ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης ΓΕ

Ο φοιτητής συμπληρώνει την ενότητα «Υποβολή Εργασίας» και αποστέλλει το έντυπο σε δύο μη συρραμμένα αντίγραφα (ή ηλεκτρονικά) στον Καθηγητή-Σύμβουλο. Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «Αξιολόγηση Εργασίας» και στα δύο αντίγραφα και επιστρέφει το ένα στο φοιτητή μαζί με τα σχόλια επί της ΓΕ, ενώ κρατά το άλλο για το αρχείο του μαζί με το γραπτό σημείωμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

Σε περίπτωση ηλεκτρονικής υποβολής του παρόντος εντύπου, το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για τη x^η ΓΕ του φοιτητή ΙΩΑΝΝΟΥ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ στη ΠΛΗ22 θα πρέπει να γραφεί: «PLH22_GEx_iwannou_panagiotis.doc».

ΥΠΟΒΟΛΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης

Κωδικός ΘΕ	ΠΛΗ22
Κωδικός Τμήματος	ΗΛΕ46
Ακ. Έτος	2020-2021
α/α ΓΕ	4

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	Σπυρίδων Δενάζης
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακ. ημερολόγιο	18/04/2021
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	18/04/2021
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	

<u>Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή</u>*: Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα..*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	

Υπογραφή Φοιτητή

Υπογραφή Καθηγητή-Συμβούλου

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

4η ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021

ΒΑΣΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ Η/Υ

ΠΛΗ 22

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΜΠΑΤΣΑΛΗΣ ΑΜ: 119181

Θέμα 1

Α) για υπολογίσω την υπό συνθήκη πιθανότητα p(Επίπεδο μόρφωσης / Λόγος Απόλυσης) ώστε να συμβεί το Α δεδομένο με ότι συμβαίνει το Β θα επιτευχθεί μέσω του κανόνα του Bayes.

Για να υπολογίσω το p(Επίπεδο μόρφωσης) όπου το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων του επιπέδου μόρφωσης είναι ίσο με το 1. Θα αθροίσω κάθε στοιχείο (στήλη) του επιπέδου μόρφωσης ξεχωριστά:
p(Βασικής Εκπαίδευσης)=0,02+0,075+0,04=0,135
p(Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση)=0,03+0,325+0,08=0,435
p(Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης)=0,05+0,1+0,28=0,43
p(Βασικής Εκπαίδευσης)+p(Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση)+p(Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης)=1
Ο πίνακας του p(Επίπεδο Μόρφωσης) είναι $\begin{bmatrix} 0,135 & 0,435 & 0,43 \end{bmatrix}$

Για να υπολογίσω το p(Λόγος απόλυσης) όπου το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων του λόγου απόλυσης είναι ίσο με το 1. Θα αθροίσω κάθε στοιχείο (γραμμή) του επιπέδου μόρφωσης ξεχωριστά:
p(Κλείσιμο μονάδας)=0,02+0,03+0,05=0,1
p(Μείωση παραγωγής)=0,075+0,325+0,1=0,5
p(κατάργηση θέσης εργασίας)=0,04+0,08+0,28=0,4
p(Κλείσιμο μονάδας)+ p(Μείωση παραγωγής)+ p(κατάργηση θέσης εργασίας)=1
Ο πίνακας του p(Λόγος Απόλυσης) είναι = $\begin{bmatrix} 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}$

Με υπό συνθήκη πιθανότητας του κανόνα Bayes $p(x_i / y_j) = \dfrac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)} = \dfrac{p(y_j / x_i)\, p(x_i)}{p(y_j)}$ θα υπολογίσω κάθε στοιχείο πληροφορίας ώστε να έχω την πιθανότητα ανάμεσα στο λόγο απόλυσης και στο επίπεδο μόρφωσης. Παράδειγμα να γνωρίζω την πιθανότητα κάποιος που έχει Βασική εκπαίδευση να έχει απολυθεί επειδή έκλεισε η μονάδα. Ο πίνακας των υπό συνθήκη πιθανοτήτων είναι ως εξής:

$$p(x_1 | y_1) = p(x_1, y_1) / p\left(\textit{Κλείσιμο μονάδας}\right) = 0,02 / 0,1 = 0,2$$
$$p(x_1 | y_2) = p(x_1, y_2) / p\left(\textit{Μείωση παραγωγής}\right) = 0.075 / 0,5 = 0,15$$
$$p(x_1 | y_3) = p(x_1, y_3) / p\left(\textit{κατάργηση θέσης εργασίας}\right) = 0,04 / 0,4 = 0,1$$

