

www.calculofinanceiro.com

# Cálculo Financeiro

Exercícios Resolvidos e Explicados



Vol. II

# Cálculo Financeiro Exercícios Resolvidos e Explicados

**Volume II** 

# Rogério Matias

# Cálculo Financeiro Exercícios Resolvidos e Explicados

Volume II





# Cálculo Financeiro. Exercícios Resolvidos e Explicados (Vol. II)

# Rogério Matias

Página de apoio na Internet

Esclarecimento de dúvidas (livros de R. Matias)

Esclarecimento de dúvidas (outras dúvidas) Videos de apoio

Facebook livros

 $Face book\,autor$ 

MyBookBuzz Endereço eletrónico do autor www.calculofinanceiro.com

https://padlet.com/rogeriomatias/duvidascfrm https://padlet.com/rogeriomatias/outrasduvidascf https://vimeo.com/channels/calculofinanceiro

www.facebook.com/CalculoFinanceiroRM

https://www.facebook.com/RogerioMatias.Viseu

http://mybookbuzz.com/rogerio-matias rogeriomatias@calculofinanceiro.com

Coordenação EditorialJoão CostaCapaPaulo MedeirosISBN978-972-592-540-9Depósito Legal445 493/18

**Impressão e acabamento** Gráfica Manuel Barbosa & Filhos, Lda.

Copyright © by Escolar Editora 2018

Rua do Vale Formoso, 37

1959-006 LISBOA 211 066 500

 Telefone
 211 066 500

 Fax
 211 066 530

**E-mail** editora@escolareditora.com **Internet** http://www.escolareditora.com

Proibida a reprodução total ou parcial deste livro sem a autorização expressa do editor. Todos os direitos reservados por Escolar Editora.

# Índice

ın	aice	V
	sta de siglas utilizadas no índice	
	otas sobre esta obra	
Li	sta de URL e QR Codes para vídeos e esclarecimento de dúvidas	Xİ
E.	orrespondência entre os exercícios deste livro e os do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" (5ª e 6ª ed.) ormulário	. XIII
	gradecimentos	
	efácioefácio	
1	- INTRODUÇÃO	3
	Breves notas sobre o Cap. 1 – Introdução	
	Exercício 1.1 – RJS, cálculo de j (tempo em anos e taxa em anos)	
	Exercício 1.2 – RJS, cálculo de j (tempo em meses e taxa em anos)	
	Exercício 1.3 – RJS, cálculo de j (diferentes bases de cálculo)	6
2	- REGIMES DE EQUIVALÊNCIA	9
_	Breves notas sobre o Cap. 2 – Regimes de equivalência	10
	Exercício 2.1 – RJS, cálculo de j, ano civil e ano comercial	11
	Exercício 2.2 – RJS, cálculo de c	
	Exercício 2.3 – RJS, cálculo de n	
	Exercício 2.4 – RJS, cálculo de i	
	Exercício 2.5 – RJS, cálculo de S	
	Exercício 2.6 – RJS, cálculo de c	
	Exercício 2.7 – RJS, cálculo de c (sistema de equações)	
	Exercício 2.8 – RJS, cálculo de n e S, com reinvestimento	
	Exercício 2.9 – RJS, cálculo de c e j (sistema de equações)	
	Exercício 2.10 – RJS, cálculo de n com mudança da taxa durante o prazo da aplicação	
	Exercício 2.11 – RJS, cálculo de j <sub>liq</sub> (há IRS sobre os juros; implica estabelecimento de hipóteses)	
	Exercício 2.12 – RJC, cálculo de S	
	Exercício 2.13 - RJC, cálculo de c	
	Exercício 2.14 - RJC, cálculo de i	
	Exercício 2.15 - RJC, cálculo de n	
	Exercício 2.16 - RJC, cálculo de c e n (sistema de equações)	
	Exercício 2.17 - RJC, cálculo de i, c e n (sistema de equações)	
	Exercício 2.18 - Escolha do melhor banco (conversão - para comparação - de taxas de juro)	.28
	Exercício 2.19 - RJC, cálculo de n, com mudança da taxa de juro (necessidade de conversão de taxas)	.30
	Exercício 2.20 - RJC, cálculo de i[12]b (necessidade de conversão de taxas)	.32
	Exercício 2.21 - Escolha do melhor banco (conversão - para comparação - de taxas de juro)	
	Exercício 2.22 - RJC, cálculo de c e iliq constante (três taxas diferentes ao longo do prazo)	.36
	Exercício 2.23 - Escolha da melhor aplicação (conversão - para comparação - de taxas de juro)	
	Exercício 2.24 - Escolha do melhor banco (conversão - para comparação - de taxas de juro)	.39
	Exercício 2.25 - RJS e RJC, cálculo de S (necessidade de estabelecimento de hipóteses)	.43
	Exercício 2.26 - Escolha do melhor banco (conversão - para comparação - de taxas de juro)	.44
2	– EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	47
3		
	Breves notas sobre o Cap. 3 – Equivalência de capitais	.48 .40
	Exercício 3.1 – Equivalência em vários cenários (RJS/RJC, SC/SR, diferentes datas focais)	.47 
	Exercício 3.2 – Equivalência em RJS, SC, várias bases de cálculo Exercício 3.3 – Equivalência em RJS, SC e SR, com necessidade de estabelecimento de hipóteses	.54
	Exercício 3.3 – Equivalencia em Ris, SC e SR, com necessidade de estabelecimento de nipoteses Exercício 3.4 – Idem; impacto da utilização de uma taxa mais elevada	.50
	Exercício 3.5 – Equivalência em RJC, SR, com necessidade de estabelecimento de hipóteses	.5/
	Excludio 3.3 - Equivalencia em Njo, 3N, com necessidade de estabelecimento de impoteses	

