Έντυπο Υποβολής – Αξιολόγησης Γραπτής Εργασίας
3η Εργασία ΠΛΗ20 2020-21 (Κατηγορηματική Λογική)

Ο φοιτητής συμπληρώνει στην ενότητα «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» όλα τα απαιτούμενα στοιχεία (ονοματεπώνυμο φοιτητή, ονοματεπώνυμο Καθηγητή-Συμβούλου, Τμήμα, και Ημερομηνία αποστολής από τον φοιτητή). Στη συνέχεια, συμπληρώνει στην ενότητα «ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» τις απαντήσεις του στα ερωτήματα της εργασίας. Τέλος, αποστέλλει στον Καθηγητή-Σύμβουλο το αρχείο των απαντήσεών του ηλεκτρονικά, εντός της προβλεπόμενης καταληκτικής προθεσμίας για την υποβολή της εργασίας, αναρτώντας το στην πλατφόρμα ασύγχρονης εκπαίδευσης (study.eap.gr).

Ο Καθηγητής-Σύμβουλος συμπληρώνει την ενότητα «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ» και επιστρέφει στον φοιτητή μέσω της πλατφόρμας το αρχείο απαντήσεών του, μαζί με τα σχόλια επί των απαντήσεών του στα ερωτήματα της ΓΕ, ενώ διατηρεί το ηλεκτρονικό μήνυμα του Συντονιστή, εάν έχει δοθεί παράταση.

*Το όνομα του ηλεκτρονικού αρχείου που αποστέλλει ο φοιτητής θα πρέπει να γράφεται υποχρεωτικά με λατινικούς χαρακτήρες και να ακολουθεί την κωδικοποίηση του παραδείγματος: Π.χ., το όνομα του αρχείου για την 3η ΓΕ του φοιτητή Ιωάννη Γεωργίου, με ΑΜ 1234, του τμήματος ΗΛΕ41, θα πρέπει να γραφεί: «**PLH20-HLE41_GE3_IOANNIS-GEORGIOU.docx**».*

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΥΠΟΒΟΛΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ονοματεπώνυμο φοιτητή	Ευάγγελος Μπάτσαλης

Κωδικός ΘΕ:	ΠΛΗ20
Κωδικός Τμήματος:	ΗΛΕ49
Ακ. Έτος:	2020 – 2021
Α/Α ΓΕ:	**3η**

Ονοματεπώνυμο Καθηγητή -Σύμβουλου	ΓΚΑΝΑΤΣΙΟΥ ΧΡΥΣΟΥΛΑ
Καταληκτική ημερομηνία παραλαβής σύμφωνα με το ακαδημαϊκό ημερολόγιο	***Κυριακή, 7/2/2021***
Ημερομηνία αποστολής ΓΕ από το φοιτητή	3/2/2021
Επισυνάπτεται (*σε περίπτωση που έχει ζητηθεί*) η άδεια παράτασης από το Συντονιστή;	ΝΑΙ / ΟΧΙ

***<u>Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή</u>*:** *Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τη συγκεκριμένη Θεματική Ενότητα.*

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ημερομηνία παραλαβής ΓΕ από το φοιτητή	
Ημερομηνία αποστολής σχολίων στο φοιτητή	
Βαθμολογία *(αριθμητικά, ολογράφως)*	0

Υπογραφή Φοιτητή **Υπογραφή ΣΕΠ**

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ερώτημα	Μέγιστος βαθμός	Βαθμός
1	20	
2	25	
3	25	
4	20	
5	10	
Συνολικός Βαθμός:	**100**	**0**

