

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ ΜΕΡΟΠΗ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Θέμα Έρευνας

Μια εταιρεία παραγωγής ηλεκτρονικών παιχνιδιών (video games), στα πλαίσια δοκιμής ενός παιχνιδιού ρόλων φαντασίας, εξάγει εσωτερικές δοκιμές στο παιχνίδι. Ενδιαφέρεται να ερευνήσει αν το παιχνίδι είναι εξίσου δίκαιο για όλων των ειδών χαρακτήρων που θα επιλέξουν οι παίκτες, ώστε να μην υπερτερεί σημαντικά κάποιος συνδυασμός των ιδιοτήτων που δίνονται στους χαρακτήρες. Για το σκοπό αυτό συνέλεξε πληροφορία από 48 δοκιμαστές, οι οποίοι δοκίμασαν το παιχνίδι σε μια συγκεκριμένη εικονική μάχη του παιχνιδιού με τον ίδιο (τεχνητής νοημοσύνης) αντίπαλο, για τις παρακάτω μεταβλητές: (α) ζημιά στον αντίπαλο (**damage**) σε κατάλληλη μονάδα μέτρησης που έχει θέσει η εταιρεία, (β) φύλο-ηλικία του χαρακτήρα (**sex**), με κατηγορίες τις "man" (άντρας), "woman" (γυναίκα) και "children" (παιδί), (γ) φυλή του χαρακτήρα (**faction**), με κατηγορίες τις "human" (άνθρωποι), "ogre" (τέρατα) και "elf" (ξωτικά), (δ) κλάση του χαρακτήρα (**class**), με κατηγορίες τις "wizard" (μάγος) και "warrior" (μαχητής) και (ε) συμπεριφορά (**attitude**), το οποίο είναι ένα ποσοτικό χαρακτηριστικό, η τιμή του οποίου υπολογίζεται συναρτήσει κάποιων αποφάσεων που έχουν παρθεί από τον παίχτη στη διάρκεια του παιχνιδιού.

Ανάλυση

Η ομάδα που διεξήγαγε τις δοκιμές μας παρέχει ένα αρχείο data.txt με τα ευρήματά της. Αρχικά, ορίζουμε στην R το path για την φάκελο που είναι αποθηκευμένα τα data.txt και RScript μας με την εξής εντολή:

```
> setwd("C:/RegressionAnalysis")
```

Η ομάδα που διεξήγαγε τις δοκιμές μας παρέχει ένα αρχείο data.txt με τα ευρήματά της. Το εισάγουμε στην R με τις εξής εντολές:

```
> rm(list=ls())
```

```
> Data <- read.table(file = "data.txt", header = T, na.strings = "uns")
```

Στη συνέχεια διαγράφουμε όλες τις παρατηρήσεις για τις οποίες δεν έχουμε τιμή ή αντίστοιχο χαρακτηριστικό (δηλ. όσες έχουν NA) με την εντολή:

```
> Data <- na.omit(Data)
```

Και τέλος, επιλέγουμε τυχαία 38 από αυτές τις παρατηρήσεις, δηλαδή 38 από τις σειρές του προαναφερθέντος data frame χρησιμοποιώντας την εντολή:

```
> Data <- Data[sample(1:nrow(Data), size = 38), ]
```

Η R επεξεργάζεται αυτές τις εντολές και μας δίνει το πλαίσιο δεδομένων Data το οποίο είναι ένα data.frame και φαίνεται παρακάτω.

Για να βρούμε τον συντελεστή συσχέτισης ρ μεταξύ του damage και του attitude. Επειδή και τα δύο είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές, μπορούμε να κάνουμε χρήση ενός Pearson correlation Coefficient test. Θέτουμε ως μηδενική υπόθεση την $H_0: \rho = 0$ με εναλλακτική της την $H_1: \rho \neq 0$. Θα συγκρίνουμε την p-value με επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$ και θα αποφανθούμε για τον αν πρέπει να απορρίψουμε ή όχι τη μηδενική υπόθεση. Παράλληλα, κατασκευάζουμε και ένα συμμετρικό $(1-\alpha)\%$ διάστημα εμπιστοσύνης (Δ.Ε.) για τον συντελεστή συσχέτισης. Έχουμε, λοιπόν:

```
> Damage<-Data[,1]
```

```
> Attitude<-Data[,5]
```

```
> cor.test(Damage,Attitude)
```

Pearson's product-moment correlation

```
data: Damage and Attitude
t = 255.91, df = 36, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.9994671 0.9998584
sample estimates:
cor
0.9997253
```

σημαντικός. Το 95% Δ.Ε. που κατασκευάσαμε μας δηλώνει πως με πιθανότητα 95% η πραγματική τιμή του συντελεστή συσχέτισης βρίσκεται στο διάστημα (0.9994671, 0.9998584), άρα μεταξύ του damage και του attitude υπάρχει σχεδόν τέλεια θετική γραμμική συσχέτιση. Τέλος, ο συντελεστής συσχέτισης του damage με το attitude στο δείγμα μας είναι ίσος με 0.9997253.

