СТЕНОГРАМА

(ідентична за змістом з фонограмою)

засідання спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01

Інституту математики НАН України від 16 квітня 2017 року, протокол № 5

Головуючий на засіданні - голова спеціалізованої вченої ради доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України КОЧУБЕЙ Анатолій Наумович.

Вчений секретар засідання - вчений секретар спеціалізованої вченої ради доктор фізико-математичних наук РОМАНЮК Анатолій Сергійович.

Склад спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01 затверджений у кількості 16 осіб. За даними реєстраційної картки на засіданні присутні 14 членів ради:

доктор фіз.-мат. наук, чл.-кор. НАН України КОЧУБЕЙ А.Н. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук, чл.-кор. НАН України НІКІТІН А. Г. (спеціальність 01.01.03);

доктор фіз.-мат. наук РОМАНЮК А. С. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук ГЕРАСИМЕНКО В. І. (спеціальність 01.01.03);

доктор фіз.-мат. наук ДУДКІН М. Є. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук ЗАДЕРЕЙ П. В. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук МИХАЙЛЕЦЬ В. А. (спеціальність 01.01.03);

доктор фіз.-мат. наук МУРАЧ О. О. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук НИЖНИК Л. П. (спеціальність 01.01.03);

доктор фіз.-мат. наук ОСТРОВСКИЙ В. Л. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук ПЛАКСА С. А. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук РЕБЕНКО О. Л. (спеціальність 01.01.03);

доктор фіз.-мат. наук СЕРДЮК А. С. (спеціальність 01.01.01);

доктор фіз.-мат. наук ШЕВЧУК І. О. (спеціальність 01.01.01).

**Головуючий:** На порядку денному у нас захист *Неймана Євгена Вікторовича* "Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни"на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз. Дисертація виконувалася на кафедрі математичного аналізу і диференціальних рівнянь Донецького національного університету імені Василя Стуса.

Науковий керівник: *ДЕРКАЧ Володимир Олександрович*, доктор фізико-математичних наук, професор, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, провідний науковий співробітник відділу організації наукових досліджень.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, доцент *ДЮКАРЕВ Юрій Михайлович*, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, професор кафедри вищої математики;

і доктор фізико–математичних наук, професор *ДУДКІН Микола Євгенович*, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", виконуючий обов'язки завідувача кафедри диференціальних рівнянь.

Питання по цьому захисту? - Немає. Тоді слово має вчений секретар.

**Вчений секретар**: *зачитує документи, які є в особовій справі здобувача і робить висновок, що всі ці документи відповідають встановленим до них вимогам МОН України.*

**Головуючий**: Питання до вченого секретаря по особовій справі? Якщо немає, то слово має Євген Вікторович для викладення основних положень дисертації. Будь ласка.

**Дисертант**: Дякую. Шановні члени спеціалізованої вченої ради, шановні присутні до вашої уваги пропонується доповідь за дисертаційною роботою "Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни".

Робота змістовно складається з двох частин.

У першій частині ставиться та вирішується абстрактна інтерполяційна проблема в функціональних класах Неванлінни. Потім метод абстрактної інтерполяційної проблеми застосовується до повної проблеми моментів.

Друга частина роботи присвячена дотичній проблемі Шура-Такагі. Досліджуються виключні параметри цієї проблеми, та робиться класифікація цих параметрів.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 95 найменування. Обсяг дисертації складає 133 сторінки тексту. Перший розділ містить огляд літератури за темою дослідження та визначення основних понять.

До скалярного класу $N$ (*класу Неванлінни, Піка, Херглотца*) відносять голоморфні в $\mathbb{C}_+ \cup \mathbb{C}_-$ функції $m(\lambda)$ для яких

$$\operatorname{Im} m(\lambda) \geq 0, \quad m(\overline{\lambda}) = \overline{m(\lambda)} \quad (\lambda \in \mathbb{C}_+).$$

Нехай $\big(\mathcal{L}, \langle\cdot,\cdot\rangle\big)$ – простір Гільберта, $[\mathcal{L}]$ – множина обмежених лінійних операторів в $\mathcal{L}$. Клас $N(\mathcal{L})$ складається з операторозначних функцій, які є голоморфними у $\mathbb{C}_+ \cup \mathbb{C}_-$ зі значеннями у множині $[\mathcal{L}]$, і ядро

$$\mathsf{N}_\omega^m(\lambda) = \frac{m(\lambda) - m(\omega)^*}{\lambda - \bar{\omega}} \tag{1}$$

є невід'ємним на $\mathbb{C}_+$, і $m(\lambda) = m(\overline{\lambda})^*$ при $\lambda \in \mathbb{C}_+$.

