

Matriisilaskimen määrittelydokumentti

- Mitä algoritmeja ja tietorakenteita toteutat työssäsi

Harjoitustyössä on tarkoituksena käyttää Strassenin algoritmia matriisin kertolaskulle sekä LU-hajotelmaa matriisin determinantin laskemiseksi. Lisäominaisuuksiin voisi kuulua matriisin ominaisarvojen ja –vektoreiden laskemiseen käytettäviä algoritmeja tai hajotelmia.

- Mitä ongelmaa ratkaiset ja miksi valitsit kyseiset algoritmit/tietorakenteet

Tavoitteena on ratkaista miten tehokkaasti laskea matriisin laskutoimituksia suuremmillakin syötteillä. Strassenin algoritmi on normaalia matriisin kertolaskua, joka on vaativuudeltaan $O(n^3)$, tehokkaampi algoritmi, jonka hyöty näkyy suurilla syötteillä. Vaikka on olemassa tehokkaampiakin algoritmeja, kuten Coppersmith-Winogradin algoritmi sekä vastoitain François Le Gallen optimoima algoritmi, ei Strassenista poikkeavia kuitenkaan käytetä käytännössä kuin harvoin.

Matriisin determinantin laskemiseksi päädyin käyttämään LU-hajotelmaa, joka vaikuttaa QR-hajotelmaa sekä Choleskyn hajotelmaa yksinkertaisemmalta toteuttaa ja se toimii ilman lisärajoituksia reaaliarvoisille neliömatriiseille. Leibnizin ja Laplacen menetelmillä aikavaativuudeksi saadaan $O(n!)$, kun taas LU-hajotelmalla päästään mukavampaan $O(n^3)$ vaativuuteen.

- Mitä syötteitä ohjelma saa ja miten näitä käytetään

Ohjelmalle voi manuaalisesti antaa matriiseja tai sitten ladata tiedostosta suuremman matriisin. Matriisit talletetaan 2-ulotteiseen array-taulukkoon, jonka alkiot ovat liukulukuja. Tämän jälkeen ohjelma laskee haluttavat laskutoimitukset ja ilmoittaa yleisiä tietoja matriisin ominaisuuksista.

- Tavoitteena olevat aika- ja tilavaativuudet (m.m. O-analyysit)

Matriisin kertolasku: $n \times n$ matriiseille Strassenin algoritmin aikavaativuus $O(n^{2.8074})$ ja tilavaativuus $O(n^2)$

Matriisin determinantti: $n \times n$ matriiseille LU-hajotelman aikavaativuus $O(n^3)$ ja tilavaativuus $O(n^2)$

- Lähteet

http://en.wikipedia.org/wiki/Strassen_algorithm

http://en.wikipedia.org/wiki/Coppersmith%E2%80%93Winograd_algorithm

http://en.wikipedia.org/wiki/LU_decomposition

http://en.wikipedia.org/wiki/QR_decomposition

http://en.wikipedia.org/wiki/Cholesky_decomposition

<http://en.wikipedia.org/wiki/Determinant#Calculation>

Cormen, Leiserson, Rivest, Stein: Introduction to Algorithms, 2nd edition