

Краевые состояния в топологических изоляторах с беспорядком

Евгений Аникин
научный руководитель
чл.-к. РАН д. ф-м. н. П.И. Арсеев

ФИАН им. Лебедева

Что такое двумерный топологический изолятор?

У функции Блоха топологического изолятора $u(k)$ невозможно гладко определить фазу во всей зоне Бриллюэна.

$$N = \frac{1}{2\pi i} \int d^2k \left[\frac{\partial}{\partial k_x} \left\langle u \left| \frac{\partial u}{\partial k_y} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial k_y} \left\langle u \left| \frac{\partial u}{\partial k_x} \right\rangle \right] \quad (1)$$

Двумерный топологический изолятор на основе HgTe

В квантовой яме образуются уровни размерного квантования. При $d < d_c$ спектр ямы нормальный, при $d > d_c$ — инвертированный.

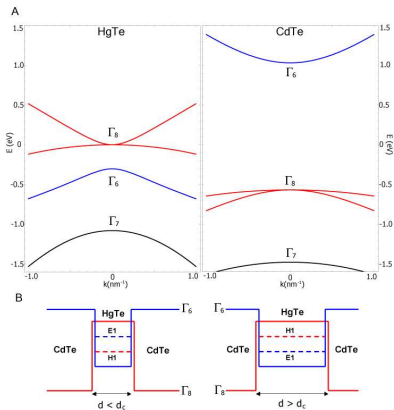


Рис.: Объемный спектр HgTe и CdTe и схематическое изображение квантовой ямы

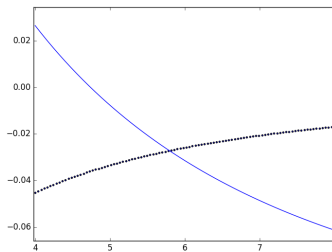


Рис.: Уровни размерного квантования

$$H = \begin{pmatrix} E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_s} E_{2 \times 2} & T \\ T^\dagger & E_v + H_L \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$H_L = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5}{2} \gamma_2 \right) k^2 - 2\gamma_2 (\vec{k} \cdot \vec{J})^2 - \right. \\ \left. - 2(\gamma_3 - \gamma_2) (\{J_x J_y\} + \{J_x J_z\} + \{J_y J_z\}) \right]$$

$$T = P \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}} k_z & \frac{1}{\sqrt{6}} k_- & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}} k_z & \frac{1}{\sqrt{2}} k_- \end{pmatrix}$$

Эффективный гамильтониан для уровней размерного квантования

Эффективный гамильтониан для E1, H1 подуровней квантовой ямы HgTe:

$$H = \begin{pmatrix} \xi + \frac{1}{m}(2 - \cos p_x - \cos p_y) & 2t(\sin p_x - i \sin p_y) \\ 2t(\sin p_x + i \sin p_y) & -\xi - \frac{1}{m}(2 - \cos p_x - \cos p_y) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Описывает топологический изолятор при $\xi < 0$

$$\begin{aligned} H_{\text{lattice}} = \sum_{mn} \left\{ a_{mn}^{\dagger} \left(\left(\xi + \frac{2}{m} \right) a_{mn} \right. \right. \\ \left. - \frac{1}{2m} (a_{m+1,n} + a_{m-1,n} + a_{m,n+1} + a_{m,n-1}) \right) \\ - ita_{mn}^{\dagger} (b_{m+1,n} - b_{m-1,n} - i(b_{m,n+1} - b_{m,n-1})) \\ - itb_{mn}^{\dagger} (a_{m+1,n} - a_{m-1,n} + i(a_{m,n+1} - a_{m,n-1})) \\ \left. - b_{mn}^{\dagger} \left(\left(\xi + \frac{2}{m} \right) b_{mn} - \frac{1}{2m} (b_{m+1,n} + b_{m-1,n} + b_{m,n+1} + b_{m,n-1}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

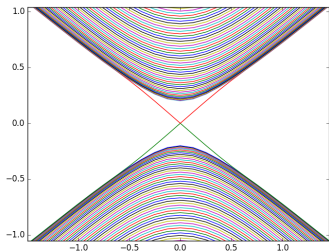


Рис.: Спектр полосы ТИ:
результат численной
диагонализации

На границе топологического изолятора образуются моды, пересекающие щель. Их закон дисперсии — $\epsilon \approx \pm vk$ для двух проекций спина.