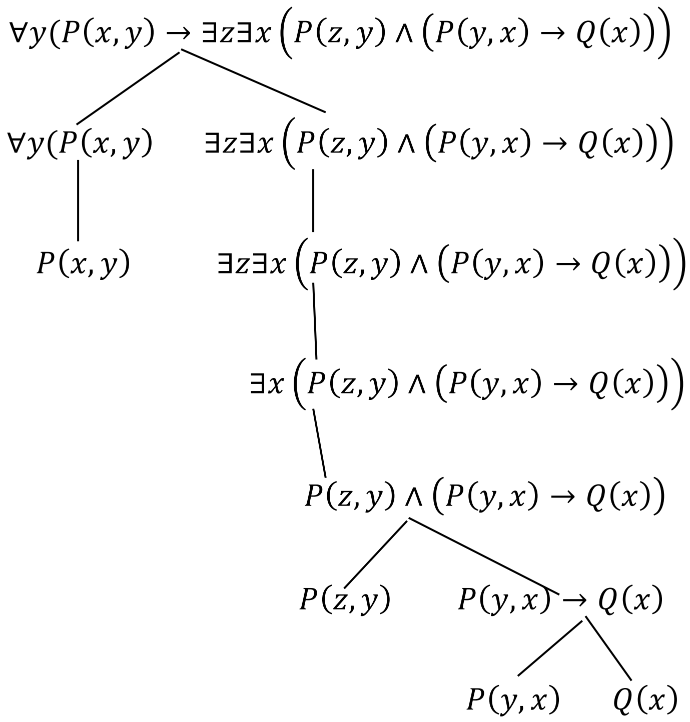
Γενικά Σχόλια:
<γενικά σχόλια για την εργασία από το Σύμβουλο-Καθηγητή>

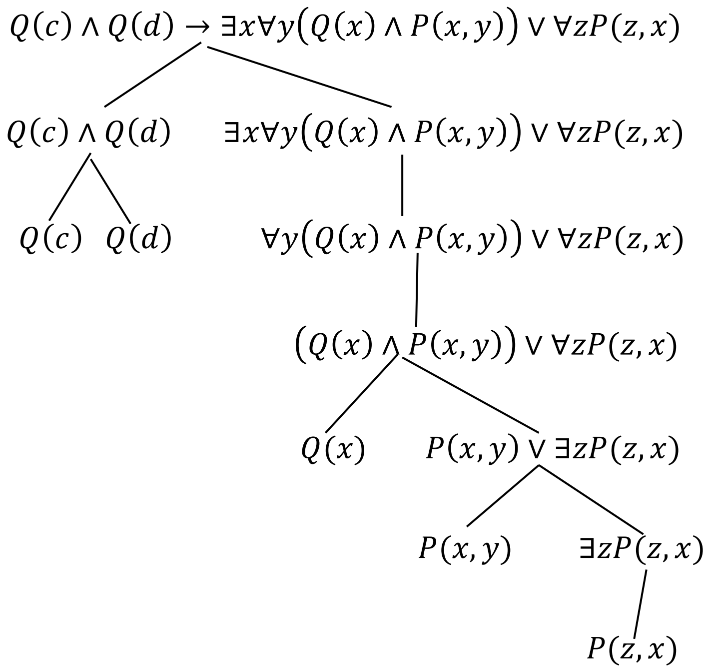
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ερώτημα 1.

Κατά τύπων ανάλυση του δεντροδιαγράμματος έχει ως εξής:

Υπό ερώτημα α)




$Q(c) \wedge Q(d) \rightarrow \exists x \forall y \big(Q(x) \wedge P(x,y)\big) \vee \forall z P(z,x)$
$Q(c) \wedge Q(d)$
$\exists x \forall y \big(Q(x) \wedge P(x,y)\big) \vee \forall z P(z,x)$
$Q(c)$
$Q(d)$
$\forall y \big(Q(x) \wedge P(x,y)\big) \vee \forall z P(z,x)$
$\big(Q(x) \wedge P(x,y)\big) \vee \forall z P(z,x)$
$Q(x)$
$P(x,y) \vee \exists z P(z,x)$
$P(x,y)$
$\exists z P(z,x)$
$P(z,x)$

Υπό ερώτημα β)

Βάση βιβλιογραφίας πρόταση ονομάζεται όταν ένας τύπος δεν έχει ελεύθερες μεταβλητές. Άρα για του τύπους 1 έως 5 θα κάνω έλεγχο ελεύθερων μεταβλητών.

