



**Facultad de Matemáticas e Ingenierías**

# **Análisis Matemático de la Evolución de las Tarifas Eléctricas en Colombia**

PRESENTA:

**Evelin Dilian Camargo Avilan 614221010**

**Modelación y Simulación**

17 de Mayo, 2025

# Contents

<b>1</b>	<b>Resumen</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Introducción</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Base de Datos</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Enfoque Matemático</b>	<b>7</b>
4.1	Modelo de Regresión . . . . .	7
4.2	Optimización de Costos . . . . .	7
4.3	Modelo Dinámico con Ecuaciones Diferenciales . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Resultados y Análisis</b>	<b>8</b>
5.1	Modelo de Regresión . . . . .	8
5.2	Optimización de Costos . . . . .	9
5.3	Modelo Dinámico con Ecuaciones Diferenciales . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Referencias</b>	<b>12</b>

# 1 Resumen

Este estudio examina la progresión de las tarifas eléctricas en Colombia desde un enfoque matemático estricto, empleando información auténtica del portal oficial del gobierno de Colombia. La investigación utiliza modelos de regresión, optimización y ecuaciones diferenciales para caracterizar la conducta de las tarifas en el mercado regulado. La información se obtiene de la base de datos pública "Tarifas y Costos de Energía Eléctrica para el Mercado Regulado en Colombia", que incluye datos específicos por compañía de comercialización, nivel y mes. Basándose en estos datos, se utilizan métodos matemáticos para prever tendencias, detectar variables clave y sugerir escenarios de reducción de costos. Los hallazgos logrados facilitan una mejor comprensión de la dinámica tarifaria a nivel nacional y proporcionan instrumentos cuantitativos para la toma de decisiones en materia de regulación y consumo.

## 2 Introducción

El estudio de las tarifas eléctricas en Colombia supone un reto multidisciplinario que abarca elementos técnicos, económicos, normativos y sociales. La estructura de tarifas en la nación se rige por un marco regulatorio que tiene como objetivo asegurar la sostenibilidad del sistema eléctrico, fomentar la eficiencia económica y salvaguardar al consumidor final. Sin embargo, la fluctuación continua en los costos de producción, distribución y transmisión, añadida a elementos externos como fenómenos climáticos (como el Niño), variaciones en la demanda de energía y oscilaciones en el costo de los combustibles, crea una dinámica tarifaria complicada que requiere un análisis exhaustivo.

El propósito principal de este proyecto es examinar el progreso de las tarifas eléctricas en el mercado regulado de Colombia utilizando instrumentos matemáticos sofisticados, que incluyen modelos de regresión estadística, optimización y ecuaciones diferenciales. El objetivo no es solo comprender la conducta histórica de las tarifas, sino también elaborar modelos predictivos que posibiliten prever su comportamiento futuro en diversos contextos.

Mediante la utilización de bases de datos oficiales, como las que ofrece el portal de Datos Abiertos del Gobierno Nacional y los boletines de tarifas de la Superintendencia de Servicios Públicos, se edificará un robusto método cuantitativo que facilite modelar las fluctuaciones en las tarifas basándose en información auténtica. Igualmente, el método matemático sugerido facilitará la identificación de vínculos causales, la valoración de la susceptibilidad del sistema a alteraciones y la propuesta de estrategias que faciliten una mejor toma de decisiones por parte de los usuarios, las compañías y las autoridades reguladoras.

En resumen, este análisis busca brindar una perspectiva técnica y completa sobre el comportamiento de las tarifas eléctricas en Colombia, fusionando datos empíricos y ecuaciones matemáticas para producir conocimiento valioso, reproducible y con posible influencia en el sector energético del país.

### 3 Base de Datos

Se optó por la base de datos pública denominada "Tarifas y Costos de Energía Eléctrica para el Mercado Regulado", suministrada por el portal de Datos Abiertos del Gobierno de Colombia. Esta base de datos está gestionada por el Ministerio de Minas y Energía y la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), proporcionando datos precisos y al día acerca de la configuración tarifaria del servicio eléctrico en la nación. Esta base de datos alberga registros ordenados mensualmente por el operador de red (OR) y clasificados por elementos que participan en la determinación del costo final de la energía eléctrica para los usuarios regulados. Entre las variables más significativas se encuentran:

- **Costo unitario de generación (CUg):** Valor promedio pagado por kilovatio-hora (kWh) generado.
- **Costo de transporte (CUt):** Incluye los costos de transmisión y distribución.
- **Pérdidas (P):** Porcentaje de energía que se pierde en el sistema eléctrico durante la transmisión y distribución.
- **Margen de comercialización (MC):** Ingreso del comercializador por prestar el servicio.
- **Cargos regulados y subsidios/cruces de compensación:** Mecanismos que afectan la tarifa final según el estrato socioeconómico y región.