$$p(x_2 | y_1) = p(x_2, y_1) / p\left(\textit{Κλείσιμο μονάδας}\right) = 0,03 / 0,1 = 0,3$$
$$p(x_2 | y_2) = p(x_2, y_2) / p\left(\textit{Μείωση παραγωγής}\right) = 0.325 / 0,5 = 0,65$$
$$p(x_2 | y_3) = p(x_2, y_3) / p\left(\textit{κατάργηση θέσης εργασίας}\right) = 0,08 / 0,4 = 0,2$$

$$p(x_3 | y_1) = p(x_3, y_1) / p\left(\textit{Κλείσιμο μονάδας}\right) = 0,05 / 0,1 = 0,5$$
$$p(x_3 | y_2) = p(x_3, y_2) / p\left(\textit{Μείωση παραγωγής}\right) = 0.1 / 0,5 = 0,2$$
$$p(x_3 | y_3) = p(x_3, y_3) / p\left(\textit{κατάργηση θέσης εργασίας}\right) = 0,28 / 0,4 = 0,7$$

Επομένως ο πίνακας είναι: $\begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0,15 & 0,65 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{bmatrix}$

Η επαλήθευση είναι ότι η κάθε γραμμή είναι ισούται με πιθανότητα p=1

Θέμα 1
Β)

Η μέση ποσότητας πληροφορίας από τη σχέση: $H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i)$

Εντροπία Η(Λόγου απόλυσης)=

$$-\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i) = -0,1\log_2(0,1) - 0,5\log_2(0,5) - 0,4\log_2(0,4) = 1,360964\,bits/symbol$$

Εντροπία Η(επιπέδου μόρφωσης):

$$-\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i) = -0,135\log_2(0,135) - 0,435\log_2(0,435) - 0,43\log_2(0,43) = 1,435972\,bits/symbol$$

Θέμα 1
Γ)
Η συνδυασμένη-από κοινού εντροπία H(X,Y) με πιθανότητα μάζας ορίζεται από τη σχέση:

$$\mathrm{H(X,Y)} = -\sum_x \sum_y p(x,y)\log p(x,y) = \text{-0.02log2(0.02)-0.03log2(0.03)-0.05log2(0.05)-0.075log2(0.075)}$$

$$\text{-0.325log2(0.325)-0.1log2(0.1)-0.04log2(0.04)-0.08log2(0.08)-0.28log2(0.28)} = 2.611672\,bits/symbol$$

Θέμα 1
δ)
Για τον υπολογισμό υπό συνθήκη εντροπία θα χρησιμοποιήσω τη σχέση που περιγράφει το βιβλίο στη σελίδα 36 στην άσκηση αξιολόγησης 1.6

$$\mathrm{H(Y\,|\,X) = H(X,Y) - H(X), H(X\,|\,Y) = H(X,Y) - H(Y)}$$

H(Επίπεδο μόρφωσης / λόγος απόλυσης) = H(X|Y) =H(X,Y)-H(Y) =2,611672-1,360964=2,250708 bits / Symbol

H(λόγος απόλυσης / Επίπεδο μόρφωσης) = H(Y|X) =H(X,Y)-H(X) =2,611672-1.435972=1.1757 bits / Symbol

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ

Θέμα 2
Ι) Α)

Υπολογισμός περιθωριακών:

$p(x_0)=0$ $\quad p(x_5)=0,08+0,02=0,1$ $\quad p(x_{10})=0,01+0,06=0,07$

$p(x_1)=0$ $\quad p(x_6)=0,12+0,05=0,17$

$p(x_2)=0$ $\quad p(x_7)=0,15+0,1=0,25$

$p(x_3)=0,02$ $\quad p(x_8)=0,09+0,1=0,19$

$p(x_4)=0,05+0,01=0,06$ $\quad p(x_9)=0,04+0,1=0,14$

$p(y_1)=0,02+0,05+0,08+0,12+0,15+0,09+0,04+0,01=0,56$

$p(y_2)=0,01+0,02+0,05+0,1+0,1+0,1+0,06=0,44$

Υπολογισμός

$$\mathrm{H(X)}=-\sum_{i=1}^{n}p(x_i)\log_2 p(x_i)=\text{-0.02log2(0.02)-0.06log2(0.06)-0.1log2(0.1)-0.17log2(0.17)}:$$

$$\text{-0.25log2(0.25)-0.19log2(0.19)-0.14log2(0.14)-0.07log2(0.07)=2.744082}\,bis/symbol$$

