Lista 6

Proposições, valoração, validade, satisfazibilidade

1. As sentenças a seguir supõem implicitamente as prioridades de acordo com as convenções dos conectivos. Sendo assim, entendendo as prioridades, adicione tantos parênteses quanto possível. Por exemplo, dada a proposição $p \wedge q \to r$, transforme-a em $(p \wedge q) \to r$, já que $\wedge$ tem prioridade mais alta do que $\to$.
   a) $\neg p \wedge q \to r$
   b) $(p \to q) \wedge \neg(r \vee p \to q)$
   c) $(p \to q) \to (r \to s \vee t)$
   d) $p \vee (\neg q \to p \wedge r)$
   e) $p \vee q \to \neg p \wedge r$
   f) $p \vee p \to \neg q$

2. Dê o conjunto das subfórmulas das fórmulas da questão anterior.

3. Classificar as fórmulas a seguir de acordo com sua satisfazibilidade, validade, falsificabilidade ou insatisfazibilidade:
   a) $(p \to q) \to (q \to p)$
   b) $p \to \neg\neg p$
   c) $\neg(p \vee q \to p)$
   d) $((p \to q) \wedge (r \to q)) \to (p \wedge r \to q)$

4. **POSCOMP - 2014** Admitindo as proposições L,M,N e os conectivos lógicos usuais $\vee$ (ou), $\wedge$ (e), $\neg$ (negação), $\to$ (se...enão) e $\leftrightarrow$ (se e somente se), considere as afirmativas a seguir.
   I. $L \to (\neg L \to M)$ é tautologia.
   II. $\neg L \wedge (L \wedge \neg M)$ é contraditória.
   III. $(L \vee N) \wedge \neg N \Rightarrow L$.
   IV. $M \leftrightarrow N \Leftrightarrow (\neg M \vee N)$

   Assinale a alternativa correta. **Justifique**.
   a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
   b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
   c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
   d) Somente as afirmativas I,II e III são corretas.
   e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

5. Encontrar uma valoração que satisfaça as seguintes fórmulas:

a) $q \to p \land \neg q$
b) $(p \to q) \to p$
c) $\neg(p \lor q \to q)$
d) $(p \to q) \land (\neg p \to \neg q)$
e) $(p \to q) \land (q \to p)$

6. Se X, Y, Z são sentenças falsas e A, B, C são sentenças verdadeiras, então os valores de verdade de $(\neg X \land \neg A) \land (Y \to C)$, $B \to (Y \to Z)$ e $B \to Z$ são respectivamente:
   a) verdadeiro, verdadeiro, falso.
   b) falso, verdadeiro, falso.
   c) falso, falso, verdadeiro.
   d) verdadeiro, falso, falso.
7. Sejam P e Q duas proposições, a negação de $P \land Q$ equivale a:
   a) $\neg P \land Q$
   b) $P \land \neg Q$
   c) $\neg P \land \neg Q$
   d) $\neg P \lor \neg Q$
   e) $P \lor Q$

   Mostre através da tabela verdade que as duas fórmulas são equivalentes.
8. Seja ϕ uma formula qualquer, responda os seguintes itens, se é **verdadeiro** ou **falso** e justifique sua resposta:
   a) se ϕ for satisfazível, então não existe uma valoração que aplicada a ϕ retorne falso.
   b) se ϕ for falsificável, então ϕ não pode ser uma tautologia.
   c) se ϕ for insatisfazível, ϕ obrigatoriamente deve ser falsificável.
   d) se ϕ é tautologia, ϕ deve ser satisfazível.
   e) se ϕ é uma tautologia, então $\neg\phi$ é insatisfazível.
   f) para toda fórmula pertencente a lógica proposicional, esta fórmula deve ser satisfazível ou falsificável.
9. Para os argumentos a seguir, mostre a validade deles usando o sistema de dedução natural e dos tableaux analíticos. Use o teorema da dedução se for conveniente.
   a) $\neg p \to \neg q \vdash q \to p$
   b) $\neg p \lor \neg q \vdash \neg(p \land q)$
   c) $\neg p, p \lor q \vdash q$

d) $p \lor q, \neg q \lor r \vdash p \lor r$

e) $p \to (q \lor r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$

f) $\neg p \land \neg q \vdash \neg(p \lor q)$

g) $p \land \neg p \vdash \neg(r \to q) \land (r \to q)$

h) $(A \lor \neg B) \to C, C \to D, A \vdash D$

i) $(A \to B) \land (B \to C) \vdash A \to C$

A resolução do item *i)* da questão anterior é uma demostração da regra do *silogismo hipotético (sh)* que diz:

De $P \to Q$ e $Q \to R$ pode-se deduzir $P \to R$

Por ser uma regra de dedução legítima, o *sh* pode ser usado para justificar um passo em uma sequência de demostração.

j) $A, (B \to C) \vdash B \to (A \land C)$

Para resolução dos itens *k)* e *l)* faça uso das equivalências notáveis para a mudança de conectivos se for conveniente.

k) $A \to (B \lor C), \neg B, \neg C \vdash \neg A$

l) $A \to (B \to C), A \lor \neg D, B \vdash D \to C$