	Exercício 3.6 – Cálculo de capital comum, vencimento comum e vencimento médio em RJC, SR	
	Exercício 3.7- Equivalência em RJC, SR	
	Exercício 3.8 – Cálculo de capital comum, vencimento comum e vencimento médio em RJC, SR	
	Exercício 3.9 – Equivalência de capitais, com necessidade de estabelecimento de hipóteses	
	Exercício 3.10 – Cálculo do vencimento médio, com necessidade de estabelecimento de hipóteses	
	Exercício 3.11- Cálculo do capital comum e do vencimento médio, idem	
	Exercício 3.12 – Cálculo da taxa de juro (resulta numa equação do 2º grau)	
	Exercício 3.13 – Equivalência de capitais em RJC, SR	75
	Exercício 3.14 – Equivalência de capitais em RJC, SR (igual a 3.13, com outra perspetiva e enredo)	77
	Exercício 3.15 - Vencimento médio	78
4	- RENDAS EM REGIME DE JURO COMPOSTO	
	Formulário de rendas	
	Breves notas sobre o Cap. 4 – Rendas em regime de juro composto	
	Exercício 4.1 – Renda de termos constantes – valores em diversos momentos	
	Exercício 4.2 – Cálculo de t	
	Exercício 4.3 - Cálculo de n	88
	Exercício 4.4 – Cálculo de i	89
	Exercício 4.5 – Uma renda que pode ser vista como três rendas	90
	Exercício 4.6 – Cálculos se houver mudança da taxa durante o prazo da renda	92
	Exercício 4.7 - Cálculo de n (três situações, com interpretação dos resultados)	94
	Exercício 4.8 – Cálculo de i (duas situações)	97
	Exercício 4.9 - Constituição de poupança, com posterior recebimento através de outra renda	99
	Exercício 4.10 - Renda bienal	
	Exercício 4.11 – Renda em PA – valores em diversos momentos	101
	Exercício 4.12 - Renda em PA - conhecidos dois termos, que não o primeiro (diversas situações)	104
	Exercício 4.13 – Renda em PG – valores em diversos momentos	
	Exercício 4.14 - Renda em PG - conhecidos dois termos, que não o primeiro (também caso particular	
	Exercício 4.15 – Renda perpétua de termos constantes	
	Exercício 4.16 – Renda perpétua de termos variáveis (PA e PG)	
	Exercício 4.17 – Cálculo de t numa renda de termos antecipados	
	Exercício 4.18 – Rendas de vários tipos (vários prémios, para escolher o mais favorável)	
	Exercício 4.19 – Rendas de vários tipos (vários prémios, para escolher o mais favorável)	
	Exercício 4.20 – Rendas de vários tipos (vários prémios, para escolher o mais favorável)	
	Exercício 4.21 – Cálculo de i numa renda de termos constantes	
	Exercício 4.22 – Venda a prestações	
	Exercício 4.23 – Renda com alguns termos constantes e outros variáveis em PA	
	Exercício 4.24 – Renda com termos variáveis em PA e depois em PG, e com alteração da taxa	
	Exercício 4.25 – Constituição de poupança, com posterior recebimento através de renda (3 cenários	
5	- AMORTIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS CLÁSSICOS	143
•	Breves notas sobre o Cap. 5 – Amortização de empréstimos clássicos	145
	Exercício 5.1 – SF	
	Exercício 5.2 – SF	
	Exercício 5.3 – SF	
	Exercício 5.4 – SF	
	Exercício 5.5 – SF	
	Exercício 5.6 - Crédito habitação	
	Exercício 5.7 - SF (forma pura e variantes)	
	Exercício 5.9 – SAC	
	Exercício 5.9 - SAC	177 180
	EXPLICITED A $10 - 5AU$ .	ומו