Υπολογισμός

$$\mathrm{H(Y)}=-\sum_{i=1}^{n}p(x_i)\log_2 p(x_i)=\text{-0.56log2(0.56)-0.44log2(0.44)}=0.989588\ bits/symbol:$$

Θέμα 2
Ι) Β)

Για τον υπολογισμό από κοινού μέσης αβεβαιότητας για τις ακραίες πιθανότητες υπολογίζεται η συνδυασμένη πληροφορία μέσης τιμής με τη σχέση:

$$\mathrm{H(X,Y)}=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p(x_i,y_j)\log p(x_i,y_j)=\text{-0.02log2(0.02)-0.05log2(0.05)-0.08log2(0.08)-0.12log2(0.12)}$$

$$\text{-0.15log2(0.15)-0.09log2(0.09)-0.04log2(0.04)-0.01log2(0.01)-0.01log2(0.01)}$$

$$\text{-0.02log2(0.02)-0.05log2(0.05)-0.10log2(0.10)-0.10log2(0.10)-0.10log2(0.10)}$$

$$\text{-0.06log2(0.06)}=3.598465\,bits/Symbol$$

<u>Θέμα 2</u>

Ι) Γ)

Για τον υπολογισμό υπό συνθήκη εντροπία H(X|Y) και H(Y|X) θα χρησιμοποιήσω τη σχέση που περιγράφει το βιβλίο στη σελίδα 36 στην άσκηση αξιολόγησης 1.6

$$\mathrm{H}(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X}) = \mathrm{H}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) - \mathrm{H}(\mathrm{X}), \mathrm{H}(\mathrm{X} \mid \mathrm{Y}) = \mathrm{H}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) - \mathrm{H}(\mathrm{Y})$$

Επομένως:

$$\mathrm{H}(\mathrm{Y} \mid \mathrm{X}) = 3,598465 - 2,744088 = 0,854377\, bits / Symbol$$

$$\mathrm{H}(\mathrm{X} \mid \mathrm{Y}) = 3,598465 - 0,989588 = 2,608877\, bits / Symbol$$

<u>Θέμα 2</u>

Ι) Δ)

Για τον υπολογισμό αμοιβαίας πληροφορίας βάση της θεωρίας του βιβλίου στη σελίδα 38-39 H(X;Y) υπολογίζεται όταν από την είσοδο το H(X) αφαιρώ H(X|Y) άρα μας μένει η αμοιβαία πληροφορία αλλά ισούται το ίδιο και με το αν υπολογίσω H(Y) αφαιρώ H(X|Y) επίσης ισούται και αν H(X)+H(Y)-H(X|Y):

H(X;Y)=H(Y)-H(Y|X)=0,989588-3,598465=2,608877 bits/symbol

Σχόλια από ΣΕΠ
Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ

Θέμα 3

A)

Εφόσον δεν χρησιμοποιείται κωδικοποίηση θα χρησιμοποιήσω συνήθης ανάπτυξη κώδικα bit όπως και σχεδιάζεται στους πίνακες αληθείας.

Το μήνυμα A,B,C,D,E,F,G σε πλήθος count = 7

Επομένως θα χρειαστώ 3 bit, 2^8 ψηφία. Το ελάχιστο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να μπορέσει να χωρέσει όλα τα σύμβολα.

0	A	000
1	B	001
2	C	010
3	D	011
4	E	100
5	F	101
6	G	110
7	-	111

Το εκπεμπόμενο μήνυμα είναι :

A	C	G	A	B	C	F	A	D	A
000	010	110	000	001	010	101	000	011	000

A	B	B	C	E
000	001	001	010	100

Θέμα 3

Β)

Για τον υπολογισμό της ποσότητας της πληροφορίας ενός γεγονότος με σχέση τον τύπο:
$H(x_i)=-\log_2 P(x_i)$

Το άθροισμα όλων των συμβόλων πρέπει να είναι 1 όσο είναι και η εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας.

P(G)=-1-P(A)- P(B)- P(C)- P(D)- P(E)- P(F)
P(G)=1-0,3-0,2625-0,2-0,15-0,05375-0,03125
P(G)=0,0025

$H(A)=-\log_2 P(0,3)= 1,7369$
$H(B)=-\log_2 P(0,2625)= 1,9296$
$H(C)=-\log_2 P(0,2)= 2,3219$
$H(D)=-\log_2 P(0,15)= 2,7369$
$H(E)=-\log_2 P(0,05375)= 4, 2145$
$H(F)=-\log_2 P(0,03125)= 5$
$H(G)=-\log_2 P(0,0025)= 8,6438$

Το σύμβολο που περιέχει μεγαλύτερο πληροφοριακό περιεχόμενο είναι το $H(G)=-\log_2 P(0,0025)=$ 8,6438 διότι έχει χαμηλότερη πιθανότητα, η ποσότητα της πληροφορίας σχετίζεται με την πιθανότητα της πληροφορίας.

