

微分方程数值解第三周作业

傅长青 13300180003

2017 年 3 月 15 日

1 Runge 现象（见附页）

2 Newton-Cotes 积分公式

测试： $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在 $[1, 4]$ 上的 4 阶 Newton-Cotes 积分为 8.88939560439561；精确值为 8.88629436111989（使用 MATLAB 的自适应 Simpson 函数 ‘quad’ 或积分函数 ‘integral’），相对误差 0.03%

下表为 $[1, 4]$ 上的 n 阶公式算出的积分。

测试函数 $f(x)$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	精确值
$x + 1$	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5
$x^2 + x + 1$	36	31.5	31.5	31.5	31.5
$x^3 + x^2 + x + 1$	133.5	95.25	95.25	95.25	95.25
$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$	519	301.88	300.75	299.85	299.85
$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$	2056.5	1009.7	994.5	982.35	982.35

3 Gauss 积分公式

使用课本的节点和权重算法（Golub & Welsch 1969），区间取 $[1, 4]$ ，节点数为 n 。

测试函数 $f(x)$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	精确值
x	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
x^2	18.75	21	21	21	21	21
x^3	46.875	63.75	63.75	63.75	63.75	63.75
x^4	117.19	203.25	204.6	204.6	204.6	204.6
x^5	292.97	665.62	682.5	682.5	682.5	682.5
x^6	732.42	2210.3	2339.6	2340.4	2340.4	2340.4
x^7	1831.1	7390.3	8178.2	8191.9	8191.9	8191.9

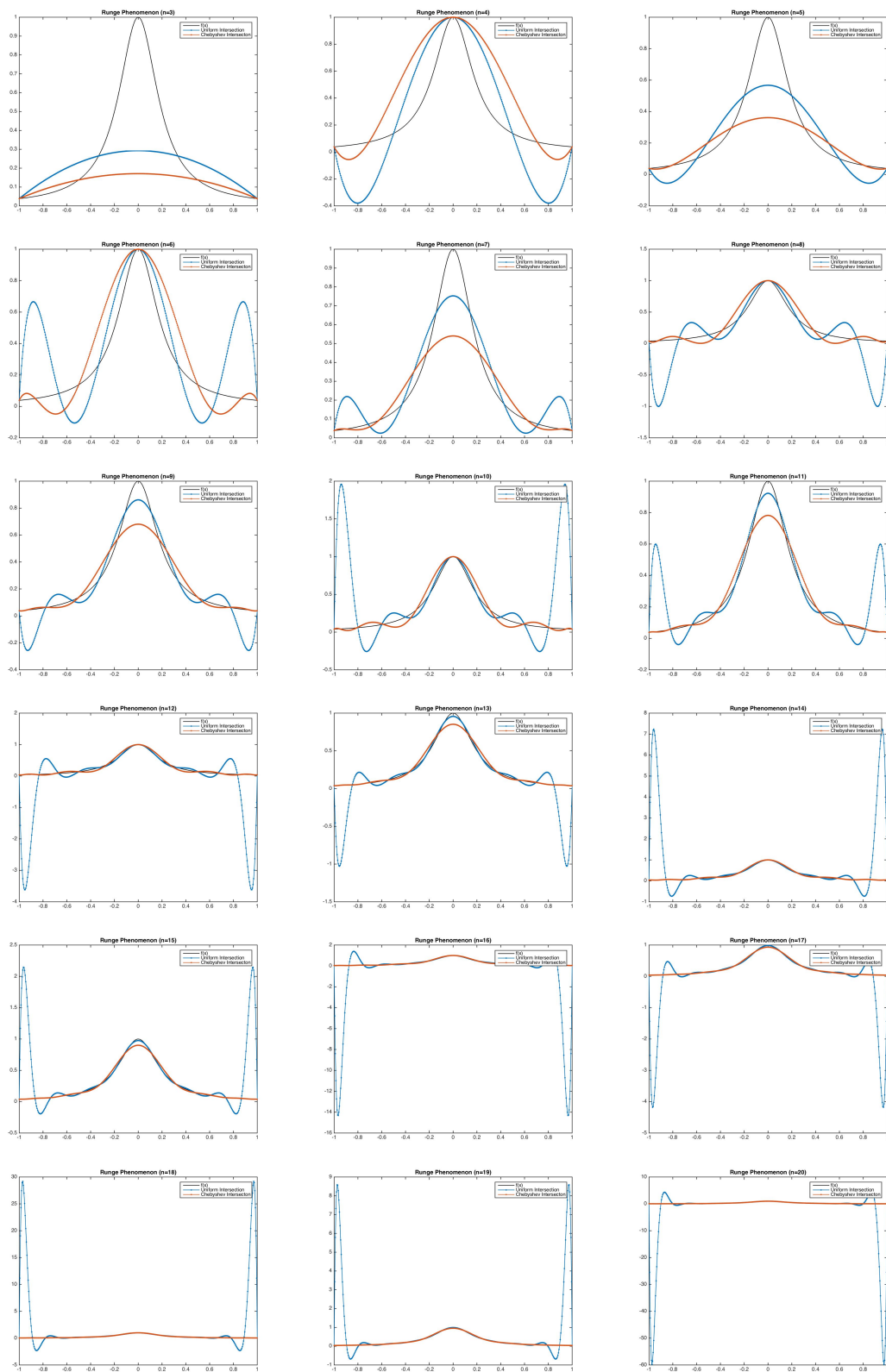


图 1: n 阶插值, $n = 3, \dots, 20$