

Lista 4

Sistemas dedutivos - axiomatização

1. Provar, usando axiomatização, os seguintes teoremas, usando o Teorema da Dedução se for conveniente.

a) $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$

b) $\vdash (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

c) $p \rightarrow (q \wedge r), p \vdash p \wedge r$

d) $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, q \vdash r$

e) $p \wedge q \rightarrow r \wedge s, \neg \neg p, q \vdash s$

f) $\vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$

g) $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

h) $\vdash (\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Axiomas

$(\rightarrow_1) \quad p \rightarrow (q \rightarrow p)$

$(\rightarrow_2) \quad (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

$(\wedge_1) \quad p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$

$(\wedge_2) \quad (p \wedge q) \rightarrow p$

$(\wedge_3) \quad (p \wedge q) \rightarrow q$

$(\vee_1) \quad p \rightarrow (p \vee q)$

$(\vee_2) \quad q \rightarrow (p \vee q)$

$(\vee_3) \quad (p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$

$(\neg_1) \quad (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p)$

$(\neg_2) \quad \neg \neg p \rightarrow p$

Regras de inferência

$A \rightarrow B$ e A , infere-se B (*modus ponens*)

$A \rightarrow B$ e $\neg B$, infere-se $\neg A$ (*modus tollens*)