Θέμα 3

Γ)

Για τον υπολογισμό εντροπίας της πηγής δίνεται από τη σχέση:

$$-\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log p(x_i) =$$

$H(X) = -0,3\log_2(0,3)\ -0,2625\log_2(0,2625)\ -0,2\log_2(0,2)\ -0,15\log_2(0,15)\ -0,05375\log_2(0,05375)\ -0,03125\log_2(0,03125)\ -0,0025\log_2(0,0025)$

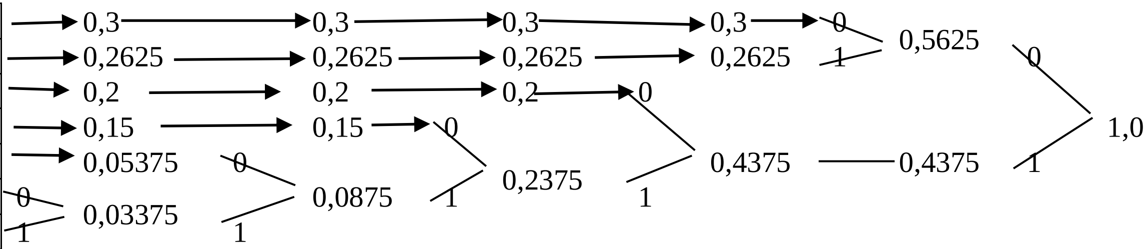
H(X) = 2.307098 bits ανά σύμβολο

Θέμα 3

δ)

ταξινόμηση κατά φθίνουσα σειρά:

A	0,3
B	0,2625
C	0,2
D	0,15
E	0,05375
F	0,03125
G	0,0025



Κωδικοποίηση κατά Huffman						
A	B	C	D	E	F	G
00	01	10	110	1110	11110	11111

Κωδικοποίηση κατά Huffman η πληροφορία ACGABCFADAABBCE															
A	C	G	A	B	C	F	A	D	A	A	B	B	C	E	Σύνολο bit
00	10	11111	00	01	10	11110	00	110	00	00	01	01	10	1110	39

Θα μετρήσω τα bit κάθε συμβόλου και θα υπολογίσω τον βαθμό συμπίεσης βάση της σχέσης

$$\frac{\text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\alpha) - \text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\beta)}{\text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\alpha)}$$

Μήκος μηνύματος(α) από το υπό ερώτημα α) 15 σύμβολα * 3 bit το κάθε σύμβολο = 45 bit
Μήκος μηνύματος(β) από το υπό ερώτημα δ) = 2+2+5+2+2+2+5+2+3+2+2+2+2+2+4= 39 bit

Βαθμός συμπίεσης = (45-39) / 45 = 6 / 45 = 2/15 = 0,133333 * 100 = 13,3333%

Θέμα 3

ε)

ταξινόμηση κατά φθίνουσα σειρά:

A	0,3	0	0			
B	0,2625	0	1			
C	0,2	1	0			
D	0,15	1	1	0		
E	0,05375	1	1	1	0	
F	0,03125	1	1	1	1	0
G	0,0025	1	1	1	1	1

Κωδικοποίηση κατά Fano						
A	B	C	D	E	F	G
00	01	10	110	1110	11110	11111

Κωδικοποίηση κατά Fano η πληροφορία ACGABCFADAABBCE															
A	C	G	A	B	C	F	A	D	A	A	B	B	C	E	Σύνολο bit
00	10	11111	00	01	10	11110	00	110	00	00	01	01	10	1110	39

Θα μετρήσω τα bit κάθε συμβόλου και θα υπολογίσω τον βαθμό συμπίεσης βάση της σχέσης

$$\frac{\text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\alpha) - \text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\beta)}{\text{ΜΗΚΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ } (\alpha)}$$

Μήκος μηνύματος(α) από το υπό ερώτημα α) 15 σύμβολα * 3 bit το κάθε σύμβολο = 45 bit
Μήκος μηνύματος(β) από το υπό ερώτημα δ) = 2+2+5+2+2+2+5+2+3+2+2+2+2+2+4= 39 bit