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας λέει πως η τιμή του στατιστικού ελέγχου μας, T, είναι 255.91, ενώ ακολουθεί την Student με 36 βαθμούς ελευθερίας. Η p – value είναι πολύ μικρότερη του $\alpha=0.05$, οπότε έχουμε πολύ σοβαρές στατιστικές ενδείξεις για να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση. Άρα μπορούμε να υποθέσουμε πως ο συντελεστής συσχέτισης του damage με το attitude είναι στατιστικά

Στην συνέχεια προσαρμόζουμε το απλό γραμμικό μοντέλο με μεταβλητή απόκρισης την τ.μ. Damage και επεξηγηματική μεταβλητή την Attitude με τη βοήθεια της R.

```
> results <- lm(Data$damage~Data$attitude)
```

```
> summary(results)
```

```
Call:
lm(formula = Data$damage ~ Data$attitude)
```

```
Residuals:
    Min     1Q   Median     3Q      Max
-7.2137 -3.0478  0.0411  2.6958  9.8848
```

```
Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 27.28185    1.59438   17.11 <2e-16 ***
Data$attitude 3.29147    0.01286  255.91 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 4.214 on 36 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9995,    Adjusted R-squared:  0.9994
F-statistic: 6.549e+04 on 1 and 36 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Από τα παραπάνω αποτελέσματα βλέπουμε ότι η ευθεία που εκφράζει το μοντέλο μας είναι κατά προσέγγιση η:

$$\hat{y}=27.28+3.29x$$

Καλούμε επίσης την εντολή

```
> confint(results)
                2.5 %    97.5 %
(Intercept) 24.048295 30.515403
Data$attitude 3.265384  3.317554
```

Στον έλεγχο για τη σταθερά, βλέπουμε ότι η p-value είναι πρακτικά 0, επομένως η σταθερά είναι στατιστικά διάφορη του μηδενός σε κάθε λογικό επίπεδο σημαντικότητας. Αυτό σημαίνει πως όταν η τιμή της συμπεριφοράς που έχει ο χαρακτήρας είναι 0, η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη εικονική μάχη είναι 27.28185. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε ότι, με πιθανότητα 95%, η αναμενόμενη ζημιά που θα κάνει ένας χαρακτήρας με τιμή συμπεριφοράς ίση με 0 στη συγκεκριμένη εικονική μάχη, είναι μεταξύ του 24.048295 και του 30.515403.

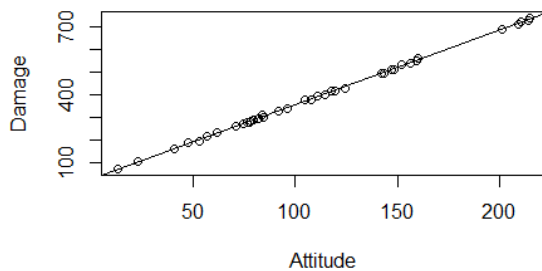
Στον έλεγχο για τον συντελεστή, βλέπουμε και πάλι ότι η p-value είναι πρακτικά 0, επομένως ο συντελεστής είναι στατιστικά διάφορος του μηδενός σε κάθε λογικό επίπεδο σημαντικότητας. Αυτό σημαίνει πως, αν η τιμή της συμπεριφοράς που έχει ο χαρακτήρας αυξηθεί κατά μία μονάδα, η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη εικονική μάχη θα αυξηθεί κατά 3.29147 μονάδες. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε ότι, με πιθανότητα 95%, η αύξηση στην αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει ο χαρακτήρας στη συγκεκριμένη εικονική μάχη όταν η τιμή της συμπεριφοράς του αυξηθεί κατά 1, είναι μεταξύ του 3.265384 και του 3.317554.

Τέλος, παρατηρούμε ότι τόσο ο συντελεστής προσδιορισμού του μοντέλου όσο και ο διορθωμένος συντελεστής προσδιορισμού του μοντέλου είναι περίπου ίση με $R^2 = 0.999$, έχουμε δηλαδή σχεδόν τέλεια προσαρμογή του μοντέλου μας.

Έλεγχοι προϋποθέσεων απλού γραμμικού μοντέλου

1. Έλεγχος Γραμμικότητας

