SOK-2011 seminar 3

Oppgave 1)
Anta at antakelsene til Solow-modellen med naturressurser holder, og at den økonomiske totale produksjonen er gitt ved:

$$Y(t) = A(t) \times \left(q_K(t) \times K(t)\right)^{\alpha} \times \left(q_L(t) \times L(t)\right)^{\beta} \times \left(q_R(t) \times R(t)\right)^{\gamma}$$

Hvor følgende gjelder:

$$q_K(t) = e^{j \times t}, \qquad q_L(t) = e^{m \times t}, \qquad q_R = e^{h \times t},$$
$$A(t) = A_0 \times e^{g_A \times t}, \qquad L(t) = L_0 \times e^{n \times t}, \qquad R(t) = R_0 \times e^{-u \times t}$$

Vi vet også at:

$$0 < \alpha, \beta\ , \gamma < 1, \qquad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

Oppgave 1.1)
Utled et uttrykk for vekstraten i produksjon per arbeider (utenom steady state).

Oppgave 1.2)
Hvordan og hvorfor predikerer denne modellen at endelig ressurser påvirker vekstraten i materiell velferd?

Oppgave 1.3)
Diskuter veksten av teknologisk utvikling for vekst i materiell velferd da produksjonen avhenger bruk av endelige naturressurser.

Oppgave 2)
Vekstraten i produksjon per arbeider i steady state er gitt ved:

$$g_y = \left(\frac{1}{1-a}\right) \times (g_A + a \times j + \beta \times m + \gamma \times h) - \left(\frac{\gamma}{1-a}\right) \times (u + n)$$

Evaluer effekten på nivået på produksjon per arbeid i år 100 (2024 er år null) i disse to situasjonene. Illustrer grafisk. Forklar effekten. Hva ville skje dersom γ øker, og hvorfor?

Situasjon 1	Situasjon 2
$y_0 = 600$ $a = 0.2$ $\beta = 0.6$ $\gamma = 0.2$ $g_A = j = m = h = 0$ $n = 0.2$ $u = 0.001$	$y_0 = 600$ $a = 0.2$ $\beta = 0.6$ $\gamma = 0.2$ $g_A = j = m = h = 0.01$ $n = 0.2$ $u = 0.001$

Situasjon 1

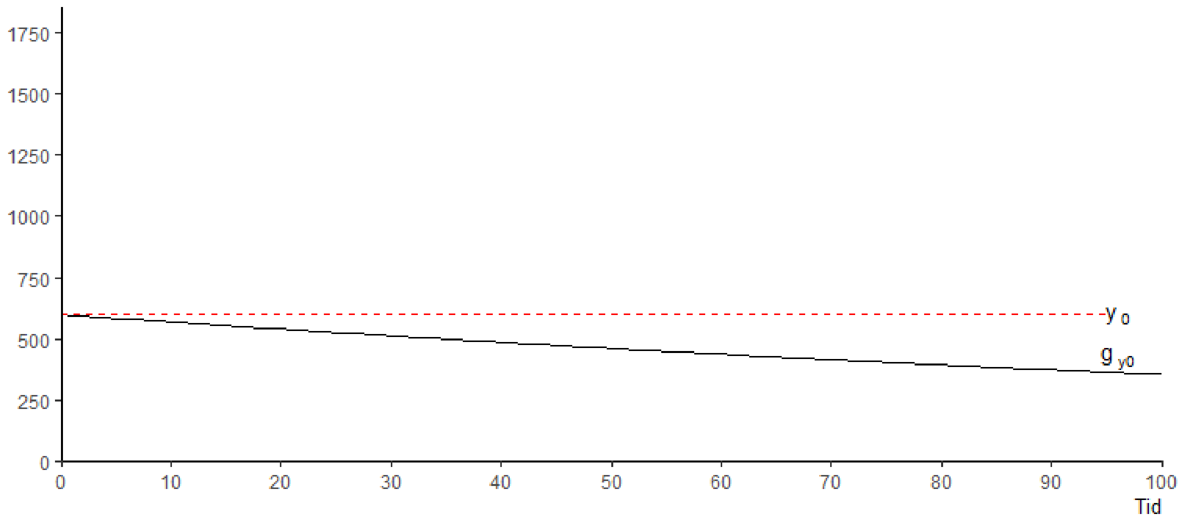
Vi starter med å beregne g_y:

$$g_y = \left(\frac{1}{1-0.2}\right) \times (0 + 0.2 \times 0 \times 0.6 \times 0 + 0.2 \times 0) - \left(\frac{0.2}{1-0.2}\right) \times (0.001 + 0.2) = -0.00525$$

Dette er altså den årlige vekstraten.