Βαθμός συμπίεσης = (45-39) / 45 = 6 / 45 = 2/15 = 0,133333 * 100 = 13,3333%

Θέμα 3

στ)

Υπολογισμός μέσης ποσότητας έρχεται από τη σχέση $\alpha = \frac{H(s)}{L}$, L μέσο μήκος κωδικής λέξης

Υπολογίζω μέσο μήκος κώδικα του υπό ερωτήματος δ) και του υπό ερωτήματος ε) η κωδικοποίηση των Huffman και Fano που έχουν σχηματιστεί έχουν πανομοιότυπο κώδικα το α ισχύει και για τους δύο κώδικες:

$$a = \frac{H(S)}{L}, H(S) = 2,307098$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} Pi * li,\ p(i) = πιθανότητα\ \ και\ \ l(i) = μήκος\ λέξης\ σε\ bit$$

$$L = 0,3 \cdot 2 + 0.2625 \cdot 2 + 0.2 \cdot 2 + 0.15 \cdot 3 + 0.05375 \cdot 4 + 0.03125 \cdot 5 + 0.0025 \cdot 5$$
$$L = 2.3587\, bits / symbol$$

$$\alpha = \frac{H(s)}{L} = \frac{2,307098}{2,3587} = 0,9781$$

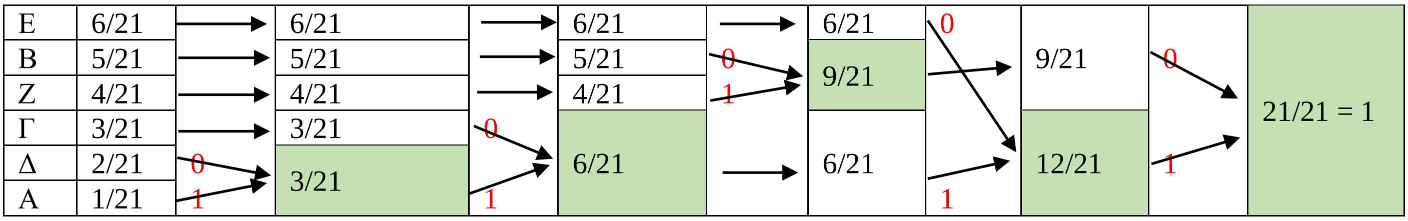
Παρατηρώ ότι και στις δύο κωδικοποιήσεις προέκυψε πανόμοιος κώδικας, άρα και οι δύο έχουν την ίδια επίδοση $97,81\%$

Σχόλια από ΣΕΠ *Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ*

Θέμα 4

Α)

Για τα ακόλουθα σύμβολα:
Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ με τις αντίστοιχες πιθανότητες **p**={1/21,5/21,3/21,2/21,6/21,4/21} αφού τοποθετηθούν σε φθίνουσα σειρά είναι ως εξής:



Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ
1111	11	100	1000	10	01

Μέσο μήκος κωδικών λέξεων:

$$L = \sum_{i=1}^{n} Pi * li,\ p(i) = \pi\iota\theta\alpha\nu ό\tau\eta\tau\alpha\ \ \kappa\alpha\iota\ \ l(i) = \mu ή\kappa o\varsigma\ \lambda έ\xi\eta\varsigma\ \sigma\varepsilon\, bit$$

$$L = \frac{1}{21}\cdot 4 + \frac{5}{21}\cdot 2 + \frac{3}{21}\cdot 3 + \frac{2}{21}\cdot 4 + \frac{6}{21}\cdot 2 + \frac{4}{21}\cdot 2 =$$
$$L = 2.428571 bits / symbol$$

Θέμα 4

Β)

Υπολογισμός μέσης ποσότητας έρχεται από τη σχέση $\alpha = \frac{H(s)}{L}$, L μέσο μήκος κωδικής λέξης

Για τον υπολογισμό της εντροπίας:

$$H(S) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log p(x_i)$$

$$H(S) = -\frac{1}{21}\log_2\frac{1}{21} - \frac{5}{21}\log_2\frac{5}{21} - \frac{3}{21}\log_2\frac{3}{21} - \frac{2}{21}\log_2\frac{2}{21} - \frac{6}{21}\log_2\frac{6}{21} - \frac{4}{21}\log_2\frac{4}{21} =$$

$$H(S) = 2.398303\ bits/symbol$$

Το L υπολογίστηκε στο προηγούμενο υπό ερώτημα: $L = 2.428571\ bits/symbol$

Άρα:

$$\alpha = \frac{H(s)}{L} = \frac{2,398303}{2.428571} = 0,9875$$

Η επίδοση του κώδικα είναι 98,75%

Θέμα 4

Γ)