	Exercício 5.11 - SAC (forma pura e variantes)	182
	Exercício 5.12 - SA com fundo de amortização	
	Exercício 5.13 – SA com fundo de amortização; também variantes à forma pura	
	Exercício 5.14 – SF, SAC, SA, formas puras e variantes; fundo de amortização no SA	
	Exercício 5.15 - Rendas (cap. 4), SF	
	Exercício 5.16 – SA com fundo de amortização	
	Exercício 5.17 – SAC puro; alterações e variante	
	Exercício 5.18 - Crédito habitação (caso real - Banco Popular)	
	Exercício 5.19 – Crédito habitação (caso real - Banif)	
	Exercício 5.20 – Crédito habitação (caso real – Novo Banco)	
	Exercício 5.21 – SAC, depois SF	
	Exercício 5.22 – SA com fundo de amortização atípico (depósitos em PA e PG)	
	Exercício 5.23 – SA com fundo de amortização (vários cenários – depósitos constantes, PA e PG)	
	Exercício 5.24 – Modalidades atípicas (nem SF, nem SAC, nem SA)	
6	- EMPRÉSTIMOS OBRIGACIONISTAS	245
	Breves notas sobre o Cap. 6 – Empréstimos obrigacionistas	247
	Exercício 6.1 – Prestações constantes (ao par; com prémio de reembolso não incluído na prestaçã	0;
	com prémio de reembolso incluído na prestação)	
	Exercício 6.2 – Amortizações constantes; ao par e com prémio de reembolso	263
	Exercício 6.3 – Reembolso de uma só vez, ao par e com prémio de reembolso. Fundo de amortizaç	ão.269
	Exercício 6.4 – Prestações constantes. Taxa efetiva para emitente e subscritor, vários cenários.	
	Também emissão abaixo do par e reembolso acima do par	274
	Exercício 6.5 – Amortizações constantes. Emissão abaixo do par e reembolso acima do pardo par e reembolso acima do par	282
7	- NOÇÕES BÁSICAS DE AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTOS	287
	Breves notas sobre o Cap. 7 - Noções básicas de avaliação de investimentos	289
	Exercício 7.1 - PRC, VAL, TIR, IR	293
	Exercício 7.2 – PRC, VAL, TIR, IR	297
	Exercício 7.3 - VAL	300
	Exercício 7.4 - VAL	302
	Exercício 7.5 - VAL	303
	Exercício 7.6 – PRC, VAL, TIR, conceitos teóricos	304
	Exercício 7.7 – TIR, VAL	306
	Exercício 7.8 – VAL, TIR, conceitos teóricos, rendas (cap. 4)	307
	Exercício 7.9 - VAL, empréstimos (cap. 5)	311
	Exercício 7.10 - VAL, TIR, conceitos teóricos	316
	Exercício 7.11 - TIR, empréstimos (cap. 5)	319
	Exercício 7.12 - VAL, TIR	322
	Exercício 7.13 - Avaliação de ações ("TIR")	323
	Exercício 7.14 - Avaliação de ações ("VAL")	325
	Exercício 7.15 - Avaliação de ações ("VAL")	326
	Exercício 7.16 - Avaliação de OCZ ("VAL")	327
	Exercício 7.17 - Avaliação de OCZ ("VAL")	328
	Exercício 7.18 - Avaliação de OT ("VAL")	
	Exercício 7.19 – Avaliação de OT ("VAL")	
	Exercício 7.20 – OT	
	Exercício 7.21 – Avaliação de OT e ações	
	Exercício 7.22 – Avaliação de OT e OCZ; conceitos teóricos	
	Exercício 7.23 – TRM de OT	337
	Exercício 7 24 - TRM de OT	339

# Lista de siglas utilizadas no índice

**c** – capital

i – taxa de juro

IR - índice de rendibilidade

i<sub>[12]b</sub> – taxa anual efetiva bruta, capitalizações mensais

i - juro

j<sub>liq</sub> – juro líquido

**n** – tempo/prazo (problemas de capital único) ou número de termos (problemas de rendas)

OCZ - obrigação de cupão zero

**OT** – obrigação do tesouro (de taxa fixa)

PA – progressão aritmética

PG - progressão geométrica

PRC – prazo de recuperação do capital

**RJC** – regime de juro composto

**RJS** – regime de juro simples

S – capital acumulado

SA – sistema americano

SAC – sistema de amortizações constantes

**SC** – solução comercial

SF - sistema francês

SR - solução racional

t - termo (da renda)

TIR - taxa interna de rendibilidade

TRM - taxa de rendimento até à maturidade

**VAL** – valor atual líquido

# Notas sobre esta obra

Esta obra surge dez anos depois de outra com as mesmas características: "Cálculo Financeiro. Exercícios Resolvidos e Explicados" podendo, pois, considerar-se o seu segundo volume. É lançada em simultâneo com a 6ª edição do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática", com a qual tem uma ligação forte e direta.

De facto, todos os cerca de 120 exercícios que compõem este volume constam da 6ª edição desse manual (e quase todos, também da 5ª edição), como exercícios propostos. Nesta obra apresentam-se resolvidos e explicados, alguns com mais do que uma proposta de resolução.

Apesar de os exercícios se apresentarem organizados em capítulos, nunca é demais salientar que estas matérias não são estanques. Pelo contrário, são sequenciais. O facto de um exercício estar incluído no capítulo 5, por exemplo, significa que ele é, essencialmente, sobre amortização de empréstimos. Porém, quase sempre a sua resolução requer conhecimentos dos capítulos anteriores.

Ao iniciar cada capítulo é apresentado um breve resumo do mesmo. Não substitui o manual principal, mas fornece indicações relevantes no âmbito desse capítulo. Esta obra pode, pois, ser vista como um complemento daquele manual, mas também ser utilizada de forma autónoma.

Na numeração de cada exercício indica-se, entre parênteses retos, o número desse mesmo exercício naquele manual. Por exemplo, **5.17** [**5.31**] significa que se trata do exercício 5.17 deste livro, que corresponde ao exercício 5.31 do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" (5ª e 6ª edições).

O lançamento destas duas obras é ainda acompanhado por três novidades.

Por um lado, a página web de apoio aos livros (<u>www.calculofinanceiro.com</u>) foi reformulada e adaptada a dispositivos móveis. Irá sendo enriquecida de conteúdos ao longo dos próximos meses (*QR Code¹* ao lado).