У 1971 році Крейн та Лангер розглянули узагальнені функції Неванлінни. Для визначення узагальнених функцій Неванлінни дамо наступне поняття:

Ядро $\mathsf{N}_\zeta(z) : \mathbb{C}_+ \times \mathbb{C}_+ \to \mathbb{C}^{p\times p}$ має *κ від'ємних квадратів*, якщо для будь-яких різних $z_j \in \mathbb{C}_+$ і $u_j \in \mathbb{C}^p$ $(j = 1, \ldots, n)$ матриця

$$\Big(\big\langle \mathsf{N}_{z_j}(z_k)u_j, u_k\big\rangle\Big)_{j,k=1}^n$$

має не більш ніж $\kappa$ від'ємних власних значень, і при деякому наборі $z_j$, $u_j$ точно $\kappa$ від'ємних власних значень.

Клас $N_\kappa(\mathcal{L})$ складається з мероморфних в $\mathbb{C}_+ \cup \mathbb{C}_-$ $[\mathcal{L}]$-значних функцій $m(\lambda)$, таких що $m(\overline{\lambda}) = m(\lambda)^*$, і ядро $\mathsf{N}_\omega^m(\lambda)$ має $\kappa$ від'ємних квадратів у $\mathfrak{h}_m$.

Понтрягін у 1944 узагальнив (Крейн у 1971 ще більш поширив) поняття простору Гільберта. *Простором Крейна* називають пару $\big(K, \langle\cdot,\cdot\rangle_K\big)$, де лінійний простір $K$ можна розкласти в ортогональну пряму суму

$$K = K_+ \oplus K_- \tag{2}$$

відносно внутрішнього добутку $\langle\cdot,\cdot\rangle_K$. При цьому $\big(K_+, \langle\cdot,\cdot\rangle_K\big)$ і $\big(K_-, -\langle\cdot,\cdot\rangle_K\big)$ є класичними просторами Гільберта.

У випадку, коли розмірність простору $K_-$ з фундаментального розкладання (2) є скінченою, простір $K$ називають *простором Понтрягіна.*

Аронсшайн у 1950 році ввів поняття відтворюючого ядра для простору

Гільберта (Шварц в 1964 році поширив це поняття до просторів Понтрягіна). Простір Понтрягіна $\mathcal{H}$ векторозначних функцій, що визначені на множині $\Omega$, називається *простором Понтрягіна с відтворюючим ядром* (RKPS), якщо існує матрично-значна функція $K_\omega(\lambda)$, що визначена на $\Omega \times \Omega$ така, що виконані наступні умови:

(1) для $\omega \in \Omega$ і $u \in \mathbb{C}^n$

$$K_\omega(\lambda)u \in \mathcal{H} \quad \text{(як функція від } \lambda);$$

(2) при $\omega \in \Omega$, $u \in \mathbb{C}^n$ і $f \in \mathcal{H}$

$$(f, K_\omega u)_{\mathcal{H}} = u^* f(\omega).$$

Простір Понтрягіна з відтворюючим ядром

$$\mathsf{N}_\omega^m(\lambda) = \frac{m(\lambda) - m(\omega)^*}{\lambda - \bar{\omega}}$$

називають *простором де Бранжа-Ровняка*, і позначають як $\mathcal{H}(m)$.

У 1999 році Деркач, Хассі і де Сноу (та незалежно у 2000 році Дайскма, Лангер, Лугер, Шондін) отримали факторизацію для скалярних узагальнених неванліннівськіх функцій.

