

SOK-2011 seminar 2

I 2019 hadde Afghanistan en BNP per innbygger tilsvarende cirka 585 kjøpekrafts justerte USD (cirka 5800 NOK per innbygger og år). I gjennomsnitt går folk i skole i 3.3 år i landet. En stor årsak til det lave nivået er at få jenter går 9 år i skolen.

Gå ut ifra at den Afghanske økonomien kan beskrives ved bruk av produksjonsfunksjonen under,

$$Y(t) = A \times (q_K \times K(t))^a \times (q_L \times L(t))^{1-a},$$

og at antakelsene til Solow-modellen med konstant og eksogent gitt teknologi holder.

Hva predikerer Solow-modellen vil skje med produksjon i Steady State dersom den Afghanske regjeringa gjør tiltak som fører til at flere jenter går i skole? Gå ut ifra at tiltaket fører til at jenter blir 20% mer produktive og at landet er i Steady State før tiltaket.

Antakelser:

$$a = 0.3$$

$$s = 0.1$$

$$n = 0.04$$

$$A = 66$$

$$q_K = 1$$

$$q_{L0} = 1$$

Oppgave a)

Beregn nivå på kapitalintensitet og produksjon per innbygger før og etter intervensjonen.

Fra oppgaveteksten vet vi at produksjonsfunksjonen er gitt ved:

$Y(t) = A \times (q_K \times K(t))^a \times (q_L \times L(t))^{1-a}$, hvor Y er totalproduksjonen, A er teknologinivået, $K(t)$ er total kapital, $L(t)$ er total arbeidskraft, q_K og q_L er kvaliteten på henholdsvis kapital og arbeidskraft, og a er kapitalens outputelastisitet. Vi vet også fra antakelsene at s er sparerate og n er befolkningsvekst.

For å finne produksjon per innbygger før og etter intervensjonen, altså $y(t)$ må vi først definere hva $y(t)$ er. Produksjon per innbygger er gitt som total produksjon (Y) delt på antall arbeidere (L), altså $y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)}$. Dermed blir uttrykket for $y(t)$ gitt ved:

$$y(t) = \frac{A \times (q_K \times K(t))^a \times (q_L \times L(t))^{1-a}}{L(t)}$$

$$y(t) = \frac{A q_K^a q_L^{1-a} K(t)^a L(t)^{1-a}}{L(t)}$$

$$y(t) = Aq_K^a q_L^{1-a} K(t)^a L(t)^{-a}$$

$$y(t) = Aq_K^a q_L^{1-a} \left(\frac{K(t)}{L(t)} \right)^a$$

Vi vet at $\frac{K(t)}{L(t)}$ er lik kapital per arbeider, altså $k(t)$.

$$y(t) = Aq_K^a q_L^{1-a} k(t)^a$$

Vi kan altså se at for å finne likevekts punktet for produksjon per arbeider må vi også finne likevekts punktet til kapital per arbeider (kapitalintensiteten) er gitt som:

$$k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = \frac{1}{L} \times \frac{dK}{dt} - \frac{K}{L^2} \times \frac{dL}{dt}$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = \frac{1}{L} \times \frac{dK}{dt} - \frac{K}{L} \times \frac{1}{L} \times \frac{dL}{dt}$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = \frac{sY}{L} - n \times k$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = sy - nk$$

Altså så lenge $sy > nk$ vil kapitalintensiteten øke. Som igjen vil føre til at produksjonen per innbygger øker. Kapitalintensiteten vil nå sitt likevekts punkt når $\frac{dk(t)}{dt} = 0 \rightarrow sy = nk$.

Vi vet hva y er gitt som fra utledningen tidligere i oppgaven, dermed får vi:

$$s \times y = s \times \underbrace{A \times q_K^a \times q_L^{1-a} \times k^a}_y$$

Dermed er likhetspunktet gitt ved:

$$s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a} \times k^a = n \times k$$

Videre kan vi samle k på en plass ved å dividere igjennom med k^a :

$$s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a} \times \frac{k^a}{k^a} = n \times \frac{k}{k^a}$$

$$s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a} = n \times k^{1-a}$$

Vi ønsker å få k alene på den ene siden, og dermed også finne k i steady state (k^{ss}):

$$\frac{s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a}}{n} = k^{1-a}$$

$$\left(\frac{s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{1}{1-a}} = (k^{1-a})^{\frac{1}{1-a}}$$

$$\left(\frac{s \times A \times q_K^a \times q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{1}{1-a}} = k^{ss}$$

Vi kan nå finne likevekts punktet til produksjon per arbeider, altså y^{ss} :

$$y(t) = Aq_K^a q_L^{1-a} k(t)^a$$

$$y^{ss} = Aq_K^a q_L^{1-a} (k^{ss})^a$$

$$y^{ss} = Aq_K^a q_L^{1-a} \left(\left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{1}{1-a}} \right)^a$$

$$y^{ss} = Aq_K^a q_L^{1-a} \left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{a}{1-a}}$$

Nå kan vi putte inn verdiene vi har fra antakelsene og finne likevekts punktene før og etter intervensjonen.