Por outro, alterou-se a forma de interação com os leitores, nomeadamente ao nível do esclarecimento de dúvidas. Nos últimos anos, com a crescente facilidade de utilização de dispositivos móveis, os alunos e outros leitores têm utilizado cada vez menos o fórum, privilegiando cada vez mais o envio de fotos com as suas dúvidas e tentativas de resolução, por mail ou por outros meios. Eu próprio tenho vindo a responder cada vez mais da mesma forma. Assim, a partir de agora disponibiliza-se uma ferramenta que permite não apenas a digitação de texto, mas também o envio de ficheiros de vários tipos (foto, áudio, vídeo, pdf, entre outros). Essa ferramenta é o Padlet², que pode ser utilizado através de computador ou dispositivo móvel. Neste caso, o acesso pode ser feito através de um *browser*, mas existe uma *app* específica, para Android e

iOS, que facilita a interação (basta pesquisar por "padlet"). Não é obrigatório registo (o utilizador pode colocar as suas questões como "Anónimo" ("Guest")), mas ele é simples (requer apenas uma conta de correio eletrónico) e abre outras possibilidades. A versão grátis é mais do que suficiente para a forma de interação que agora se propõe. Na verdade, são disponibilizados dois *padlets*: um destinado apenas a dúvidas relacionadas com os livros de Cálculo Financeiro de que sou autor (<a href="https://padlet.com/rogeriomatias/duvidascfrm">https://padlet.com/rogeriomatias/duvidascfrm</a>) e outro para outras dúvidas de Cálculo Financeiro (<a href="https://padlet.com/rogeriomatias/outrasduvidascf">https://padlet.com/rogeriomatias/outrasduvidascf</a>) (*OR Codes* ao lado).





Por fim, mas não menos importante, foi criado um canal no Vimeo<sup>3</sup> onde se disponibilizam alguns vídeos de curta duração com a explicação de conceitos importantes de Cálculo Financeiro (https://vimeo.com/channels/calculofinanceiro ou *QR Code* que se reproduz ao lado).



Os vídeos são de acesso livre e é provável que ao longo do tempo se vão disponibilizando outros. Recomenda-se, pois, a consulta regular da página ou, melhor ainda, "**Seguir**" este canal no Vimeo.

Cada vídeo pode ser **comentado**, assinalado com "**Gosto**" e **partilhado** (para *comentar* e *gostar* é necessário aceder com uma conta Vimeo, Google ou Facebook).

Importa chamar a atenção para o facto de alguns vídeos incluírem notas importantes, em texto, relacionadas com esse vídeo, mas que podem passar despercebidas.

Esperamos que este segundo volume possa, pelo menos, despertar o mesmo interesse e ter a mesma aceitação que o anterior, quer utilizado autonomamente, quer como complemento do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática".

Como sempre, todos os comentários, críticas e sugestões são bem-vindos, apreciados e tidos em conta.

Rogério Matias

Viseu, 19 de agosto de 2018

- <sup>1</sup> Denso Wave, Inc.
- <sup>2</sup> Wallwisher, Inc.
- <sup>3</sup> Vimeo, Inc.

Há inúmeros leitores de códigos QR de utilização livre. Por, além disso, não terem publicidade, deixo como sugestões o **i-nigma**, da 3GVision Inc., e o **Q**, da Arara, Inc.. Estão ambos disponíveis para Android e iOS (**i-nigma** também disponível para Windows e Blackberry).



# Lista de URL e QR Codes para vídeos e esclarecimento de dúvidas

Vídeos	URL e QR Code	
Canal "Cálculo Financeiro" no Vimeo	https://vimeo.com/channels/calculofinanceiro	
1.1 – Valor temporal do dinheiro	https://vimeo.com/285456987	
1.4 – Regime de juro simples e regime de juro composto	https://vimeo.com/285458145	
2.1 – Regime de juro simples	https://vimeo.com/285470364	
2.2 – Regime de juro composto	https://vimeo.com/285470751	
3.1 – Capitalização e atualização	https://vimeo.com/285471133	
3.4 – Fatores de equivalência	https://vimeo.com/285471788	
3.5 – Equações de equivalência	https://vimeo.com/285472155	
4.1 – Rendas: conceitos importantes	https://vimeo.com/285453249	
4.3.1.1.1 – Valor acumulado de uma renda temporária de termos constantes	https://vimeo.com/284178377	
		(continua)

QR Code e Vídeos		URL		
	4.3.1.2.1 – Valor atual de uma renda temporária de termos constantes	https://vimeo.com/285446710		
	4.4.1 – Rendas perpétuas de termos constantes	https://vimeo.com/285624166		
	5.2.1.1 – Sistema Francês_Puro_	https://vimeo.com/285624570		
	5.2.2.1 – Sistema de Amortizações Constantes_Puro_	https://vimeo.com/285624810		
	5.2.3.1 – Sistema Americano_Puro_	https://vimeo.com/285625012		
	5.2.3.4 – O Fundo de Amortização no SA	https://vimeo.com/285625205		
QR Cod	e e Dúvidas	URL		
	Dúvidas diretamente relacionadas com os livros de Rogério Matias	https://padlet.com/rogeriomatias/duvidascfrm		
	Outras dúvidas de Cálculo Financeiro	https://padlet.com/rogeriomatias/outrasduvidascf		

# Correspondência entre os exercícios deste livro e os do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" (5ª e 6ª edições)

0.1. 7. 1.11. #0(1.1				
Ordenação pelo livro "Cálculo Financeiro. Exercícios Resolvidos				
e Explicados (Vol. II)"				
Exercícios	Teoria e Prática			
Resolvidos e	(F8 a (8 a dia2 a a)			
Explicados	(5ª e 6ª edições)			
(Vol. II)				
Capít	ulo 1			
1.1	D. 1.1			
1.2	D. 1.2			
1.3	D. 1.4			
Capít				
2.1	2.1			
2.2	2.2			
2.3	2.3			
2.4	2.4			
2.5	2.5			
2.6	2.6			
2.7	2.7			
2.8	2.8			
2.9	2.9			
2.10	2.11			
2.11	2.16			
2.12	2.18			
2.13	2.19			
2.14	2.20			
2.15	2.21			
2.16	2.24			
2.17	2.28			
2.18	2.39			
2.19	2.42			
2.20	2.43			
2.21	2.47			
2.22	2.50			
2.23	2.64			
2.24	2.87			
2.25	2.88			
2.26	2.89			
Capít				
3.1	3.26			
3.2	3.28			
3.3	3.3			
3.4	3.5			
3.5	3.30			
3.6	3.35			
	0.00			