Για τον 1):

ΔΕΝ είναι πρόταση. Διότι Στο πρώτο μέρος μέχρι την συνεπαγωγή το $\forall y P(x, y)$ το χ παρουσιάζεται ως ελεύθερη μεταβλητή.

Για τον 2):

ΔΕΝ είναι πρόταση. Διότι Το c είναι σταθερά άρα είναι δεσμευμένη και στο τέλος διακρίνω $\exists z P(z, x)$. Άρα το χ εμφανίζεται ως ελεύθερη μεταβλητή.

Για τον 3):

ΕΙΝΑΙ πρόταση. Διότι διακρίνω ότι και πριν και μετά την συνεπαγωγή οι μεταβλητές χ και y παρουσιάζονται ως δεσμευμένες.

Για τον 4):

ΔΕΝ είναι πρόταση. Διότι διακρίνω μετά την συνεπαγωγή το $\exists z P(y, z)$ ότι η μεταβλητή y παρουσιάζεται ως ελεύθερη μεταβλητή.

Για τον 5):

ΕΙΝΑΙ πρόταση. Διότι στο πρώτο μέρος πριν το ↔ το c είναι σταθερά άρα είναι δεσμευμένη και μετά το ↔ ο υπαρξιακός ποσοδείκτης δεσμεύει τη μεταβλητή x

Υπό ερώτημα γ)

Για το 1):

Στο πρώτο μέρος μέχρι την συνεπαγωγή ο τύπος $P(x, y)$όπου ο καθολικός ποσοδείκτης δεσμεύει μόνο το y. Άρα το χ είναι ελεύθερη μεταβλητή. Στο δεύτερο μέρος τη έκφρασης μετά την συνεπαγωγή ο υπαρξιακός ποσοδείκτης $\exists z \exists x$ δεσμεύει την χ. Άρα η χ είναι στην αρχή είναι ελεύθερη $P(x, y)$ και μετά δεσμεύεται.

Για το 2):

Η c είναι σταθερά άρα είναι δεσμευμένη. Η d είναι ελεύθερη αλλά στην πορεία δεν δεσμεύεται. Μετά την → συνεπαγωγή την πρώτη έκφραση μέχρι το ∨ όπου είναι και η εμβέλεια του καθολικού ποσοδείκτη που δεσμεύει το x αμέσως στην επόμενη έκφραση $P(x, y)$ και έπειτα $P(z, x)$το χ παρουσιάζεται ως ελεύθερη.

Για το 3):

Δεν υπάρχει ελεύθερη μεταβλητή για το χ ούτε για το y

Για το 4):

Στην έκφραση $\forall y Q(y)$ δεσμεύει το y και στην επόμενη έκφραση $\exists z P(y, z)$ δεν δεσμεύει το y άρα το y.

Για το 5):

Το c είναι σταθερά και στην επόμενη έκφραση ο υπαρξιακός ποσοδείκτης δεσμεύει την μεταβλητή χ. Άρα δεν υπάρχει ελεύθερη μεταβλητή.

Υπό ερώτημα δ)

Για την μετατροπή του τύπου στο ζητούμενο της εκφώνησης πρέπει να μετατρέψω τον τύπο σε ανοιχτό τύπο δηλαδή να μεταφέρω τους ποσοδείκτες με βοήθεια τους νόμους της προτασιακής λογικής.

$\forall y Q(y) \rightarrow \exists z P(y,z) \vee \forall x \forall z \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)$

Πρώτα στο δεύτερο μέρος για την ευκολία μετατροπών των κανόνων επάνω στον τύπο θα κάνω στην έκφραση $\exists z P(y,z)$ αλλαγή αλφαβήτου.

