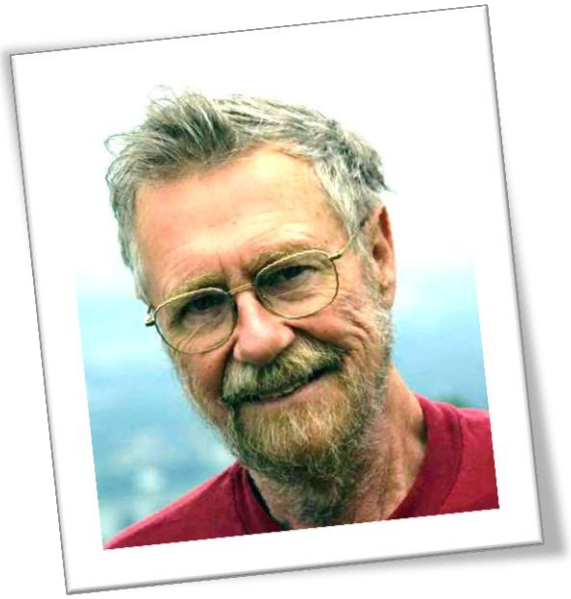
Teoria dos Grafos
2011/01

Algoritmo de Dijkstra
Estudo e Implementação

Professora: Claudia Boeres

Alunos: José Alexandre Macedo

Maycon Maia Vitali

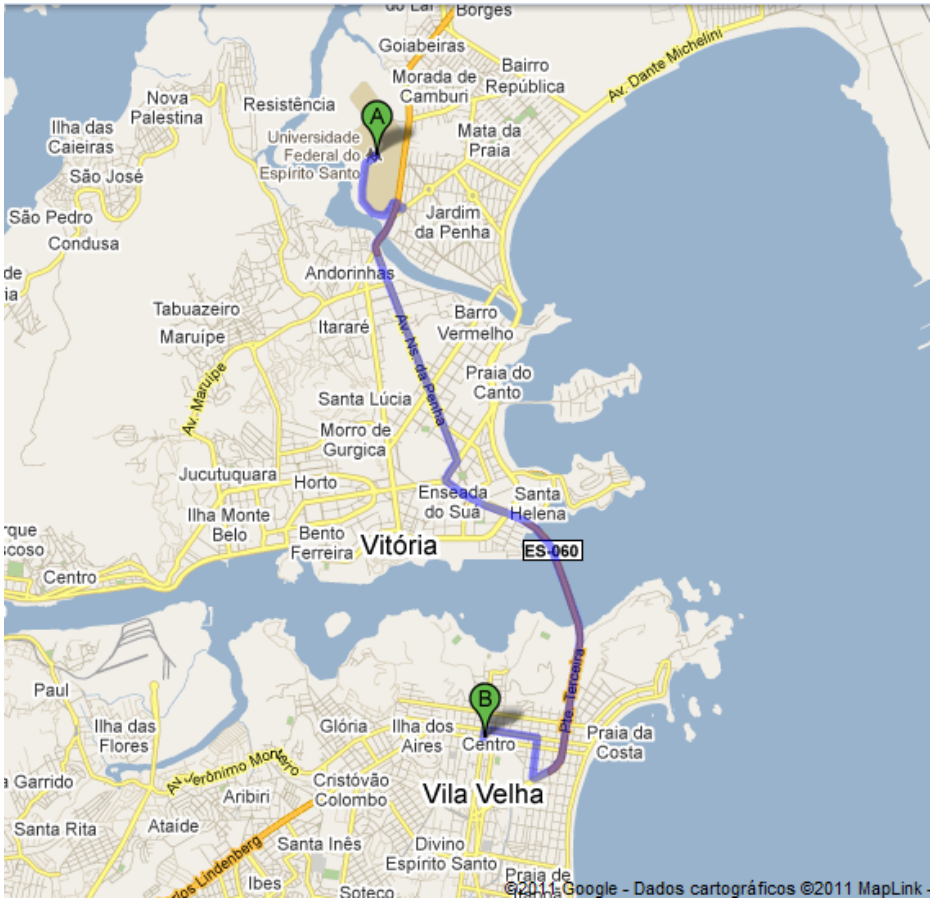


Problema do Caminho Mínimo

Qual o caminho mínimo
entre um vértice e
os demais de um grafo?

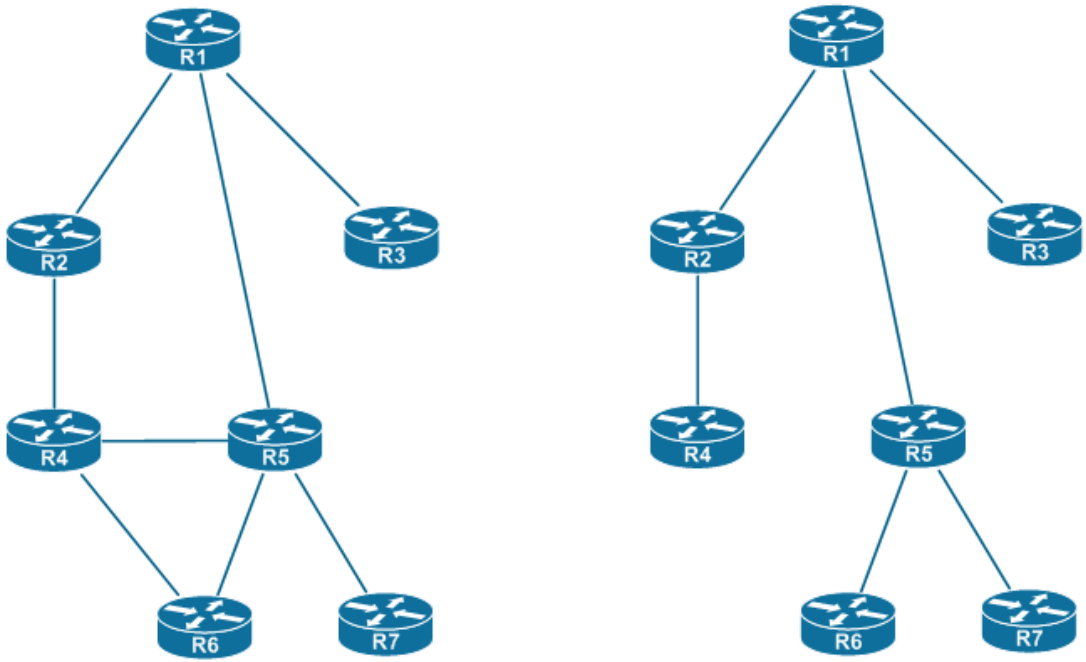
Problema do Caminho Mínimo

- Aplicações
  - Calculo de rotas



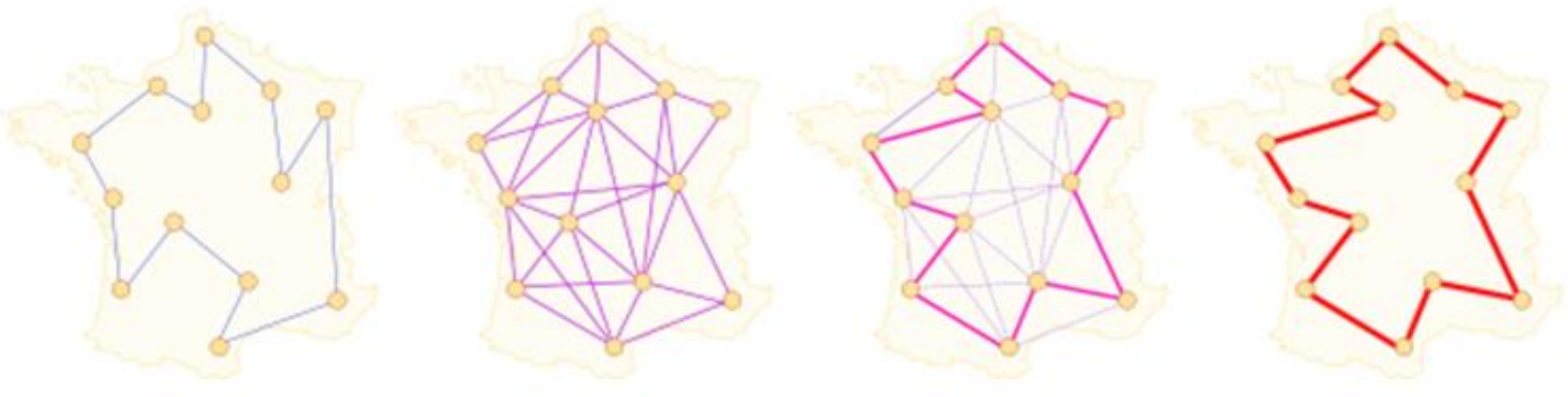
Problema do Caminho Mínimo

- Aplicações
  - Algoritmos de roteamento (Vetor de Distâncias)



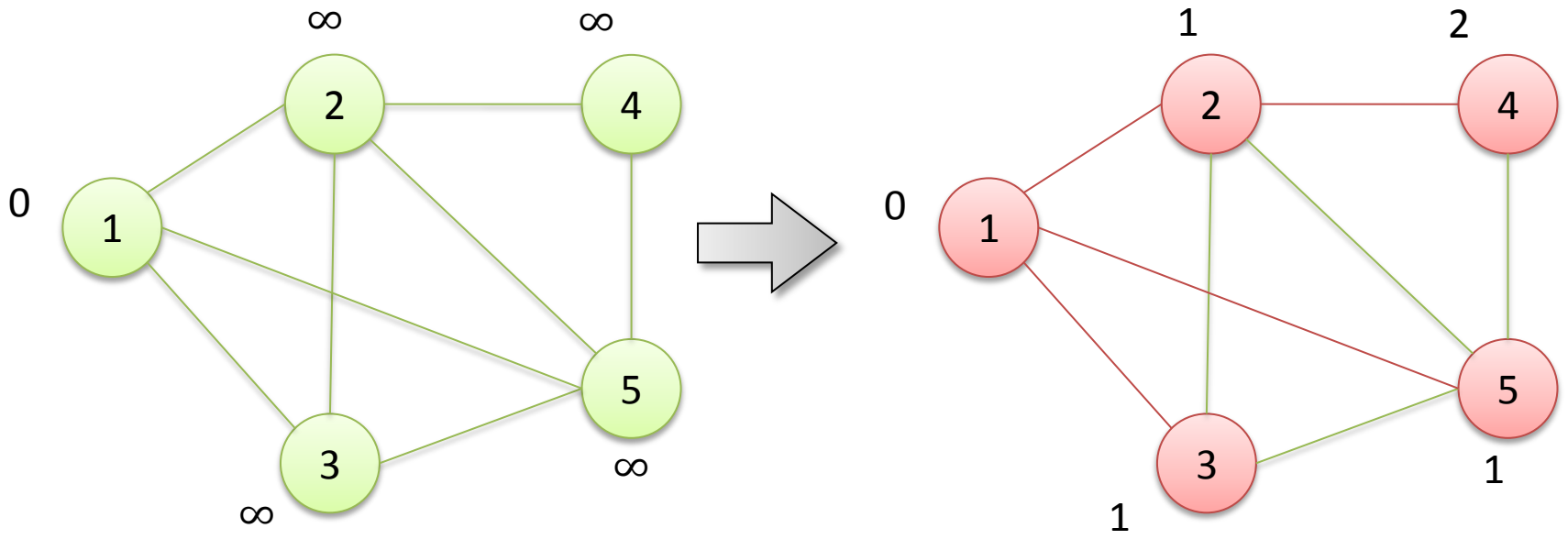
Problema do Caminho Mínimo

- Aplicações
  - Pré computação para heurísticas do Caixeiro Viajante



Solução mais simples...

- O algoritmo de busca em largura (BFS) calcula o caminho mínimo entre os vértices de **grafos não valorados**



Algoritmo de Dijkstra

- Encontra o caminho mínimo de origem única
- Características
  - Funciona para **grafos ponderados**
  - Apenas para arestas com **peso positivo**
  - Os grafos **podem conter ciclo**

Algoritmo de Dijkstra

Relembrando o algoritmo...

Algoritmo de Dijkstra

- Estruturas necessárias

$\pi[u] \rightarrow pai\ do\ vértice\ u$

$d[u] \rightarrow distância\ da\ origem\ até\ u$

$Q \rightarrow conjunto\ de\ vértices\ (distância\ provisória)$

$S \rightarrow conjunto\ de\ vértices\ (distância\ definitiva)$

Algoritmo de Dijkstra

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big) então$
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$

Algoritmo de Dijkstra

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)então$
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$

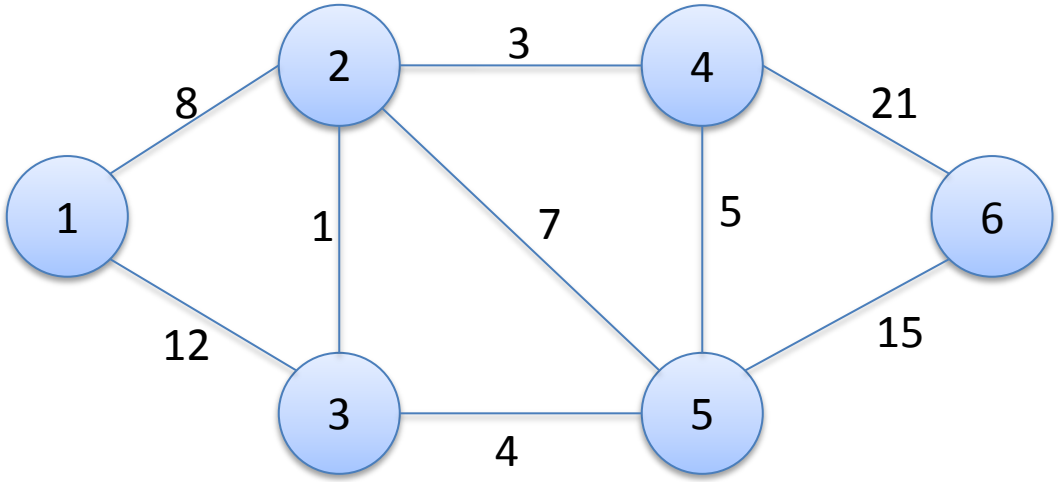
Vértice inicial

Função de peso

Remove vértice com distância mínima do conjunto Q

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big) então$
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

$d[v] =$

$Q = \{\}$

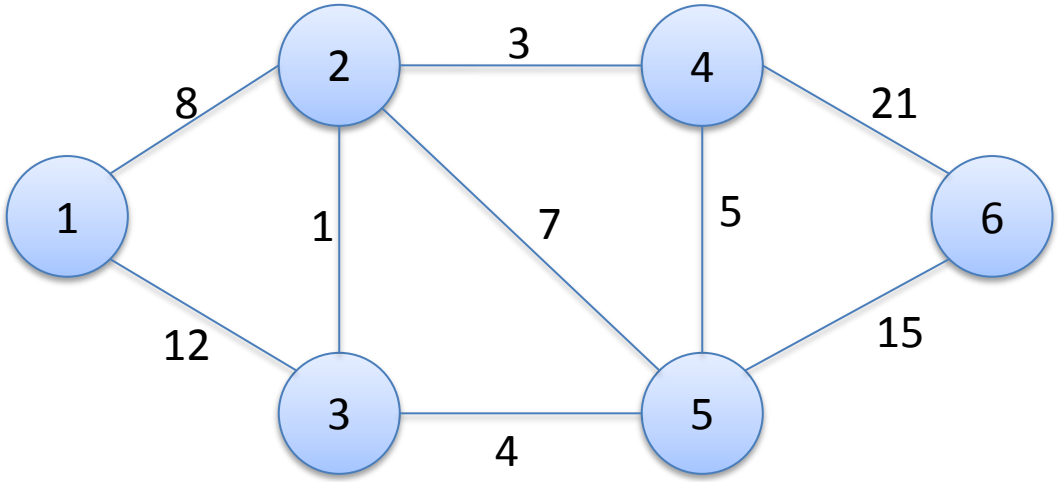
$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)

para cada $v \in V$
  $d[v] \leftarrow \infty$
  $\pi[v] \leftarrow NULL$
$d[s] \leftarrow 0$
$S \leftarrow \{\}$
$Q \leftarrow V$
Enquanto $|Q| \neq 0$
  $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
  $S \leftarrow S \cup \{u\}$
  para cada $v \in Adj[u]$
    se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
      $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

$d[v] =$

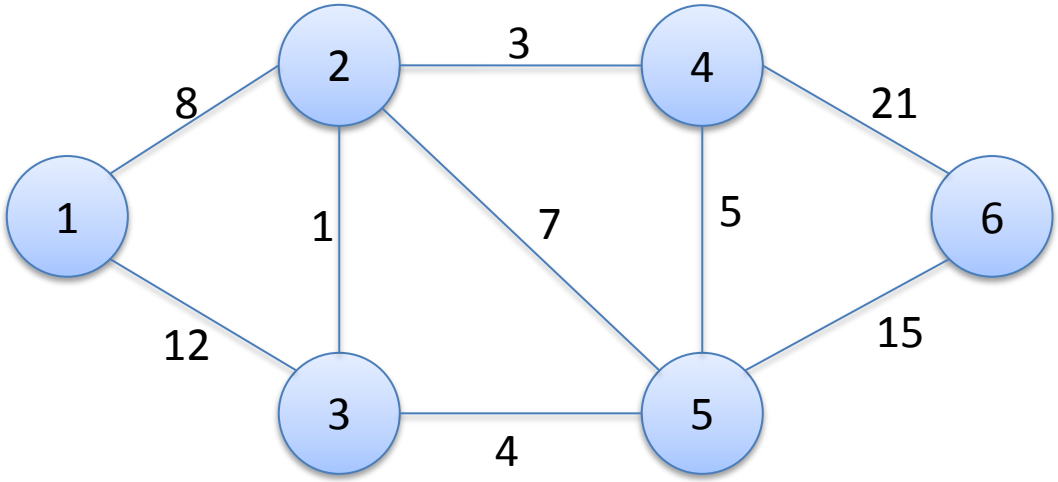
$Q = \{\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
→ $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

∞	∞	∞	∞	∞	∞

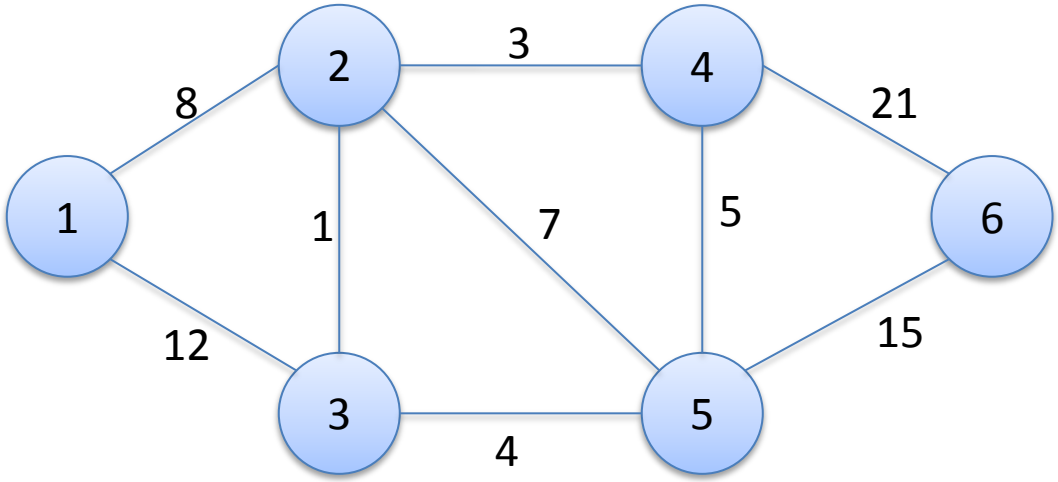
$Q = \{\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
→ $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

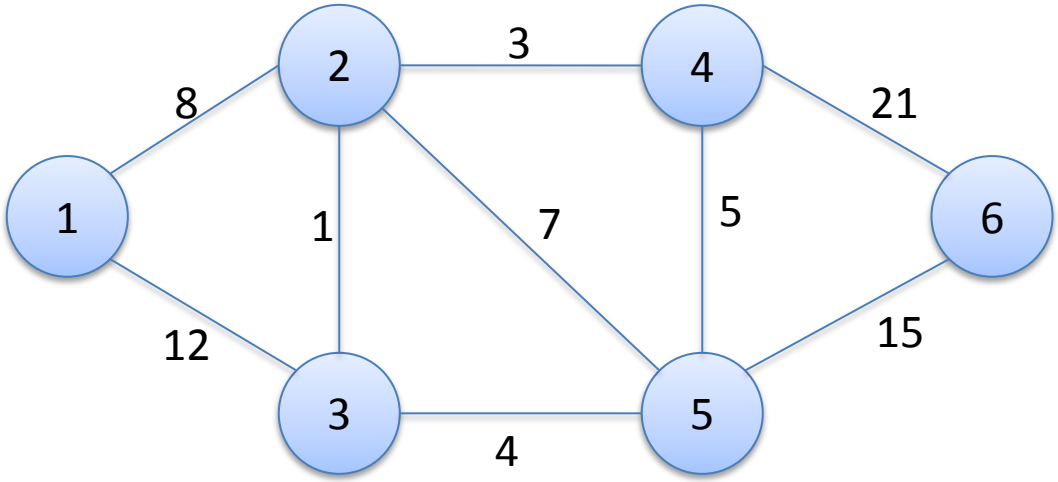
$Q = \{\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
→ $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

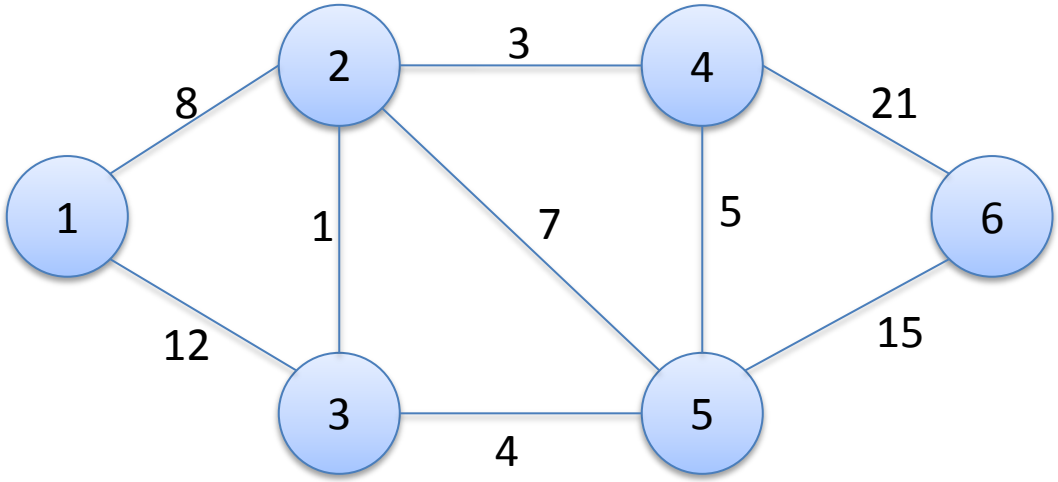
$Q = \{\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