Η ανισότητα kraft θα υπολογιστεί βάση: $\sum_{i=1}^{n} q^{l_i} \leq 1$

Επειδή υπάρχουν 6 χαρακτήρες που πρόκειται να κωδικοποιηθούν σε 0 ή 1 τότε το q=2 και οι 6 χαρακτήρες κωδικοποιούνται με το λιγότερο 2^3=8 bit. Άρα θα ξεκινήσω τον υπολογισμό από 2^{-3} και n= πλήθος συμβόλων της πηγής. επειδή χρειάζομαι 6 bit θα αφαιρώ bit από τα δεξιά προς τα αριστερά μέχρι η ανισότητα kraft να γίνει 1

$\sum_{i=1}^{n} q^{l_i} \Leftrightarrow 2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}=0,75$ άρα ικανοποιεί την ανισότητα αλλά δεν είναι βέλτιστο

επομένως θα αρχίσω να αφαιρώ bit από τα δεξιά προς τα αριστερά:

$\sum_{i=1}^{n} q^{l_i} \Leftrightarrow 2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-2}=0,875$ επίσης ικανοποιεί την ανισότητα αλλά δεν είναι βέλτιστο

$\sum_{i=1}^{n} q^{l_i} \Leftrightarrow 2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-3}+2^{-2}+2^{-2}=1$ ικανοποιεί την ανισότητα kraft

Για την κατασκευή του κώδικα γνωρίζω από την θεωρία ότι τα λιγότερα bit θα αντιστοιχίσουν την πιο συχνά εμφανιζόμενη λέξη δηλαδή αυτή που έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα.

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ
1/21	5/21	3/21	2/21	6/21	4/21
4%	23%	14%	9,5%	28%	19%

$$L=\frac{1}{21}\cdot 3+\frac{2}{21}\cdot 3+\frac{3}{21}\cdot 3+\frac{4}{21}\cdot 3+\frac{5}{21}\cdot 2+\frac{6}{21}\cdot 2=2.476190 \ \ bits/Symbol$$

$$\alpha=\frac{H(s)}{L}=\frac{2,398303}{2.476190}=0,9685$$

Η επίδοση του κώδικα είναι 96,85%

Συγκρίνοντας την προηγούμενη κωδικοποίηση του προηγούμενου υπό ερωτήματος βλέπω ότι και η επίδοση του κώδικα είναι μικρότερη αλλά και το L είναι μεγαλύτερο. Επομένως θεωρώ ότι δεν είναι ένας βέλτιστος κώδικας δοκιμάζοντας με τη μέθοδο Kraft

Θέμα 4

Ε)

Ταξινόμηση κατά φθίνουσα ακολουθία:

S1	E	6/21
S2	B	5/21
S3	Z	4/21
S4	Γ	3/21
S5	Δ	2/21
S6	A	1/21

Βάση σχέσης της αθροιστικής πιθανότητας:

$p_i = \sum_{j=1}^{i-1} p(s_j), P_1 = 0, i = \pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \lambda\acute{\varepsilon}\xi\varepsilon\omega\nu\ \acute{\iota}\sigma o\ \mu\varepsilon\ 6$ για κάθε σύμβολο S_i υπολογίζω βάση της σχέσης της αθροιστικής πιθανότητας.

S_i	Αθροιστική πιθανότητα $p_i = \sum_{j=1}^{i-1} p(s_j)$
S1	0
S2	6/21 = 0,2857
S3	11/21 = 0,5238
S4	15/21 = 0,7142
S5	18/21 = 0,8571
S6	20/21 = 0,9523

Μήκος κωδικής λέξης: $l_i = \left\lceil \log_2 \frac{1}{p(s_i)} \right\rceil$ ισούται με το άνω ακέραιο μέρος: έπειτα έκανα υπολογισμό με δυαδικό ανάπτυγμα με βάρη από 2^{-1} έως 2^{-5} όσο και το μήκος της κωδικής λέξης σε bit

Και εάν το δυαδικό ανάπτυγμα είναι > ή = με την αθροιστική πιθανότητα τότε θα γίνει το bit 1 διαφορετικά θα γίνει 0

				2^{-1}=0,5	2^{-2}=0,25	2^{-3}=0,125	2^{-4}=0,0625	2^{-5}=0,03125
S1	E	6/21	1,8073 -> 2	0	0			
S2	B	5/21	2,0703 -> 3	0	1	0		
S3	Z	4/21	2,3923 -> 3	1	0	0		
S4	Γ	3/21	2,8073 -> 3	1	0	1		
S5	Δ	2/21	3,3923 -> 4	1	1	0	1	
S6	A	1/21	4,3923 -> 5	1	1	1	1	0

