Стабильность краевых состояний в топологических изоляторах

Евгений Аникин
научный руководитель
чл.-к. РАН д. ф–м. н. П.И. Арсеев

ФИАН им. Лебедева

Двумерный топологический изолятор на основе HgTe

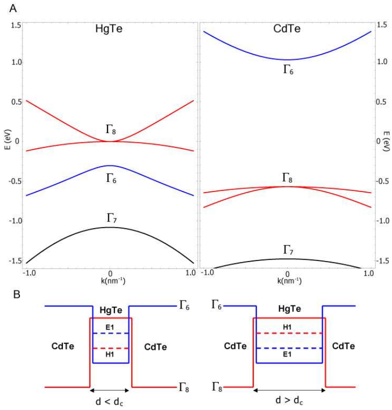

Рис.: Объемный спектр HgTe и CdTe и схематическое изображение квантовой ямы

В квантовой яме образуются уровни размерного квантования. При $d < d_c$ спектр ямы нормальный, при $d > d_c$ — инвертированный.

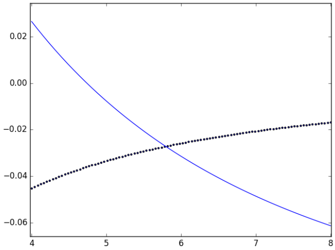

Рис.: Уровни размерного квантования

Гамильтониан Кейна

$$H = \begin{pmatrix} E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_s} E_{2\times 2} & T \\ T^\dagger & E_v + H_L \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$H_L = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\left[\left(\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2\right)k^2 - 2\gamma_2(\vec{k}\cdot\vec{J})^2 - \right.$$
$$\left. - 2(\gamma_3 - \gamma_2)(\{J_x J_y\} + \{J_x J_z\} + \{J_y J_z\})\right]$$

$$T = P\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}}k_z & \frac{1}{\sqrt{6}}k_- & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}}k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}}k_z & \frac{1}{\sqrt{2}}k_- \end{pmatrix}$$

Эффективный гамильтониан для уровней размерного квантования

Эффективный гамильтониан для E1, H1 подуровней квантовой ямы HgTe:

$$H = \begin{pmatrix} \xi + \frac{1}{m}(2 - \cos p_x - \cos p_y) & 2t(\sin p_x - i \sin p_y) \\ 2t(\sin p_x + i \sin p_y) & -\xi - \frac{1}{m}(2 - \cos p_x - \cos p_y) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Описывает топологический изолятор при $\xi < 0$

Гамильтониан в координатном представлении

$$
\begin{aligned}
H_{\text{lattice}} = \sum_{mn} \Bigg\{ a^{\dagger}_{mn} \Bigg(\left(\xi + \frac{2}{m}\right) a_{mn} \\
- \frac{1}{2m}(a_{m+1,n} + a_{m-1,n} + a_{m,n+1} + a_{m,n-1}) \Bigg) \\
- ita^{\dagger}_{mn}(b_{m+1,n} - b_{m-1,n} - i(b_{m,n+1} - b_{m,n-1})) \\
- itb^{\dagger}_{mn}(a_{m+1,n} - a_{m-1,n} + i(a_{m,n+1} - a_{m,n-1})) \\
- b^{\dagger}_{mn} \left(\left(\xi + \frac{2}{m}\right) b_{mn} - \frac{1}{2m}(b_{m+1,n} + b_{m-1,n} + b_{m,n+1} + b_{m,n-1}) \right) \Bigg\}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Краевые моды

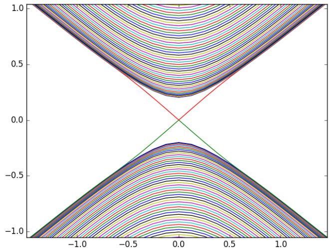

Рис.: Спектр полосы ТИ: результат численной диагонализации

На границе топологического изолятора образуются моды, пересекающие щель. Их закон дисперсии — $\epsilon \approx \pm vk$ для двух проекций спина.

T–инвариантное возмущение не может привести к рассеянию краевых электронов назад.

Какие могут быть механизмы для рассеяния?