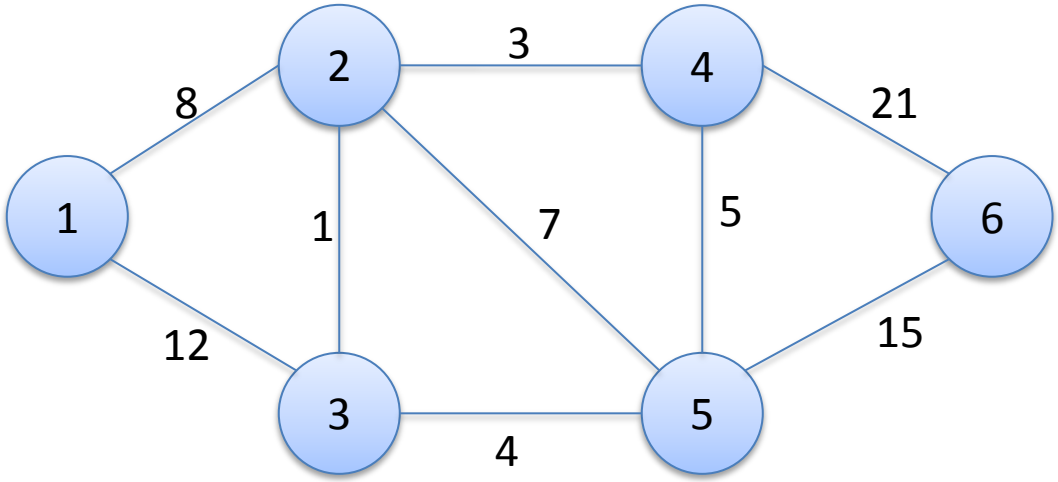
$Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

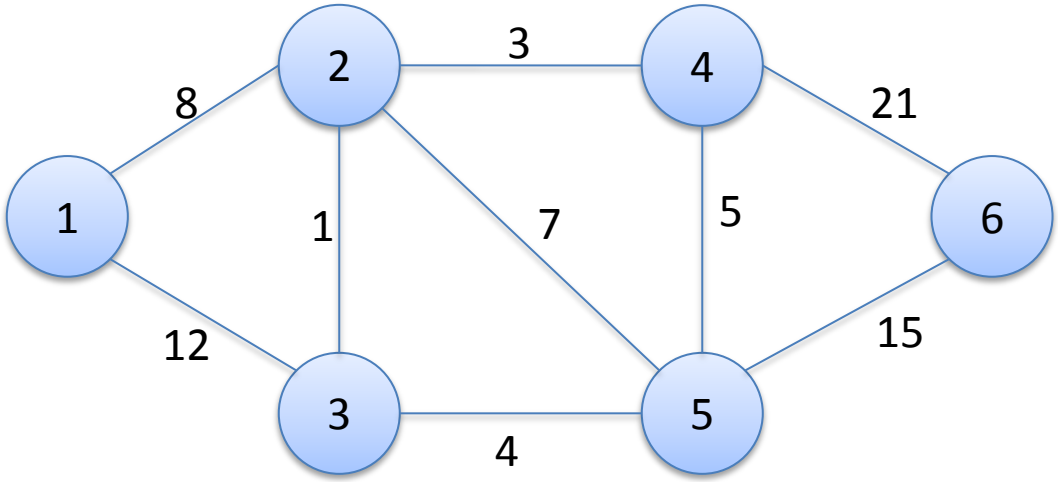
$Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{\}$

$u =$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
→ $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

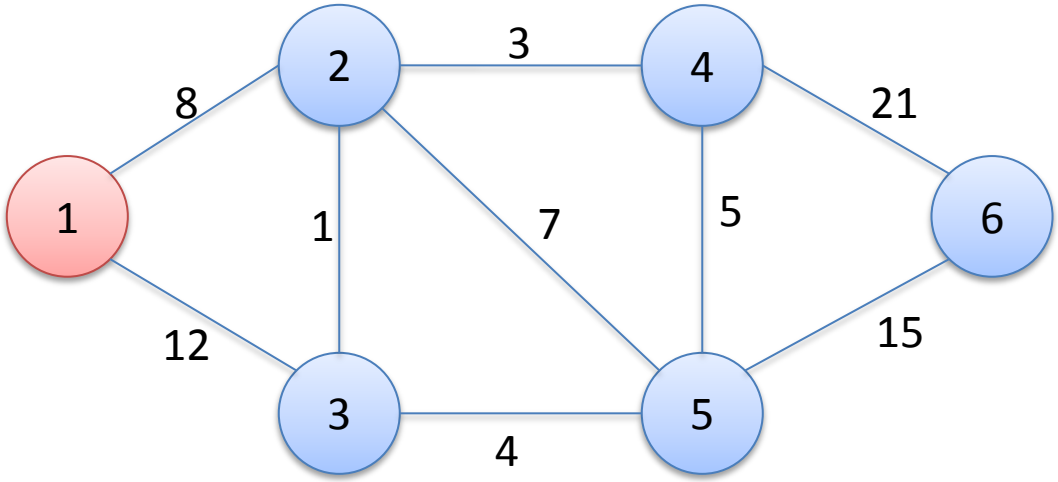
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

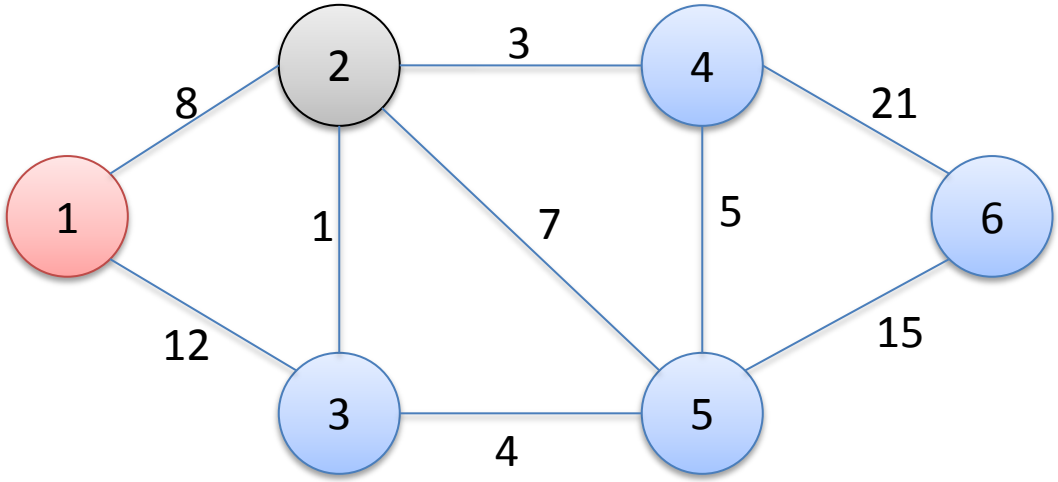
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

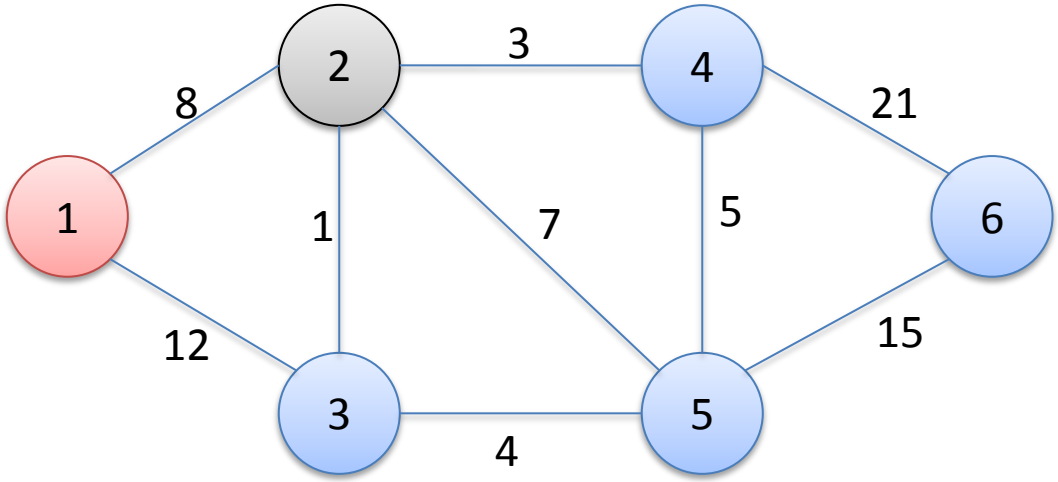
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	∞	∞	∞	∞	∞

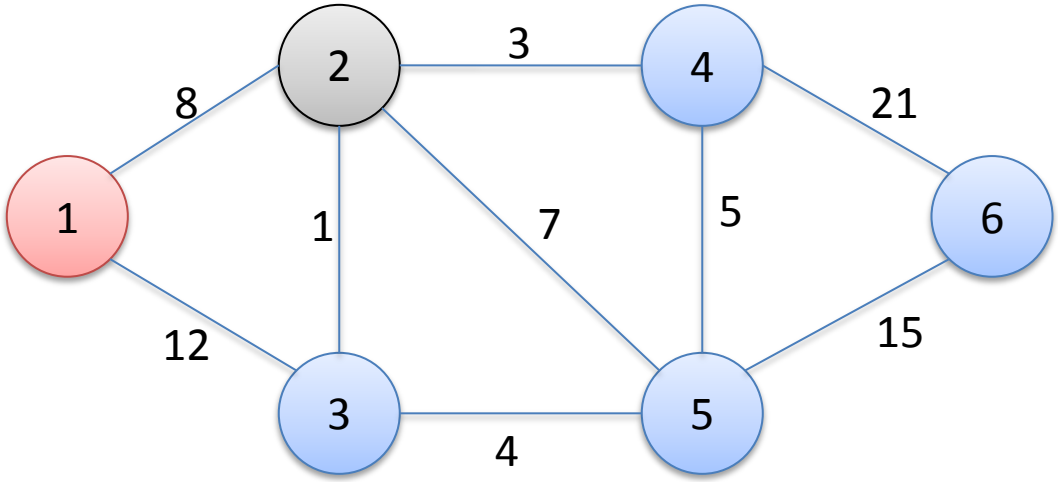
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	NULL	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	∞	∞	∞	∞

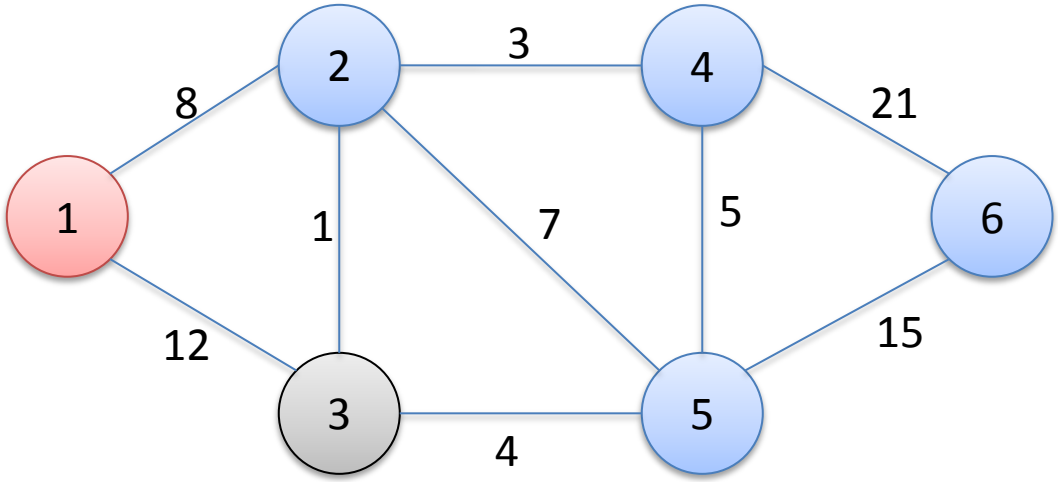
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	∞	∞	∞	∞

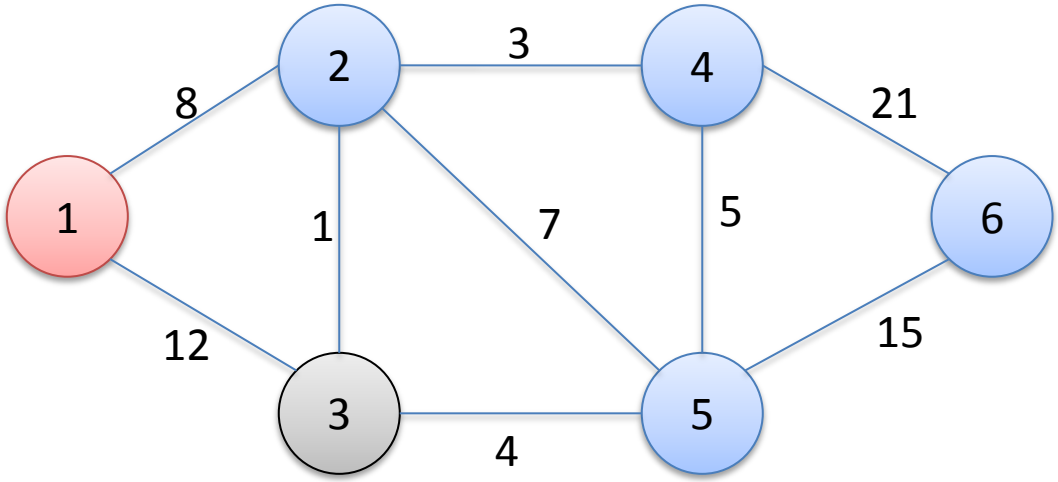
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	∞	∞	∞	∞

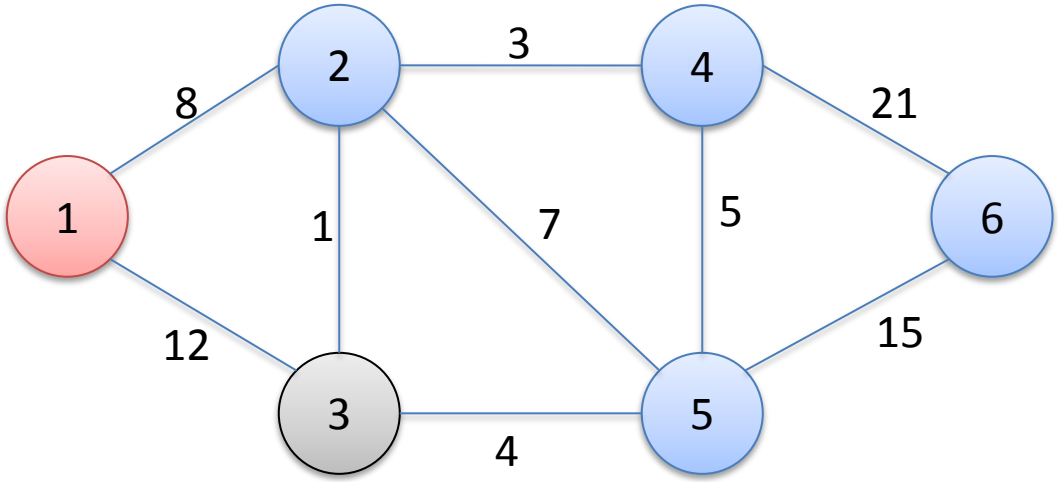
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	NULL	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

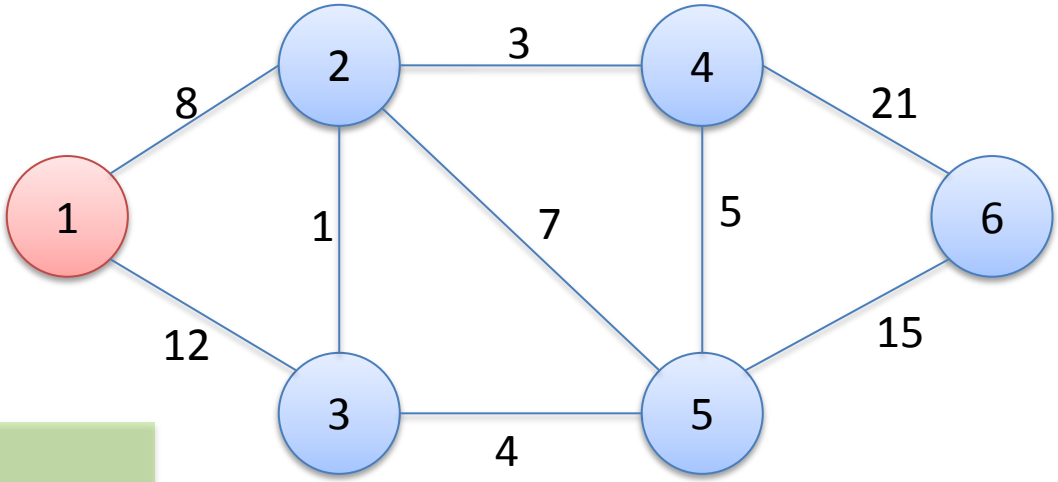
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

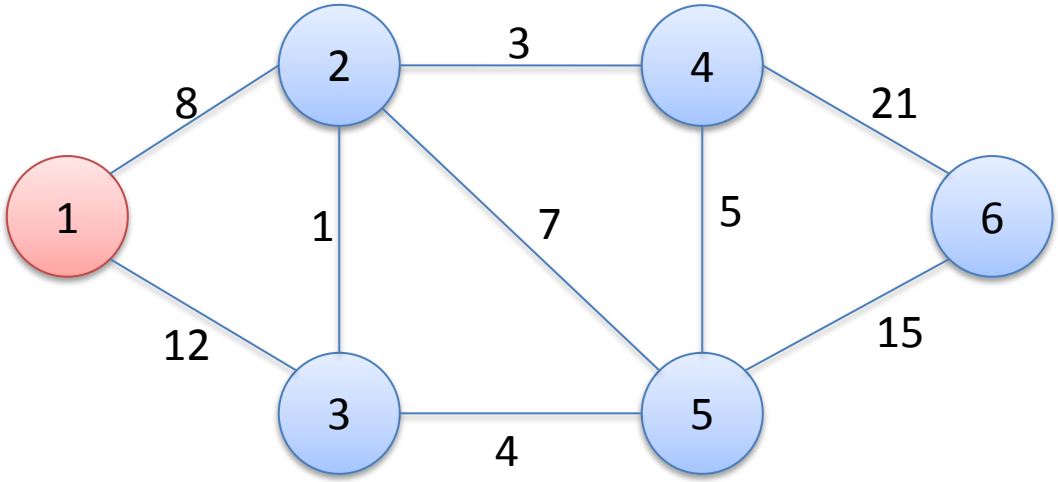
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

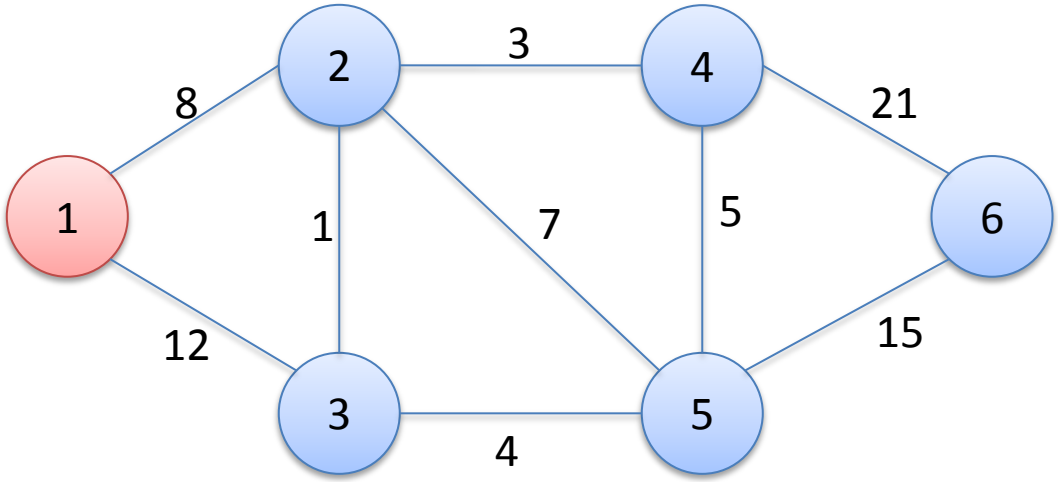
$Q = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 1$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

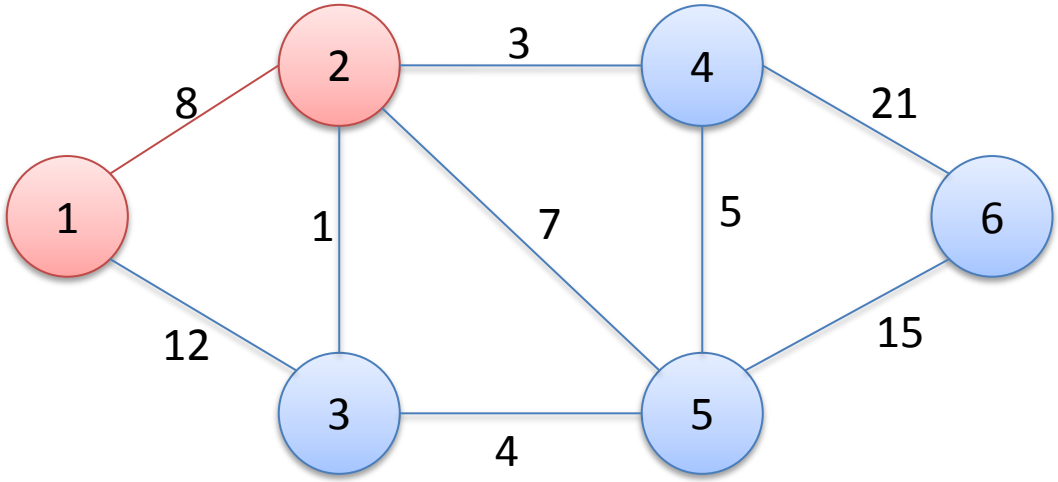
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

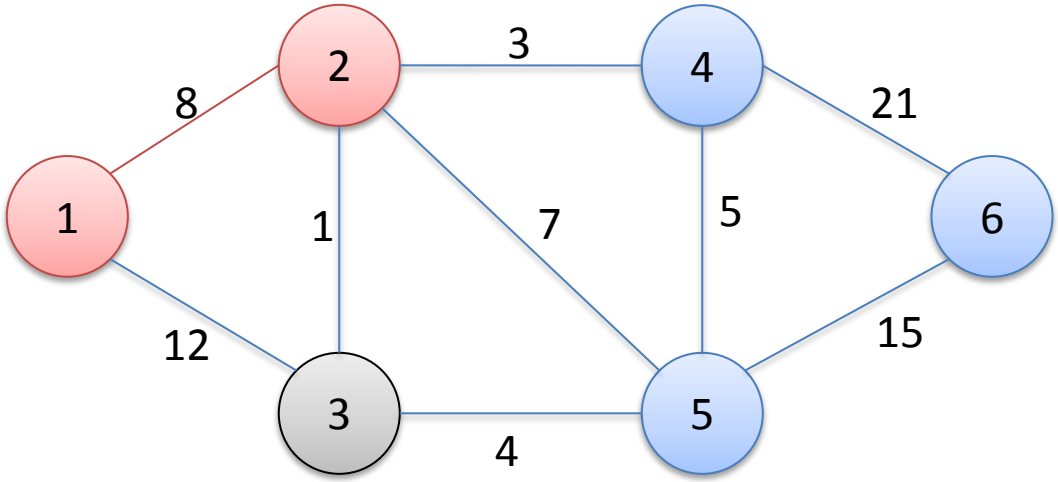
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