Будь-яка скалярна функція $m \in N_\kappa$ допускає факторизацію

$$m(\lambda) = \frac{p(\lambda)p^\#(\lambda)}{q(\lambda)q^\#(\lambda)} m_0(\lambda), \tag{3}$$

де $p$ і $q$ – однозначно визначені взаємно прості моничні поліноми та $m_0 \in N$, і $p^\#(\lambda) = \overline{p(\overline{\lambda})}$, $q^\#(\lambda) = \overline{q(\overline{\lambda})}$.

Матриця $B_{p,q} := \left(b_{ij}\right)_{i,j=0}^{\kappa-1}$, що визначена за правилом

$$\frac{p(x)q(y) - p(y)q(x)}{x - y} = \sum_{i,j=0}^{\kappa-1} b_{ij} x^i y^j,$$

називається *безутіантою* поліномів $p$ і $q$.

Одним з результатів другого розділу є опис простору $\mathcal{H}(m)$ для скалярних функцій $m$ з класу $N_\kappa$.

**Теорема 2.23.** *Нехай $m \in N_\kappa$ допускає факторизацію* (3). *Тоді простір $\mathcal{H}(m)$ співпадає з простором $\big(\mathcal{H}, \langle\cdot,\cdot\rangle_{\mathcal{H}}\big)$, де $\mathcal{H}$ – це множина функцій*

$$f(\lambda) = f_0(\lambda)\frac{p(\lambda)}{q(\lambda)} + \frac{1}{q(\lambda)}\varphi_1(\lambda) + \frac{p(\lambda)}{q(\lambda)q^{\#}(\lambda)}m_0(\lambda)\varphi_2(\lambda),$$

*а внутрішній добуток $\langle\cdot,\cdot\rangle_{\mathcal{H}}$ визначається формулою*

$$\langle f, f\rangle_{\mathcal{H}} = (f_0, f_0)_{\mathcal{H}(m_0)} + \mathcal{F}^*\mathcal{B}^{-1}\mathcal{F},$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} f^{(1)} \\ f^{(2)} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2\kappa}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & B_{p,q} \\ B_{p,q}^* & 0 \end{bmatrix},$$

*де $f_0 \in \mathcal{H}(m_0)$; $\varphi_1, \varphi_2$ – довільні поліноми формального степеня $\kappa - 1$; $f^{(1)}, f^{(2)} \in \mathbb{C}^\kappa$ – стовпці коефіцієнтів поліномів $\varphi_1$ та $\varphi_2$, відповідно; $B_{p,q}$ – безутіанта поліномів $p$ та $q$.*

При $\kappa = 0$ Теорема 2.23 співпадає з результатом, який отримали де Бранж і Ровняк у 1966 році.

Нехай $S$ – замкнений оператор у просторі Понтрягіна $\mathcal{H}$. *Спряженим лінійним відношенням* $S^*$ називають

$$S^* = \big\{\{g, g'\} \in \mathcal{H}^2 : \ \langle g', f\rangle_{\mathcal{H}} = \langle g, Sf\rangle_{\mathcal{H}}, \ \forall f \in \operatorname{dom} S\big\}.$$

Оператор $S$ називається *симетричним*, якщо $S \subset S^*$, і *самоспряженим* якщо $S = S^*$.

Нехай $\lambda \in \widehat{\rho}(S)$ – множина точок регулярного типу. $\mathfrak{N}_\lambda = \mathcal{H} \ominus \operatorname{ran}(S - \overline{\lambda})$ – *дефектні Підпростори.* Розмірності дефектних підпросторів однакові для всіх $\lambda$ з $\mathbb{C}_+$ ($\mathbb{C}_-$), числа $d_\pm = \dim \mathfrak{N}_\pm$ називаються *дефектними.*

Симетричний оператор $S$ називається *простим*, якщо $\overline{\operatorname{span}}\{\mathfrak{N}_\lambda : \ \lambda \in \widehat{\rho}(S)\} = \mathcal{H}$.