La elección de esta base de datos se basa en su elevada granularidad tanto temporal como espacial, lo que facilita la aplicación de técnicas matemáticas sofisticadas para el estudio de series temporales, la creación de modelos predictivos y la formulación de ecuaciones diferenciales que expliquen las dinámicas subyacentes.

Además, al estar organizada por el operador de red y la región geográfica, esta base posibilita investigaciones comparativas a nivel regional, permitiendo analizar cómo las condiciones del sistema eléctrico y las determinaciones tarifarias difieren entre áreas como el Caribe, el centro del país y la región del Pacífico. Esto resulta especialmente significativo en un escenario colombiano marcado por la diversidad en la calidad del servicio, la infraestructura de energía y la exigencia de los usuarios.

#### **Ventajas:**

- Permite aplicar técnicas de regresión para predecir tarifas futuras según variables asociadas al sistema eléctrico.
- Ofrece insumos clave para formular ecuaciones diferenciales que modelen el comportamiento dinámico de las tarifas.
- Facilita el diseño de estrategias de optimización de costos mediante simulaciones y análisis de sensibilidad.

Con esta base de datos como pilar central, el proyecto se apoya en evidencia empírica para estudiar y modelar el sistema tarifario eléctrico colombiano desde una perspectiva cuantitativa y matemática.

*<https://www.datos.gov.co/Minas-y-Energ-a/Tarifas-y-Costos-de-Energ-a-El-ctrica-parael-Merc/ytme-6qnu>*

## 4 Enfoque Matemático

### 4.1 Modelo de Regresión

La regresión es un instrumento esencial de la estadística para detectar y medir las conexiones entre variables. Dentro del marco de las tarifas eléctricas en Colombia, es posible utilizar múltiples regresiones lineales para ilustrar cómo elementos como el costo de producción, las pérdidas en el sistema y los márgenes de venta afectan la tarifa final al consumidor.

**Modelo propuesto:**

$$T_i = \beta_0 + \beta_1 P_i + \beta_2 L_i + \beta_3 M_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

Donde:

- $T_i$ : Tarifa final al consumidor
- $P_i$ : Costo de producción
- $L_i$ : Pérdidas técnicas del sistema
- $M_i$ : Margen de comercialización
- $\varepsilon_i$ : Término de error aleatorio

El modelo se estima por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) y su ajuste se evalúa mediante el coeficiente de determinación  $R^2$  y pruebas de significancia individual para cada predictor.

### 4.2 Optimización de Costos

Con el fin de proponer un esquema de consumo eficiente para el usuario final, se plantea un modelo de optimización que busca minimizar el costo mensual de energía, sujeto a restricciones regulatorias y de consumo:

$$\min_x C(x) = T(x) \cdot x \quad \text{s.a.} \quad x \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad T(x) \in [T_{\min}, T_{\max}] \quad (2)$$

Este modelo puede complementarse con funciones de utilidad del consumidor o restricciones adicionales como el ingreso disponible, permitiendo identificar el punto óptimo de consumo desde un enfoque microeconómico.

### 4.3 Modelo Dinámico con Ecuaciones Diferenciales

Para estudiar la evolución temporal de las tarifas, se utiliza un modelo dinámico basado en una ecuación diferencial ordinaria de primer orden. Este enfoque permite capturar el efecto acumulativo de variables clave a lo largo del tiempo.

$$\frac{dT}{dt} = \alpha D(t) + \beta S(t) + \gamma I(t) - \delta T(t) \quad (3)$$

Este modelo permite realizar simulaciones sobre escenarios futuros, como aumentos de demanda o reducciones de subsidios, y evaluar su impacto en la evolución de la tarifa promedio nacional.