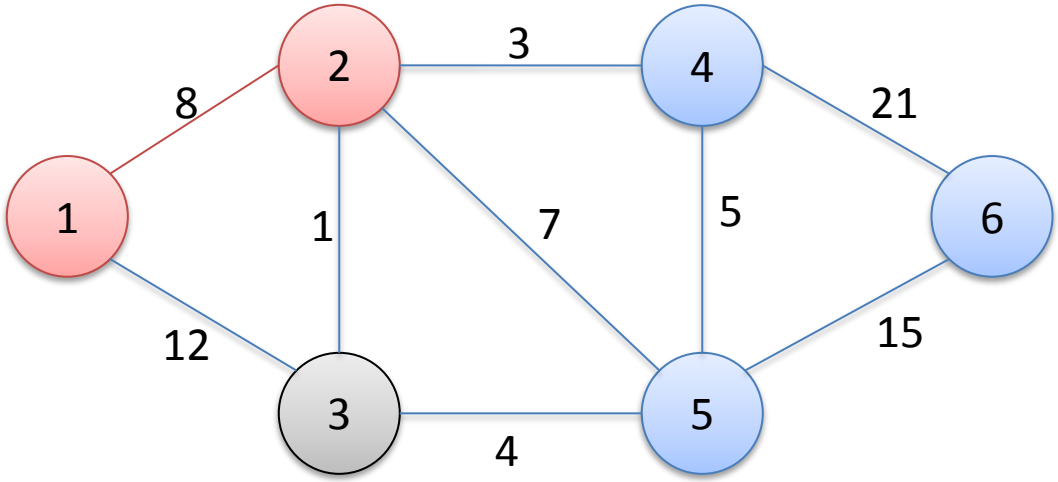
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	12	∞	∞	∞

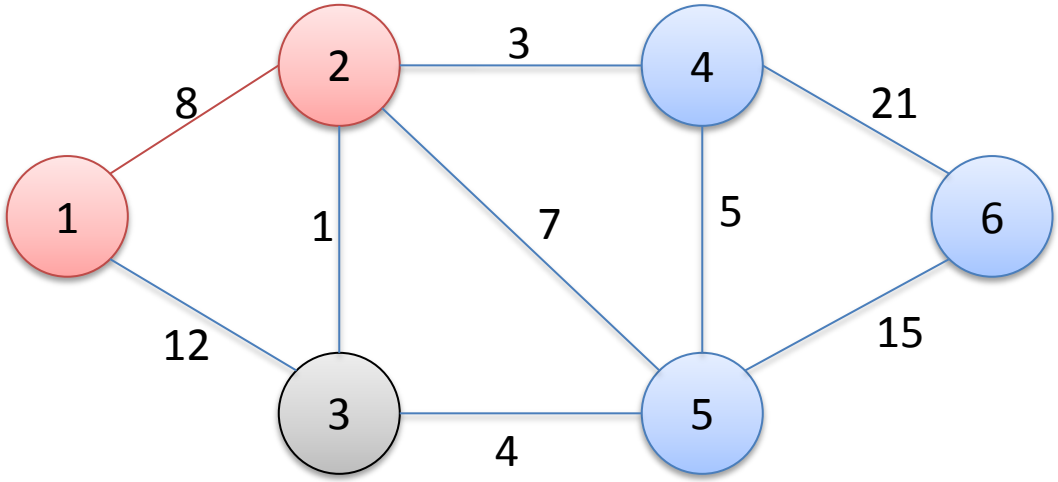
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	1	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	∞	∞	∞

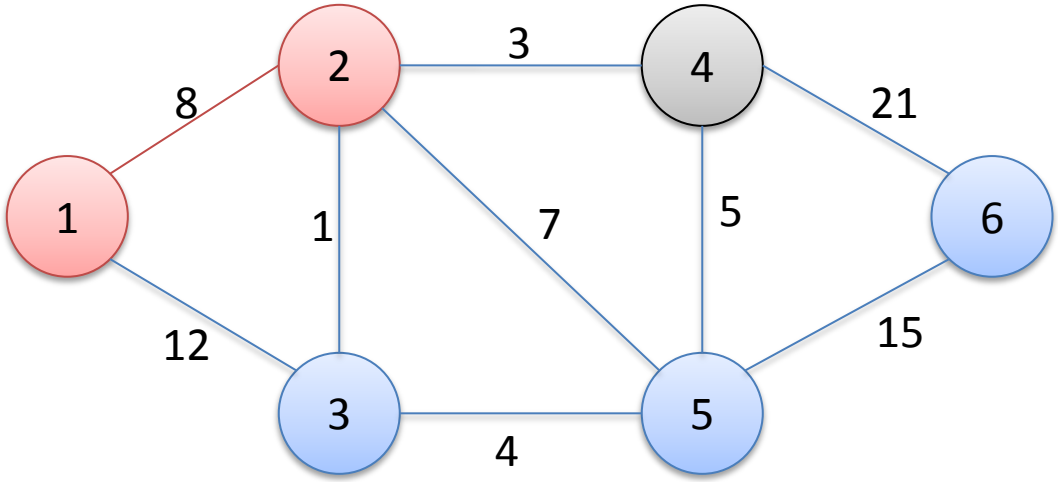
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
      $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	∞	∞	∞

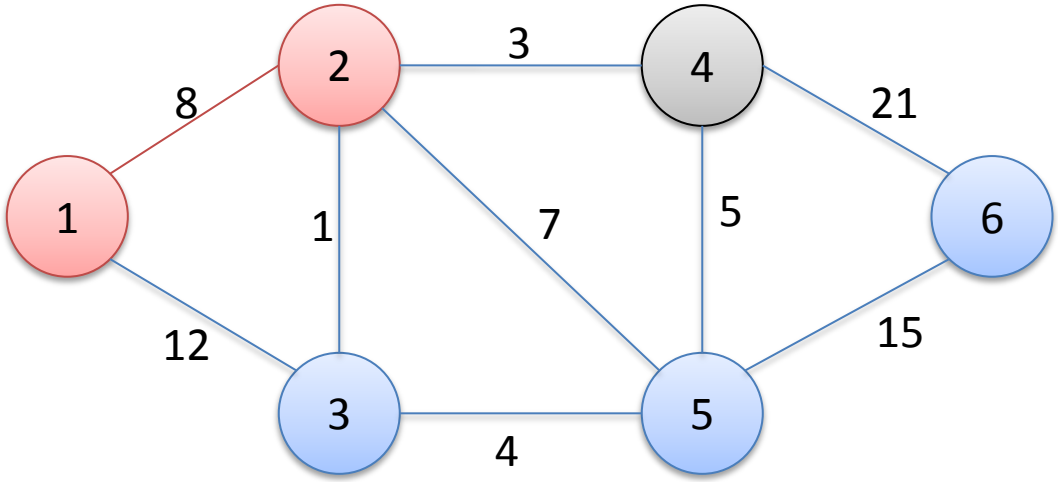
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	∞	∞	∞

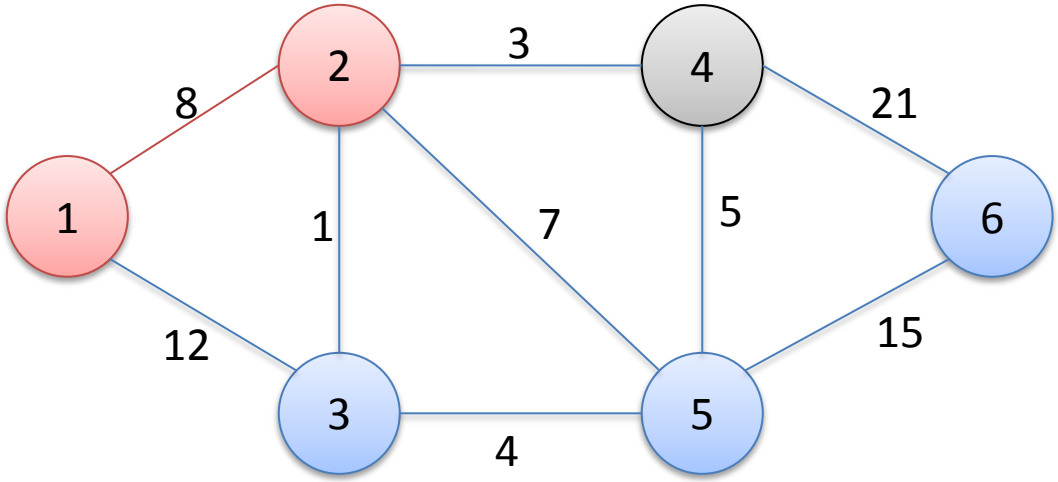
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	NULL	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	∞	∞

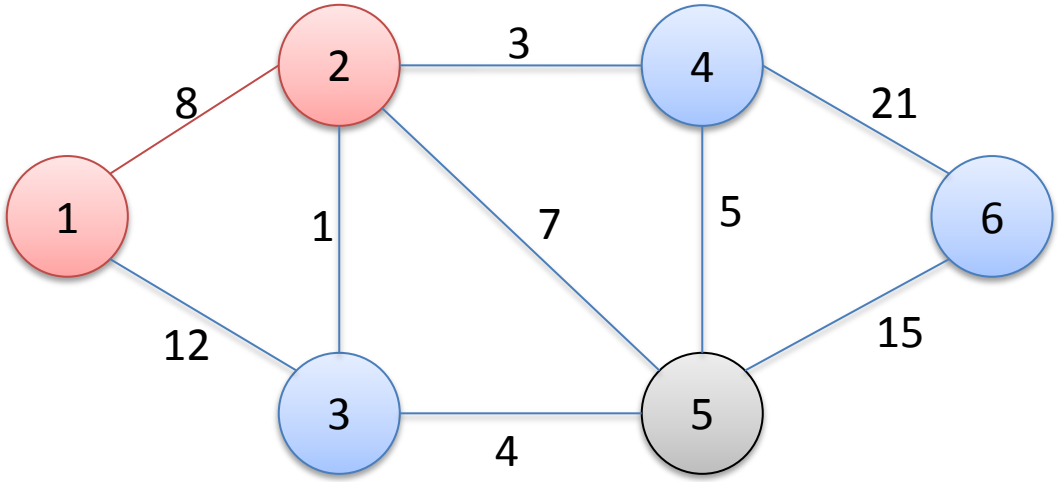
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	∞	∞

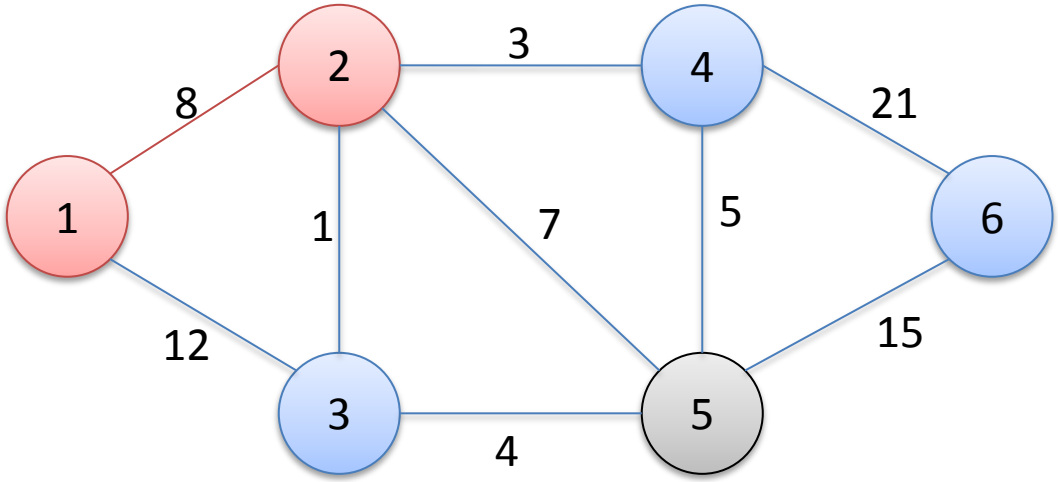
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	∞	∞

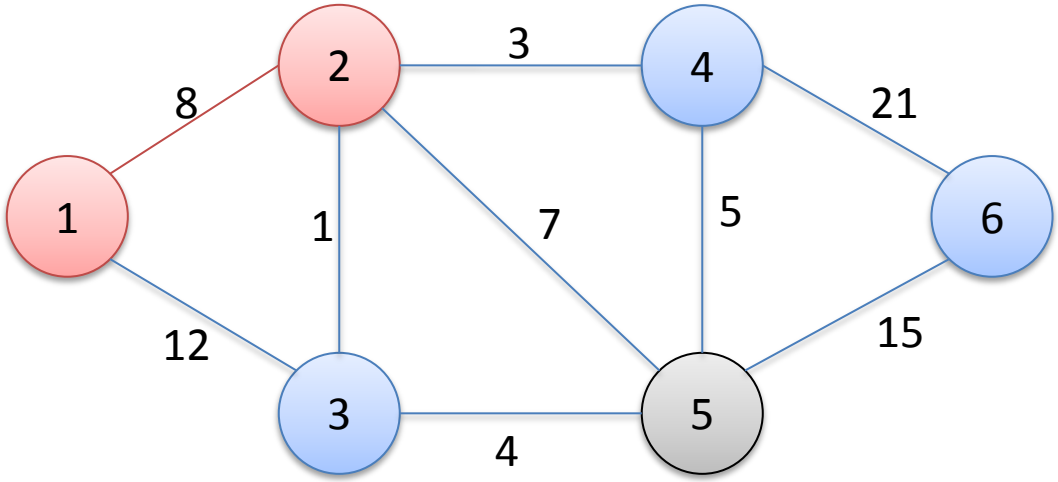
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	NULL	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

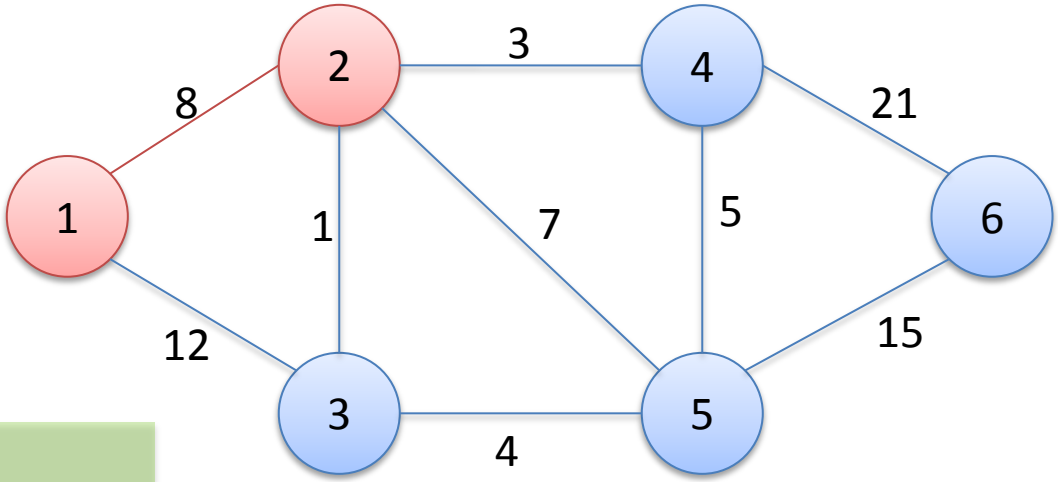
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

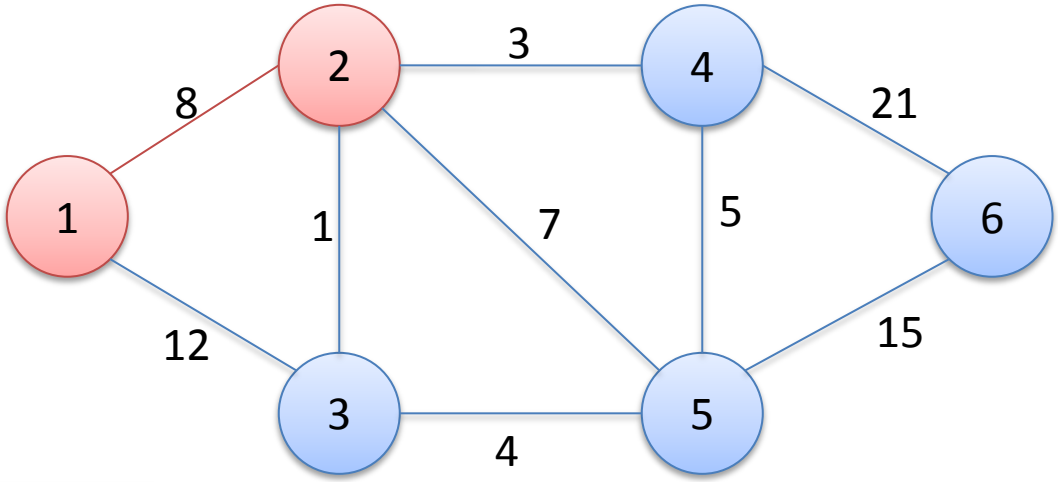
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

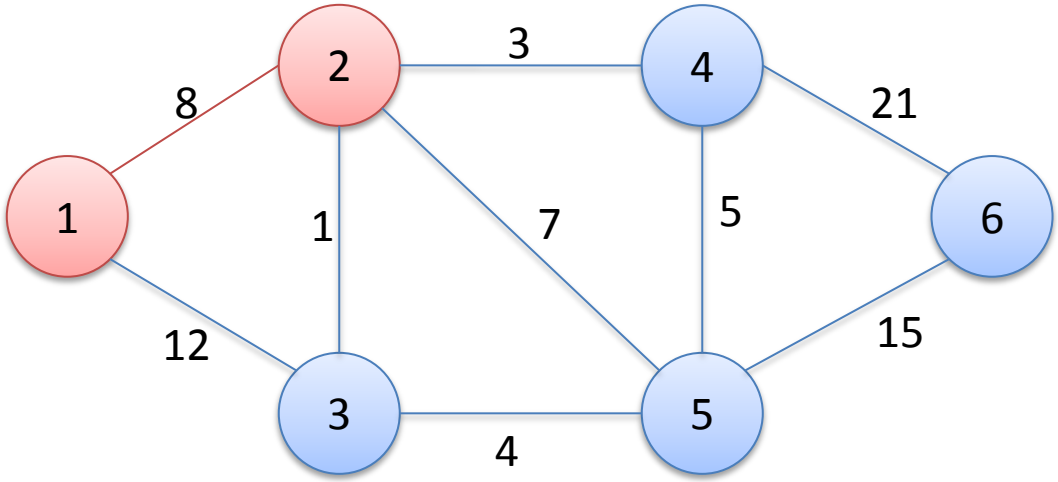
$Q = \{3, 4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 2$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
→ $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

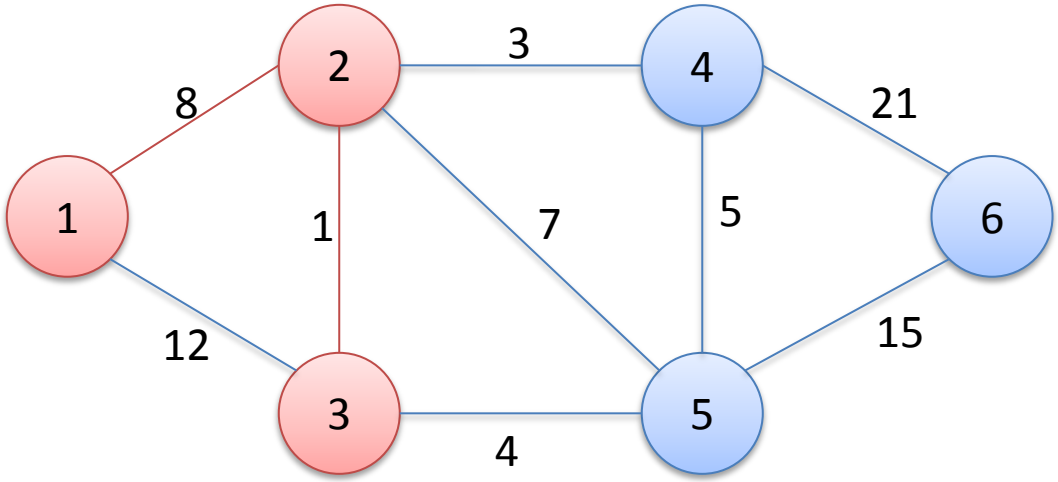
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

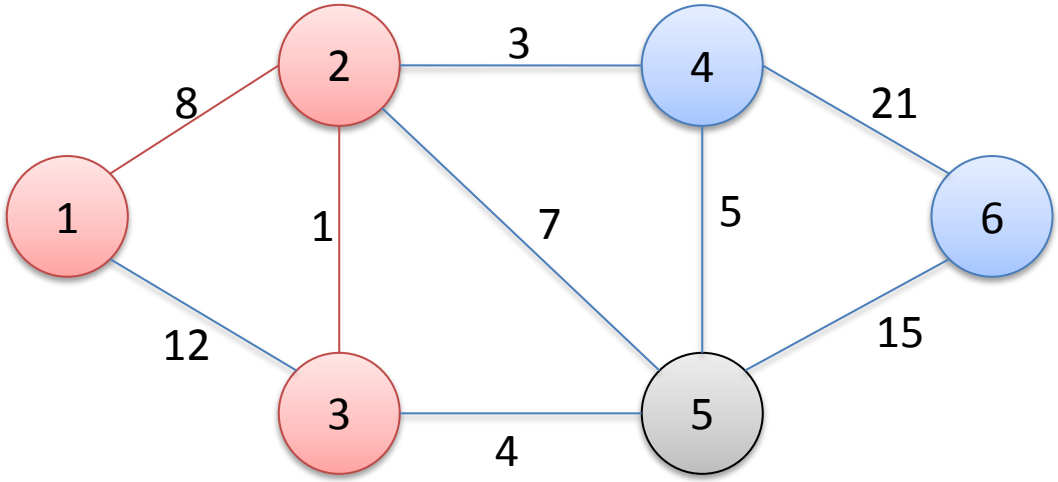
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

