{2m}{n} \to 3 \le \frac{2m}{n} \to 3n \le 2m \to \frac{3n}{2} \le m \to \boxed{m \ge \frac{3n}{2}}$$

Από τον τύπο του Euler για τα επίπεδα γραφήματα έχουμε n+f=m+2 λύνοντας ως προς f έχουμε f=m+2-n

Έπειτα από αντικατάσταση του τύπου με $m \ge \frac{3n}{2}$ έχουμε:

$$f \ge \frac{3n}{2} + 2 - n \to \boxed{f \ge \frac{n}{2} + 2}$$

Υπό ερώτημα Α) 4) **Σωστό**

Συμπέρασμα:

Υποθέτω ότι ο ελάχιστος βαθμός είναι το πολύ 4 δηλαδή ≥ 5. Από το λήμμα χειραψίας μέσου βαθμού κορυφής γράφου.

$$\frac{2m}{n} \ge \delta_G \ge 5 \to \frac{2m}{n} \ge 5 \to 2m \ge 5n \;\; \acute{\alpha}\rho\alpha: \boxed{m \ge \frac{5n}{2}}$$

Από τον τύπο του Euler για τα επίπεδα γραφήματα έχουμε n+f=m+2 λύνοντας ως προς f έχουμε f=m+2-n

Έπειτα από αντικατάσταση του τύπου με $m \ge \frac{5n}{2}$ έχουμε:

$$f = m + 2 - n \ge \frac{5n}{2} + 2 - n \to \frac{5n - 2n + 4}{2} \to \frac{3n+4}{2} \;\; \acute{\alpha}\rho\alpha: \boxed{f = \frac{3n+4}{2}}$$

Δεδομένου ότι το πλήθος των όψεων f είναι $\frac{3n+4}{2}$ το n είναι $n \ge 12$

Άτοπο συμπέρασμα

Υπό ερώτημα Β) 1) **Σωστό**

Συμπέρασμα:

Επειδή το d(x) είναι το ελάχιστο κάθε μονοπατιού ως προς τη χ.

Το μονοπάτι που καταλήγει στην x περνάει από την y. Προστίθεται και το βάρος της ακμής άρα χαλάει η διάταξη επειδή έχω προσθέσει ένα μεγαλύτερο βάρος. Τότε $d(x) \le d(y) + w(e)$ εφόσον το βάρος είναι ένας μη αρνητικός αριθμός $d(y) \le d(x) \le d(y) + w(e)$

Υπό ερώτημα Β) 2) **Λάθος**

Συμπέρασμα:

d(x)=d(y)+w(x,y)

έστω

d(y) = 1

w(x,y)=1

τότε:

d(x)=d(y)+w(x,y)=1+1=2 άρα d(x)=2

η e δεν αποτελεί ακμή του δέντρου Ts

Υπό ερώτημα Β) 3) **Σωστό**

Συμπέρασμα:

Έστω εάν e θεωρείται ακμή ενός συντομότερου μονοπατιού ξεκινώντας από την s.

Επειδή ισχύει $d(x) \ge d(y)$ ο ποιος σύντομος δρόμος για να μεταβούμε από την s στην χ είναι μέσω της y χρησιμοποιώντας την ακμή e

Υπό ερώτημα Β) 4) **Σωστό**

Συμπέρασμα:

Θα είχαμε $d(x) = d(y) + w(e)$ αν και μόνο αν υπήρχαν δύο μονοπάτια για την κορυφή χ όπου είναι και τα δύο σύντομα.

Επίσης θα είχαμε $d(x) > d(y) + w(e)$ εάν και μόνο εάν δεν υπήρχε σύντομο μονοπάτι για το d(x)

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 10