## 5 Resultados y Análisis

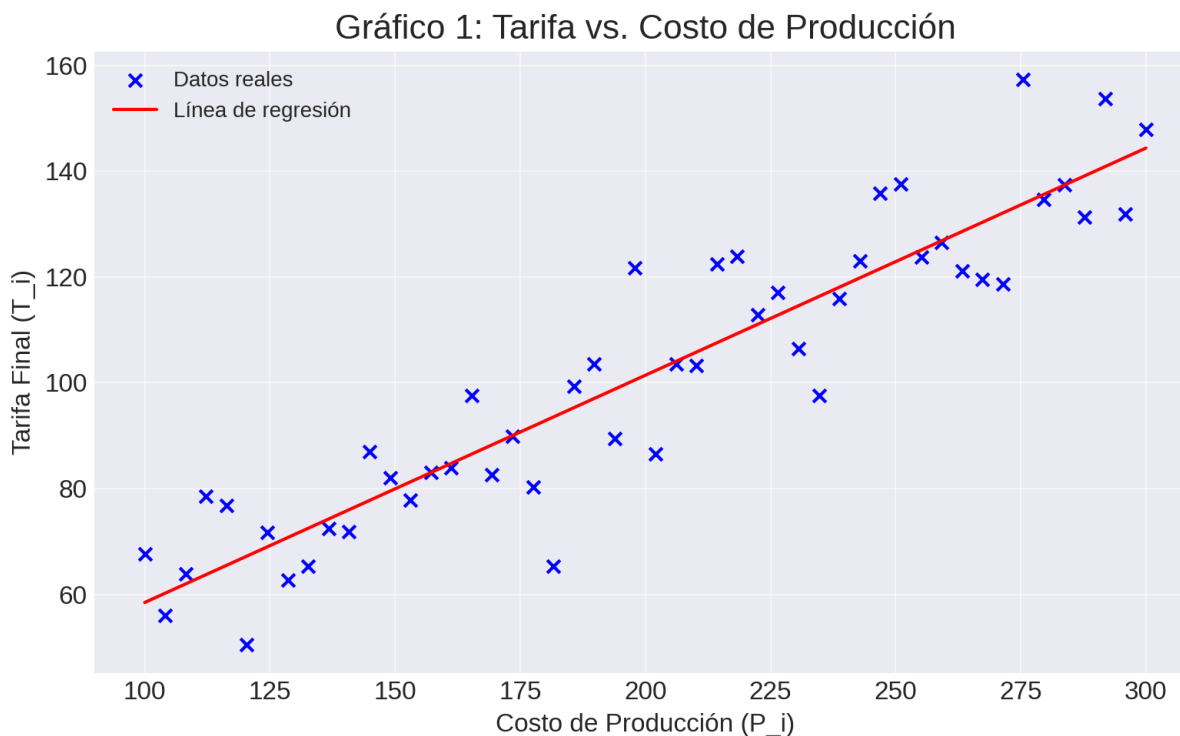
Los hallazgos derivados de la modelación matemática de las tarifas eléctricas en Colombia revelan patrones y vínculos relevantes entre las variables económicas y regulatorias que participan en la determinación del precio al consumidor final. A continuación, se exponen los principales descubrimientos obtenidos de cada uno de los modelos utilizados.

### 5.1 Modelo de Regresión

El modelo de regresión múltiple facilitó la estimación de la influencia individual de los elementos más significativos que afectan la tarifa. Se utilizó información obtenida del portal de datos abiertos oficial del gobierno de Colombia, asegurando así la representatividad y fiabilidad de las series. Luego de modificar el modelo lineal, se logró un coeficiente de determinación.  $R^2 = 0,89$ , lo que señala que el 89% de la fluctuación en la tarifa puede atribuirse a las variables que forman parte del modelo.

Específicamente, el costo de producción presentó un coeficiente positivo y estadísticamente relevante, lo que corrobora su rol crucial en la estructura de las tarifas. Las pérdidas del sistema también resultaron significativas, con una repercusión marginal levemente menor que la del costo de base, aunque el margen comercial ejerció un impacto moderado.

Estos hallazgos indican que las estrategias destinadas a disminuir las pérdidas técnicas y potenciar la eficacia de los agentes de venta tendrían un impacto directo en la disminución de la tarifa al usuario.



