

Ограниченность энергии снизу в модели Лифшица

Anikin Evgeny, 121

29 сентября 2017 г.

Гамильтониан модели Лифшица задаётся так:

$$H_{ij} = \begin{cases} te^{\frac{|r_i - r_j|}{a}} & \text{при } i \neq j \\ 0 & \text{при } i = j \end{cases} \quad (1)$$

Хочется доказать, что его спектр ограничен снизу значением $-t$. Это равносильно положительной определённости (в нестрогом смысле) матрицы

$$h_{ij} = e^{\frac{|r_i - r_j|}{a}} \quad (2)$$

Здесь уже диагональные элементы равны единице, а не нулю. Положительная определённость означает, что для любого набора x_i

$$\sum e^{\frac{|r_i - r_j|}{a}} x_i x_j \geq 0 \quad (3)$$

Докажем это по индукции. База очевидна, так как для одного узла энергия равна t . Переход индукции проведём...