

## 第四次作业

1. 假设随机变量  $X$  和  $Y$  都在  $(0, B)$  上取值。假设  $f(x|y) = C(y)e^{-xy}, 0 < x < B; f(y|x) = C(x)e^{-xy}, 0 < y < B$ . 给出一种方法来近似模拟  $X, Y$ , 并用模拟的方法来估计  $E(X)$  和  $E(XY)$ .
2. 假设  $X_i, i = 1, 2, 3$ , 相互独立且服从均值为 1 的指数分布。设计一种模拟方法来估计 (1)  $E(X_1 + 2X_2 + 3X_3 | X_1 + 2X_2 + 3X_3 > 15)$ ; (2)  $E(X_1 + 2X_2 + 3X_3 | X_1 + 2X_2 + 3X_3 < 1)$ .
3. 假设  $X, Y, Z$  的联合概率密度为  $f(x, y, z) = Ce^{-(x+y+z+axy+bxz+cyz)}, x > 0, y > 0, z > 0$ , 其中  $a, b, c$  为非负常数,  $C$  取值于与  $a, b, c$  无关. 如何估计  $X, Y, Z$ ? 给定  $a = b = c = 1$ , 如何估计  $E(XYZ)$ ? 给出方法并实现.
4. 假设  $X, Y, N$  的联合分布为

$$P(X = i, y \leq Y \leq y + dy, N = n)$$

$$\approx C \binom{n}{i} y^{i+\alpha-1} (1-y)^{ni+\beta-1} e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} dy,$$

其中,  $i = 0, \dots, n, n = 0, 1, \dots, y \geq 0$ . 当  $\alpha=2, \beta=3, \lambda=4$  时, 用模拟方法估计  $E(X), E(Y), E(N)$ .

5. 生成两个二维正态分布生成的混合正态分布. 两个二维正态分布的均值和协方差阵为  $(1, 4), (-2, -1)$ ;  $\begin{pmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0.4 \\ 0.4 & 1 \end{pmatrix}$ . 两个分布中的随机变量产生的概率分别为 0.5, 0.5.