$\exists z P(y,z) \equiv \exists w(y,w)$ *άρα:*

$\forall y Q(y) \rightarrow \exists w P(y,w) \vee \forall x \forall z \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)$

Από τον νόμο μετακίνησης ποσοδεικτών θα βγάλω τους ποσοδείκτες επειδή $\forall x \forall z (Q(x) \rightarrow P(z,z)$ το $\forall x$ δεν εμφανίζεται ελεύθερη μεταβλητή στον Q(x)

$\forall y Q(y) \rightarrow \forall x \left(\exists w P(y,w) \vee \forall z \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)\right)$

Ξανά χρησιμοποιώ νόμο μετακίνησης ποσοδεικτών το $\forall z$ δεν εμφανίζεται ως ελεύθερη μεταβλητή στο P(z,z)

$\forall y Q(y) \rightarrow \forall x \forall z \left(\exists w P(y,w) \vee \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)\right)$

Από τον νόμο μετακίνησης ποσοδεικτών. Επειδή $\forall x \forall z$ δεν εμφανίζεται ελεύθερη μεταβλητή στο $Q(x) \rightarrow P(z,z)$ άρα:

$\forall x \forall z \left(\forall y Q(y) \rightarrow \exists w P(y,w) \vee \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)\right)$

Θα μεταφέρω τον υπαρξιακό ποσοδείκτη $\exists w$ και στις δύο εκφράσεις της διάζευξης ώστε να μπορέσω να εκμεταλλευτώ τον νόμο κατανομής ποσοδεικτών διάζευξης. Άρα:

$\forall x \forall z \left(\forall y Q(y) \rightarrow \exists w P(y,w) \vee \exists w \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)\right)$ εδώ χρησιμοποιώ τον νόμο κατανομής ποσοδεικτών διάζευξης. Άρα:

$\exists w \forall x \forall z \left(\forall y Q(y) \rightarrow P(y,w) \vee \big(Q(x) \rightarrow P(z,z)\big)\right)$ από τον νόμο μετακίνησης ποσοδεικτών όπου $\forall y$ δεν εμφανίζεται ελεύθερη στον Q(y) μπορώ να μεταφέρω τον ποσοδείκτη εκτός. Άρα:

$\exists w \forall x \forall z \forall y \left(Q(y) \to P(y,w) \lor \left(Q(x) \to P(z,z)\right)\right)$

Βάση της ύλης του τόμου Γ χρησιμοποιήθηκε ο πρώτος κανόνας μετακίνησης ποσοδεικτών $(\varphi \to \forall\psi) \leftrightarrow \forall(\varphi \to \psi)$ με την προϋπόθεση ότι η χ δεν εμφανίζεται ελεύθερη στον ψ

Και χρησιμοποιήθηκε ο νόμος κατανομής ποσοδεικτών $\exists x(\varphi \lor \psi) \leftrightarrow \exists x\varphi \lor \exists x\psi$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 2.

Υπό ερώτημα Α) 1)

$k(x) \rightarrow$ δηλαδή αν p τότε q θα χρησιμοποιήσω συνεπαγωγή διότι είναι συμπέρασμα που προκύπτει από δεδομένο. Όπου η υπόθεση να είναι αληθής.

Έπειτα από την συνεπαγωγή επιλέγω V διότι βάση εκφώνησης. Ή το ένα ή το άλλο

Αμέσως μετά στην επόμενη έκφραση επιλέγω το V ¬ διότι το ¬ είναι το «δεν μπορεί να είναι» βάση της εκφώνησης το δηλώνει ως άρνηση, και το «αλλά» ως σύζευξη.

Αμέσως μετά επιλέγω συνδυασμό βάση συνήθης τύπου τριών μεταβλητών. Δηλαδή: (κ1,κ2,κ3) = (κ1,κ2),(κ1,κ3),(κ2,κ3) όπου είναι όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί.