Η λέξη κωδικοποιείται ως εξής:

A	B	Γ	Δ	E	Z
11110	010	101	1101	00	100

Μέσο μήκος κωδικών λέξεων:

$$L=\sum_{i=1}^{n} Pi*li,\ p(i)=\pi\iota\theta\alpha\nu\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \ \kappa\alpha\iota\ l(i)=\mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma\ \lambda\acute{\varepsilon}\xi\eta\varsigma\ \sigma\varepsilon\, bit$$

$$L=\frac{1}{21}\cdot 5+\frac{5}{21}\cdot 3+\frac{3}{21}\cdot 3+\frac{2}{21}\cdot 4+\frac{6}{21}\cdot 2+\frac{4}{21}\cdot 3=$$
$$L=2.904762\, bits\,/\,symbol$$

$$\alpha=\frac{H(s)}{L}=\frac{2,398303}{2,904762}=0,8256$$

Η επίδοση του κώδικα είναι 82,56%

Συγκρίνοντας με τον κώδικα του υπό ερωτήματος α) παρατηρώ ότι μέσο μήκος κώδικα είναι μεγαλύτερος και επίσης η επίδοση είναι πολύ μικρότερη και πολύ λιγότερο βέλτιστη από αυτή του Huffman. Θεωρώ ότι ο Huffman έχει καλύτερη κωδικοποίηση.

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ

Θέμα 5

A)

Υπολογισμός Πίνακας μετάβασης καναλιού A)

Κατανομή συμβόλων εισόδου για την είσοδο P(X): $P(X)=[\frac{1}{2}\quad\frac{1}{4}\quad\frac{1}{8}\quad\frac{1}{8}]$

Από κοινού πιθανότητες: $P(Y\mid X)=\begin{bmatrix}0,9 & 0,1 & 0 & 0\\ 0 & 0,9 & 0,1 & 0\\ 0 & 0 & 0,9 & 0,1\\ 0,1 & 0 & 0 & 0,9\end{bmatrix}$

Διαγώνιος πίνακας για τον υπολογισμό του τύπου Bayes: $P(X,Y)=P(X)\cdot P(X\mid Y)$:

$$diagP(X)=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8}\end{bmatrix}$$

Υπολογίζω τον πίνακα P(X,Y) από κοινού πιθανότητα:

$$P(X,Y)=diagP(X)\cdot P(X\mid Y)=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0,9 & 0,1 & 0 & 0\\ 0 & 0,9 & 0,1 & 0\\ 0 & 0 & 0,9 & 0,1\\ 0,1 & 0 & 0 & 0,9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0,45 & 0,05 & 0 & 0\\ 0 & 0,225 & 0,025 & 0\\ 0 & 0 & 0,1125 & 0,0125\\ 0,0125 & 0 & 0 & 0,1125\end{bmatrix}$$

Για έξοδο P(Y) αθροίσω τις στήλες του πίνακα P(X,Y): $P(Y)=\begin{bmatrix}0,4625 & 0,275 & 0,1375 & 0,125\end{bmatrix}$ = 1

Μέση αβεβαιότητα εξόδου:

$$\mathrm{H(Y\mid X)}=-P(X,Y)\log_2 P(Y\mid X)=-0.45log2(0.9)-0.05log2(0.1)-0.225log2(0.9)-0.025log2(0.1)$$
$$-0.1125log2(0.9)-0.0125log2(0.1)-0.0125log2(0.1)-0.1125log2(0.9)=0.468996\,bits/Symbol$$

Υπολογισμός H(Y):

$$\mathrm{H(Y)} = P(Y)\log_2 P(Y) =$$

$$-0,4625\log_2(0,4625) - 0,275\log_2(0,275) - 0,1375\log_2(0,1375) - 0,125\log_2(0,125) = 1.795299\,bits / Symbol$$

Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας:

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y \mid X) = 1.795299 - 0.468996 = 1.326303\,bits / Symbol$$

Υπολογισμός Πίνακας μετάβασης καναλιού B)

Κατανομή συμβόλων εισόδου για την είσοδο P(X): $P(X) = [\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}]$

Από κοινού πιθανότητες: $P(Y \mid X) = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0,7 & 0,3 \\ 0,3 & 0 & 0 & 0,7 \end{bmatrix}$

