

Uma Implementação do Cálculo Lambda não Tipado em Elixir

Christian S. Lima¹, Adolfo Neto¹

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Curitiba, Brasil

christiansantosl原因21@gmail.com, adolfo@utfpr.edu.br

Abstract.

Resumo. Nesse artigo vamos fazer uma revisão bibliográfica sobre o cálculo lambda não tipado e apresentar uma implementação em Elixir.

1. Introdução

2. Linguagem

Definição 1. O alfabeto do cálculo lambda é dado pelos seguintes símbolos:

- um conjunto de variáveis:

$$Var = \{x_i : i \in \mathbb{N}\};$$

- um abstrator: λ ;
- três delimitadores: “(”, “.”, “)”.

Definição 2. Os λ -termos são definidos de forma indutiva pelas regras:

1. todas as variáveis são λ -termos;
2. se M e N são λ -termos, então (MN) é um λ -termo (chamado de aplicação);
3. Se M é um λ -termo e x uma variável, então $(\lambda x.M)$ é um λ -termo (chamado abstração).

Definição 3. Definimos recursivamente o conjunto das variáveis que ocorrem livres em um λ -termo M pelas regras:

1. $FV[x] = \{x\}$;
2. $FV[NP] = FV[N] \cup FV[P]$;
3. $FV[\lambda x.N] = FV[N] - \{x\}$.

Definição 4. Definimos recursivamente a substituição de todas as ocorrências livres de x por N pelas regras:

1. $x[x := N] = N$;
2. $y[x := N] = y$, se $x \neq y$;
3. $(PQ)[x := N] = P[x := N]Q[x := N]$;

4. $(\lambda x.P)[x := N] = \lambda x.P$;
5. $(\lambda y.P)[x := N] = \lambda y.P$ se $x \notin \text{FV}[P]$;
6. $(\lambda y.P)[x := N] = \lambda y.P[x := N]$ se $x \in \text{FV}[P]$ e $y \notin \text{FV}[N]$;
7. $(\lambda y.P)[x := N] = \lambda z.P[y := z][x := N]$ se $x \in \text{FV}[P]$ e $y \in \text{FV}[N]$.

Definição 5. (α -conversão) Seja um termo P e que contém uma abstração $\lambda x.M$ como subtermo e seja $y \notin \text{FV}[M]$. Uma α -conversão de P é um termo Q obtido a partir de P substituindo uma ou mais ocorrências do subtermo $\lambda x.M$ por $\lambda y.M[x := y]$.

3. β -redução

Definição 6. Seja um termo P e que contém um subtermo da forma $(\lambda x.M)N$. Uma β -contração de P é um termo Q obtida a partir de P substituindo uma ocorrência do subtermo $(\lambda x.M)N$ por $M[x := N]$. Denotamos essa relação por $P \rightarrow_{1\beta} Q$.

Definição 7. Seja um termo P . Uma β -redução de P é um termo Q obtido a partir de P por uma sequência da forma:

$$P \equiv_{\alpha} P' \rightarrow_{1\beta} P_1 \equiv_{\alpha} P'_1 \rightarrow_{1\beta} \dots \rightarrow_{1\beta} P_n \equiv_{\alpha} Q$$

4. Referências

Referências

- Barendregt, H. P. (1984). *The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics*. Sole distributors for the U.S.A. and Canada, Elsevier Science Pub. Co., New York, N.Y.
- Hindley, J. R. (1997). *Basic simple type theory*. Number 42. Cambridge University Press.
- Hindley, J. R. and Seldin, J. P. (2008). *Lambda-calculus and combinators: an introduction*. Cambridge University Press.
- Sørensen, M. H. and Urzyczyn, P. (2006). *Lectures on the Curry-Howard isomorphism*. Elsevier.