Θα χρησιμοποιήσω μεταβλητή με υπαρξιακό ποσοδείκτη γιατί βάση εκφώνησης δηλώνει ότι υπάρχει (ένας καθηγητής) και όχι όλοι οι καθηγητές. Άρα:

$$\exists x K(x) \rightarrow \exists x\big(K1(x) \vee K2(x) \vee K3(x)\big) \wedge \neg\big(K1(x) \wedge K2(x)\big) \wedge \neg\big(K1(x) \wedge K3(x)\big) \wedge \neg(K2(x) \wedge K3(x))$$

Υπό ερώτημα Α) 2)

Θα χρησιμοποιήσω δύο μεταβλητές μια χ για τον έναν φυσικό αριθμό και μια μεταβλητή y για τον δεύτερο φυσικό αριθμό.

Υπάρχει N(χ) και για κάθε N(y). Έπειτα θα χρησιμοποιήσω συνεπαγωγή για το «αλλά» όπως και αναφέρεται στην εκφώνηση θα χρησιμοποιήσω σύζευξη και άρνηση για το «αλλά δεν». Άρα:

$$((\exists x N(x) \wedge \forall y N(y) \rightarrow x \leq y) \wedge \neg(\exists x N(x) \wedge \exists y N(y) \rightarrow x \geq y)$$

Υπό ερώτημα Α) 3)

Θα χρησιμοποιήσω καθολικό ποσοδείκτη διότι μιλάμε για όλους τους φοιτητές και για όλους τους βαθμούς των φοιτητών. Εφόσον S(x) είναι φοιτητής και C(y) είναι βαθμός τότε: $\forall x S(x) \wedge \forall y C(y)$

Ο καθηγητής Α και το μάθημα y βάση εκφώνησης ο καθηγητής που διδάσκει είναι T(α,y). Το μάθημα είναι η μεταβλητή y και ο φοιτητής η μεταβλητή χ επομένως περνάει το μάθημα είναι P(x,y)

$$\big(\forall x S(x) \wedge \forall y C(y)\big) \wedge T(\alpha, y) \rightarrow P(x, y) \leftrightarrow (hw(x, y) \geq 6) \wedge (exam(x, y) \geq 4.5)$$

Υπό ερώτημα Β) 1)

Στο πρώτο κομμάτι διακρίνω ότι υπάρχει αγαθό για κάθε άνθρωπο όπου απολαμβάνουν το αγαθό ενώ στο δεύτερο μέρος δεν υπάρχει καθολικός ποσοδείκτης άρα υπάρχουν αγαθά τα οποία κάποιοι άνθρωποι το απολαμβάνουν και κάποιοι άνθρωποι δεν τα απολαμβάνουν. Άρα συνοπτικά:

Υπάρχει αγαθό για κάθε άνθρωπο όπου κάθε άνθρωπος απολαμβάνει το αγαθό και υπάρχει αγαθό όπου κάποιοι άνθρωποι δεν το απολαμβάνουν

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 3.

Υπό ερώτημα Α) 1)

ε = σύνολο άρτιων αριθμών επομένως 0’ = 2 και (0’)’ = 4. Άρα:

$\mathrm{K}^{\varepsilon} = (0' \oplus 0') \odot (0')' = (2+2) \cdot 4 = 4 \cdot 4 = 16$

$\mathbb{N}$ = δομή φυσικών αριθμών. Επομένως 0’=1 και (0’)’ = 2. Άρα:

$\mathrm{K}^{\mathbb{N}} = (0' \oplus 0') \odot (0')' = (1+1) \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$

Υπό ερώτημα Α) 2)

Εξετάσω για το D

Διακρίνω ότι το y είναι πολλαπλάσιο του x. Συμπέρασμα: υπάρχει Ζ όπου το χ πολλαπλασιαστεί με το ζ και να ισούται με το y πολλαπλάσιο του χ.

