Lista 10
Fórmulas, Dedução natural, Semântica

1. Traduza as sentenças para a lógica de predicados, identificando os predicados e montando o argumento.
   a) Todos os incompetentes fracassam. Todos os cuidadosos não fracassam. Logo, nenhum incompetente é cuidadoso.
   b) Nenhum jogador é feliz. Alguns idealistas são felizes. Portanto, alguns idealistas não são jogadores.
   c) Todo jogador de tênis pode ser considerado um atleta. Alguns fumantes jogam tênis. Portanto, alguns fumantes são atletas.
2. Mostre a validade dos argumentos usando o sistema de dedução natural.
   a) $\forall x(F(x) \to G(x)), \exists(F(x) \land H(x)) \vdash \exists x(G(x) \land H(x))$
   b) $\forall x(S(x) \to Q(x) \land P(x)), S(a) \vdash P(a)$
3. Seja $\phi = \forall x \forall y \exists z(R(x, y) \to R(y, z))$, onde R é um símbolo predicado binário.
   a) Seja $\mathcal{M}$ um modelo onde os elementos são interpretados por $U = \{a, b, c, d\}$ e $R^{\mathcal{I}} = \{(b, c), (b, b), (b, a)\}$. Temos $\mathcal{M} \vDash \phi$?
   b) Seja $\mathcal{M}'$ um modelo onde os elementos são interpretados por $U = \{a, b, c\}$ e $R^{\mathcal{I}} = \{(b, c), (a, b), (c, b)\}$. Temos $\mathcal{M}' \vDash \phi$?
4. Considere as três sentenças

   $\phi_1 = \forall x P(x, x)$
   $\phi_2 = \forall x \forall y(P(x, y) \to P(y, x))$
   $\phi_3 = \forall x \forall y \forall z((P(x, y) \land P(y, z) \to P(x, z)))$

   que expressam que o predicado binário P é reflexivo, simétrico e transitivo, respectivamente. Crie modelos que satisfaçam as sentenças.