

Размышление о смысле N-упорядочения

17 января 2016 г.

N-упорядочение от произведения операторов — это произведение этих же операторов, переставленных, чтобы операторы уничтожения стояли перед операторами рождения.

В связи с этим возникает вопрос: как быть с N-упорядочением от суммы операторов? Казалось бы, что нужно N-упорядочить каждое слагаемое. Однако не всё так просто.

Совершенно очевидно, что

$$N(aa^\dagger) = a^\dagger a \quad (1)$$

Теперь же воспользуемся правилом коммутации:

$$aa^\dagger = a^\dagger a + 1 \quad (2)$$

Тогда, с одной стороны,

$$N(a^\dagger a + 1) = N(aa^\dagger) = a^\dagger a \quad (3)$$

Но, с другой стороны, выражение $a^\dagger a + 1$ уже N-упорядочено! Это показывает, что N-упорядочение не является линейным оператором.

Однако в процессе вывода правил диаграммной техники мы постоянно встречаемся с выражениями типа $N\Psi\Psi^\dagger$, которые надо понимать именно как упорядочение каждого слагаемого.

Так как же правильно понимать N-упорядочение?