Ordenação pelo livro "Cálculo					
Financeiro. Teoria e Prática"					
(5ª e 6ª edições)					
Teoria e Prática (5ª e 6ª edições)	Exercícios Resolvidos e Explicados (Vol. II)				
Capítu	ılo 1				
D. 1.1	1.1				
D. 1.2	1.2				
D. 1.4	1.3				
Capítu	ılo 2				
2.1	2.1				
2.2	2.2				
2.3	2.3				
2.4	2.4				
2.5	2.5				
2.6	2.6				
2.7	2.7				
2.8	2.8				
2.9	2.9				
2.11	2.10				
2.16	2.11				
2.18	2.12				
2.19	2.13				
2.20	2.14				
2.21	2.15				
2.24	2.16				
2.28	2.17				
2.39	2.18				
2.42	2.19				
2.43	2.20				
2.47	2.21				
2.50	2.22				
2.64	2.23				
2.87	2.24				
2.88	2.25				
2.89	2.26				
Capítu					
3.3	3.3				
3.5	3.4				
3.26	3.1				
3.27	3.9				
3.28	3.2				
3.30	3.5				

Ordenação pelo livro "Cálculo				
Financeiro. Exercícios Resolvidos				
	os (Vol. II)"			
Exercícios Teoria e Prática				
Resolvidos e				
Explicados	(5ª e 6ª edições)			
(Vol. II)				
3.7	3.36			
3.8	3.38			
3.9	3.27			
3.10	3.47			
3.11	3.48			
3.12	3.50			
3.13	3.53			
3.14	3.55			
3.15	3.61			
	ulo 4			
4.1	4.1			
4.2	4.2			
4.3	4.3			
4.4	4.4			
4.5	4.5			
4.6	4.6			
4.7	4.11			
4.8	4.12			
4.9	4.19			
4.10	4.23			
4.11	4.24			
4.12	4.27			
4.13	4.28			
4.14	4.31			
4.15	4.33			
4.16	4.34			
4.17	4.41			
4.18	4.35			
4.19	4.58			
4.20	4.73			
4.21	4.42			
4.22	4.56			
4.23	4.47			
4.24	4.57			
4.25	4.69			
Capít				
5.1	5.1			
5.2 5.3	5.2			
	5.3			
5.4	5.4			
5.5	5.5			
5.6	5.7			
5.7	5.8			
5.8	5.9			
5.9 5.11				
5.10 5.12				
5.11	5.13			
5.12	5.14			

Ordenação pelo livro "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" (5ª e 6ª edições)				
Teoria e Prática Exercícios				
(5ª e 6ª edições)	Resolvidos e Explicados (Vol. II)			
3.35	3.6			
3.36	3.7			
3.38	3.8			
3.47	3.10			
3.48	3.11			
3.50	3.12			
3.53	3.13			
3.55	3.14			
	3.15			
3.61 Capítu				
4.1	4.1			
4.2	4.2			
4.3	4.3			
4.4	4.4			
4.5	4.5			
4.6	4.6			
4.11	4.7			
4.12	4.8			
4.19	4.9			
4.23	4.10			
4.24	4.11			
4.27	4.12			
4.28	4.13			
4.31	4.14 4.15			
4.33				
4.34	4.16			
4.35	4.18			
4.41	4.17			
4.42	4.21			
4.47	4.23			
4.56	4.22			
4.57	4.24			
4.58				
4.69	4.19 4.25			
4.73	4.20			
Capítu				
5.1	5.1			
5.2	5.2			
5.3	5.3			
5.4	5.4			
5.5	5.5			
5.7	5.6			
5.8	5.7			
5.9	5.8			
5.11	5.9			
5.12 5.10				
5.13	5.11			
5.14	5.12			

Ondono ez a nala linna "Cálanla					
Ordenação pelo livro "Cálculo Financeiro. Exercícios Resolvidos					
e Explicados (Vol. II)"  Exercícios Teoria e Prática					
Resolvidos e					
	(5ª e 6ª edições)				
Explicados	(5= e 6= euições)				
(Vol. II)	Г 1 <i>6</i>				
5.13	5.16				
5.14	5.20				
5.15	5.21				
5.16	5.28				
5.17	5.31				
5.18	5.45				
5.19	5.46				
5.20	5.51				
5.21	5.41				
5.22	5.33				
5.23	5.32				
5.24	5.35				
Capít					
6.1	6.15 (só 6ª ed)				
6.2	6.16 (só 6ª ed)				
6.3	6.17 (só 6ª ed)				
6.4	6.18 (só 6ª ed)				
6.5	6.19 (só 6ª ed)				
Capítulo 7					
7.1	7.1				
7.2	7.2				
7.3	7.3				
7.4	7.4				
7.5	7.5				
7.6	7.6				
7.7	7.7				
7.8	7.8				
7.9	7.9				
7.10	7.10				
7.11	7.11				
7.12	7.18				
7.13	7.19				
7.14	7.20				
7.15	7.21				
7.16	7.22				
7.17	7.23				
7.17	7.24				
7.19	7.25				
7.19	7.26				
7.20	7.27				
7.22 7.28					
7.23	7.29				
7.24	7.30				