Ως προς Ν

$D(x, y) \equiv \exists z(y \approx x \odot z)$

$D(2,4) \equiv \exists z(8 \approx 2 \odot 4) \equiv \alpha\lambda\eta\theta\varepsilon\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$

$D(5,11) \equiv \exists z(55 \approx 5 \odot 11) \equiv \alpha\lambda\eta\theta\varepsilon\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$

$D(1,3) \equiv \exists z(3 \approx 3 \odot 1) \equiv \alpha\lambda\eta\theta\varepsilon\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$

Ως προς ε:

$D(x, y) \equiv \exists z(y \approx x \odot z)$

$D(2,4) \equiv \exists z(8 \approx 2 \odot 4) \equiv \alpha\lambda\eta\theta\varepsilon\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$

$D(4,4) \equiv \exists z(16 \approx 4 \odot 4) \equiv \alpha\lambda\eta\theta\varepsilon\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$

Υπό ερώτημα Α) 3)

Εξετάζω ως προς Ν

<u>Αληθεύει</u> διότι:

Συμπέρασμα υπάρχει y για κάθε x όπου y*x = x

Δηλαδή υπάρχει φυσικός αριθμός y όπου πολλαπλασιάζεται με οποιοδήποτε φυσικό αριθμό x να ισούται με τον εαυτό του τον χ. Στους φυσικούς αριθμούς υπάρχει μόνο το 1 άρα: $1 \cdot \chi \approx \chi$

Εξετάζω ως προς ε

<u>ΔΕΝ αληθεύει</u> διότι

Το ίδιο συμπέρασμα με την προηγούμενη εξέταση του Ν με τη διαφορά ότι στους άρτιους αριθμούς δεν συμπεριλαμβάνεται το 1.

Άρα πχ. $2 \cdot \chi \approx 2\chi$

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 25

Ερώτημα 4.

<Χώρος Απάντησης *(Ελεύθερος για διαμόρφωση από το φοιτητή)*>

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 20

Ερώτημα 5.

Υπό ερώτημα Α

3) ΣΩΣΤΟ:

Αιτιολογία: Θεωρώ το c ως σταθερά και θεωρώ ότι δεν υπάρχει τρόπος για το P(x) να μην επαληθευτεί. Άρα: $P(c) \rightarrow \exists x P(x)$ θα είναι πάντα αληθής.

Υπό ερώτημα Β

1) Σωστό:

Αιτιολογία: για κάθε χ υπάρχει y όταν το χ είναι διάφορο του y τότε το χ να είναι μικρότερο του y. Μπορώ να σκεφτώ υπάρχουν φυσικοί αριθμοί όπου ισχύει ο τύπος. Υπάρχουν αριθμοί με τον μικρότερο αυτού να είναι το μηδέν.

3) Σωστό

Αιτιολογία: Υποθέτω ότι ο συγκεκριμένος τύπος είναι αντίστοιχο με του υπό ερωτήματος 1. Όπου είχε επαλήθευση με το μικρότερο του το 0. Άρα λόγω της άρνησης θεωρώ ότι δεν υπάρχει αριθμός μεγαλύτερος του προηγούμενου του λόγω ότι το άπειρο των φυσικών αριθμών δεν είναι αριθμός.

4) Λάθος

Αιτιολογία: Θεωρώ ότι δεν υπάρχει φυσικός αριθμός για χ και y όταν η άρνηση χ μικρότερο του y τότε είναι y μικρότερο του χ να είναι αλήθεια. Έστω και αν πάρω και για παράδειγμα δύο ίδιους φυσικούς αριθμούς θα βγεί ψευδής διότι λόγω της δεύτερης έκφρασης όπου το «χ είναι μικρότερο του y" δεν μπορεί φυσικά να είναι ο ίδιος φυσικός αριθμός.

Αξιολόγηση Ερωτήματος :	/ 10