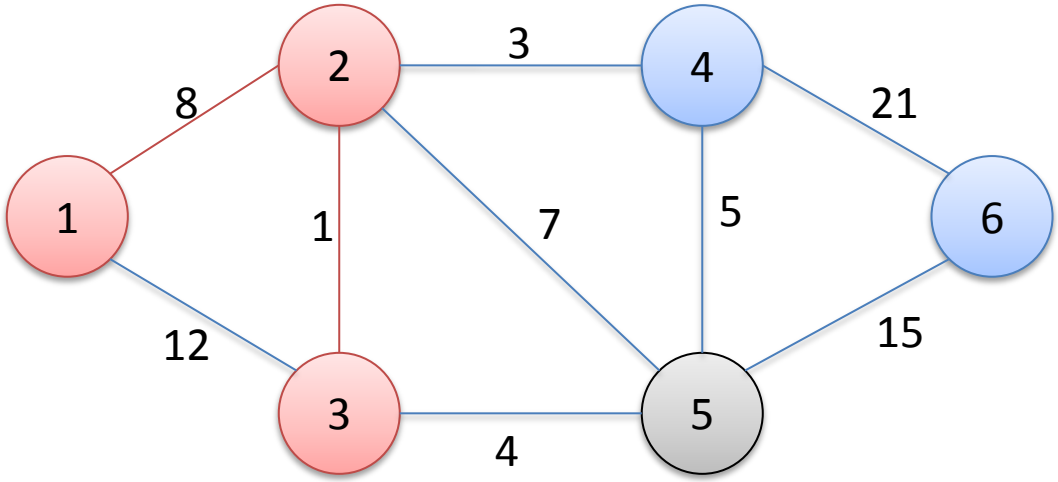
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	15	∞

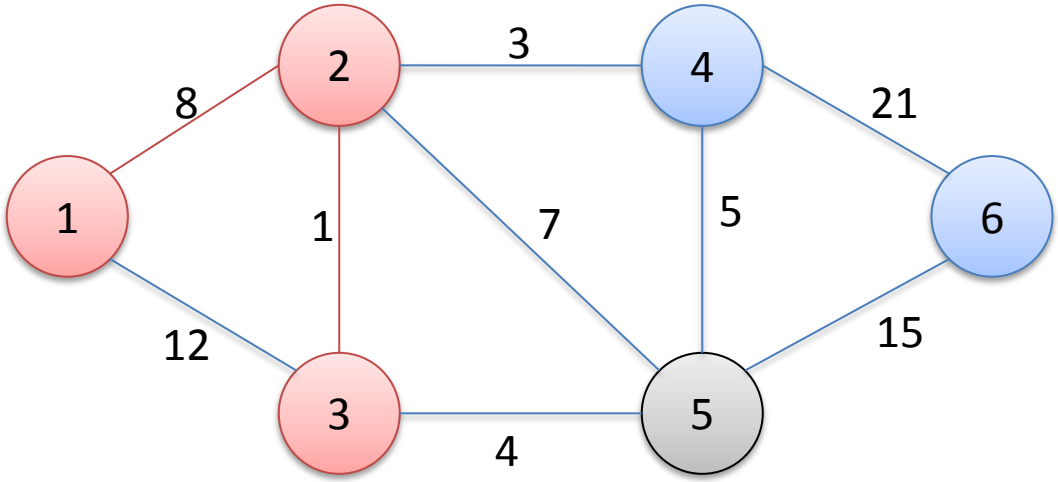
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	2	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

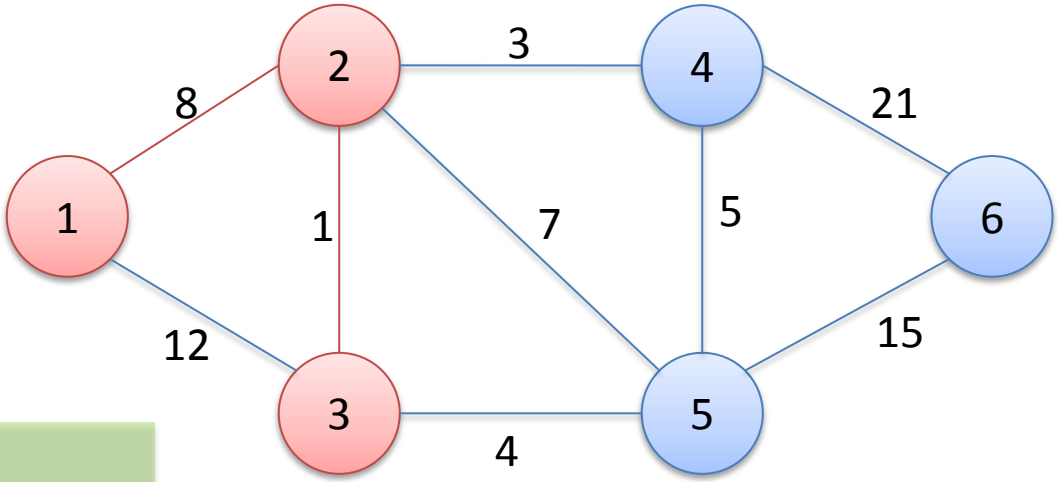
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

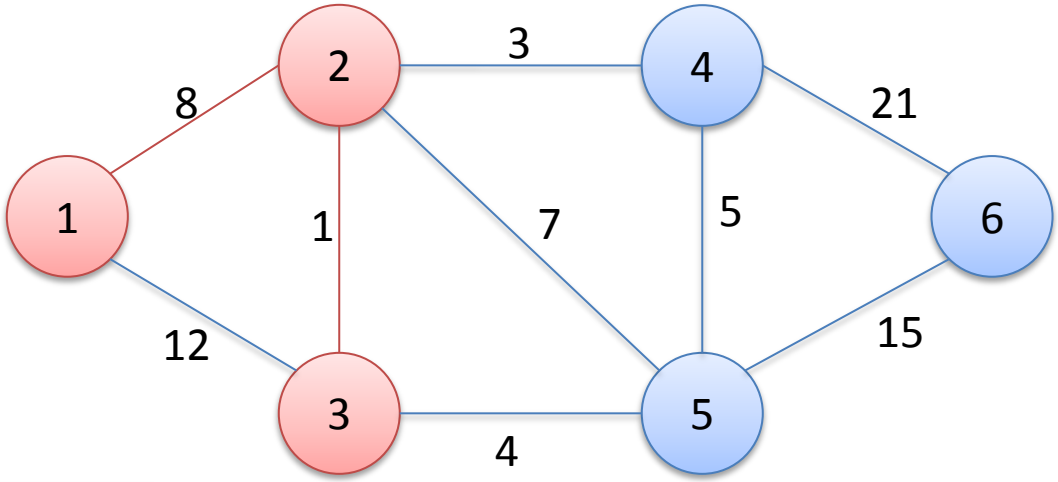
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

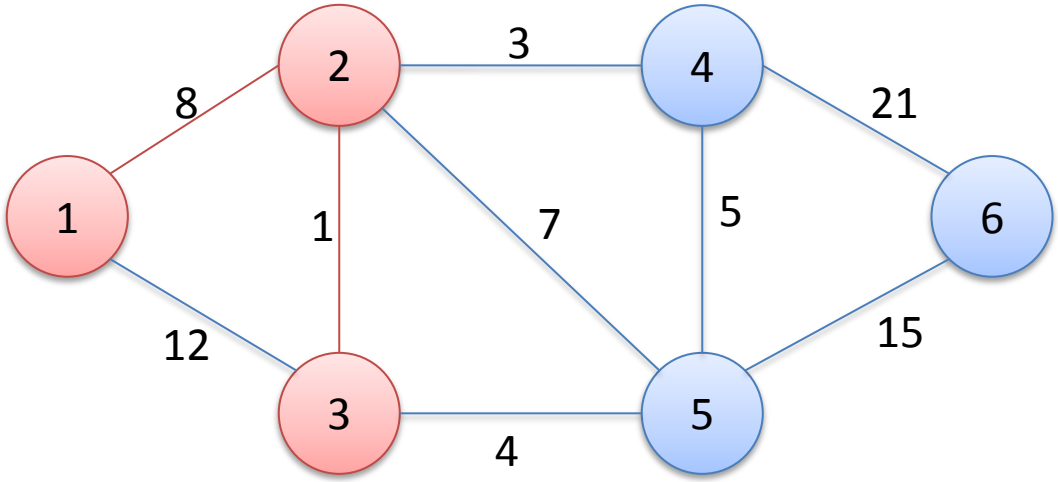
$Q = \{4, 5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 3$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
→ $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

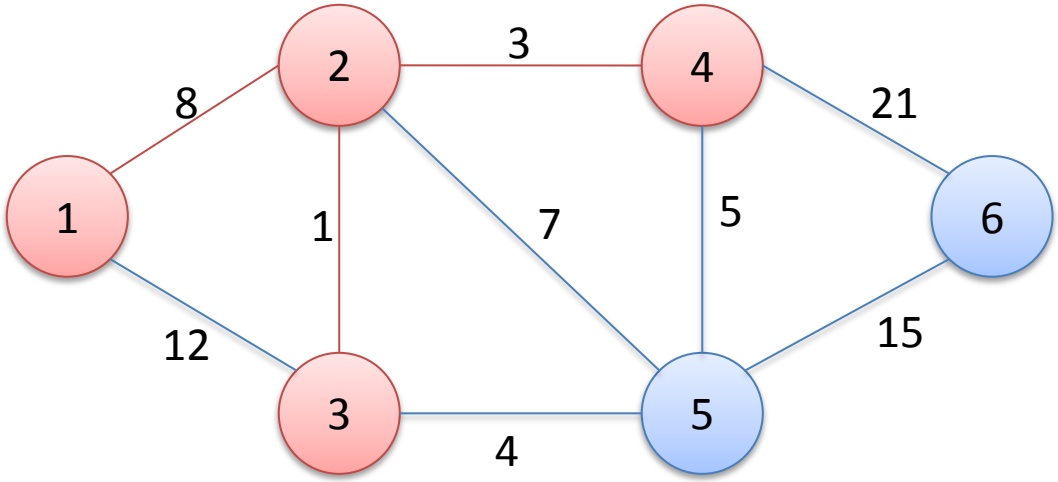
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

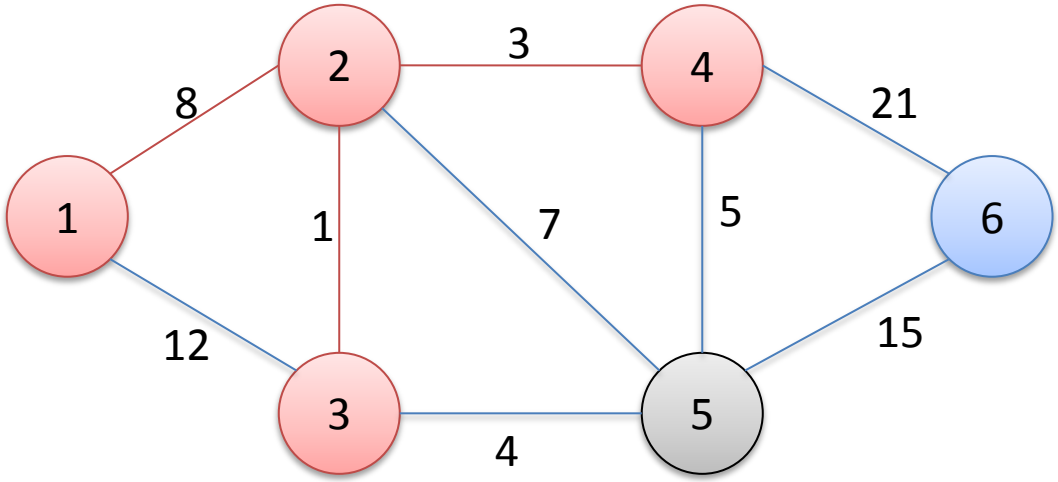
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

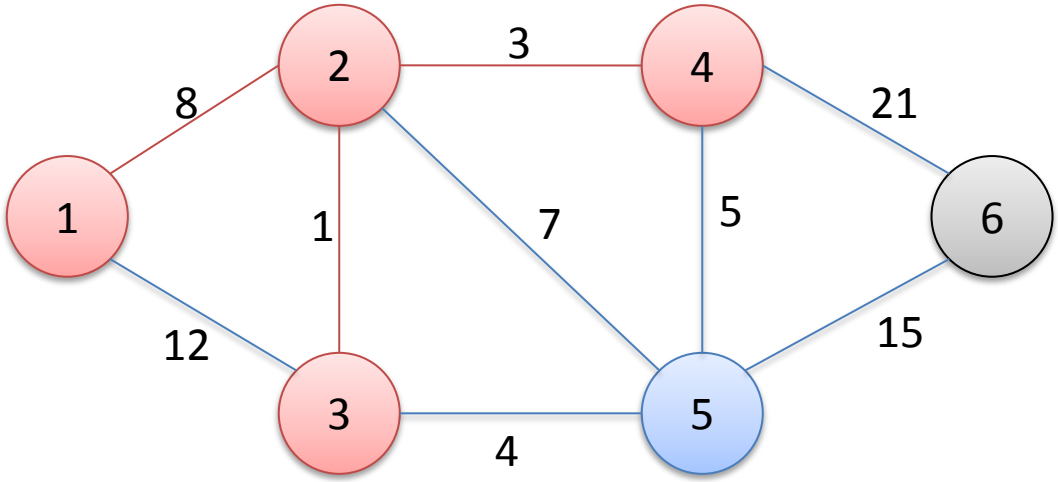
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

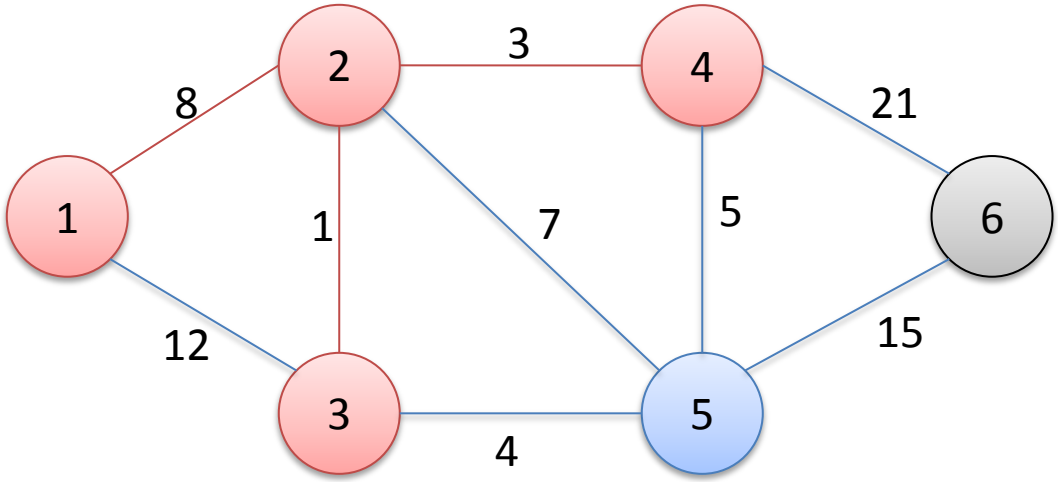
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	∞

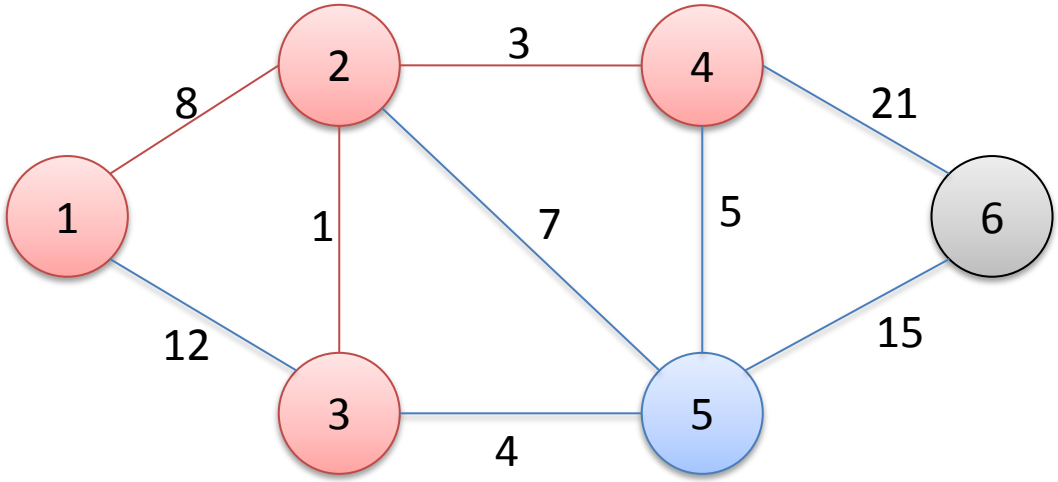
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	NULL

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

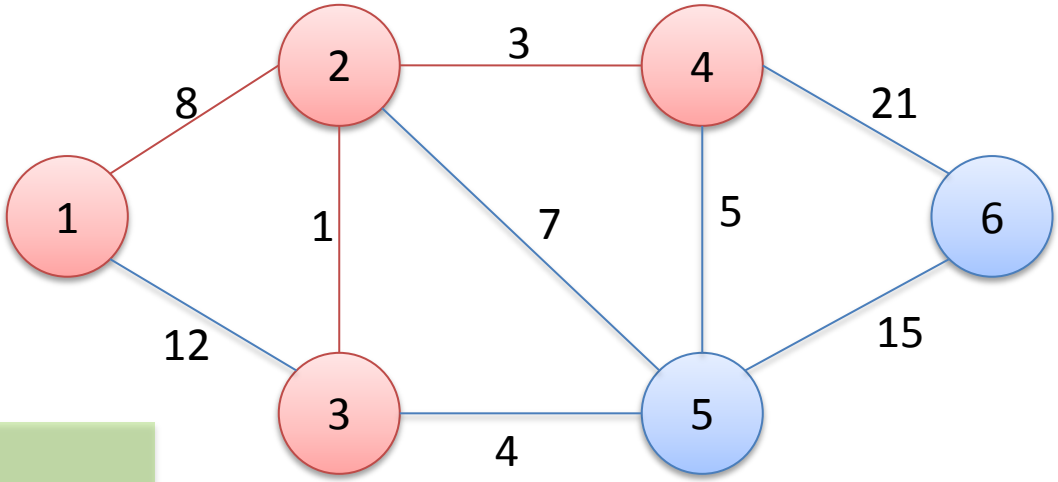
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

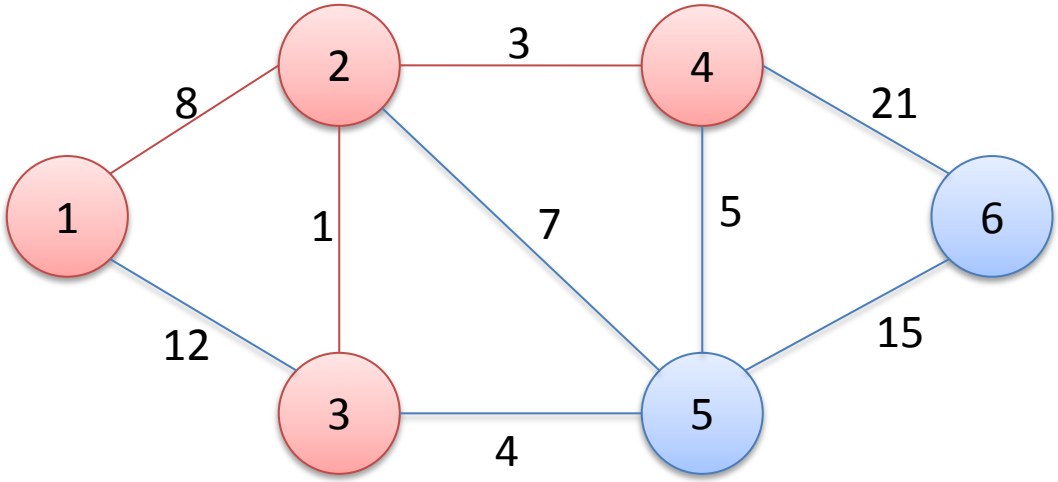
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

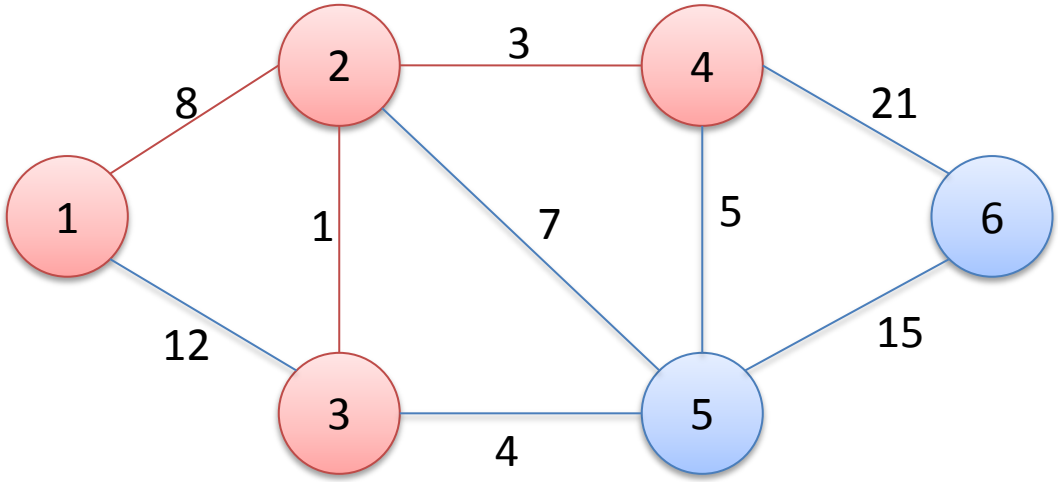
$Q = \{5, 6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 4$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
→ $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

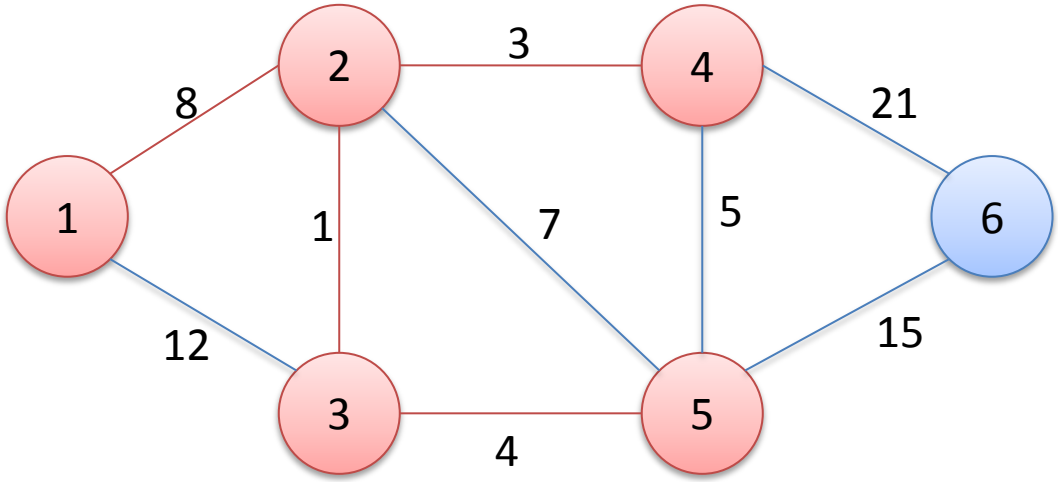
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