Реконструкция края

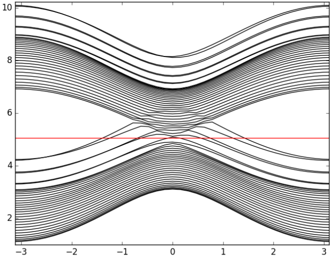

Рис.: Спин вниз

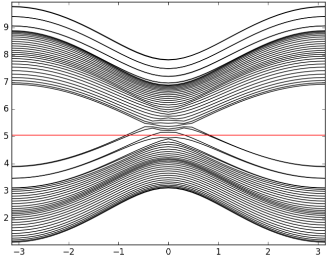

Рис.: Спин вверх

Точечная примесь

$$V = \Delta E(a^\dagger_{00} a_{00} + b^\dagger_{00} b_{00}) \tag{4}$$

Уравнение на уровень энергии:

$$\det\left(\mathbb{1} - \Delta E \hat{G}(\omega, 0, 0)\right) = 1, \tag{5}$$

$$\hat{G}(\omega, m, n) = \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{ip_x m + ip_y n} \frac{\omega + \hat{H}}{\omega^2 - E_p^2}, \tag{6}$$

Уровни энергии на примеси

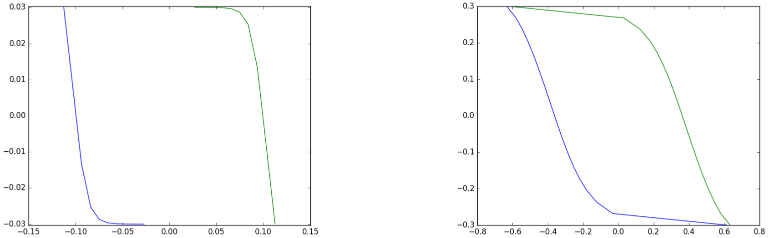

Рис.: На графиках показаны уровни энергии связанных состояний на точечной примеси для $m, t = 1, 0.4$, $\xi = 0.03$ (слева), $\xi = 0.3$ (справа)

Волновые функции

$$G_{11}(\omega,m,n) = -\frac{1}{2\pi}\frac{1}{4t^2+\frac{\xi}{m}}\left(\omega+\xi-\frac{1}{m}\frac{\xi^2-\omega^2}{4t^2+\frac{\xi}{m}}\right)K_0\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\omega^2}{4t^2+\frac{\xi}{m}}}R\right)$$

$$G_{21}(\omega,m,n) = -\frac{it}{\pi}\sqrt{\frac{\xi^2-\omega^2}{(4t^2+\frac{\xi}{m})^3}}K_1\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\omega^2}{4t^2+\frac{\xi}{m}}}R\right)e^{i\theta} \tag{7}$$

$$\delta\omega \approx \frac{\left(4t^2+\frac{\xi}{m}\right)p_{\max}^2}{|\xi|}\exp\left\{-\frac{p_{\max}^2}{4m|\xi|}-\frac{2\pi}{|\xi|\Delta E\left(4t^2+\frac{\xi}{m}\right)}\right\} \tag{8}$$

Результаты диагонализации

Рис.: Квадрат амплитуды волновой функции краевого состояния, огибающего препятствия. Размер решётки — 20×20, по горизонтальной оси наложены периодические граничные условия.

Результаты диагонализации

Рис.: Волновая функция краевого состояния с беспорядком. Параметры модели: $\xi, m, t = -0.2, 1, 0.4$, сила беспорядка — 0.5.

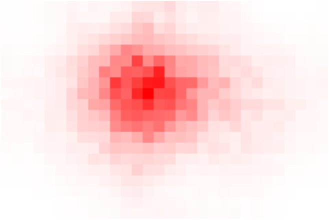

Рис.: Волновая функция объемного состояния с беспорядком для тех же параметров.

Результаты диагонализации

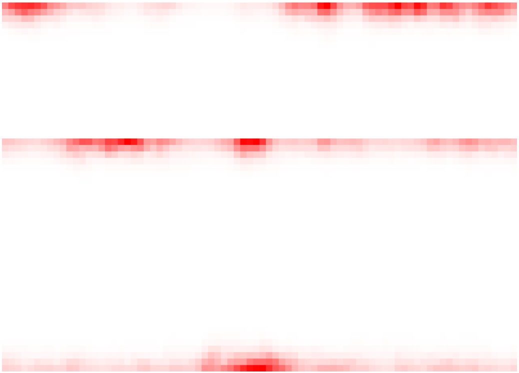

Рис.: Волновые функции краевых состояний с магнитным беспорядком для тех же параметров.

Результаты диагонализации

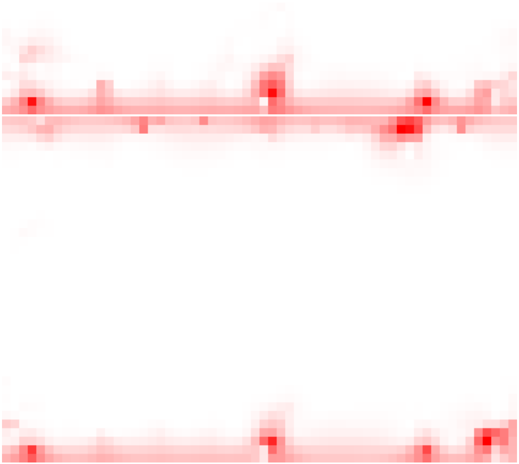

Рис.: Волновые функции краевых состояний с примесями внутри щели