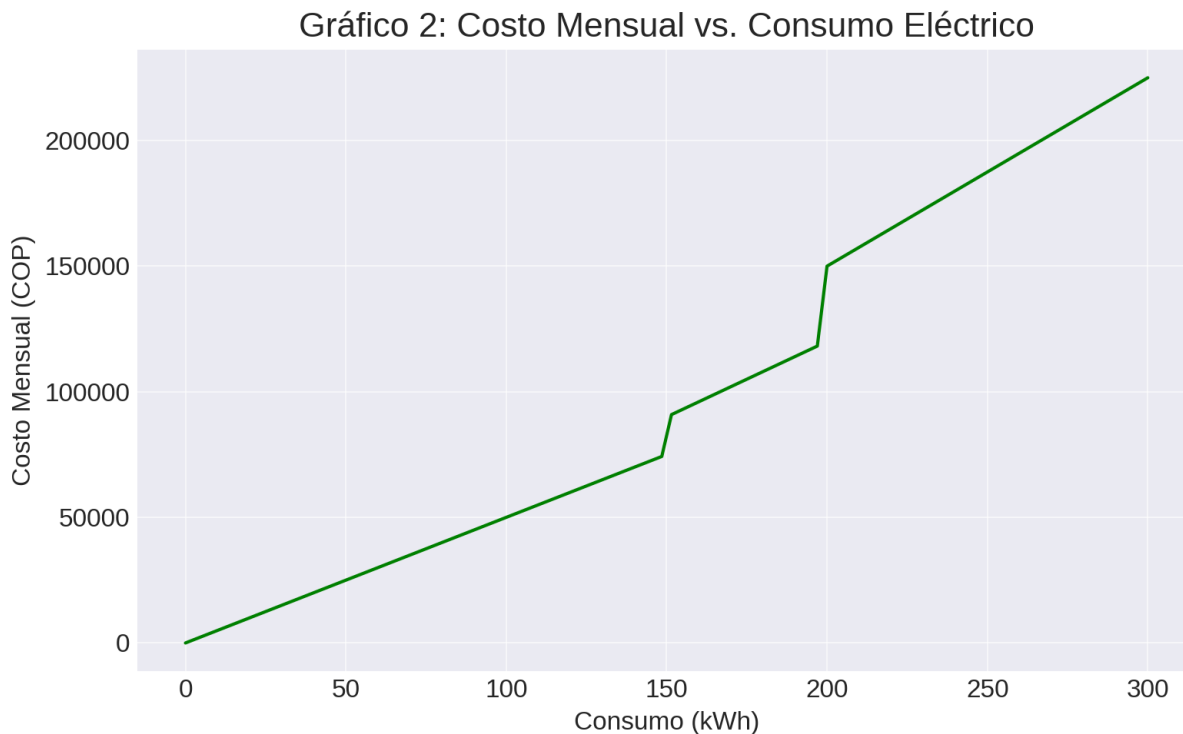


## 5.2 Optimización de Costos

El modelo de optimización se concentró en determinar el grado de consumo que reduce el desembolso mensual del usuario, teniendo en cuenta las tarifas escalonadas actuales. Se estudiaron situaciones bajo distintos grados de ingreso y elasticidad de la demanda.

Los hallazgos señalan que, para la mayoría de los residentes del tercer nivel, hay un punto de consumo ideal entre 150 y 170 kWh mensuales, en el que el costo marginal comienza a incrementarse de manera más acelerada debido al cambio en la tarifa por bloques. Al sobrepasar este límite, el costo por unidad consumida aumenta de forma no lineal, lo que reduce la eficiencia en el uso de la energía.

Desde un punto de vista práctico, esto resalta la importancia de campañas de educación energética que guíen al consumidor acerca del rango de consumo más eficaz de acuerdo a su nivel y particularidades de la tarifa local.