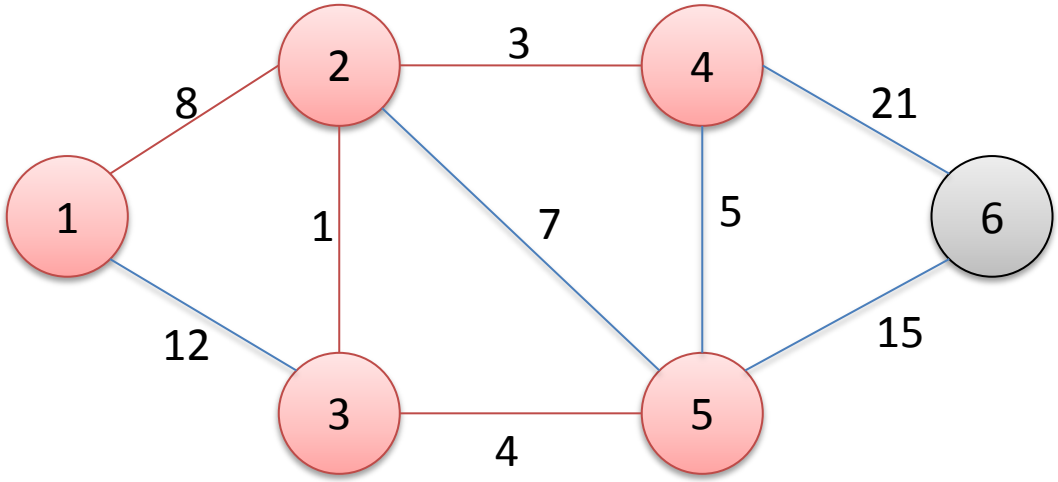
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
→ se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

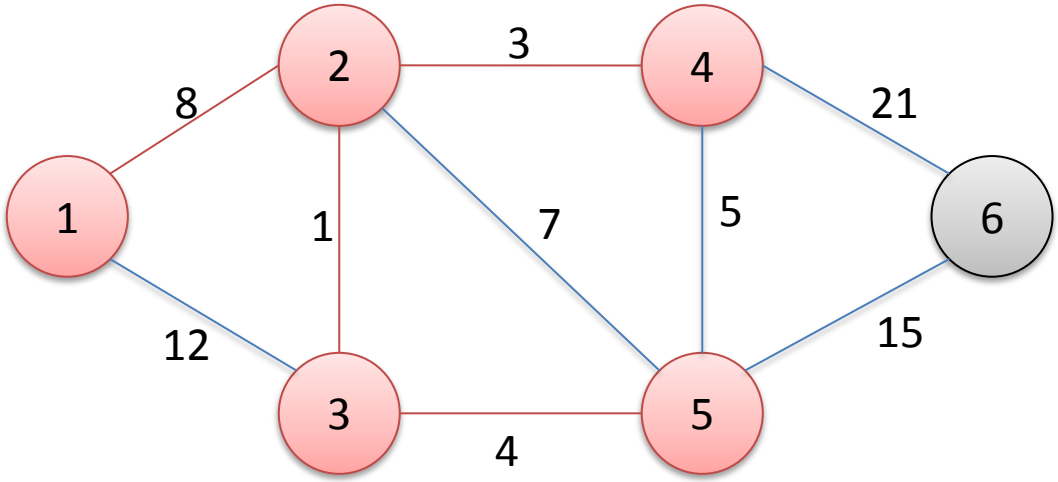
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
→ $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	32

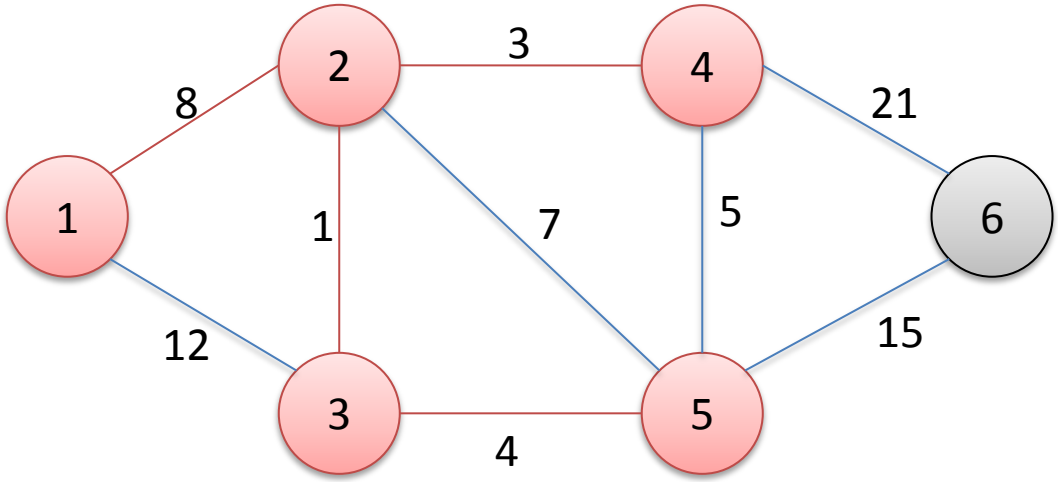
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
→ $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	4

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

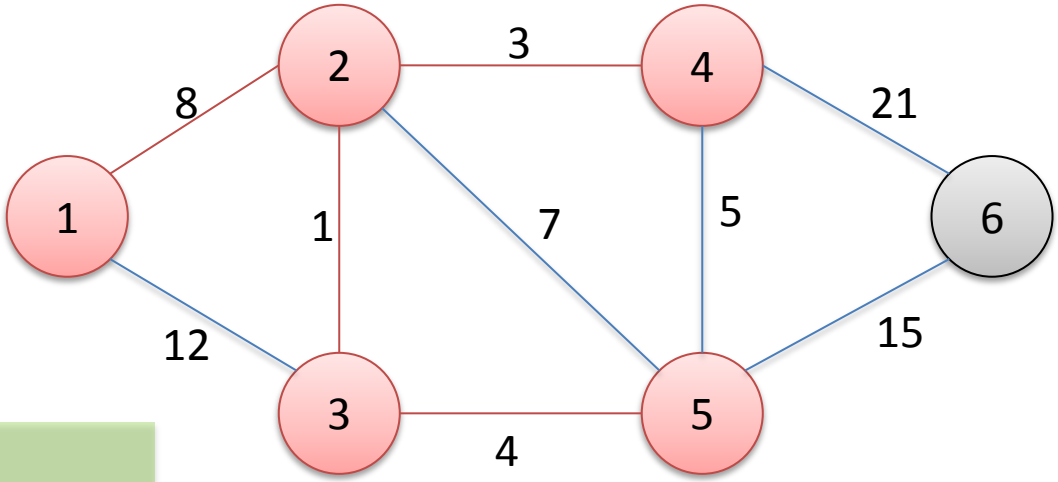
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

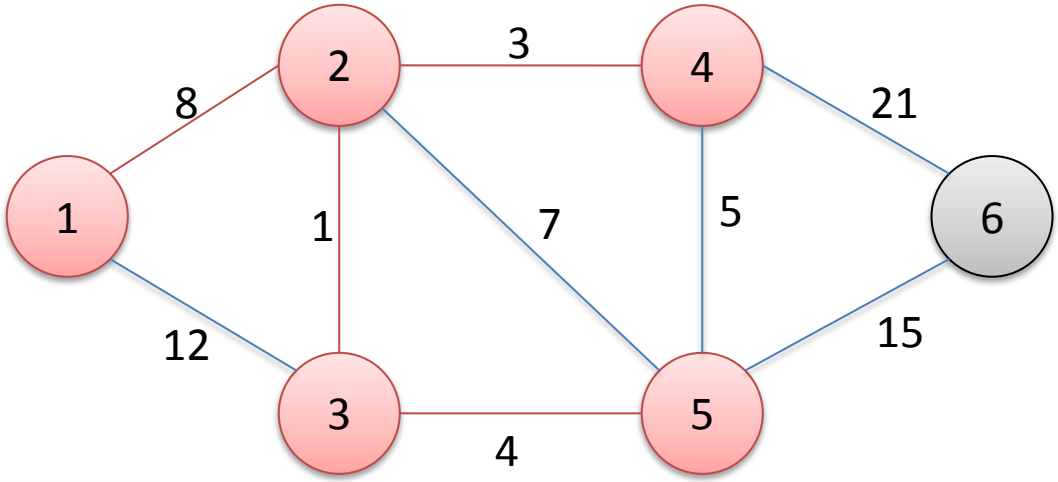
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
→ $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
  $S \leftarrow S \cup \{u\}$
  para cada $v \in Adj[u]$
    se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
      $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
      $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

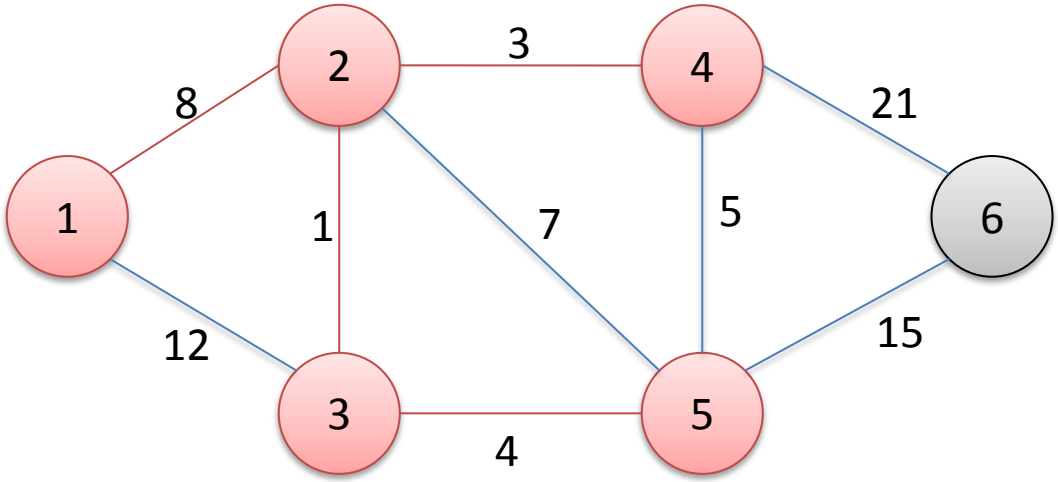
$Q = \{6\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 5$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
→ $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

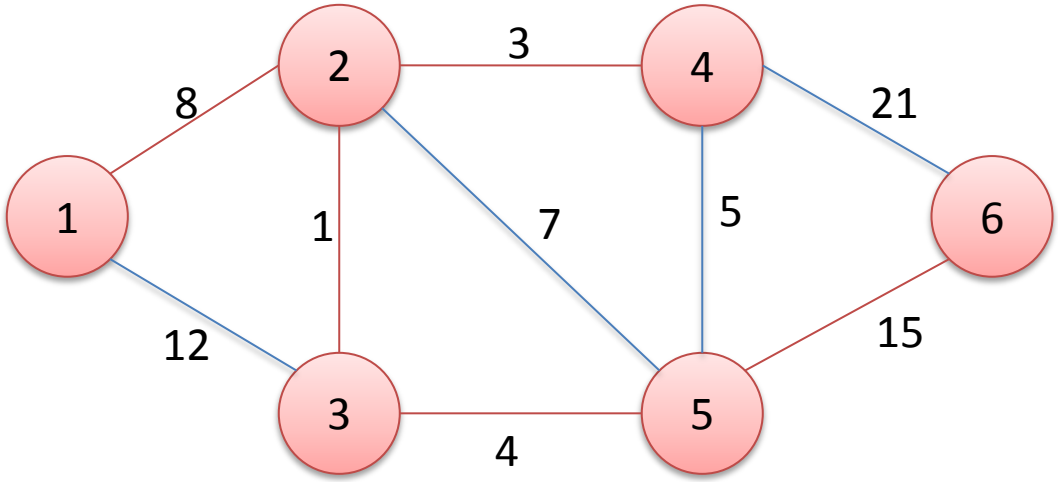
$Q = \{\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$u = 6$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  Q $\leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
→ para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

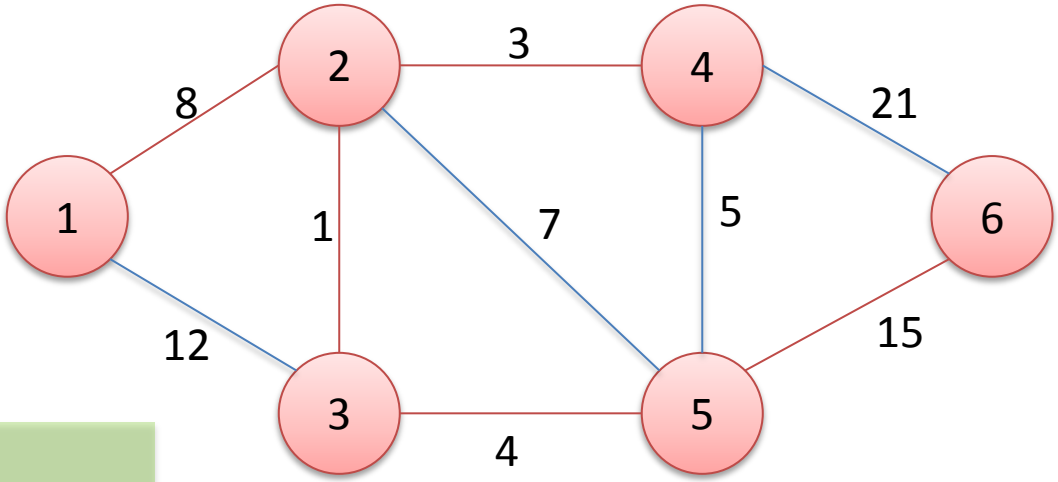
$Q = \{\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$u = 6$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
→ Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

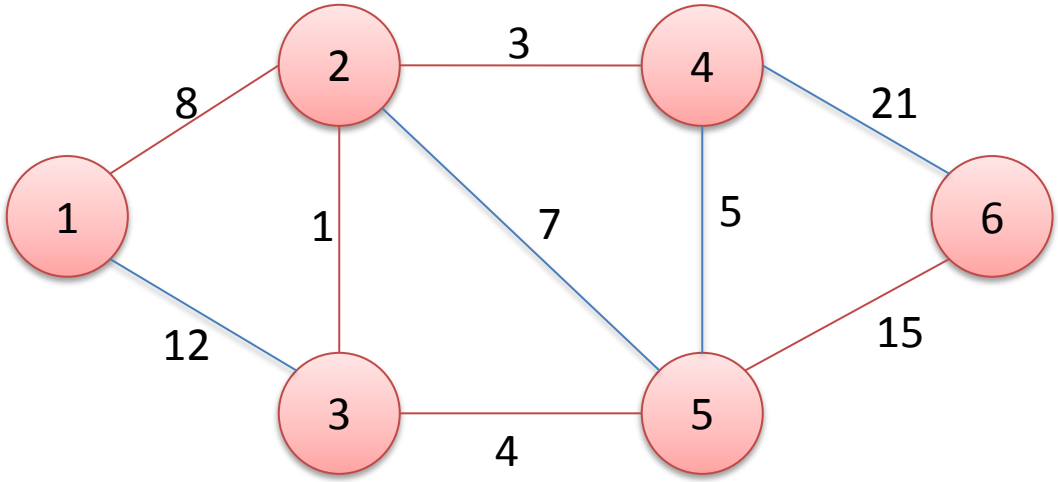
$Q = \{\}$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$u = 6$

Simulação

Dijkstra(G = (V,A), w, s)
  para cada $v \in V$
    $d[v] \leftarrow \infty$
    $\pi[v] \leftarrow NULL$
  $d[s] \leftarrow 0$
  $S \leftarrow \{\}$
  $Q \leftarrow V$
  Enquanto $|Q| \neq 0$
    $u \leftarrow extrairMinimo(Q)$
    $S \leftarrow S \cup \{u\}$
    para cada $v \in Adj[u]$
      se $d[v] > \big(d[u] + w(u,v)\big)$ então
        $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$
        $\pi[v] \leftarrow u$



$\pi[v] =$

NULL	1	2	2	3	5

$d[v] =$

0	8	9	11	13	28

$Q = \{\}$

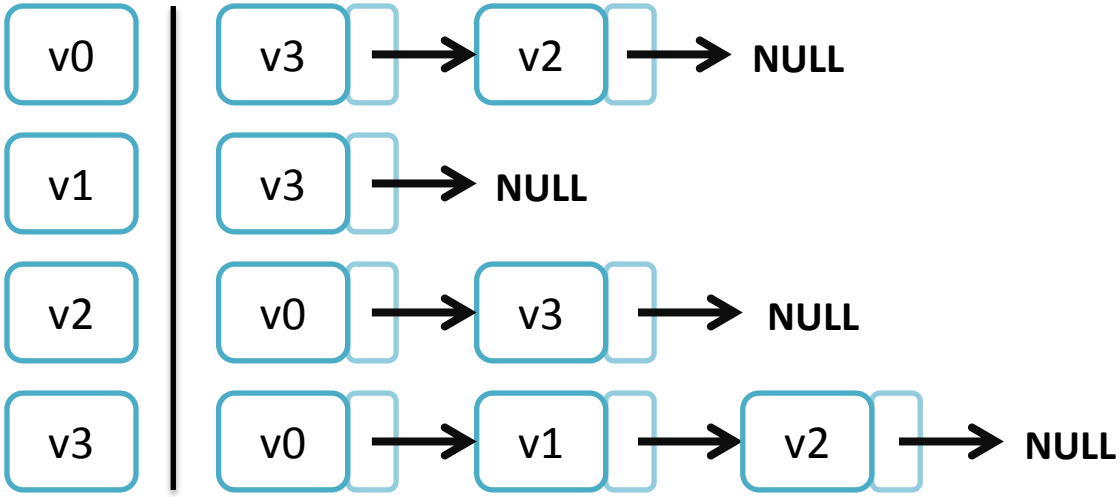
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$u = 6$

→ FIM!

Implementação

- Estruturas de dados considerada
  - Lista de adjacência com pesos nos nós



  - Algoritmo implementado utilizando *heaps*

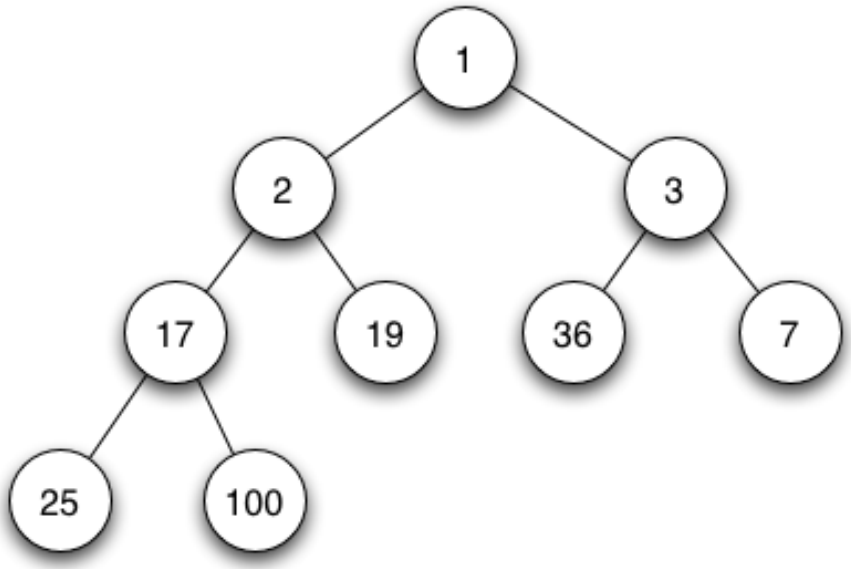
Hã?! heap!?