Основним результатом другого розділу є функціональна модель простого симетричного оператора у просторі Понтрягіна (Бернд, Деркач, Хассі і де Сноу отримали у 2010 році аналогічну функціональну модель іншим методом)

**Теорема 2.19.** *Нехай* $m \in N_\kappa(\mathcal{L})$, $\dim \mathcal{L} < \infty$ *і* $\det \operatorname{Im} m(\lambda) \not\equiv 0$. *Нехай* $\mathcal{H}(m)$ *– це RKPS,* $S(m)$ *– оператор множення в* $\mathcal{H}(m)$. *Тоді:*

*(1)* $S(m)$ *є простим симетричним оператором в* $\mathcal{H}(m)$*;*

*(2) спряжене лінійне відношення* $S(m)^*$ *співпадає з*

$$\left\{ \begin{bmatrix} g \\ g' \end{bmatrix} \in \mathcal{H}(m)^2 : g'(\lambda) - \lambda g(\lambda) = u_1 - m(\lambda) u_0, \quad u_0, u_1 \in \mathcal{L} \right\}$$

*Для довільного простого симетричного оператора* $S$ *в просторі Понтрягіна з індексами дефекту* $(n,n)$ *існує матрична функція* $m \in N_\kappa(\mathbb{C}^n)$*, така що оператор* $S$ *є унітарно еквівалентним оператору множення* $S(m)$.

Вперше абстрактну інтерполяційну проблему в класах Шура розглянули Калцнельсон, Хейфец та Юдицький у 1986 році, а в 2009 році Деркач розглянув її в класичних класах Неванлінни. У дисертації розглянута абстрактна інтерполяційна проблема у більш загальному випадку, для багатозначних функцій, так званих пар Неванлінни. Для того щоб зробити доповідь лаконічною подальші результаті будуть наведені для випадку звичайних матричних функцій Неванлінни.

Нехай $\mathcal{X}$ є комплексним лінійним простором; $\mathcal{L}$ є простором Гільберта; $B_1$, $B_2 : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$; $C_1$, $C_2 : \mathcal{X} \to \mathcal{L}$; $K$ – півторалінійна форма в $\mathcal{X}$, $\nu_-(K) = \nu$.

**Проблема** $AIP_\kappa(B_1, B_2, C_1, C_2, K)$. Нехай

(A1) $K(B_2 h, B_1 g) - K(B_1 h, B_2 g) = (C_1 h, C_2 g)_\mathcal{L} - (C_2 h, C_1 g)_\mathcal{L} \quad \forall h, g \in \mathcal{X}$;

(A2) $\ker K := \{h \in \mathcal{X} : \ K(h,u) = 0 \ \ \forall u \in \mathcal{X}\} = \{0\}$;

(A3) $B_2 = I_\mathcal{X}$ і оператори $B_1 : \mathcal{X} \subseteq \mathcal{H} \to \mathcal{H}$, $C_1, C_2 : \mathcal{X} \subseteq \mathcal{H} \to \mathcal{L}$ є обмеженими;

(A4) для деяких різних точок $\lambda_j \in \mathbb{C}_+$ $(j = 1, ..., \kappa)$ виконується співвідношення

$$\ker \begin{bmatrix} C_2^* & (1 - \lambda_1 B_1^*)^{-1} C_2^* & \cdots & (1 - \lambda_\kappa B_1^*)^{-1} C_2^* \end{bmatrix} = \{0\}.$$

Знайти функцію $m \in N_\kappa(\mathcal{L})$ таку, що існує лінійне відображення $F : \mathcal{X} \to \mathcal{H}(m)$:

(C1) $(FB_2h)(\lambda) - \lambda(FB_1h)(\lambda) = \begin{bmatrix} I_{\mathcal{L}} & -m(\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1h \\ C_2h \end{bmatrix}$;

(C2) $\langle Fh,\, Fh\rangle_{\mathcal{H}(m)} \le K(h,h)$.

Основним результатом третього розділу дисертації є параметризацію розв'язків $AIP_\kappa$.