Ordenação pelo livro "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática"				
(5ª e 6ª edições)				
Teoria e Prática	Exercícios			
100111101111111111111111111111111111111	Resolvidos e			
(5ª e 6ª edições)	Explicados			
( , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	(Vol. II)			
5.16	5.13			
5.20	5.14			
5.21	5.15			
5.28	5.16			
5.31	5.17			
5.32	5.23			
5.33	5.22			
5.35	5.24			
5.41	5.21			
5.45	5.18			
5.46	5.19			
5.51	5.20			
Capítu	ılo 6			
6.15 (só 6ª ed)	6.1			
6.16 (só 6ª ed)	6.2			
6.17 (só 6ª ed)	6.3			
6.18 (só 6ª ed)	6.4			
6.19 (só 6ª ed)	6.5			
Capítu				
7.1	7.1			
7.2	7.2			
7.3	7.3			
7.4	7.4			
7.5	7.5			
7.6	7.6			
7.7	7.7			
7.8	7.8			
7.9	7.9			
7.10	7.10			
7.11	7.11			
7.18	7.12			
7.19	7.13			
7.20	7.14			
7.21	7.15			
7.22	7.16			
7.23	7.17			
7.24	7.18			
7.25	7.19			
7.26	7.20			
7.27	7.21			
7.28	7.22			
7.29	7.23			
7.30	7.24			

# Formulário

Recomenda-se muita precaução na utilização de fórmulas. Qualquer fórmula tem, na sua origem, pressupostos. Só pode ser diretamente aplicável na resolução de um problema se todos esses pressupostos se verificarem.

O que é verdadeiramente importante são os conceitos, não as fórmulas.

### PERCENTAGENS

# $f_{11} = (1-d_1)(1-d_2)(1-d_3)...(1-d_k)$ $\left(x = \frac{L}{P_C}; y = \frac{L}{P_V}\right)$ Pv = Pc(1+x)

## PROGRESSÕES ARITMÉTICA

$$t_k = t_j + (k-j)r \qquad \qquad S_{PA} = n \ \frac{t_1 + t_n}{2} \label{eq:SPA}$$

### PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

$$t_k = t_j r^{(k-j)}$$
  $S_{PG} = t_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$ 

$$D_{cs} = cni$$
  $c'_{cs} = c (1-ni)$   $d_{cs} = \frac{i}{1-ni}$ 

Limite de aplicabilidade teórica:  $i = \frac{1}{r}$  ou  $n = \frac{1}{r}$ 

### Desconto racional simples

$$D_{rs} = c'_{rs} ni$$
  $c'_{rs} = \frac{c}{1 + ni}$   $d_{rs} = i$ 

## DESCONTO BANCÁRIO DE LETRAS

$$\begin{split} Df &= \frac{Lni}{360} & Cc = L. \ i_{Cc} \\ IS &= i_s.(Df+Cc) & P \ (variáveis) \\ A &= Df+Cc+IS+P & PLD = L-A \end{split}$$

PLD. 
$$\left(1 + \frac{n}{360}i'_{cs}\right) = L$$
  $\left(L - Df - Cc - P\right)\left(1 + \frac{n}{360}i'_{bs}\right) = L$ 

PLD 
$$\left(1+i'_{cc}\right)^{n/360} = L$$
  $\left(L-Df-Cc-P\right)\left(1+i'_{bc}\right)^{n/360} = L$ 

$$\begin{array}{ccc} \textbf{REGIME DE JURO COMPOSTO} \\ j_k &= ci \ (1+i)^{(k-1)} & j_{total} = c \ [(1+i)^n-1] \\ S &= c \ (1+i)^n & S = ce^{n^i nom} \ (capit. \ continua) \end{array}$$

# Desconto comercial composto

$$D_{cc} = c - c'_{cc}$$
  $c'_{cc} = c(1-i)^n$   $d_{cc} = \frac{i}{1-i}$ 

Desconto racional composto 
$$c'_{rc} = c(1+i)^{-n}$$
  $d_{rc} =$ 

$$O_{rc} = c - c'_{rc}$$
  $c'_{rc} = c(1+i)^{-n}$   $d_{rc} =$ 

### TAXAS

## CONVERSÃO DE TAXAS (ver legenda na página seguinte)

Relação de proporcionalidade:  $i_{(k)} = k$ .  $i_k$ 

Relação de equivalência:  $(1+i) = (1+i_k)^k$ 

Exemplo com base em taxas anuais. O ajustamento para outras situações deve ser relativamente simples. Por exemplo, a relação de equivalência pode generalizar-se fazendo  $(1+i_h)^h = (1+i_k)^k$ 

Capitalização contínua: 
$$i = e^{i(\infty)} - 1$$
  
Taxa líquida:  $i_{liq} = (1-t_{imp})$ .  $i_{iliq}$ 

Taxa real: 
$$i_z = \frac{1+i}{1+z} - 1$$

## RENDAS EM JURO COMPOSTO (ver notas na página seguinte)

Temporárias, inteiras, imediatas, de n termos normais:

- De termos constantes:

$$\begin{array}{ll} A_n \!\!\!\! = t \; a_n \!\!\!\! \upharpoonright_i & S_n \!\!\!\! = t \; s_n \!\!\!\! \upharpoonright_i \\ \\ a_n \!\!\!\! \upharpoonright_i = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} & s_n \!\!\!\! \upharpoonright_i = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (a) \; A_n \rceil = a_n \rceil_i \left( t + \frac{r}{i} + nr \right) - \frac{nr}{i} \\ \\ (a) \; S_n \rceil = s_n \rceil_i \left( t + \frac{r}{i} \; \right) - \frac{nr}{i} \end{array}$$