- Características dos *heaps (árvores especiais)*:
  - Se B é filho de A, então valor(B) > valor(A)
  - Implementações de fila de prioridade

- Heaps mais comuns
  - heap binário: *STL priority_queue* do C++
  - heap binomial
  - heap de fibonacci: implementado no trabalho

Heap Binário

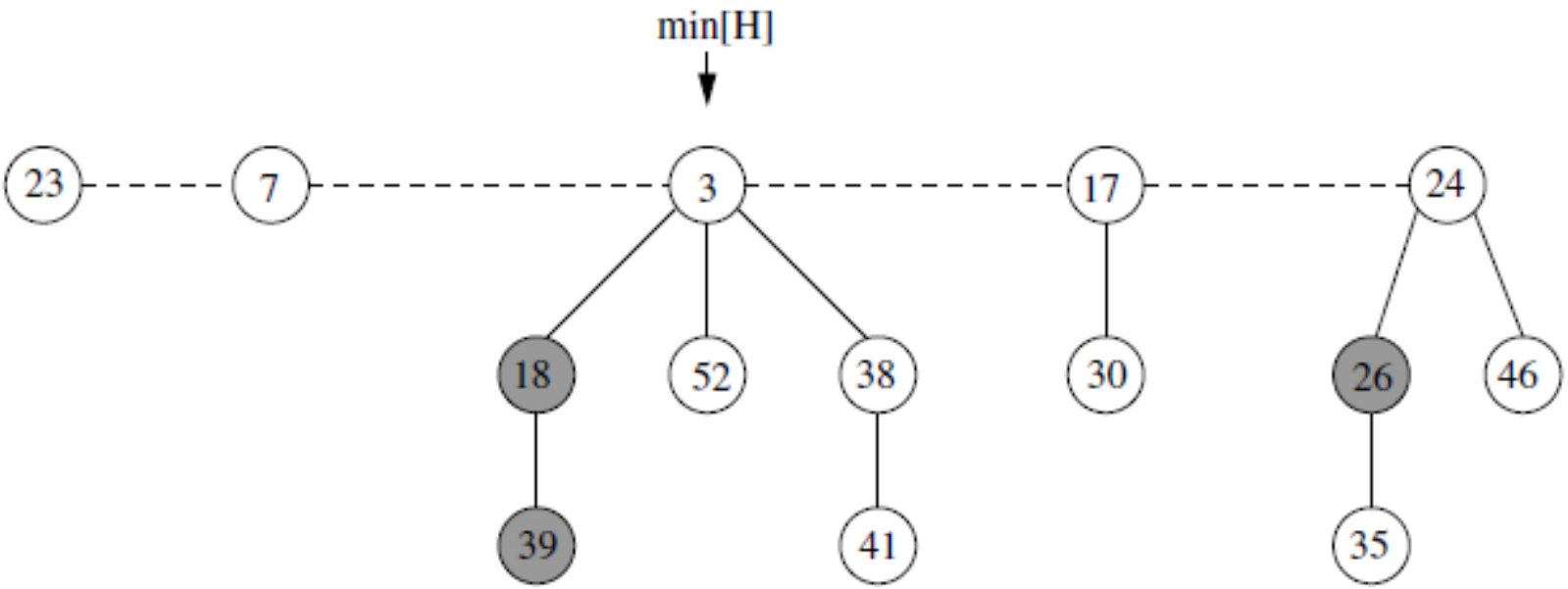
- Implementações de *min-heap* ou *max-heap*
- Implementado pela *STL priority_queue* do C++
- Complexidade:
  - Inserção
    - *O(log n)*
  - Remoção do mínimo
    - *O(log n)*



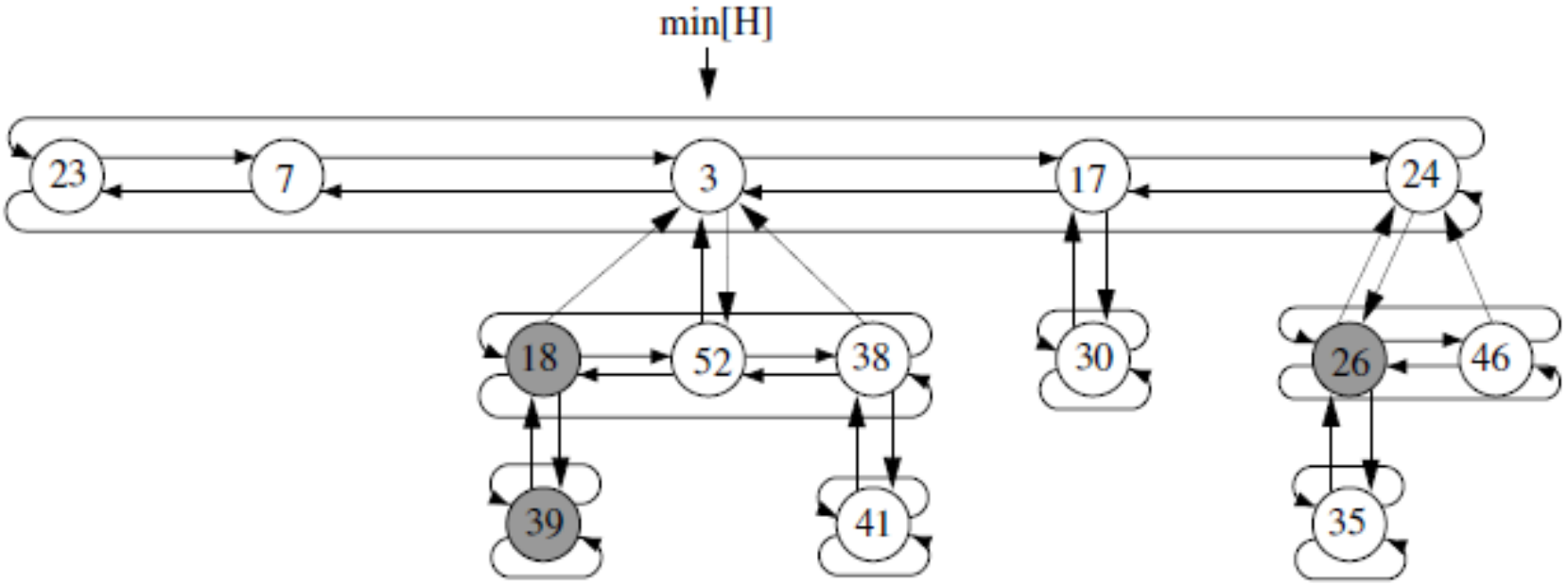
Heap de Fibonacci

- Composto por várias árvores enraizadas
- Cada nó x possui como apontadores:
  - **p[x]** para seu pai
  - **child[x]** para qualquer um de seus filhos
  - **left[x]** e **right[x]** para seus irmão
    - Fila circular duplamente encadeada
    - No nós raiz, **left[x]** e **right[x]** apontam para os nós raízes vizinhos.
- **min[H]** aponta para o valor mínimo do *heap*

Exemplo de *Heap* de Fibonacci



Exemplo de *Heap* de Fibonacci

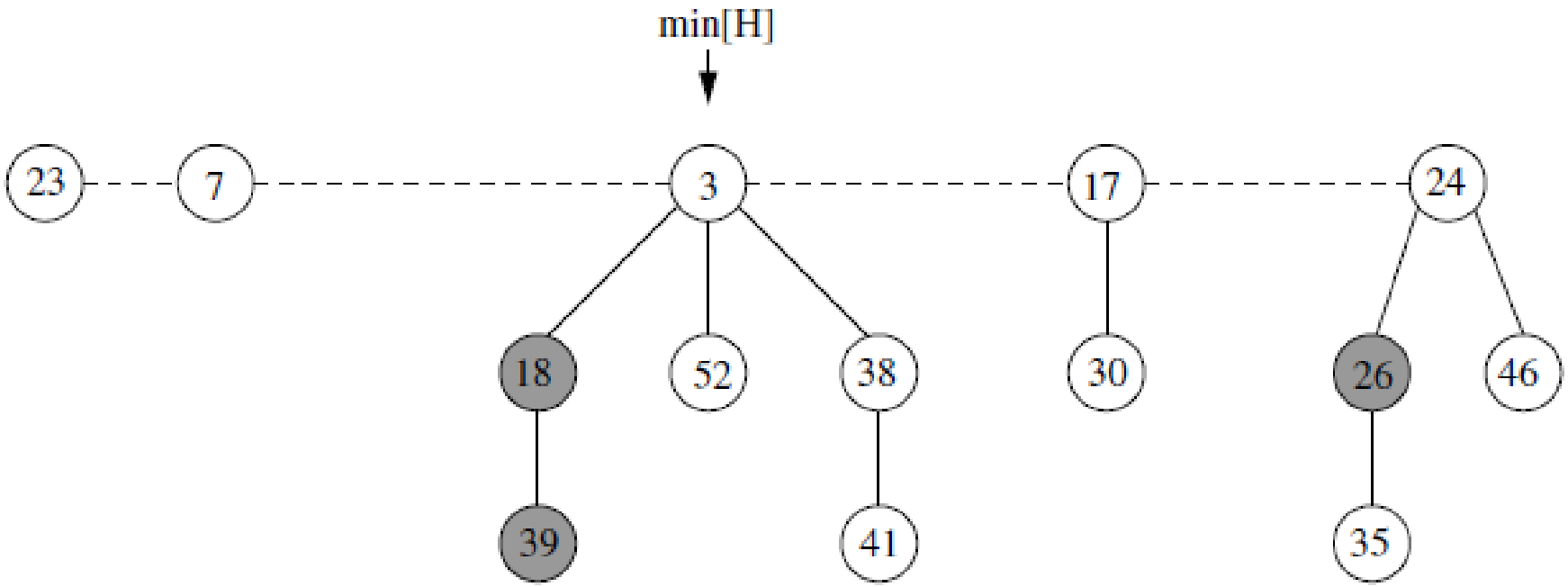


Heap de Fibonacci: Inserção

Algoritmo FIB-HEAP-INSERT(H,x)

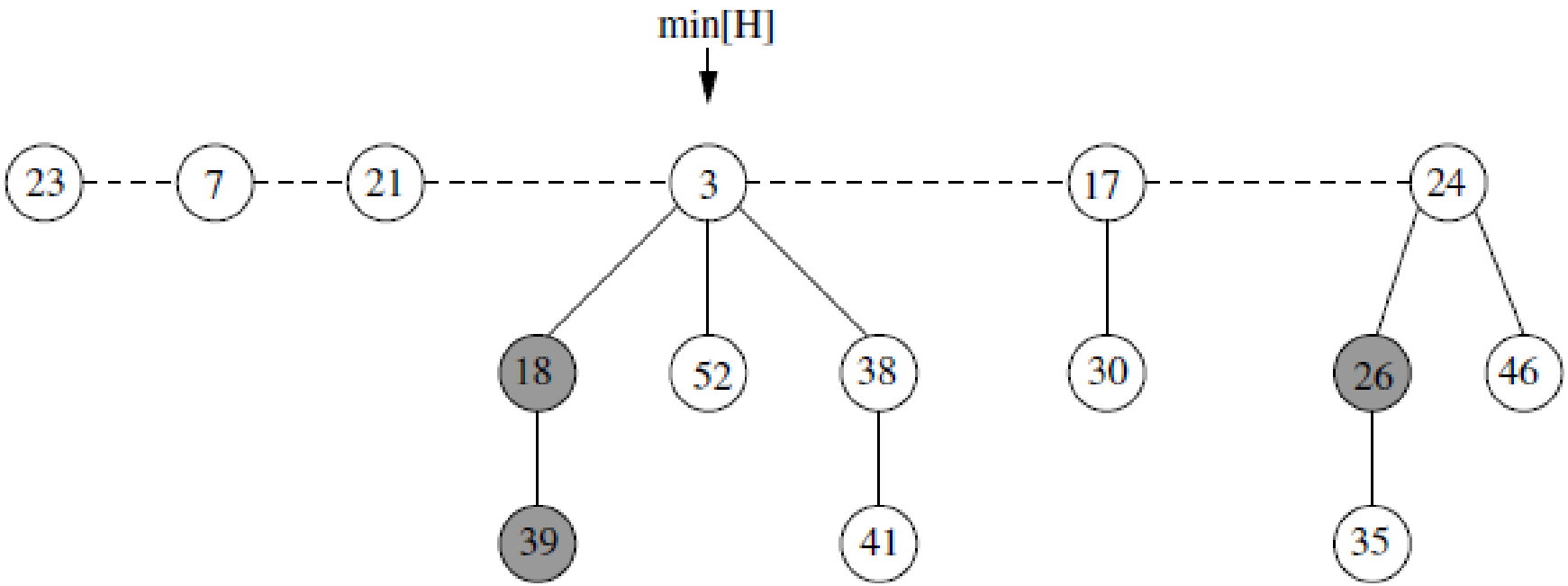
```
1  início
2      degree[x] ← 0
3      p[x] ← NIL
4      child[x] ← NIL
5      left[x] ← x
6      right[x] ← x
7      mark[x] ← FALSE
8      concatenar a lista de raizes que contém x com a lista de raizes que
       contém H
9      se min[H] = NIL ou key[x] < key[min[H]] então
10         min[H] ← x
11     n[H] ← n[H] + 1
12 fim
```

Heap de Fibonacci: Inserção



- Inserir um elemento 21 no *heap* = *O(?)*

Heap de Fibonacci: Inserção



- Inserir um elemento 21 no *heap = O(1)*

Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo

Algoritmo FIB-HEAP-EXTRACT-MIN(H)

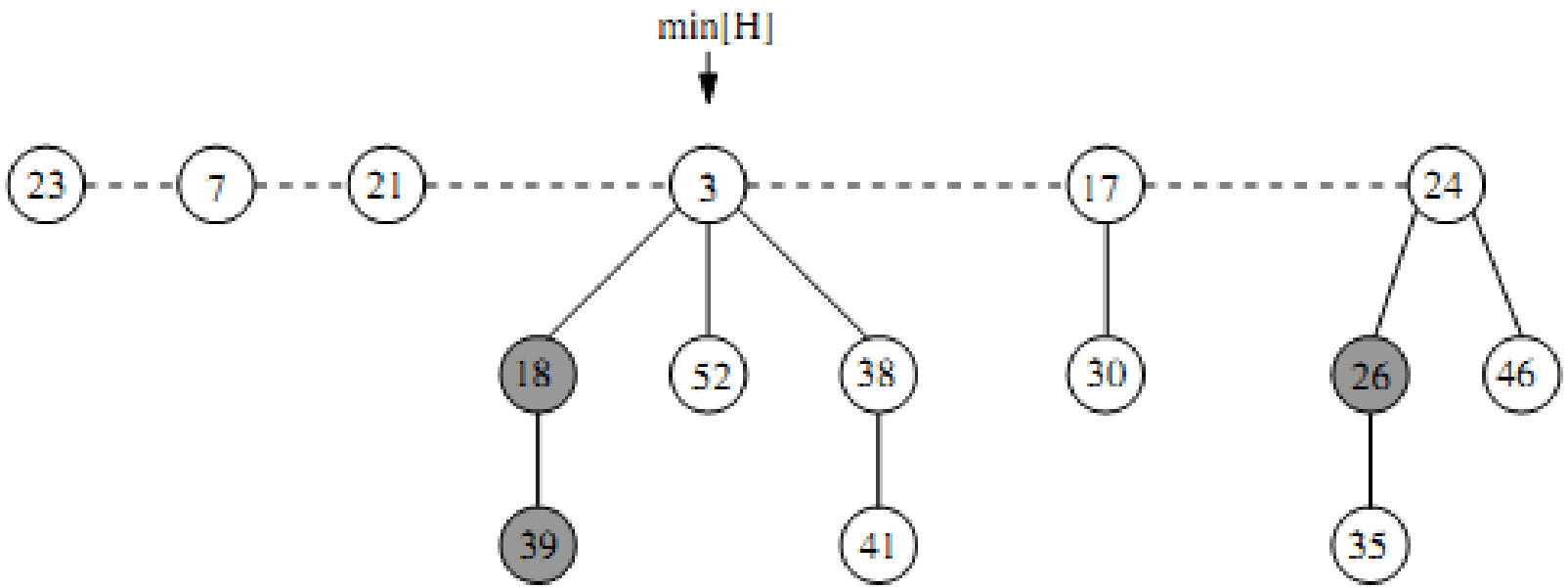
```
1  início
2      z ← min[H]
3      se z ≠ NIL então
4          para cada filho x de z faça
5              adicione x à lista de raizes de H
6              p[x] ← NIL
7          remova z da lista de raizes de H
8          se z = right[z] então
9              min[H] ←NIL
10         senão
11             min[H] ← right[z]
12             CONSOLIDATE(H)
13         n[H] ← n[H] − 1
14     retorna z
15 fim
```

Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo

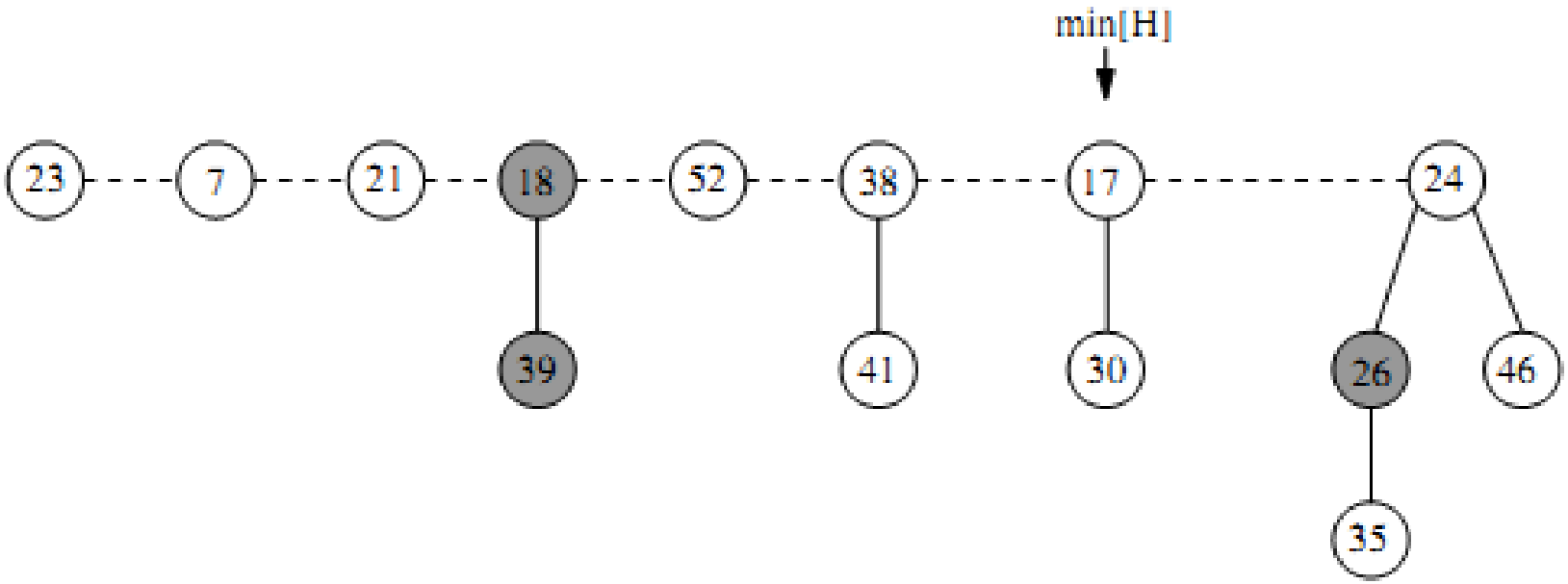
Algoritmo CONSOLIDATE(H)

```
1  início
2      para i ← 0 até D(n[H]) faça
3          A[i] ← NIL
4      para cada nó w na lista de raizes de H faça
5          x ← w
6          d ← degree[x]
7          enquanto A[d] ≠ NIL faça
8              y ← A[d]
9              FIB-HEAP-LINK(H, y, x)
10             A[d] ← NIL
11             d ← d + 1
12         A[d] ← x
13     min[H] ← NIL
14     para i ← 0 até D(n[H]) faça
15         se A[i] ≠ NIL então
16             se min[H] = NIL ou key[A[i]] < key[min[H]] então
17                 min[H] ← A[i]
18 fim
```

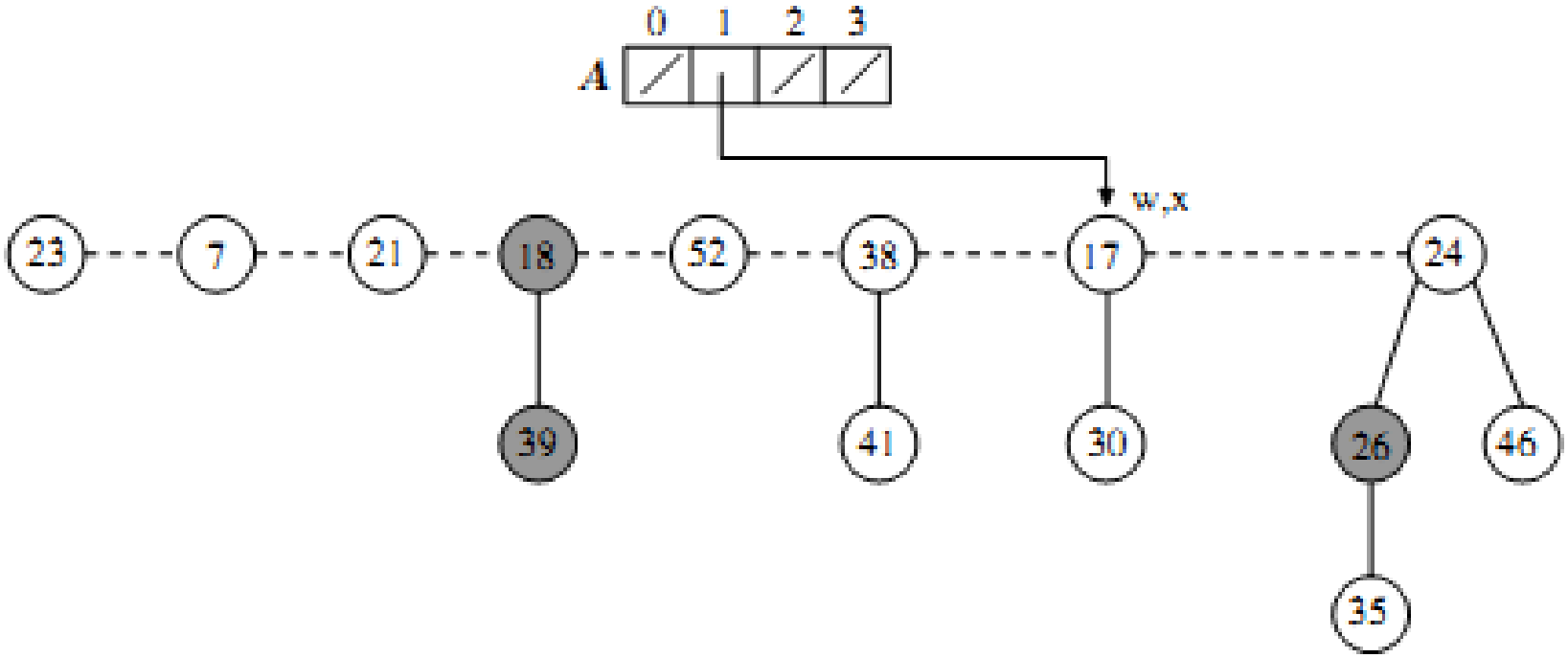
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



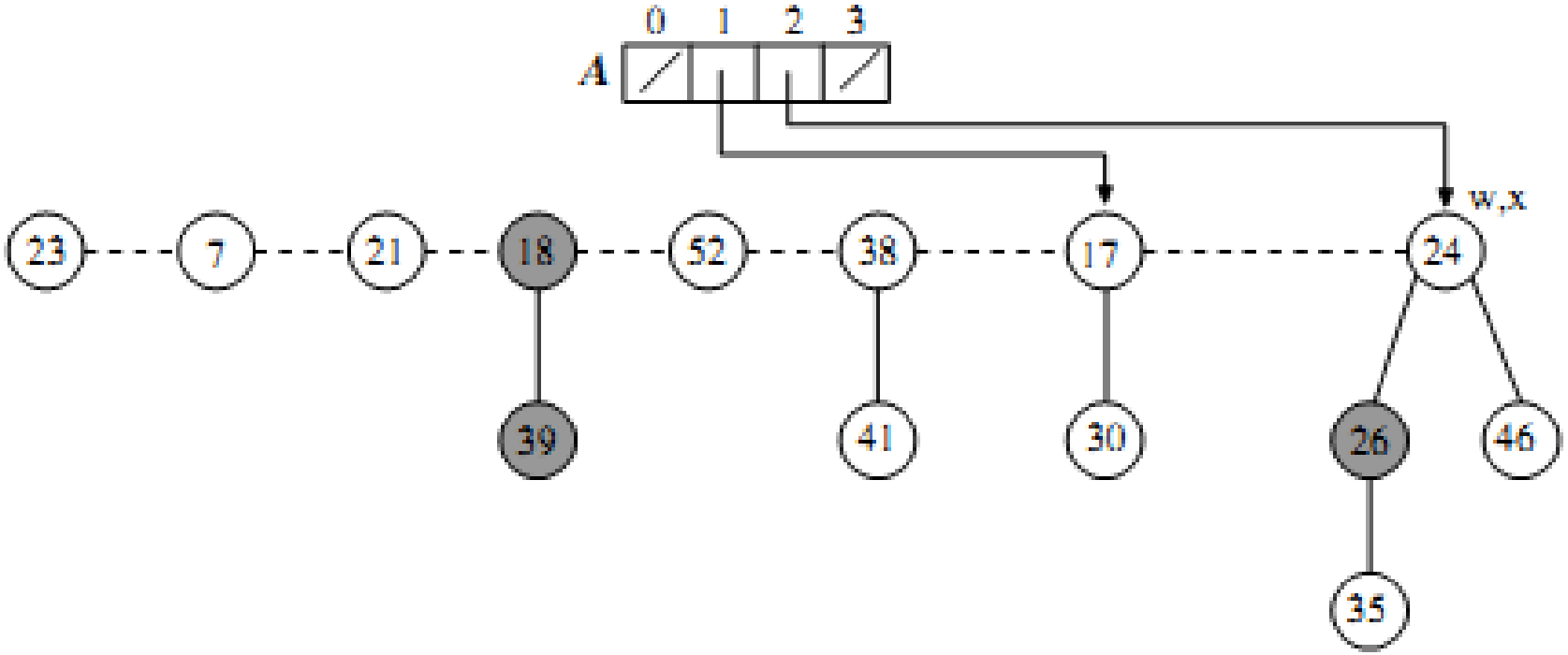
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