Før intervensjonen:

$$k^{ss} = \left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{1}{1-a}} = \left(\frac{0.1 \times 66 \times 1^{0.3} \times 1^{0.7}}{0.04} \right)^{\frac{1}{1-0.3}} \approx 1472$$

$$y^{ss} = Aq_K^a q_L^{1-a} \left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{a}{1-a}} = 66 \times 1^{0.3} \times 1^{0.7} \times \left(\frac{0.1 \times 66 \times 1^{0.3} \times 1^{0.7}}{0.04} \right)^{\frac{0.3}{1-0.3}} \approx 589$$

Etter intervensjonen:

$$k^{ss} = \left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{1}{1-a}} = \left(\frac{0.1 \times 66 \times 1^{0.3} \times 1.2^{0.7}}{0.04} \right)^{\frac{1}{1-0.3}} \approx 1766$$

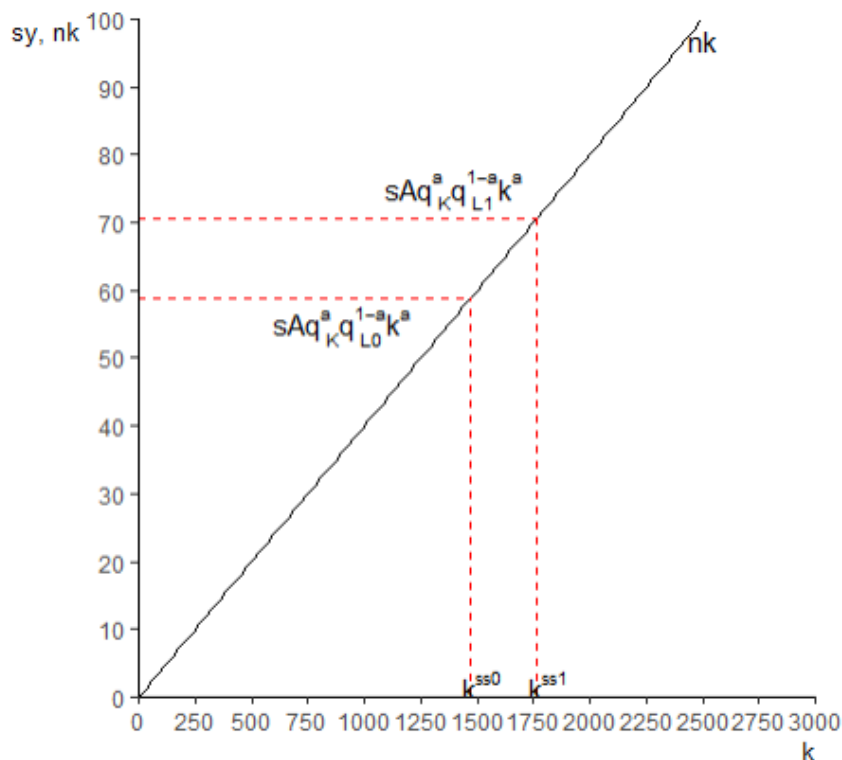
$$y^{ss} = Aq_K^a q_L^{1-a} \left(\frac{SAq_K^a q_L^{1-a}}{n} \right)^{\frac{a}{1-a}} = 66 \times 1^{0.3} \times 1.2^{0.7} \times \left(\frac{0.1 \times 66 \times 1^{0.3} \times 1.2^{0.7}}{0.04} \right)^{\frac{0.3}{1-0.3}} \approx 706$$

Altså ser vi at produksjonen per innbygger og kapitalintensiteten per innbygger går opp dersom flere jenter går på skolen.

Oppgave b)

Illustrer effekten av økt skolegang blant jenter grafisk.

Se QMD fil for kode.



Oppgave c)

Forklar mekanismene bak effekten (økonomisk intuisjon).

Økningen i kapitalintensitet og produksjon per innbygger i Afghanistan, som følge av økt produktivitet blant jenter, kan forklares gjennom flere nøkkelmekanismer i Solow-modellen. Disse mekanismene er basert på interaksjonen mellom kapitalakkumulasjon, arbeidskraftens produktivitet og produksjonen i en økonomi.

- Økt Arbeidsproduktivitet:** Ved å øke produktiviteten blant jenter, som utgjør en betydelig del av arbeidsstyrken, øker den samlede effektiviteten og produktiviteten til arbeidskraften i landet (økning i q_L). Dette fører til at for hver enhet av kapital, kan mer output produseres. En mer produktiv arbeidsstyrke betyr at den samme mengden kapital og arbeid kan produsere mer output.
- Høyere Produksjon Per Innbygger:** Med en mer produktiv arbeidskraft øker output per arbeider. Dette resulterer i en høyere produksjon per innbygger, som er en direkte indikator på økonomisk velstand og vekst.
- Endring i Kapitalintensitet:** I Solow-modellen er kapitalintensitet (kapital per arbeider) en sentral faktor for produksjonsnivået. Når arbeidsproduktiviteten øker, blir den eksisterende kapitalen relativt mer produktiv. For å utnytte denne

økte arbeidsproduktiviteten fullt ut, vil det være incentiver for å øke investeringene for å bringe kapitalintensiteten i tråd med det nye produktivetsnivået. Dette fører til en økning i kapitalintensiteten.

4. **Selvforsterkende Vekst:** En økning i produksjon per innbygger kan føre til høyere sparings- og investeringsrater (gitt at en del av denne økte inntekten spares og investeres). Dette kan i sin tur føre til ytterligere økning i kapitalintensiteten og dermed mer produksjon.
5. **Overgang til et Nytt Steady State:** Med endringen i produktiviteten til arbeidskraften, vil økonomien tilpasse seg og bevege seg mot et nytt Steady State – en tilstand hvor kapitalintensiteten igjen stabiliserer seg, men på et høyere nivå enn før, reflekterende den økte produktiviteten.

Samlet sett fører økt produktivitet blant jenter til en positiv syklus av økonomisk vekst, der forbedret effektivitet i arbeidsstyrken bidrar til økt produksjon og incentiv til økt kapitalinvestering, som igjen støtter videre økonomisk vekst og utvikling.