```
> plot(Data$attitude, Data$damage, xlab="Attitude", ylab="Damage")  
> abline(results)
```

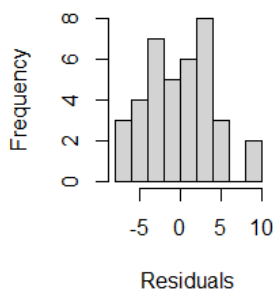


Από το διάγραμμα μπορούμε να δούμε πως η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων περνάει πολύ κοντά σε όλα τα σημεία του διαγράμματος διασποράς, δηλαδή στα σημεία του δείγματός μας, οπότε καταλήγουμε πως η πρώτη η υπόθεση της γραμμικότητας για το απλό γραμμικό μοντέλο που προσαρμόσαμε, είναι απόλυτα λογική.

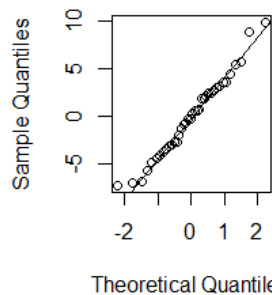
2. Κανονικότητα των σφαλμάτων

```
> hist(results$res, main = "Histogram of residuals", xlab = "Residuals")  
> qqnorm(residuals(results))  
> qqline(residuals(results))
```

Histogram of residuals



Normal Q-Q Plot



Από τα διαγράμματα βλέπουμε ότι η υπόθεση της κανονικότητας δεν είναι παράλογη. Ωστόσο, θα κάνουμε και ένα Shapiro και Wilk normality test για μεγαλύτερη ακρίβεια.

```
> shapiro.test(results$residuals)
```

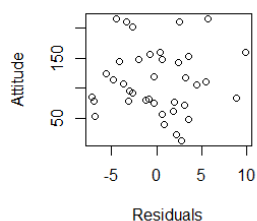
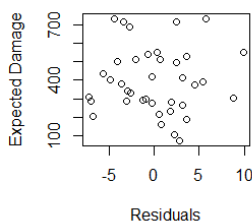
Shapiro-Wilk normality test

Η p-value είναι αρκετά μεγάλη. Συνεπώς, δεν μπορούμε Έχουμε στατιστικά σημαντικές ενδείξεις ώστε να απορρίψουμε την υπόθεση της κανονικότητας των σφαλμάτων.

data: results\$residuals
W = 0.97914, p-value = 0.6871

3. Υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας

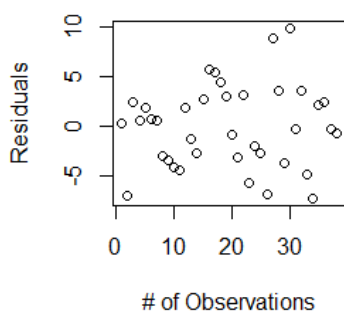
```
> plot(results$res, results$fitted, xlab="Residuals", ylab="Expected Damage")  
> plot(results$res, Data$attitude, xlab="Residuals", ylab="Attitude")
```



Δεν παρατηρείται κάποιος συστηματικός τρόπος συμπεριφοράς των ζευγών που εξετάσαμε. Επομένως, δεν μπορούμε να απορρίψουμε ούτε την ομοσκεδαστικότητα.

4. Ανεξαρτησία Σφαλμάτων

```
> plot(1:38, residuals(results), xlab="# of Observations", ylab="Residuals")
```



Τα υπόλοιπα στο διάγραμμα φαίνεται να συμπεριφέρονται τυχαία, χωρίς να υπάρχει κάποια συστηματική σχέση μεταξύ της σειράς των δεδομένων και της τιμής των υπολοίπων. Επομένως, δεν έχουμε στατιστικά σημαντικές ενδείξεις για να απορρίψουμε υπόθεση ανεξαρτησίας των σφαλμάτων.

Σε συνέχεια της έρευνας θα προσαρμόσουμε ένα πολλαπλό γραμμικό μοντέλο με μεταβλητή απόκρισης την τ.μ. **damage** και επεξηγηματικές μεταβλητές τις **sex, faction, class** και **attitude**. Για να μπορέσουμε να ερμηνεύσουμε τους εκτιμητές των συντελεστών του παραπάνω πολλαπλού γραμμικού μοντέλου και να δώσουμε ένα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τους συντελεστές του γράφουμε τον παρακάτω κώδικα.

