

Lista 9

Dedução natural na LPO

Equivalência entre quantificadores

Sejam A uma fórmula LPO. Então, temos as seguintes equivalências entre os quantificadores:

$$\neg\forall xA = \exists x\neg A$$

$$\neg\exists xA = \forall x\neg A$$

1. Transforme os argumentos em linguagem da lógica de primeira ordem, indique os predicados, e prove a validade do argumento usando dedução natural.
 - a) Todos que estavam doentes foram medicados. Alguns não foram medicados. Portanto, nem todos estavam doentes.
 - b) Todos que gostam de mar bravo são surfistas. Alguns gostam de mar bravo e não gostam de garotas bonitas. Portanto, alguns surfistas não gostam de garotas bonitas.
 - c) Ácidos ou bases são produtos químicos. O vinagre é um ácido. Logo, o vinagre é um produto químico.
2. Demostre o argumento pelas regras da dedução natural.
 - a) $\forall x\forall yP(x, y) \vdash \forall u\forall vP(u, v)$
 - b) $\exists x\forall yP(x, y) \vdash \forall y\exists xP(x, y)$
 - c) $\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \neg R(y) \vdash \neg P(y)$
 - d) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$
 - e) $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \vdash \forall x(P(x) \vee Q(x))$
 - f) $\exists xF(x) \vee \exists xG(x) \vdash \exists x(F(x) \vee G(x))$ (bônus)
 - g) $S \rightarrow \forall xQ(x) \vdash \forall x(S \rightarrow Q(x))$
 - h) $\neg\exists xP(x) \vdash \forall x\neg P(x)$ (bônus)