

Процедури знаходження квантилів

У статистичному аналізі, а саме в задачах перевірки статистичних гіпотез, виникає необхідність знаходження квантилів розподілів. Найбільш поширені є квантилі нормального, Стюдента, Пірсона та Фішера розподілів. Для них нижче вказані найбільш ефективні й водночас прості в реалізації процедури знаходження.

Квантиль u_p нормального розподілу можна визначити так:

$$u_p = \begin{cases} -\varphi(p), & p \leq 0,5, \\ \varphi(1-p), & p > 0,5, \end{cases}$$

де
$$\varphi(a) \approx t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3};$$

$$t = \sqrt{-2 \ln a}; \quad c_0 = 2,515\,517; \quad c_1 = 0,802\,853; \quad c_2 = 0,010\,328; \\ d_1 = 1,432\,788; \quad d_2 = 0,189\,265\,9; \quad d_3 = 0,001\,308.$$

Квантиль $t_{p,v}$ розподілу Стюдента обчислюється на основі розвинення в ряд:

$$t_{p,v} \approx u_p + \frac{1}{v} g_1(u_p) + \frac{1}{v^2} g_2(u_p) + \frac{1}{v^3} g_3(u_p) + \frac{1}{v^4} g_4(u_p),$$

де u_p – квантиль нормального розподілу;

$$g_1(u_p) = \frac{1}{4}(u_p^3 + u_p); \quad g_2(u_p) = \frac{1}{96}(5u_p^5 + 16u_p^3 + 3u_p);$$

$$g_3(u_p) = \frac{1}{384}(3u_p^7 + 19u_p^5 + 17u_p^3 - 15u_p);$$

$$g_4(u_p) = \frac{1}{92\,160}(79u_p^9 + 779u_p^7 + 1\,482u_p^5 - 1\,920u_p^3 - 945u_p).$$

Квантиль $\chi^2_{p,v}$ розподілу χ^2 (Пірсона) може бути визначений як

$$\chi^2_{p,v} \approx v \left(1 - \frac{2}{9v} + u_p \sqrt{\frac{2}{9v}} \right)^3,$$

де u_p – квантиль нормального розподілу.

Як апроксимацію **квантиля f_{p,v_1,v_2} розподілу Фішера** можна застосовувати такий вираз:

$$f_{p,v_1,v_2} \approx \exp(2z),$$

де
$$z = u_p \sqrt{\frac{\sigma}{2}} - \frac{1}{6} \delta (u_p^2 + 2) + \sqrt{\frac{\sigma}{2}} \left(\frac{\sigma}{24} (u_p^2 + 3u_p) + \frac{1}{72} \frac{\delta^2}{\sigma} (u_p^3 + 11u_p) \right) - \\ - \frac{\delta \sigma}{120} (u_p^4 + 9u_p^2 + 8) + \frac{\delta^3}{3\,240\sigma} (3u_p^4 + 7u_p^2 - 16) + \sqrt{\frac{\sigma}{2}} \left(\frac{\sigma^2}{1\,920} (u_p^5 + 20u_p^3 + 15u_p) + \right. \\ \left. + \frac{\delta^4}{2\,880} (u_p^5 + 44u_p^3 + 183u_p) + \frac{\delta^4}{155\,520\sigma^2} (9u_p^5 - 284u_p^3 - 1\,513u_p) \right),$$

де u_p – квантиль нормального розподілу; $\sigma = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}; \quad \delta = \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}.$