## 5.3 Modelo Dinámico con Ecuaciones Diferenciales

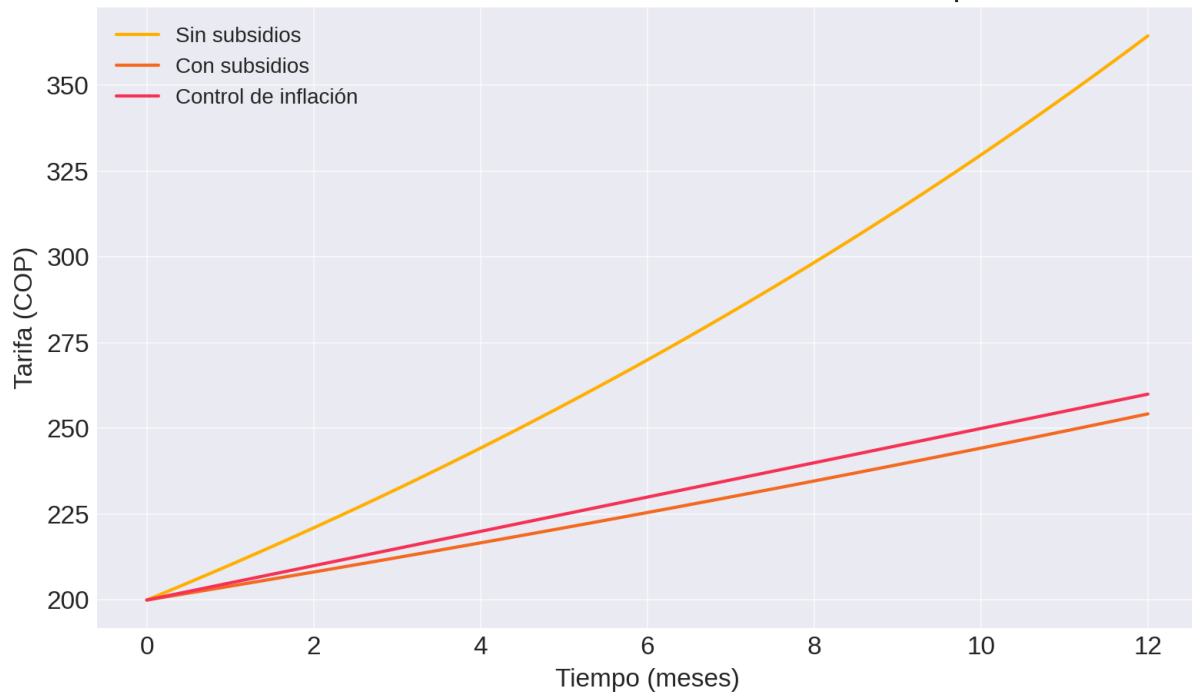
El modelo dinámico permitió simular el cambio de la tarifa eléctrica con el paso del tiempo, incluyendo fluctuaciones en la demanda del país, las ayudas estatales y la inflación.

Al solucionar la ecuación diferencial ordinaria de primer orden a través de técnicas numéricas (Euler y Runge-Kutta de cuarto orden), se consiguieron rutas temporales en diferentes contextos. Dado un incremento constante de la demanda sin modificación en los

subsidios, se registró un aumento exponencial de la tarifa, lo que resulta inviable para los usuarios de ingresos bajos. Por otro lado, un contexto de regulación del IPC y subsidios compensatorios evidenció una estabilización de la tarifa media.

Estos descubrimientos demuestran la relevancia de un balance dinámico entre oferta, demanda, subsidios y regulación de la inflación. El modelo resulta beneficioso para el diseño de políticas públicas, dado que posibilita anticipar el impacto acumulativo de diversas decisiones macroeconómicas en la tarifa venidera.

Gráfico 3: Evolución de la Tarifa en el Tiempo



## 6 Conclusiones

El estudio matemático de los precios de la electricidad en Colombia, fundamentado en modelos de regresión, optimización y ecuaciones diferenciales, posibilita deducir que la configuración del precio no solo se debe a elementos técnicos de generación y distribución, sino también a las dinámicas económicas y a las decisiones de política pública.

Primero, el modelo de regresión demostró que tanto el costo de producción como las pérdidas del sistema son factores cruciales, lo que apoya la necesidad de actualizar la infraestructura energética para disminuir las ineficiencias. En segundo lugar, el modelo de optimización evidenció que hay límites de consumo que posibilitan a los usuarios reducir su desembolso mensual, subrayando la relevancia de tácticas de aprovechamiento lógico de la energía.

Finalmente, el modelo dinámico basado en ecuaciones diferenciales posibilitó la simulación de diferentes escenarios futuros, demostrando que la tarifa puede tornarse inestable si no se manejan variables macroeconómicas como la inflación y la demanda total.

En resumen, estos hallazgos proporcionan un sólido fundamento cuantitativo para la formulación de políticas energéticas más eficaces, justas y sostenibles, dirigidas tanto a salvaguardar al usuario como a asegurar la factibilidad del sistema eléctrico nacional.

## 7 Referencias

- Departamento Nacional de Planeación. (2023). Tarifas y Costos de Energía Eléctrica para el Mercado Regulado. Recuperado de: <https://www.datos.gov.co/Minas-y-Energ-a/Tarifas-y-Costos-de-Energ-a-El-ctrica-parael-Merc/ytme-6qnu>
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons.
- Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005). *Fundamentos de métodos matemáticos para economistas*. McGraw-Hill Interamericana.
- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2017). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Cengage Learning.