

Задачи к теорминимуму

Anikin Evgeny, 121

2 октября 2015 г.

1 Средняя скорость

Средняя скорость в зависимости от v_0 :

$$\bar{v} = \frac{\pi R \sqrt{a}}{2K(\sqrt{b/a})} = \frac{\pi \sqrt{v_0^2 + \frac{\epsilon(gR + v_0^2)}{\lambda + 1}}}{2K\left(\sqrt{\frac{2\epsilon(gR + v_0^2)}{(\lambda + 1)v_0^2 + \epsilon(gR + v_0^2)}}\right)} \quad (1)$$

Для коэффициента трения имеем

$$k > \frac{\epsilon}{3} \frac{|2gR - v_0^2|}{\sqrt{(gR)^2 - (2\epsilon v_0^2)^2}} + O(\epsilon^2), \quad (2)$$

График в координатах \bar{v} , k :

2 Как найти среднюю скорость

Угловая скорость колеса зависит от угла так:

$$\omega^2 = \frac{2(E/m - gy)}{I/m + y^2 + \xi^2} \quad (3)$$

В первом порядке по ϵ получается так:

$$\omega^2 = \frac{v_0^2}{R^2} - \frac{gR + v_0^2}{(\lambda + 1)R^2} \epsilon \cos 2\alpha \quad (4)$$

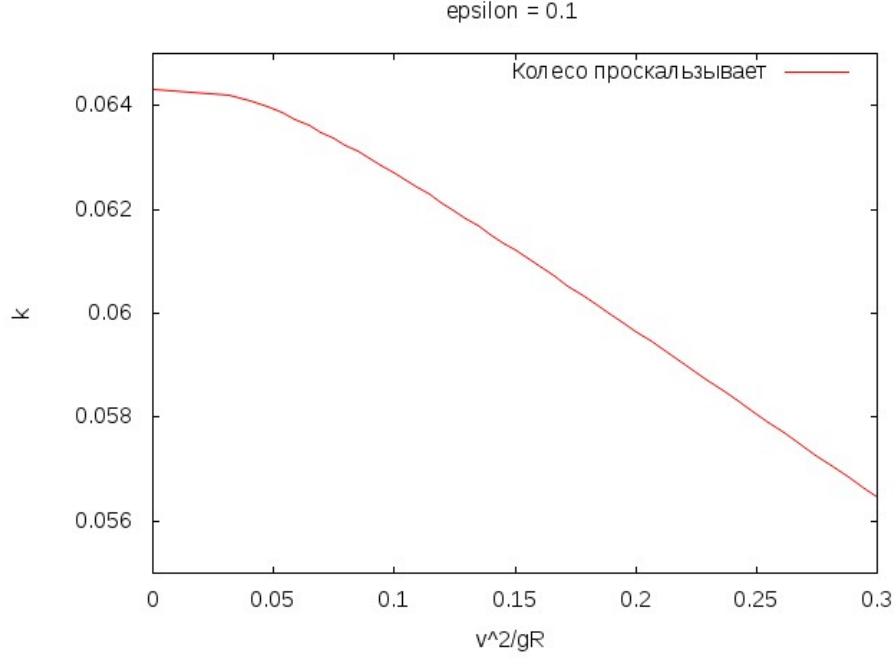
Здесь

$$v_0^2 = \frac{2(E - mgR)}{m + I/R^2}, \quad (5)$$

$$I = \lambda m R^2 \quad (6)$$

Можно сделать замену $\alpha = \beta + \pi/2$, тогда выражение выше приводится к

$$\omega^2 = a - b \sin^2 \beta \quad (7)$$



где

$$a = \frac{v_0^2}{R^2} + \epsilon \frac{gR + v_0^2}{R^2(\lambda + 1)} \quad (8)$$

$$b = 2\epsilon \frac{gR + v_0^2}{R^2(\lambda + 1)} \quad (9)$$

Решив уравнение 7, можно найти время, которое проходит между положениями неустойчивого равновесия. Средняя скорость получается такой:

$$\bar{v} = \frac{\pi R \sqrt{a}}{2K(\sqrt{b/a})} = \frac{\pi \sqrt{v_0^2 + \frac{\epsilon(gR + v_0^2)}{\lambda + 1}}}{2K\left(\sqrt{\frac{2\epsilon(gR + v_0^2)}{(\lambda + 1)v_0^2 + \epsilon(gR + v_0^2)}}\right)} \quad (10)$$

Здесь $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Легко видеть, что если $v_0 \gg \epsilon gR$, то $\bar{v} \approx v_0$.

Для максимального коэффициента трения была ранее получена формула

$$k > \frac{\epsilon}{3} \frac{|2gR - v_0^2|}{\sqrt{(gR)^2 - (2\epsilon v_0^2)^2}} + O(\epsilon^2), \quad (11)$$

Теперь можно построить график зависимости k от \bar{v} , он задаётся параметрически формулами 11 и 10.