**Теорема 3.19.** *Нехай $\kappa = \nu$. Нехай дані $AIP_\kappa$ задовольняють умовам (A1)-(A4), і нехай*

$$\Theta(\lambda) = \left( I - \lambda \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (I_{\mathcal{H}} - \lambda B_1)^{-1} \begin{bmatrix} C_2^* & -C_1^* \end{bmatrix} \right)$$

*Тоді формула*

$$m(\lambda) = (\theta_{11}(\lambda)q(\lambda) + \theta_{12}(\lambda)p(\lambda))(\theta_{21}(\lambda)q(\lambda) + \theta_{22}(\lambda)p(\lambda))^{-1} \tag{4}$$

*встановлює взаємно однозначну відповідність між множиною усіх розв'язків $m(\lambda)$ проблеми $AIP_\kappa$ і множиною класів еквівалентності неванліннівських пар $\{p,q\} \in \widetilde{\mathbf{N}}(\mathcal{L})$.*

Пара $\{p,q\}$ $[\mathcal{L}]$-значних функцій називається *неванліннівською парою* якщо $p(\cdot)$, $q(\cdot)$ голоморфні на $\mathbb{C}_\pm$

(i) ядро $\mathsf{N}_\omega^{pq}(\lambda) = \dfrac{q(\bar\lambda)^* p(\bar\omega) - p(\bar\lambda)^* q(\bar\omega)}{\lambda - \bar\omega}$ є невід'ємним на $\mathbb{C}_+$;

(ii) $q(\bar\lambda)^* p(\lambda) - p(\bar\lambda)^* q(\lambda) = 0$, $\lambda \in \mathbb{C}_\pm$;

(iii) $0 \in \rho(p(\lambda) - \lambda q(\lambda))$, $\lambda \in \mathbb{C}_\pm$.

Множину всіх неванліннівських пар позначимо $\mathbf{N}(\mathcal{L})$. Пари $\{p,q\}$ і $\{p_1,q_1\}$ є *еквівалентними*, якщо $p_1(\lambda) = p(\lambda)\chi(\lambda)$ і $q_1(\lambda) = q(\lambda)\chi(\lambda)$ для деякої оператор-функції $\chi(\cdot) \in [\mathcal{L}]$, яка голоморфна і обернена на $\mathbb{C}_\pm$.

Множину пар $\{p,q\}$ для яких виконується умови $(ii) - (iii)$, та ядро $\mathsf{N}_\omega^{pq}(\lambda)$ має $\kappa$ від'ємних квадратів, називається *$N_\kappa$-парою.*

Абстрактна інтерполяційна проблема була поставлена та розв'язана також в термінах $N_\kappa$-пар.

У 1979 році Крейн і Лангер розглянули повну проблему моментів для узагальнених неванліннівських функцій, а у 1996 році Хейфец вклав розв'язок класичної проблеми моментів у загальну схему абстрактної інтерполяційної проблеми.

**Проблема** $MP_\kappa(\mathbf{s})$. Дана послідовність дійсних чисел $\mathbf{s} = \{s_j\}_{j=0}^{\infty}$. Знайти функцію $m \in N_\kappa$ таку, що має місце асимптотичний розклад

$$m(\lambda) \sim -\frac{s_0}{\lambda} - \frac{s_1}{\lambda^2} - \frac{s_2}{\lambda^3} - ..., \qquad \lambda \widehat{\rightarrow} \infty.$$

При $\kappa = 0$ проблема $MP_\kappa(\mathbf{s})$ співпадає з класичною проблемою моментів.

Проблема $MP_\kappa(\mathbf{s})$ називається *визначеною*, якщо вона має єдиний роз'язок і *невизначеною*, в іншому випадку. Будемо вважати, що

(I) проблема $MP_\kappa(\mathbf{s})$ є невизначеною.

Позначимо через $H_\kappa$ клас послідовностей дійсних чисел $\mathbf{s} = \{s_j\}_{j=0}^{\infty}$ таких, що матриця Ганкеля $D_n := (s_{j+k})_{j,k=0}^{n-1}$ має рівно $\kappa$ від'ємних власних значень для всіх достатньо великих $n$.

Побудуємо абстрактну інтерполяційну проблему, яка відповідає проблемі $MP_\kappa(\mathbf{s})$.