```
> Damage <- Data$damage
> Sex <- as.factor(Data$sex)
> Faction <- as.factor(Data$faction)
> Class<-as.factor(Data$class)
> Attitude <- Data$attitude
> resultsMult <- lm(Damage~Attitude+Sex+Faction+Class)
> resultsMult
```

Call:

```
lm(formula = Damage ~ Attitude + Sex + Faction + Class)
```

Coefficients:

(Intercept)	Attitude	Sexman	Sexwoman	Factionhuman	Factionogre	Classwizard
31.01824	3.29781	-0.36612	-0.02127	-5.57974	-4.10162	-1.78574

```
> confint(resultsMult)
```

	2.5 %	97.5 %	Οπότε προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα.
(Intercept)	26.350434	35.6860361	Η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη μάχη ένας χαρακτήρας που έχει παιδί ως φύλο, είναι ξωτικό στη φυλή, μαχητής στην κλάση και έχει τιμή συμπεριφοράς ίση με 0, είναι ίση με 31.02 μονάδες. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε πως με 95% πιθανότητα η τιμή της ζημιάς που θα κάνει ο συγκεκριμένος χαρακτήρας βρίσκεται μεταξύ του 26.35 και του 35.69.
Attitude	3.272424	3.3231929	
Sexman	-4.202206	3.4699596	
Sexwoman	-3.124483	3.0819396	
Factionhuman	-9.321629	-1.8378452	
Factionogre	-7.373009	-0.8302396	
Classwizard	-4.594224	1.0227357	

Ακόμα, η αύξηση κατά μία μονάδα στην τιμή της συμπεριφοράς του χαρακτήρα, οδηγεί σε αύξηση της αναμενόμενης ζημιάς στη συγκεκριμένη εικονική μάχη κατά 3.30 μονάδες, ανεξαρτήτως φύλου, φυλής και κλάσης. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε πως με 95% πιθανότητα η αύξηση της τιμής της συμπεριφοράς κατά μία μονάδα θα οδηγήσει σε μία αύξηση από 3.27 έως 3.32 μονάδες στην τιμή της ζημιάς κλπ. Επίσης, η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη μάχη ένας χαρακτήρας αντρικού φύλου είναι κατά 0.37 μονάδες μικρότερη από αυτή που θα έκανε ένας χαρακτήρας φύλου «παιδί», ίδιας φυλής, ίδιας κλάσης και με ίδια τιμή συμπεριφοράς. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε πως με 95% πιθανότητα η τιμή της ζημιάς που θα κάνει ο πρώτος χαρακτήρας θα είναι από 4.20 μονάδες μικρότερη έως 3.47 μονάδες μεγαλύτερη από αυτή που θα κάνει ο δεύτερος.

Η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη μάχη ένας χαρακτήρας γυναικείου φύλου είναι κατά 0.02 μονάδες μικρότερη από αυτή που θα έκανε ένας χαρακτήρας φύλου-ηλικίας «παιδί», ίδιας φυλής, ίδιας κλάσης και με ίδια τιμή συμπεριφοράς. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε πως με 95% πιθανότητα η τιμή της ζημιάς που θα κάνει ο πρώτος χαρακτήρας θα είναι από 3.12 μονάδες μικρότερη έως 3.08 μονάδες μεγαλύτερη από αυτή που θα κάνει ο δεύτερος.

Η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα κάνει στη συγκεκριμένη μάχη ένας χαρακτήρας ανθρώπινης φυλής είναι κατά 5.58 μονάδες μικρότερη από αυτή που θα έκανε ένας χαρακτήρας φυλής «ξωτικό», ίδιου φύλου, ίδιας κλάσης και με ίδια τιμή συμπεριφοράς. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε πως με 95% πιθανότητα η τιμή της ζημιάς που θα κάνει ο πρώτος χαρακτήρας θα είναι από 1.83 έως 9.32 μονάδες μικρότερη από αυτή που θα κάνει ο δεύτερος κλπ.

Σημείωση: Αντίστοιχοι έλεγχοι γίνονται και για τις προϋποθέσεις του πολλαπλού γραμμικού μοντέλου.

Για να εκτιμήσουμε τη ζημιά που αναμένεται να κάνει ένας θηλυκός μάγος της φυλής των ξωτικών με τιμή συμπεριφοράς ίση με τον δειγματικό μέσο των τιμών συμπεριφοράς, θα υπολογίσουμε το διάστημα μέσης πρόβλεψης χρησιμοποιώντας την εντολή.

```
> predict(resultsMult, list(Attitude=c(mean(Attitude)), Sex=c("woman"), Faction=c("elf"), Class=c("wizard")), int="c")
```

	fit	lwr	upr	
1	398.5324	395.6085	401.4563	Η R μας δίνει ότι η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς που θα πραγματοποιήσει χαρακτήρας με τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά στον τεχνητής νοημοσύνης αντίπαλο είναι ίση με 398.53 μονάδες. Μάλιστα, αν θέλαμε να είμαστε πιο ακριβείς, μπορούμε να πούμε ότι με 95% πιθανότητα η τιμή της ζημιάς που αναμένεται να προκαλέσει ο χαρακτήρας με τα παραπάνω χαρακτηριστικά στην εικονική μάχη βρίσκεται ανάμεσα στις 395.61 και τις 401.46 μονάδες