

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО–ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
КАФЕДРА ПРОБЛЕМ ФИЗИКИ И АСТРОФИЗИКИ

ОТЧЁТ О НАУЧНОЙ РАБОТЕ ЗА 1 СЕМЕСТР 2016–2017
УЧЕБНОГО ГОДА

**Краевые состояния в системах со
спин–орбитальным взаимодействием в
подходе сильной связи**

Аникин Евгений

научный руководитель
чл.-к. РАН д. ф–м. н. П.И. АРСЕЕВ

15 декабря 2016 г.

Содержание

1	Введение	2
2	Топологический инвариант	2
3	Случай двух зон	3
4	Соответствие объём–граница	3

Потом напишу.

1 Введение

Топологические изоляторы — это кристаллы с особого рода зонной структурой. В отличие от обычных кристаллов, в них невозможно однозначно задать фазу функций Блоха во всей зоне Бриллюэна. Причина этого в том, что отличен от нуля топологический инвариант

$$N = \frac{1}{2\pi i} \int d^2k [\partial_i \langle u | \partial_j u \rangle - \partial_j \langle u | \partial_i u \rangle] \quad (1)$$

Кроме того, оказывается, что холловская проводимость, измеренная в квантах сопротивления, равна N .

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} N \quad (2)$$

Та же самая картина наблюдается и в случае с эффектом Холла (зону Бриллюэна там заменяет магнитная зона Бриллюэна). Особенность топологических изоляторов в том, что в них наблюдается (спиновый) эффект Холла в отсутствие магнитного поля. Другая их особенность — в существовании бездиссипативных краевых состояний, что является следствием bulk–boundary correspondence.

Топологические изоляторы могут быть реализованы в системах со спин–орбитальным взаимодействием. Холловская проводимость неинвариантна по отношению к обращению времени, поэтому в системе с T –симметрией, каковой является кристалл при отсутствии магнитного поля, и при от отсутствии спин–орбитального взаимодействия N обязательно равно нулю. Действительно, T –симметрия в этом случае действует просто как комплексное сопряжение.

Иная ситуация возникает, когда есть спин–орбитальное взаимодействие. В этом случае N может быть отлично от нуля для каждой из компонент спина. Вследствие инвариантности по отношению к обращению времени для двух компонент спина N будет одинаково по модулю и противоположно по знаку.

Первая экспериментальная реализация топологических изоляторов — квантовые ямы HgTe . [1, 2]

2 Топологический инвариант

Пусть гамильтониан системы в импульсном представлении даётся некоторой матрицей $H(k)$, где k — волновой вектор зоны Бриллюэна. Для каждого k гамильтониан всегда можно диагонализировать и получить набор собственных векторов $u_i(k)$. Будем считать, что ни при каком k нет вырождения спектра (это соответствует случаю изолятора). Выбор собственного базиса неоднозначен: каждый вектор можно домножить на произвольную фазу. Очевидно, что в каждой окрестности k можно выбрать фазу каждого вектора так, чтобы она непрерывно зависела от k . Однако, вообще говоря, эту фазу может оказаться невозможно однозначно задать во всей зоне Бриллюэна, так как

Рассмотрим одну из ветвей спектра гамильтониана: $u_i(\vec{k})$ (в дальнейшем опустим индекс i). Предположим для простоты, что зону Бриллюэна можно разбить на две части A и B , в

каждой из которых фазу $u(k)$ можно определить однозначно. Назовём функции Блоха в этих двух частях $u_a(k)$ и $u_b(k)$. На границе A и B (назовём её γ) должно выполняться равенство

$$u_b(k) = e^{-i\phi(k)} u_a(k). \quad (3)$$

Определим число Черна, иначе называемое TKNN-инвариант (см. [3, 4]), как

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} d\phi \quad (4)$$

С помощью простого вычисления N можно записать как интеграл по всей зоне Бриллюэна:

$$N = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \langle u_a | \vec{\nabla}_k u_a \rangle - \langle u_b | \vec{\nabla}_k u_b \rangle d\vec{k} = \frac{1}{2\pi i} \int d^2k [\partial_i \langle u | \partial_j u \rangle - \partial_j \langle u | \partial_i u \rangle] \quad (5)$$

В последнем интеграле подынтегральное выражение калибровочно-инвариантно, что позволяет опустить индексы a, b .

3 Случай двух зон

В случае двух зон TKNN-инварианту можно придать особенно наглядную форму. Любой гамильтониан для двух зон можно записать в виде

$$H(k) = h_0(k) + \vec{h}(k) \vec{\sigma} \quad (6)$$

Его можно явно диагонализировать. Собственные векторы равны

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} e^{-i\phi} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (7)$$

и соответствуют энергиям

$$E(k) = h_0(k) \pm |\vec{h}| \quad (8)$$

Непосредственная подстановка (например, первого) собственного вектора в формулу (1) приводит к

$$N = \frac{1}{4\pi} \int \sin \theta d\theta d\phi \quad (9)$$

Таким образом, N равно количеству “оборотов” \vec{h} вокруг единичной сферы.

4 Соответствие объём–граница

Список литературы

- [1] B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang. Quantum spin hall effect and topological phase transition in hgte quantum wells. *Science*, 314(5806):1757–1761, Dec 2006.
- [2] M. Konig, S. Wiedmann, C. Brune, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang. Quantum spin hall insulator state in hgte quantum wells. *Science*, 318(5851):766–770, Nov 2007.
- [3] Mahito Kohmoto. Topological invariant and the quantization of the hall conductance. *Annals of Physics*, 160(2):343–354, Apr 1985.
- [4] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs. Quantized hall conductance in a two-dimensional periodic potential. *Physical Review Letters*, 49(6):405–408, Aug 1982.