Limite de aplicabilidade se 
$$r < 0$$
:  $n = \frac{t}{|r|}$  (\*)

- Com termos variando em Progressão Geométrica.

$$_{(g)} A_n = \frac{t}{(1+i)^n} \cdot \frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)}$$

$$_{(g)} S_{n} = t. \frac{r^n - (1+i)^n}{r - (1+i)}$$

- Caso particular em que r = (1+i):

(g) 
$$A_n = n \frac{t}{1+i}$$
 g)  $S_n = n t (1+i)^{(n-1)}$ 

Perpétuas, inteiras, imediatas, de termos normais:

- De termos constantes:  $A_{\infty 1} = \frac{1}{\cdot}$
- Com termos variando em Progressão Aritmética:

$$_{(a)} A_{\infty} = \frac{t}{i} + \frac{r}{i^2}$$

Se 
$$r < 0$$
, fica temporária, com  $n = \frac{t}{|r|}$  (\*)

- Com termos variando em Progressão Geométrica:

$$_{(g)} A_{\infty} \rceil = t. \frac{1}{1+i-r}$$

Nota: t = valor do termo constante ou do 1º termo (no caso de rendas com termos variando em PA ou em PG); r = razão.

(\*) Se resultar n não inteiro, o limite de aplicabilidade é dado pelo inteiro imediatamente superior.

### Valor aproximado da taxa, i\*, em anji e snji

$$i^* = \frac{1 - \left(\frac{a_{n} \gamma_i}{n}\right)^2}{a_{n} \gamma_i} \qquad \qquad i^* = \frac{\left(\frac{s_n \gamma_i}{n}\right)^2 - 1}{s_{n} \gamma_i}$$

# Formulário

Recomenda-se muita precaução na utilização de fórmulas. Qualquer fórmula tem, na sua origem, pressupostos. Só pode ser diretamente aplicável na resolução de um problema se todos esses pressupostos se verificarem.

O que é verdadeiramente importante são os conceitos, não as fórmulas.

### AMORTIZAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS CLÁSSICOS

### Sistema Francês ("Puro") (Prestações constantes)

$$\begin{split} D_0 &= p. \; a_{n \rceil \, i} & D_0 \, \left( 1 + i \right)^n = p. s_{n \rceil \, i} \\ D_k &= D_0 \, \left( 1 + i \right)^k - p. s_k \rceil_{\, i} & D_k = p. a_{n + k} \rceil_{\, i} \\ D_0 - D_k &= D_0 \, \frac{\left( 1 + i \right)^k - 1}{\left( 1 + i \right)^n - 1} & D_0 = m_1. s_n \rceil_{\, i} \\ m_{k+1} &= m_k \, \left( 1 + i \right) & m_k = p - j_k \\ m_k &= m_1 \, \left( 1 + i \right)^{k - 1} & m_k = m_j \, \left( 1 + i \right)^{k \cdot j} \end{split}$$

Sist. Amortizações de Capital Constantes ("Puro")

$$\begin{split} m &= \frac{D_0}{n} & j_k = D_{k-1} \, i & p_k = m + D_{k-1} \, i \\ p_k &= p_{k-1} \text{-m} i & p_k = p_1 - (k-1) \, m i & p_k = p_j - (k-j) \, m i \\ D_k &= D_j - (k-j) \, m & \end{split}$$

 $i_k = D_{k-1} i$ 

## Sistema Americano ("Puro")

$$m = D_0 \frac{t}{(1+t)^n - 1}$$
 (Fundo de amortização)

## EMPRÉSTIMOS OBRIGACIONISTAS

$$i' = \frac{Vn}{Vr}i$$

 $m_p = p (1+i)^{-1}$ 

 $\frac{Taxa\ efetiva\ para\ o\ subscritor:}{Ve = (Vn.i).a\ _{k \mid i\ sub} + Vr\ (1+i_{sub})^{-k}}$ 

Taxa efetiva para a emitente:

 $Q.Ve = De + p.a_{n \mid i emi}$ (Prestações constantes)

Q.Ve = De + (m+Pr).a<sub>n|iemi</sub> + 
$$\sum_{k=1}^{n} j_k (1+i_{emi})^{-k}$$

(Amortizações constantes)

# NOÇÕES BÁSICAS DE AVALIAÇÃO DE INVESTIMENTOS

Investimentos em Ativos Reais

PRC: x, tal que 
$$\sum_{t=1}^{x} CFE_{t} (1+i)^{-t} + Vr(1+i)^{-n} = \sum_{t=0}^{n-1} CFI_{t} (1+i)^{-t}$$

$$VAL = \sum_{t=0}^{n-l} CFI_{t} (l+i)^{-t} + \sum_{t=l}^{n} CFE_{t} (l+i)^{-t} + Vr (l+i)^{-n}$$

TIR: taxa à qual VAL = 0

$$IR = \frac{\sum_{t=1}^{n} CFE_{t}(1+i)^{-t} + Vr(1+i)^{-n}}{\left|\sum_{t=0}^{n-1} CFI_{t}(1+i)^{-t}\right|} \quad ou \quad IR = 1 + \frac{VAL}{\left|CFI_{0}\right|} \ (*)$$