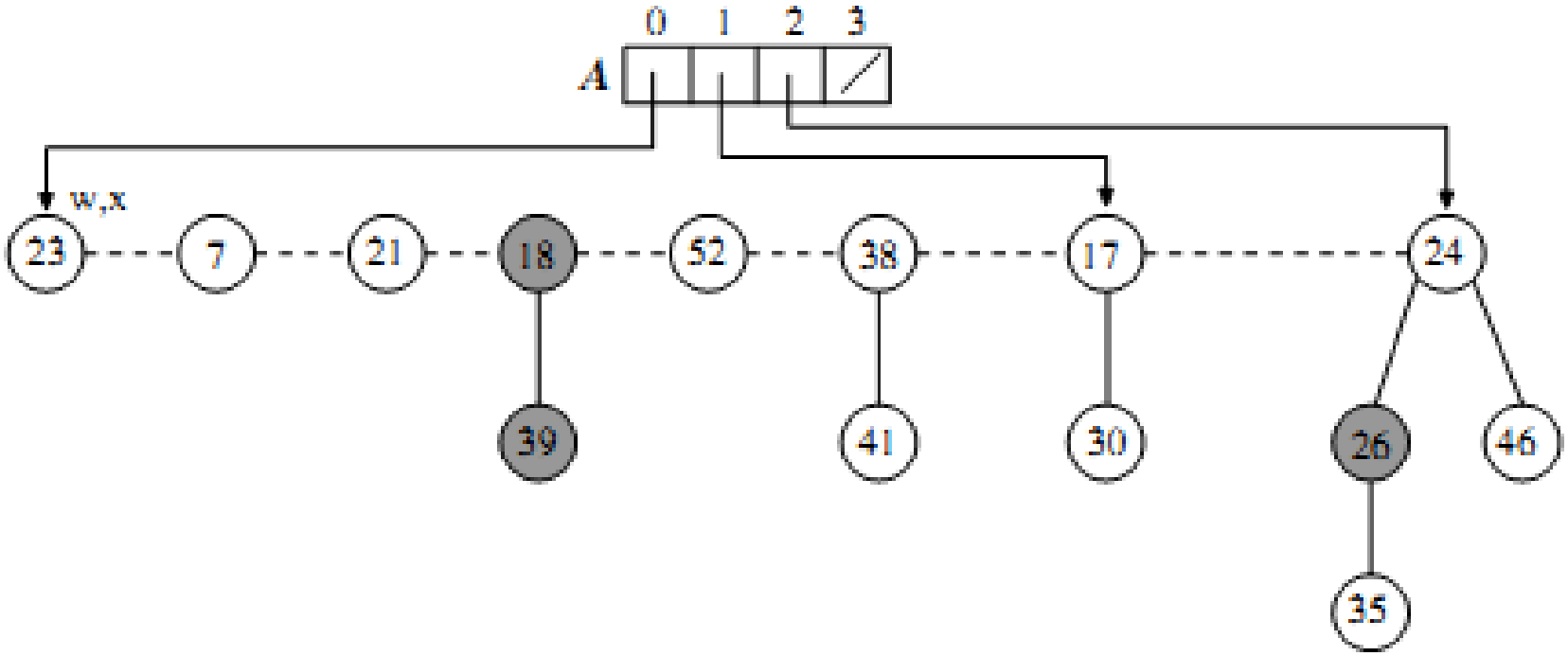
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



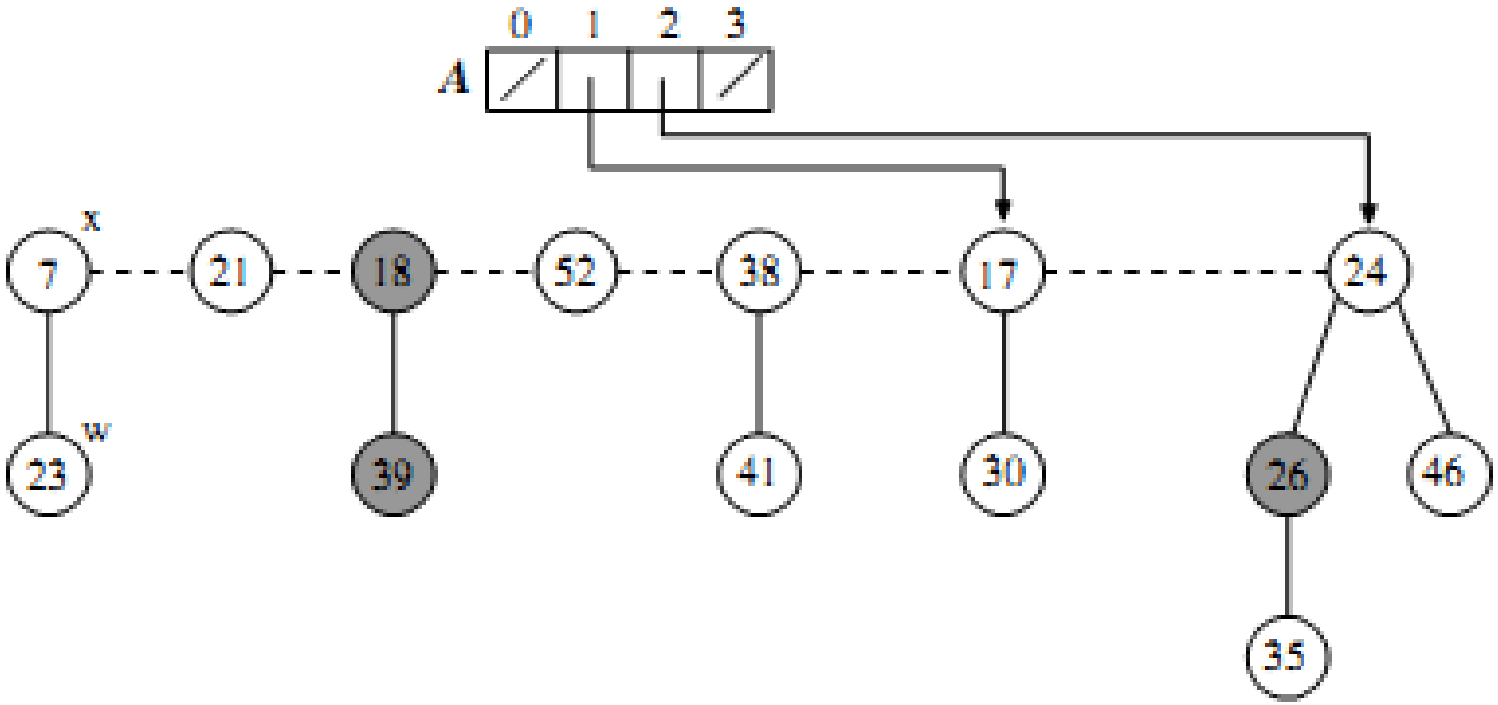
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



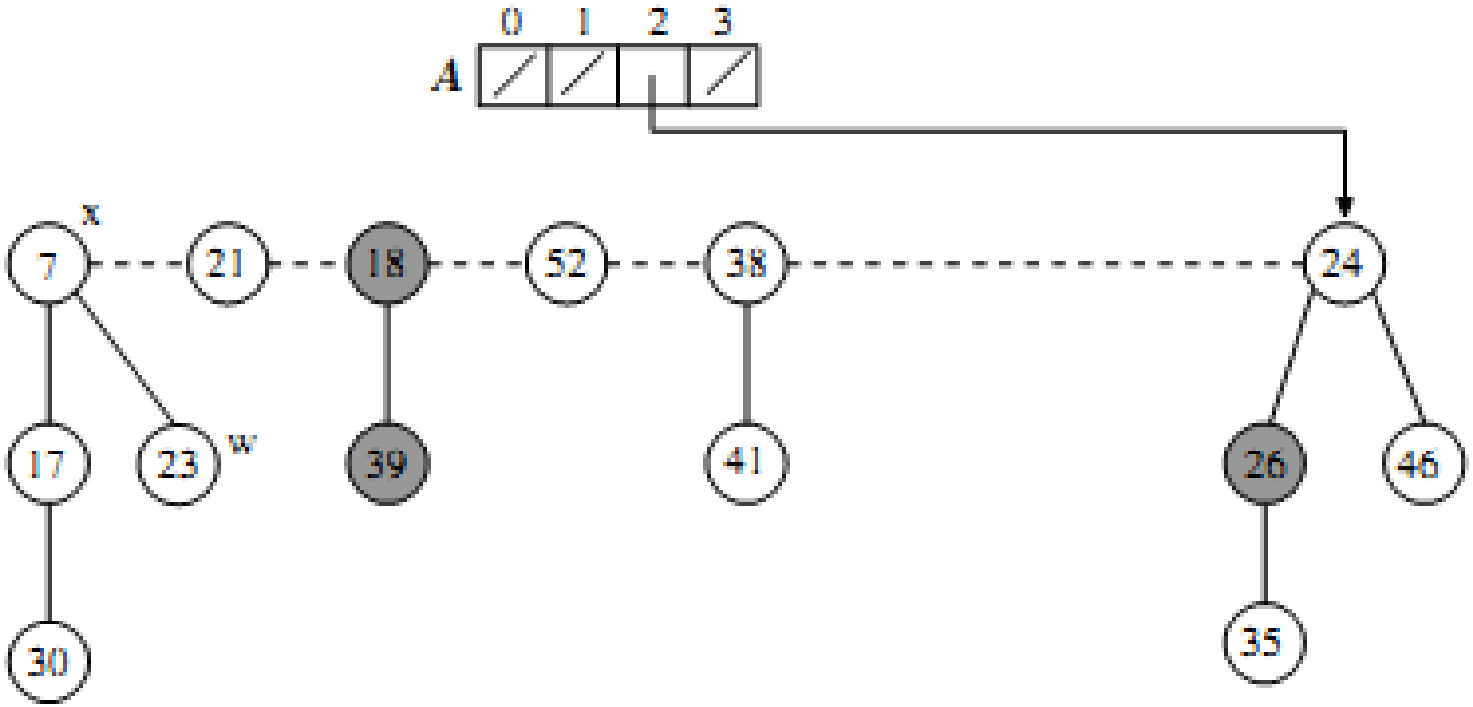
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



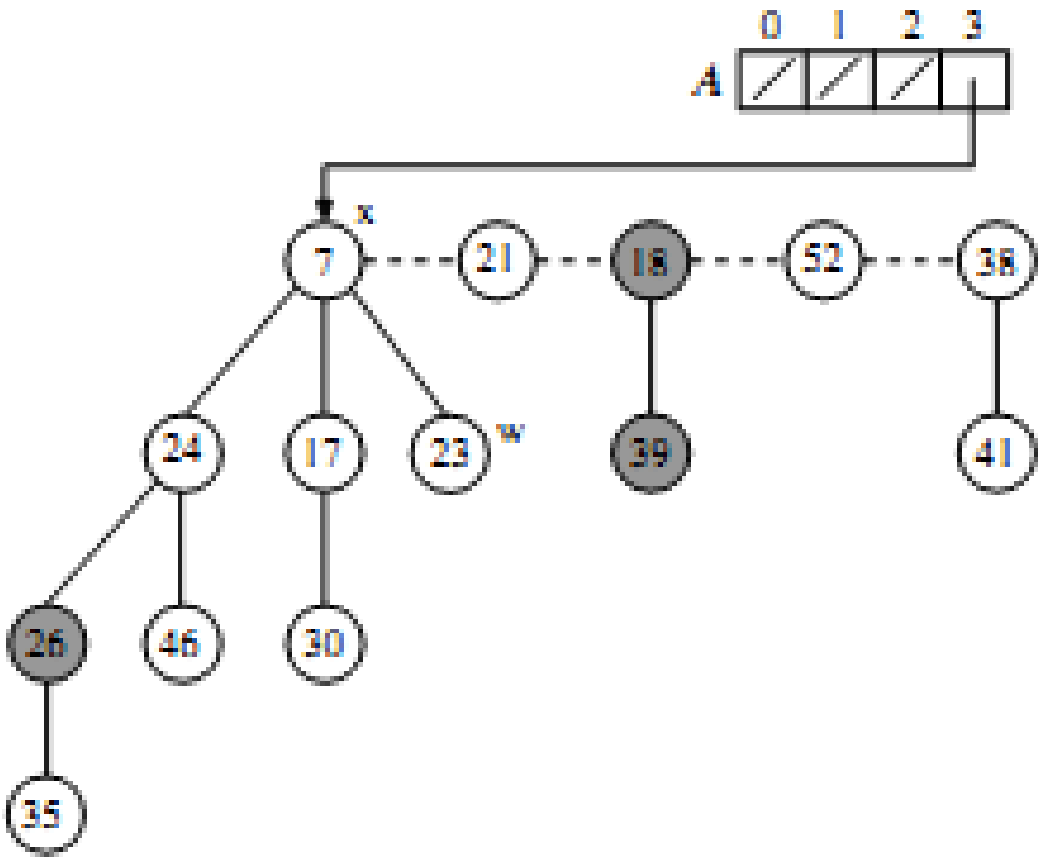
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



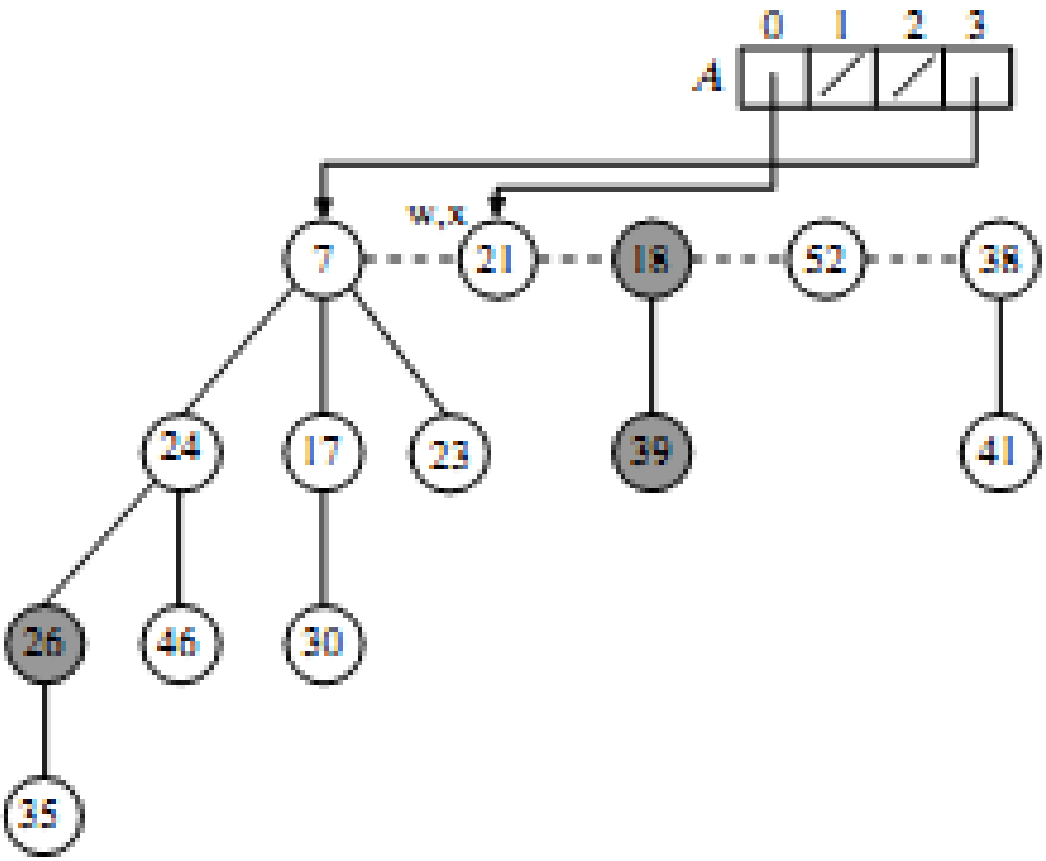
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



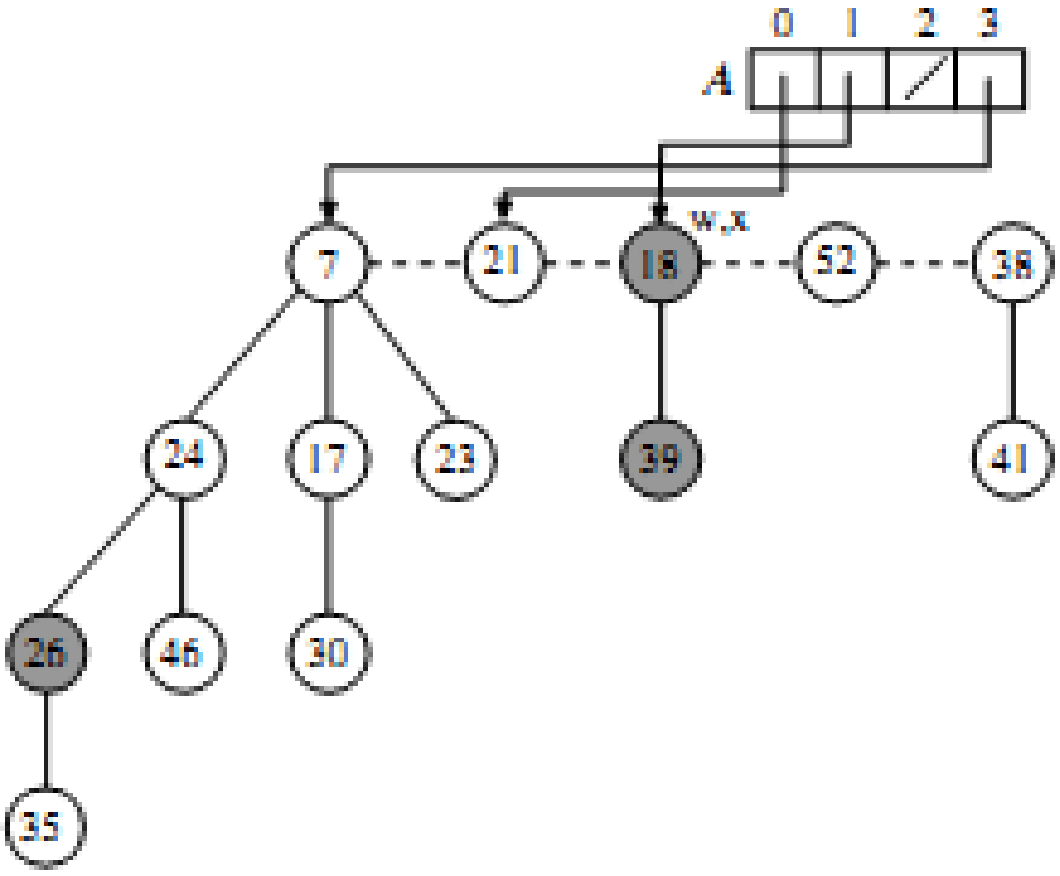
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



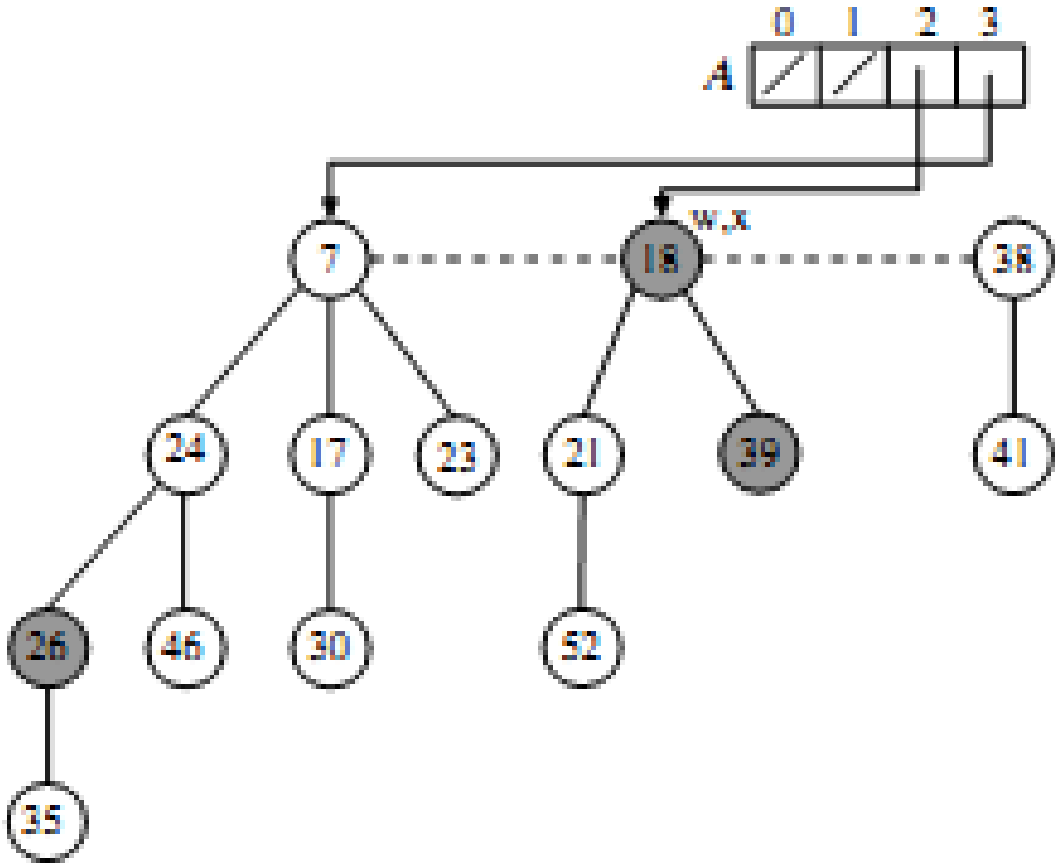
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