Da får vi $y_0 \times e^{g_y \times t} = 600 \times e^{-0.00525 \times t}$

Dermed får vi figuren nedenfor, se R kode:



Situasjon 2

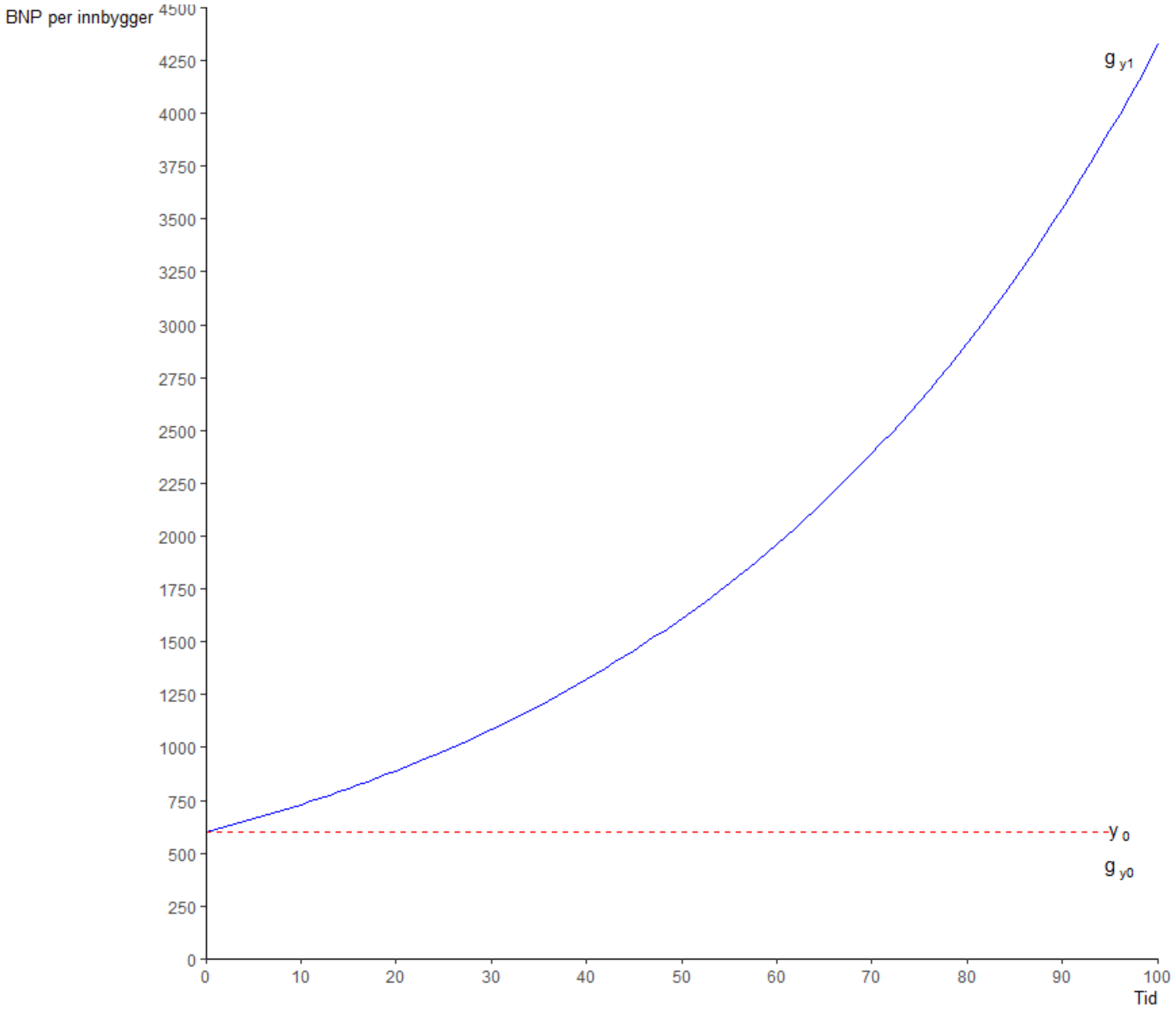
Vi starter med å beregne g_y:

$$g_y = \left(\frac{1}{1-0.2}\right) \times (0.01 + 0.2 \times 0.01 \times 0.6 \times 0.01 + 0.2 \times 0.01) - \left(\frac{0.2}{1-0.2}\right) \times (0.001 + 0.2) = 0.01975$$

Dette er altså den årlige vekstraten.

Da får vi $y_0 \times e^{g_y \times t} = 600 \times e^{0.01975 \times t}$

Dermed får vi figuren nedenfor, se R kode:



Som vi kan se fra de to situasjonen minker BNP per innbygger sakte, men sikkert i situasjon 1, mens i situasjon 2 øker BNP per innbygger eksponentielt. Eneste forskjellen i de to situasjonene er at vekstraten av teknologisk fremgang og vekstratene til kapital, arbeid og naturressurser er lik 0. Altså at disse holdes konstant. Dette vil på sikt føre til en reduksjon i BNP per innbygger, som vi ser i situasjon 1. Mens en liten økning vil føre til en eksponentiell vekst for BNP per innbygger.

Dersom γ øker vil nivået på steady state bli mer sensitivt mtp. endringer i naturresurser. Produksjonen blir mer avhengig av hvordan mengden og kvaliteten på naturresurser varierer over tid.