Нехай $\mathcal{X} = \mathbb{C}[x]$ – це простір поліномів $h(x) = \sum_{j=0}^{n} h_j x^j \quad (n = 0, 1, 2, ...)$. Визначимо полуторалінійну форму $K(\cdot, \cdot)$ формулою

$$K(h, h) = \sum_{j,k=0}^{n} s_{j+k} h_j \overline{h}_k. \tag{5}$$

Визначимо оператори $B_1, B_2$ і $C_1, C_2$ за формулами

$$B_1, B_2 : \mathcal{X} \to \mathcal{X}, \quad B_1 h = \frac{h(x) - h(0)}{x}, \quad B_2 h = h;$$

$$C_1, C_2 : \mathcal{X} \to \mathbb{C}, \quad C_1 h = \sum_{j=1}^{n} s_{j-1} h_j, \quad C_2 h = -h(0).$$

Виявляється, що дані $(B_1, B_2, C_2, C_2, K)$ задовольняють умовам (A1)-(A4).

Тоді можемо сформулювати проблему $AIP_\kappa$, що асоційована з проблемою $MP_\kappa$.

**Проблема** $AIP_\kappa(B_1, B_2, C_1, C_2, K)$. Нехай послідовність дійсних чисел

$\mathbf{s} = \{s_j\}_{j=0}^{\infty}$ належить $H_\kappa$. Нехай

$$(Fh)(\lambda) = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -m(\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (\mathbf{1} - \lambda B_1)^{-1} h \quad (h \in \mathcal{X}).$$

Знайти всі $N_\kappa$ функції $m(\lambda)$, такі, що:

(C1) $Fh \in \mathcal{H}(m)$ при будь яких $h \in \mathcal{X}$;

(C2) $\langle Fh,\, Fh \rangle_{\mathcal{H}(m)} \leq K(h,h)$ при будь яких $h \in \mathcal{X}$.

Для розв'язання проблеми $AIP_\kappa(B_1, B_2, C_1, C_2, K)$ нам знадобляться додаткові поняття.

Базиси $\{f_k\}_{k=0}^{\infty}$ і $\{g_k\}_{k=0}^{\infty}$ в $\mathbb{C}[x]$ називаються *біортогональними* відносно форми $K(\cdot,\cdot)$, якщо

$$K(f_j, g_k) = \delta_{jk} \qquad (j, k = 0, 1, ...),$$

де $\delta_{jk} = 0$ для $k \neq j$ та $\delta_{jj} = 1$ $(k, j = 0, 1, ...)$.

Якщо форма $K(\cdot,\cdot)$ є невід'ємною, то будь-який ортогональний базис є біортогональним сам до себе.

Система суміжних поліномів $\{\widetilde{g}_k(\lambda)\}_{k=0}^{\infty}$ визначається рівностями

$$\widetilde{g}_k(\lambda) = K\left(\frac{g_k(t) - g_k(\lambda)}{t - \lambda}, \mathbf{1}\right) \quad (k = 0, 1, ...). \tag{6}$$

У класичному випадку біортогональні базиси співпадають ортогональними поліномами першого роду, а система суміжних поліномів є еквівалентом ортогональних поліномів другого роду.

Нехай $\{f_k(\lambda)\}_{k=0}^{\infty}$ та $\{g_k(\lambda)\}_{k=0}^{\infty}$ є біортогональними базисами відносно форми $K$. Матрична функція $\Theta(\lambda) = \begin{bmatrix} \theta_{11}(\lambda) & \theta_{12}(\lambda) \\ \theta_{21}(\lambda) & \theta_{22}(\lambda) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ визначена формулою

$$\theta_{11}(\lambda) = 1 + \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{f}_k(\lambda) g_k(0)^*, \quad \theta_{12}(\lambda) = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{f}_k(\lambda) \widetilde{g}_k(0)^*, \tag{7}$$

$$\theta_{21}(\lambda) = -\lambda \sum_{k=0}^{\infty} f_k(\lambda) g_k(0)^*, \quad \theta_{22}(\lambda) = 1 - \lambda \sum_{k=0}^{\infty} f_k(\lambda) \widetilde{g}_k(0)^*.$$

Для випадку $\kappa = 0$ формула резольвентної матриці $\Theta(\lambda)$ співпадає з результатами Неванлінни 1926 року.