T -инвариантное возмущение не может привести к рассеянию краевых электронов назад. Какие могут быть механизмы для рассеяния?

$$V = \Delta E (a_{00}^\dagger a_{00} + b_{00}^\dagger b_{00}) \quad (5)$$

Уравнение на уровень энергии:

$$\det \left(\mathbb{1} - \Delta E \hat{G}(\omega, 0, 0) \right) = 1, \quad (6)$$

$$\hat{G}(\omega, m, n) = \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{ip_x m + ip_y n} \frac{\omega + \hat{H}}{\omega^2 - E_p^2}, \quad (7)$$

Уровни энергии на примеси

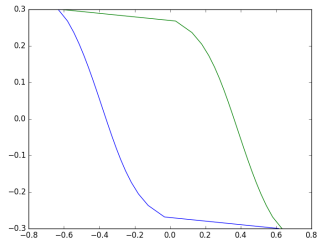
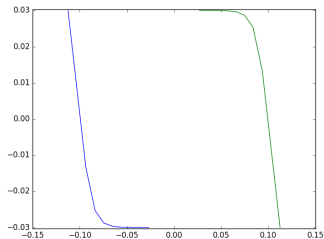


Рис.: На графиках показаны уровни энергии связанных состояний на точечной примеси для $m, t = 1, 0.4$, $\xi = 0.03$ (слева), $\xi = 0.3$ (справа)

$$\begin{aligned} G_{11}(\omega, m, n) &= -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{4t^2 + \frac{\xi}{m}} \left(\omega + \xi - \frac{1}{m} \frac{\xi^2 - \omega^2}{4t^2 + \frac{\xi}{m}} \right) K_0 \left(\sqrt{\frac{\xi^2 - \omega^2}{4t^2 + \frac{\xi}{m}}} R \right) \\ G_{21}(\omega, m, n) &= -\frac{it}{\pi} \sqrt{\frac{\xi^2 - \omega^2}{(4t^2 + \frac{\xi}{m})^3}} K_1 \left(\sqrt{\frac{\xi^2 - \omega^2}{4t^2 + \frac{\xi}{m}}} R \right) e^{i\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\delta\omega \approx \frac{\left(4t^2 + \frac{\xi}{m}\right) p_{\max}^2}{|\xi|} \exp \left\{ -\frac{p_{\max}^2}{4m|\xi|} - \frac{2\pi}{|\xi|\Delta E \left(4t^2 + \frac{\xi}{m}\right)} \right\} \quad (9)$$

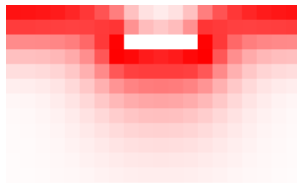
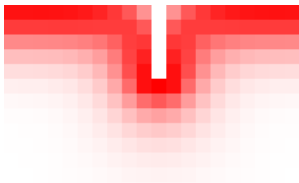


Рис.: Квадрат амплитуды волновой функции краевого состояния, огибающего препятствия. Размер решётки — 20×20 , по горизонтальной оси наложены периодические граничные условия.

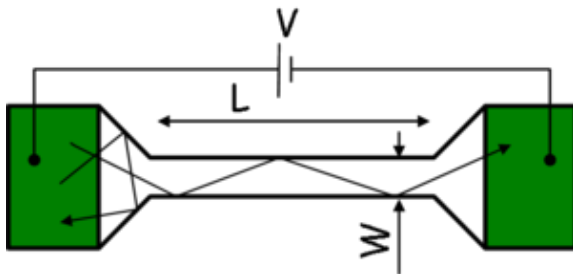


Рис.: Регион рассеяния, соединённый с двумя контактами

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \text{Tr} \hat{t}^\dagger \hat{t}, \quad (10)$$

где \hat{t} — матрица рассеяния между каналами контактов.

Гамильтониан системы с контактами всегда может быть представлен в виде

$$H = \begin{pmatrix} H_S & V_{LS} & 0 & \ddots \\ V_{LS}^\dagger & H_L & V_L & 0 \\ 0 & V_L^\dagger & H_L & V_L \\ \ddots & 0 & V_L^\dagger & \ddots \end{pmatrix} \quad (11)$$

Задача рассеяния сводится к системе неоднородных линейных уравнений.

Проводимость пластины топологического изолятора

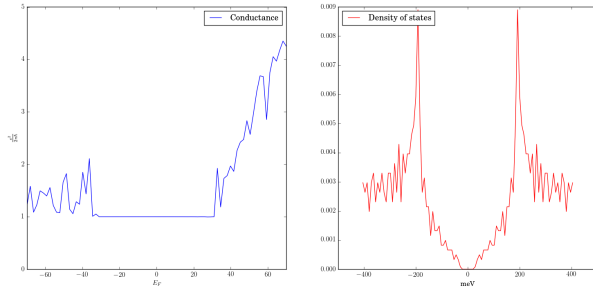


Рис.: В отсутствие беспорядка в щели наблюдается плато проводимости $G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}$, а плотность состояний равна нулю.

