Примесь в простейшей модели топологического изолятора

Anikin Evgeny, 128

2 декабря 2016 г.

Гамильтониан простейшего топологического изолятора может быть записан в виде

$$H = \begin{pmatrix} \xi + \frac{1}{m}(2-\cos p_x - \cos p_y) & 2t(\sin p_x - i \sin p_y) \\ 2t(\sin p_x + i\sin p_y) & -\xi - \frac{1}{m}(2-\cos p_x - \cos p_y) \end{pmatrix} \tag{1}$$

Уровни энергии —

$$E_p^2 = (\xi + \frac{1}{m}(2-\cos p_x - \cos p_y))^2 + 4t^2(\sin^2 p_x + \sin^2 p_y) \tag{2}$$

Если перейти из импульсного представления в координатное, то он превратится в гамильтониан сильной связи. Гамильтониан примеси тогда можно записать в виде

$$V = \Delta E(a_{00}^\dagger a_{00} + b_{00}^\dagger b_{00}) \tag{3}$$

Связанные состояния даются уравнением

$$\det\left[\mathbb{1} - \Delta E \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2}\frac{\omega + \hat{H}}{\omega^2 - E_p^2}\right] = 1 \tag{4}$$

В последнем интеграле (от матрицы) недиагональные члены из–за симметрии обращаются в ноль. Таким образом, связанные состояния сводятся к уравнениям

$$\left[\begin{array}{l} \displaystyle\int \frac{d^2p}{(2\pi)^2}\frac{\omega + \xi + \frac{1}{m}(2-\cos p_x - \cos p_y)}{\omega^2 - E_p^2} = \frac{1}{\Delta E}, \\ \displaystyle\int \frac{d^2p}{(2\pi)^2}\frac{-\omega + \xi + \frac{1}{m}(2-\cos p_x - \cos p_y)}{\omega^2 - E_p^2} = -\frac{1}{\Delta E}, \end{array}\right. \tag{5}$$

Эти интегралы можно взять приближённо в круге небольшого радиуса $p_{\max}$, если учесть, что при малых p спектр близок к коническому. После интегрирования получается

$$G(\omega,0,0)_{11} = -\frac{1}{8\pi}\frac{1}{m(4t^2+\frac{\xi}{m})}\left[p_{\max}^2 + \left(2m(\omega+\xi) - \frac{\xi^2-\omega^2}{4t^2+\frac{\xi}{m}}\right)\log\left(1 + \frac{\left(4t^2+\frac{\xi}{m}\right)p_{\max}^2}{\xi^2-\omega^2}\right)\right] \tag{6}$$

Конечно, интегралы из (5) можно взять численно. Для $\xi, m, t = -0.03, 0.1, 0.5$ компоненты функции Грина изображены на графике.

Вычисление выше показывает, что происходит на краях этого графика. А именно, “хвосты” функций Грина растут логарифмически до бесконечности. Таким образом, для малых $\Delta E < 0$ появляется одно связанное состояние около зоны проводиости. При дальнейшем росте возмущения появляется состояние около валентной зоны.

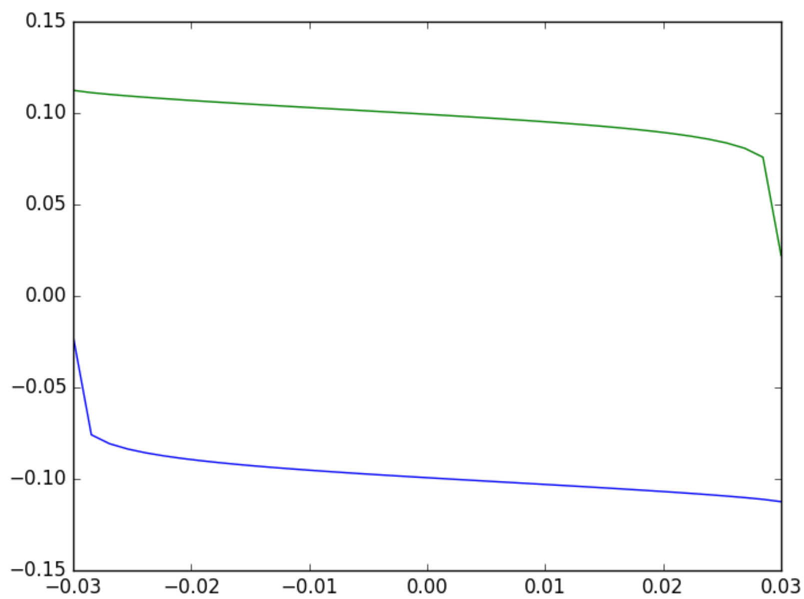

Рис. 1: Компоненты функций Грина