Διαγώνιος πίνακας για τον υπολογισμό του τύπου Bayes: $P(X,Y) = P(X) \cdot P(X \mid Y)$:

$$diagP(X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

Υπολογίζω τον πίνακα P(X,Y) από κοινού πιθανότητα:

$$P(X,Y) = diagP(X) \cdot P(X \mid Y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0,7 & 0,3 \\ 0,3 & 0 & 0 & 0,7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,35 & 0,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,175 & 0,075 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0875 & 0,0375 \\ 0,0375 & 0 & 0 & 0,0875 \end{bmatrix}$$

Για έξοδο P(Y) αθροίσω τις στήλες του πίνακα P(X,Y): $P(Y)=\begin{bmatrix}0,3875 & 0,325 & 0,1625 & 0,125\end{bmatrix}=1$

Μέση αβεβαιότητα εξόδου:

$\mathrm{H(Y \mid X)} = -P(X,Y)\log_2 P(Y \mid X) =$ -0.35log2(0.7)-0.15log2(0.3)-0.175log2(0.7)-0.075log2(0.3)-0.0875log2(0.7)-0.0375log2(0.3)-0.0375log2(0.3)-0.0875log2(0.7) $= 0.881291 \, bits / Symbol$

Υπολογισμός H(Y):

$\mathrm{H(Y)} = P(Y)\log_2 P(Y) =$

$-0,3875\log_2(0,3875) - 0,325\log_2(0,325) - 0,1625\log_2(0,1625) - 0,125\log_2(0,125) = 1.857972 \, bits / Symbol$

Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας:

$I(X;Y) = H(Y) - H(Y \mid X) = 1.857972 - 0.881291 = 0.976675 \, bits / Symbol$

Υπολογισμός Πίνακας μετάβασης καναλιού Γ)

Κατανομή συμβόλων εισόδου για την είσοδο P(X): $P(X)=[\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}]$

Από κοινού πιθανότητες: $P(Y \mid X) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$

Διαγώνιος πίνακας για τον υπολογισμό του τύπου Bayes: $P(X,Y) = P(X) \cdot P(X \mid Y)$:

$$diagP(X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

Υπολογίζω τον πίνακα P(X,Y) από κοινού πιθανότητα:

$$P(X,Y) = diagP(X)\cdot P(X|Y) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,125 & 0,125 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0625 & 0,0625 \\ 0,0625 & 0 & 0 & 0,0625 \end{bmatrix}$$

Για έξοδο P(Y) αθροίσω τις στήλες του πίνακα P(X,Y): $P(Y) = \begin{bmatrix} 0,3125 & 0,375 & 0,1875 & 0,125 \end{bmatrix} = 1$

Μέση αβεβαιότητα εξόδου:

$$\mathrm{H(Y\,|\,X)} = -P(X,Y)\log_2 P(Y|X) = \text{-0.25log2(0.5)-0.25log2(0.5)-0.125log2(0.5)-0.125log2(0.5)}$$

$$\text{-0.0625log2(0.5)-0.0625log2(0.5)-0.0625log2(0.5)-0.0625log2(0.5)} = 1,0\ bits/Symbol$$

Υπολογισμός H(Y):

$$\mathrm{H(Y)} = P(Y)\log_2 P(Y) =$$

$$-0,3125\log_2(0,3125) - 0,375\log_2(0,375) - 0,1875\log_2(0,1875) - 0,125\log_2(0,125) = 1.882856\,bits/Symbol$$

Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας:

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X) = 1.882856 - 1,0 = 0.882856\,bits/Symbol$$

Παρατηρήσεις:

Παρατηρώ ότι η αμοιβαία πληροφορία μειώνεται όσο μεγαλώνει η αβεβαιότητα στις εξόδους του καναλιού. Επίσης παρατηρώ ότι αυτό προκαλείται λόγω των πιθανοτήτων των πινάκων μεταβάσεων. Όσο ισόποσα γίνονται οι πιθανότητες στους πίνακες μετάβασης τόσο μεγαλώνει η αβεβαιότητα στην κάθε έξοδο του καναλιού.

Σχόλια από ΣΕΠ

Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ

<u>Θέμα 6</u>

Σχόλια από ΣΕΠ
Αυτή η περιοχή χρησιμοποιείται για σχολιασμό από το ΣΕΠ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΟ ΣΕΠ

Ο ΣΕΠ κάνει σχόλια/παρατηρήσεις για λάθη που παρουσιάσθηκαν και προτείνει στο φοιτητή έννοιες/υλικό που πρέπει να μελετήσει ξανά