(\*) Se só houver um cash-flow de investimento, no ano 0

Investimentos em Ativos Financeiros

Avaliação de ações: 
$$P_0 = \frac{d_1}{i_r - g}$$

Avaliação de obrigações: P\_0 (ou C)=  $\sum_{i=1}^n J_{_t}(1+i_{_T})^{^{-t}} + Vr(1+i_{_T})^{^{-n}}$ 

### LEGENDA (Taxas)

taxa anual nominal, composta k vezes por ano

taxa periódica efetiva i<sub>k</sub>:

h, k: nº de períodos de capitalização por ano

taxa anual efetiva

taxa anual efetiva bruta, composta k vezes por ano

taxa anual nominal, composta continuamente

taxa líquida taxa ilíquida i<sub>ilia</sub>:

taxa de imposto t<sub>imp</sub>:

taxa real

taxa de inflação

# **Agradecimentos**

A publicação de um livro nunca é obra, apenas, do seu autor. Relativamente a esta não poderia deixar de agradecer, desde logo, à Escolar Editora, especialmente na pessoa do João Costa, por mais este voto de confiança. Depois, ao Paulo Medeiros, pela sempre generosa disponibilidade para conceber e executar a capa do livro. Por fim, e garantidamente não menos importante, à minha esposa, Célia, em especial pelas horas de companhia e atenção que (mais uma vez) lhe subtraí.

# ... e um agradecimento muito especial

Neste livro é da mais elementar justiça que reserve um agradecimento *muito* especial para alguém sem cuja ajuda, colaboração e incentivo não teria sido possível, de todo, publicá-lo neste momento.

Há cerca de um ano assumi perante a Escolar Editora o compromisso de entregar duas obras no verão de 2018: a 6ª edição do manual "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" e um novo volume de exercícios resolvidos e explicados. Pouco tempo depois, porém, com a atribuição de um novo cargo no Politécnico de Viseu, a minha disponibilidade material e mental para esta tarefa foi drasticamente reduzida, ao ponto de, a determinada altura, achar que seria impossível entregar este livro no prazo combinado.

Uma das tarefas mais consumidoras de tempo (e mais maçadoras!...) quando se escreve um livro como este é a digitação das fórmulas. Eu sabia que esse era um enorme obstáculo ao cumprimento daquele compromisso. Percebi que precisava da ajuda de quem fizesse isso por mim. Eu sabia que não seria fácil encontrar alguém com o perfil necessário, pois tinha de reunir um conjunto invulgar de características. Desde logo, teria de gostar destas matérias e ter sentido crítico em relação a elas. Depois, teria de ser alguém disponível para aceitar desafios e responder-lhes de forma positiva. Teria, ainda, de ser alguém com grande capacidade de trabalho, persistência e tenacidade. Como se tudo isto não bastasse, deveria ainda ser alguém com capacidade de organização, brio no que faz e gosto pela perfeição. E, já agora, ter uma grande dose de paciência...

Já tive ocasião de dizer isto publicamente por mais de uma vez: a minha vida tem sido um conjunto de acasos e muita sorte. E esta foi mais uma ocasião em que isso aconteceu. Quis o acaso que eu tivesse tido a sorte de me ter cruzado há dois anos com uma aluna que reúne estas condições: a Andreia Santos.

Foi ela que, a partir das minhas resoluções manuais, escreveu e preparou praticamente todas as fórmulas e diagramas desta obra. Tendo eu passado várias vezes pelo mesmo, sei perfeitamente o que isso significa. Sou capaz de avaliar muito bem a carga de trabalho, o número de horas e a quantidade de paciência necessárias. A Andreia fê-lo diligentemente, num período também difícil para ela, devido aos seus compromissos académicos.

Não tenho dúvidas: este livro só é possível neste momento graças à Andreia. Não apenas pelo que fez, mas também pelo incentivo que sempre me foi transmitindo.

Desde o momento em que a desafiei para esta tarefa que deixei claro que apenas lhe poderia dar, em troca, duas coisas\*: um exemplar do livro e o meu agradecimento público (mais do que justo!). Ele aqui fica, da forma mais simples, mas também mais sentida: à boa maneira beirã, "Bem haja, Andreia!".

Rogério Matias

Viseu, 19 de agosto de 2018

<sup>\*</sup> Mais tarde viria a dar-lhe ainda a escolha da cor da capa. E que bem fiz!...

# Prefácio

A natureza do cálculo financeiro pressupõe a exercitação prática como método privilegiado e mais eficaz de aprendizagem.

O segundo volume do livro "Cálculo Financeiro. Exercícios Resolvidos e Explicados" de Rogério Matias, editado em simultâneo com a 6ª edição da obra "Cálculo Financeiro. Teoria e Prática" do mesmo autor, faz uma ligação direta entre ambas que certamente será apreciada por professores e estudantes de cálculo financeiro em qualquer país onde sejam usadas.

O autor teve o cuidado pedagógico de resolver e explicar quase 120 dos cerca de 350 exercícios propostos na obra principal. E para ajudar os alunos interessados e com modos de raciocínio diferenciados optou por incluir mais do que um modo de resolução do mesmo exercício.

Além disso, disponibilizou uma nova e mais cómoda forma de interação com os leitores, nomeadamente com vista ao esclarecimento de dúvidas (não apenas das suas obras, mas também outras, relacionadas com Cálculo Financeiro), tendo em atenção o crescente desenvolvimento tecnológico que permite a utilização de dispositivos móveis com grande rapidez e conforto.

Lisboa, 5 de agosto de 2018

João Borges de Assunção Professor da Católica Lisbon School of Business and Economics (CLSBE) Universidade Católica Portuguesa