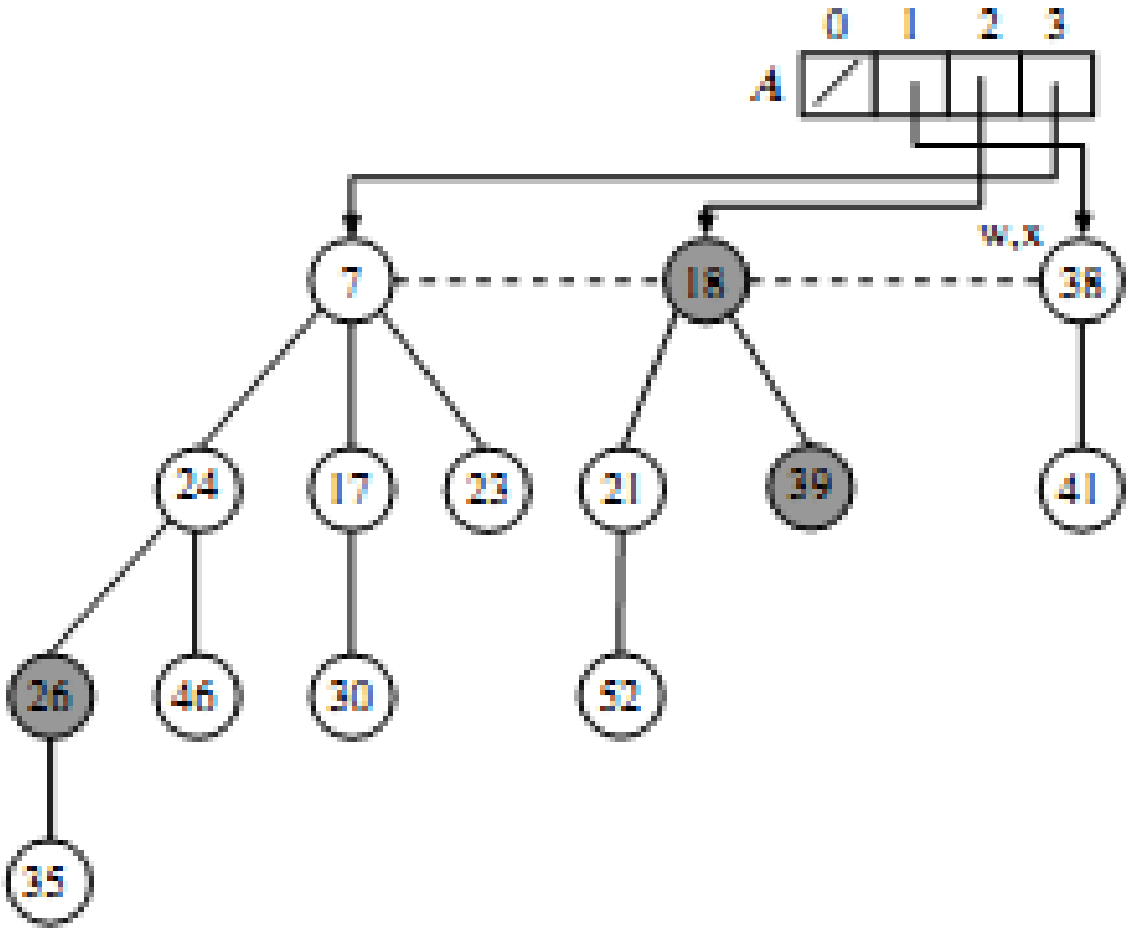
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



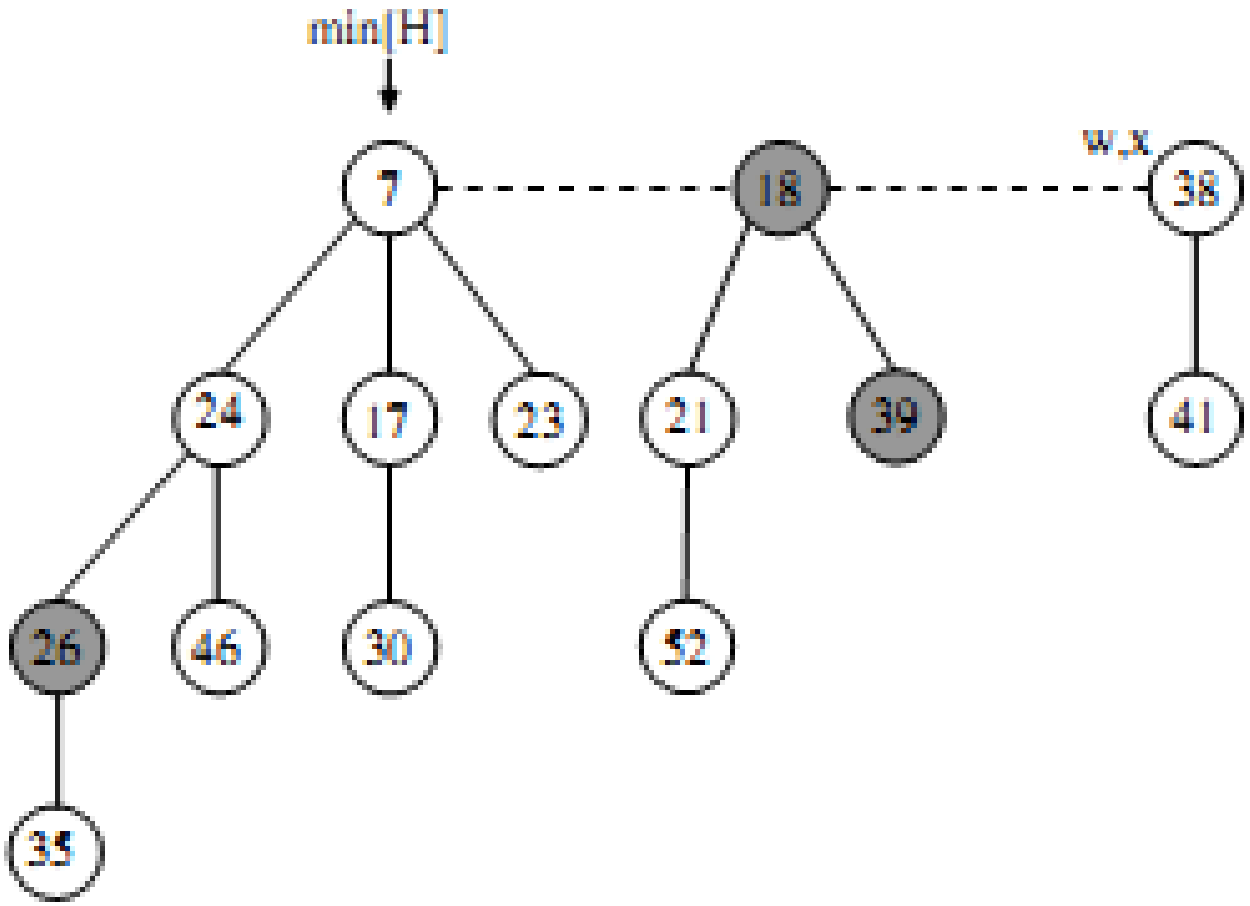
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



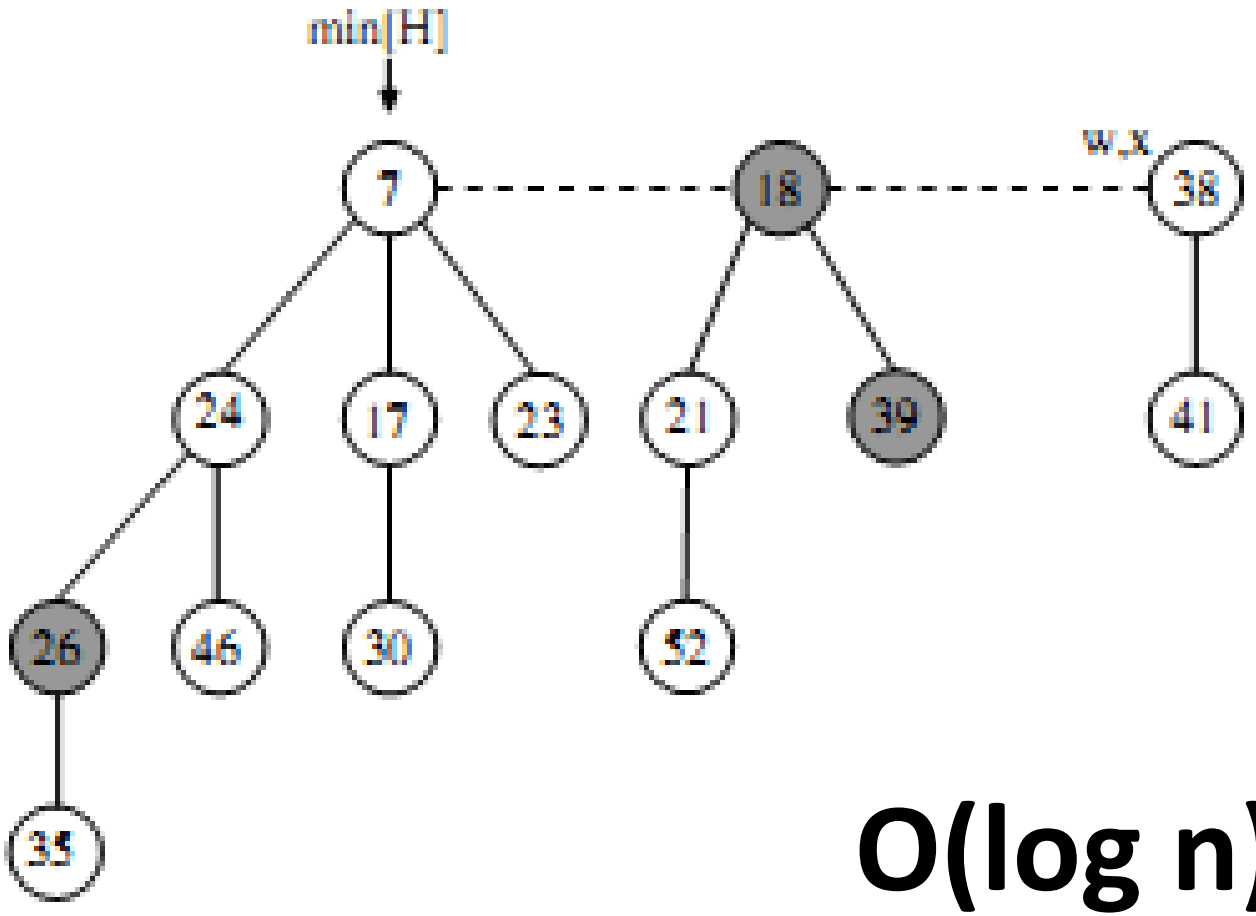
Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



Heap de Fibonacci: Extrair Mínimo



O(log n)

Implementação: Complexidade

- Estruturas de Dados Consideradas

	Heap Binário	Vetor Estático	Heap de Fibonacci
INSERÇÃO	$O(\log n)$	$O(1)$	$O(1)$
REMOVE-MIN	$O(\log n)$	$O(n)$	$O(\log n)$

- Tipo de grafos

	Grafo Genérico	Grafo Denso e → $v(v-1)/2 = O(v^2)$	Grafo Esparso e → $v-1 = O(v)$
Heap Binário	$O((v + e) \log v)$	$O(v^2 \log v)$	$O(v \log v)$
Vetor Estático	$O(v^2)$	$O(v^2)$	$O(v^2)$
Heap de Fibonacci	$O(e + v \log v)$	$O(v^2 + v \log v) = O(v^2)$	$O(v + v \log v) = O(v \log v)$

Implementação

- Linguagem

  C++

- Bateria de Testes
  - Grafos
    - Denso
    - Esparso
    - Completo
  - Número de vértices variando entre 50 e 5000 (de 50 em 50 com um total de 300 amostras)

Testes

- Esparso (5,4 Mb)

Testes

- Esparso (5,4 Mb)
- Denso (3,9 Gb)

Testes

- Esparso (5,4 Mb)
- Denso (3,9 Gb)
- Completo (4,8 Gb)

Testes

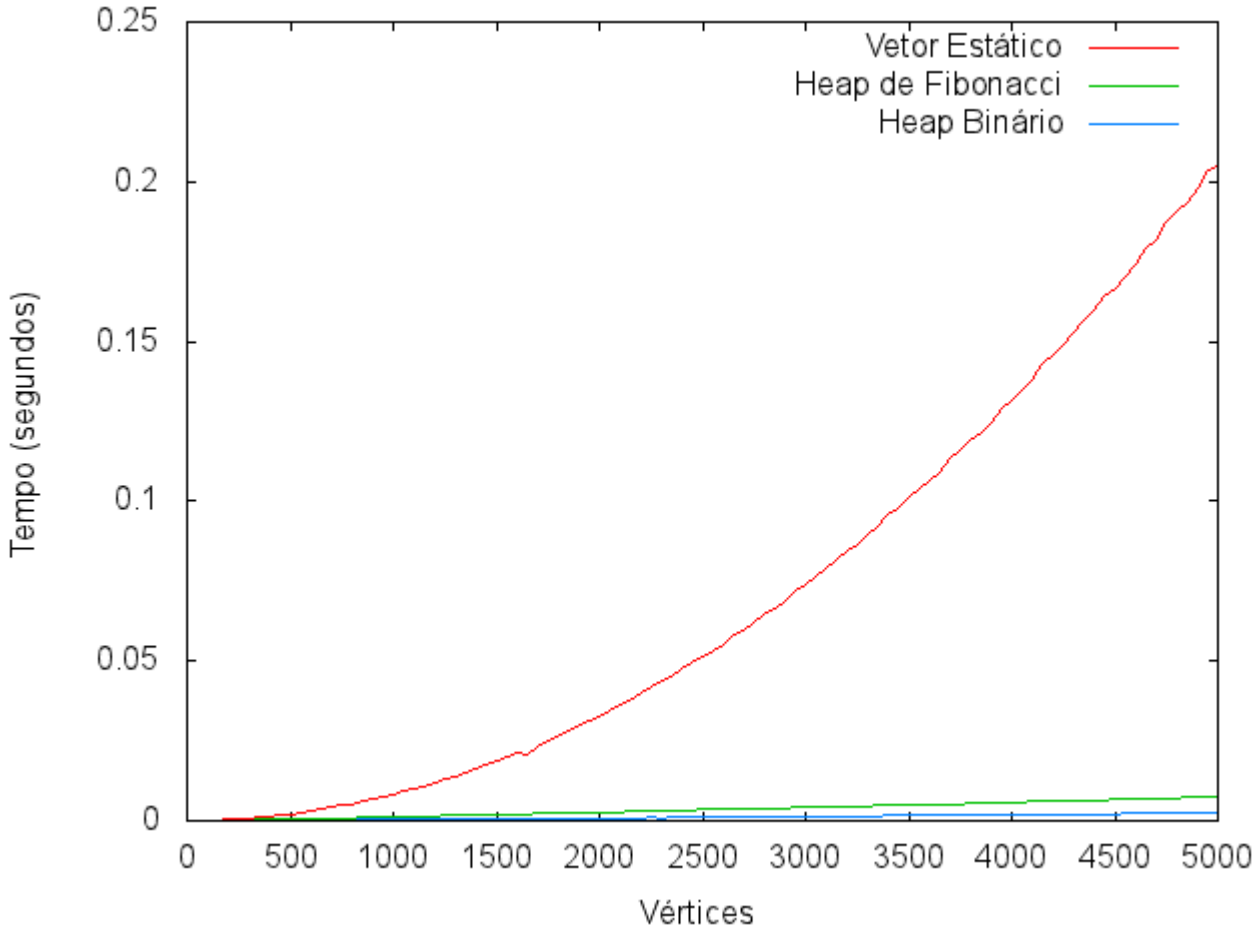
- Esparso (5,4 Mb)
- Denso (3,9 Gb)
- Completo (4,8 Gb)

~9Gb

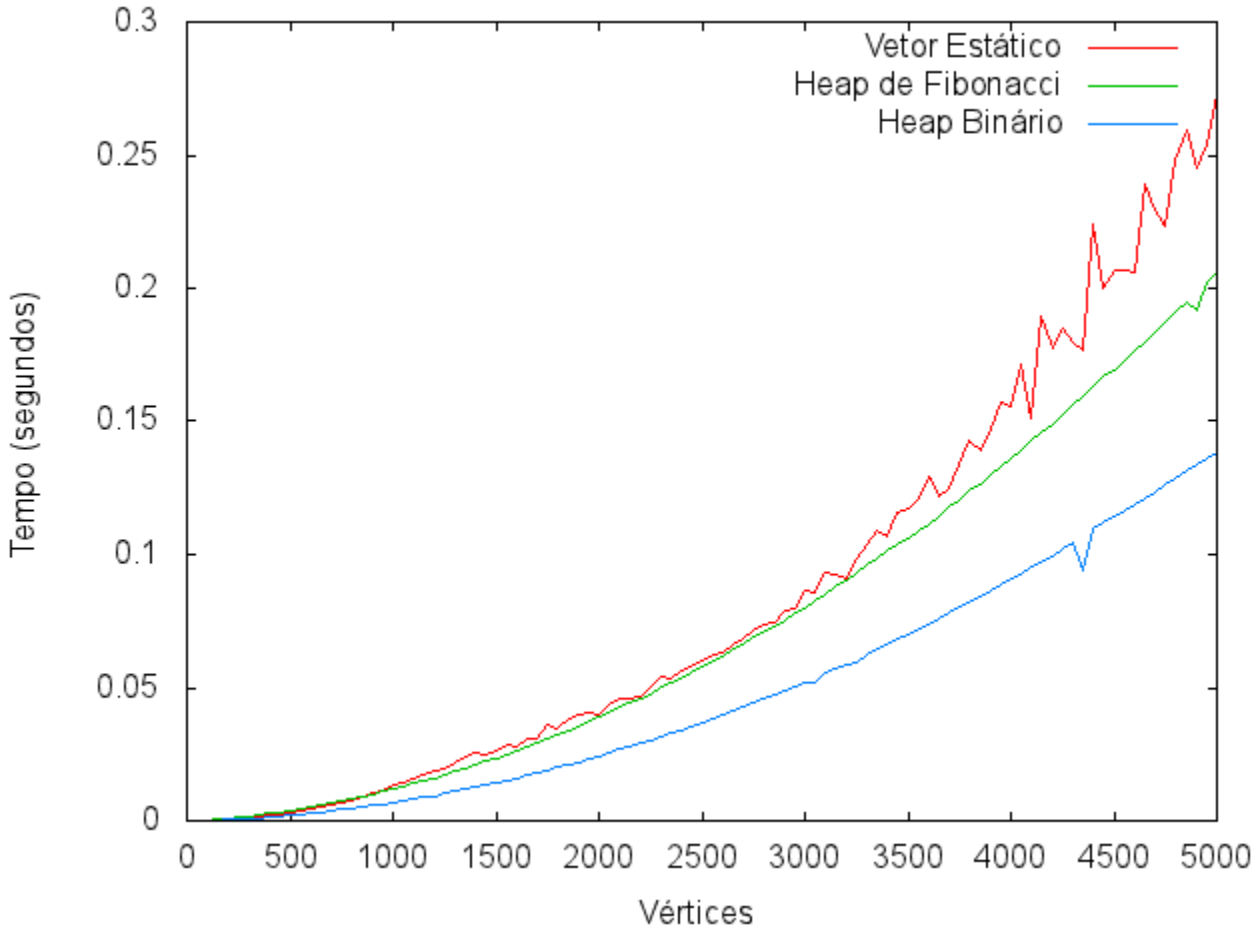
de Grafos!!


DESAFIO ACEITO

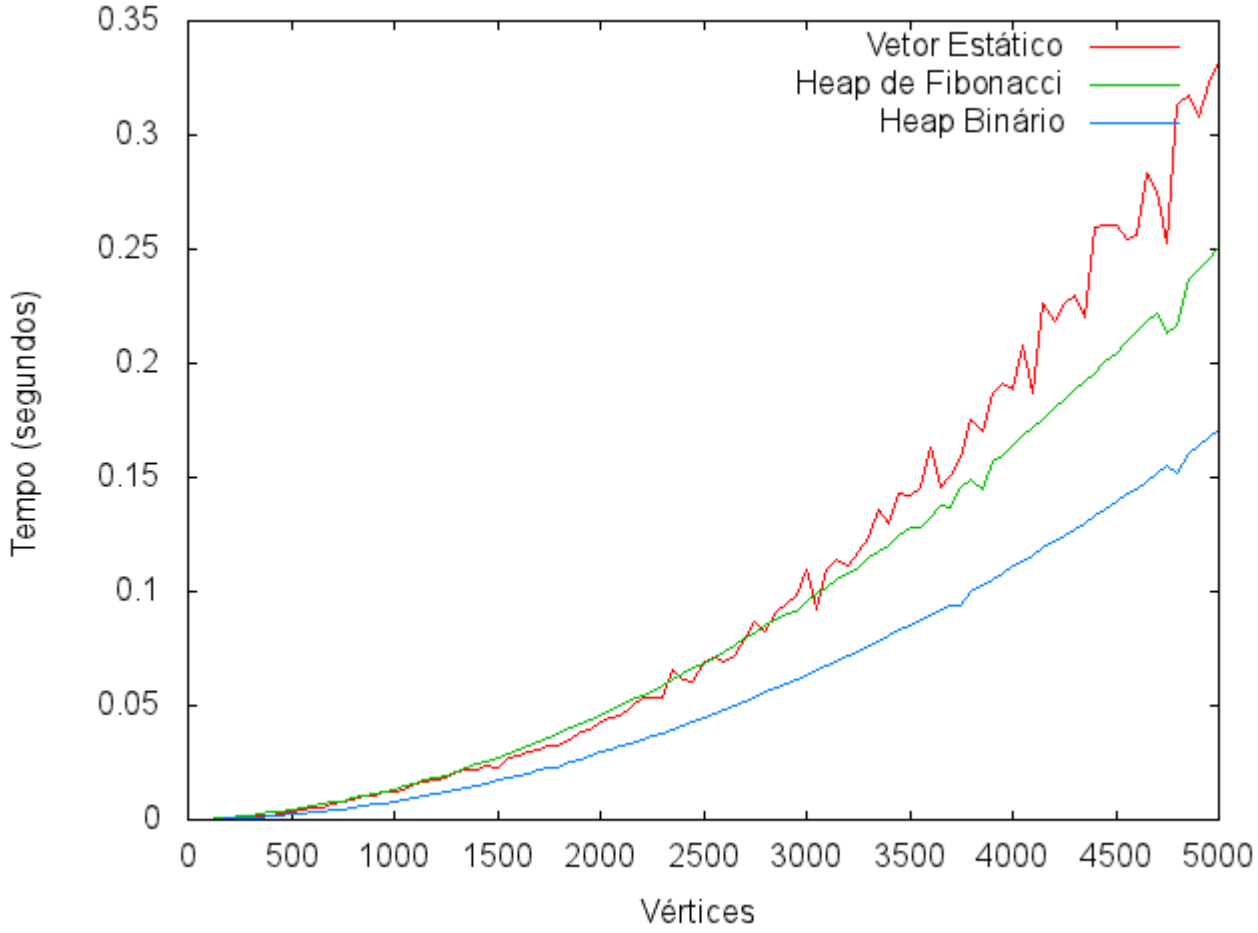
Resultados (Grafos Esparso)



Resultados (Grafos Denso)



Resultados (Grafos Completo)



Conclusão

Qual a melhor estrutura?