Проводимость пластины топологического изолятора

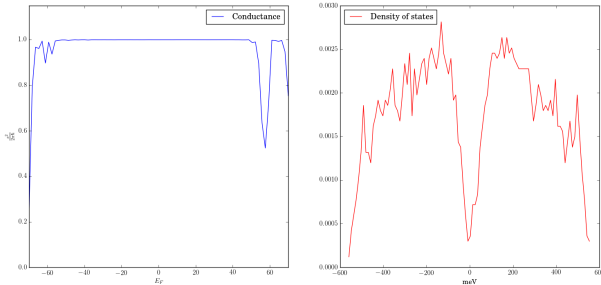


Рис.: При амплитуде беспорядка $W = 240\text{meV}$, $\xi = 30\text{meV}$ видно, что плато сохраняется, несмотря на ненулевую плотность состояний в щели.

Проводимость пластины топологического изолятора

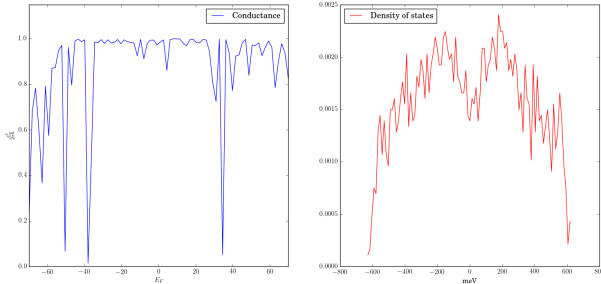


Рис.: При ещё большей амплитуде беспорядка ($W = 320\text{meV}$) проводимость начинает флуктуировать, но плато всё равно хорошо различимо. Дальнейшее увеличение W приводит к нарастанию флуктуаций, а в дальнейшем — к исчезновению плато.

Проводимость пластины топологического изолятора

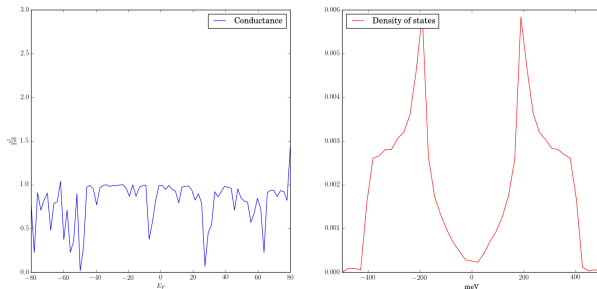


Рис.: Случайные глубокие примеси с концентрацией $n = 0.03$, толщина полосы — 50 узлов

Проводимость пластины топологического изолятора

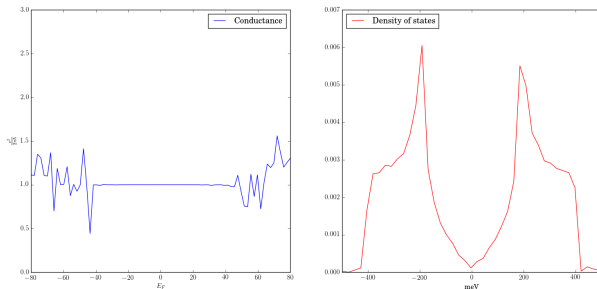


Рис.: Случайные глубокие примеси с концентрацией $n = 0.03$, толщина полосы — 100 узлов

Проводимость пластины топологического изолятора

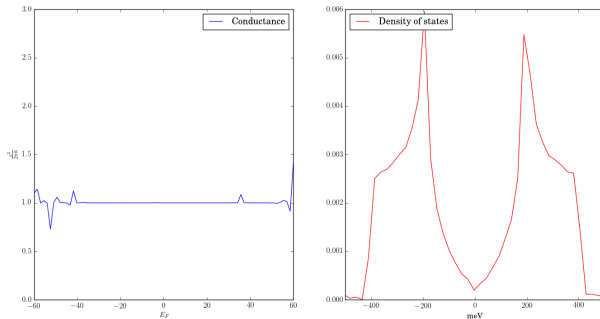


Рис.: Случайные глубокие примеси с концентрацией $n = 0.05$, толщина полосы — 240 узлов

Спасибо за внимание!