Наступна теорема є центральною теоремою четвертого розділу, вона дає опис розв'язків $MP_\kappa$.

**Теорема 4.15.** *Нехай послідовність* $\mathbf{s} = \{s_j\}_{j=0}^{\infty}$ *належить* $H_\kappa$. *Нехай проблема* $MP_\kappa(\mathbf{s})$ *є невизначеною. Задамо матричну функцію* $\Theta(\lambda)$ *формулою* (7). *Тоді*

$$m(\lambda) = \big(\theta_{11}(\lambda)\varphi(\lambda) + \theta_{12}(\lambda)\big)\big(\theta_{21}(\lambda)\varphi(\lambda) + \theta_{22}(\lambda)\big)^{-1}, \tag{8}$$

*встановлює взаємно однозначну відповідність між розв'язками* $m(\lambda)$ *проблеми* $MP_\kappa(\mathbf{s})$ *та множиною* $\varphi \in \widetilde{N} = N \cup \{\infty\}$.

Матрична функція $s$ належить до узагальненого класу Шура $\mathcal{S}_\kappa^{p\times q}$, якщо ядро $\frac{I - s(\lambda)s(\omega)^*}{1-\lambda\overline{\omega}}$ має $\kappa$ від'ємних квадратів в $\mathbb{D}$.

В 1924 році Такагі розглянув дотичну інтерполяційну проблему для однієї точки інтерполяції. В 1981 році Нудельман доповнив дотичну проблему кінцевою кількістю точок інтерполяції, а у 2014 році Деркач та Дім розглянули проблему для будь-якої внутрішньої функції.

***Узагальнена проблема Шура-Такагі*** $GSTP_\kappa(K, b)$. Дані внутрішні матрично-значні функції $b \in \mathcal{S}^{q\times q}$, функція $K \in H_\infty^{p\times q}$ і ціле число $\kappa \geq 0$. Знайти усі функції $s \in \mathcal{S}_\kappa^{p\times q}$ такі, що

$$(s - K)b^{-1} \in \mathcal{N}_{+,\kappa}^{p\times q}.$$

В Деркач та Дім знайшли матрично-значну функцію $W(\lambda)$ за початковими даними таку, що дробово-лінійне перетворення

$$s = T_W[\varepsilon] = (w_{11}\varepsilon + w_{12})(w_{21}\varepsilon + w_{22})^{-1}$$

встановлює взаємно однозначну відповідність між множиною розв'язків проблеми $GSTP_\kappa(K,b)$ і множиною функцій $\varepsilon \in \mathcal{S}^{p\times q}$ таких, що факторизація

$$w_{21}(z)\varepsilon(z) + w_{22}(z) = b(z)^{-1}\big(\varphi_{21}(z)\varepsilon(z) + \varphi_{22}(z)\big) \tag{9}$$

є взаємно простою на $\mathbb{D}$, тобто

$$\operatorname{rank}\Big[b \quad \varphi_{21}\varepsilon + \varphi_{22}\Big] = p.$$

Параметр $\varepsilon \in \mathcal{S}^{p\times q}$ називається *винятковим* для проблеми $GSTP_\kappa(K,b)$, якщо порушується умова взаємної простоти факторизації (9), тобто $b(z)$ і $\varphi_{21}(z)\varepsilon(z) + \varphi_{22}(z)$ мають спільний лівий дільник $\theta \in \mathcal{S}^{q\times q}$.

Дамо опис усіх виняткових параметрів проблеми $GSTP_\kappa(K,b)$. Нехай $\theta$ – це лівий дільник матрично-значної функції $b$ ($\theta \not\equiv I$). Розглянемо множину

$$E(\theta) = \Big\{\varepsilon \in \mathcal{S}^{p\times q}:\ \theta^{-1}(\varphi_{21}\varepsilon + \varphi_{22}) \in H_\infty^{q\times q}\Big\}.$$

Опис виняткових параметрів зводиться до допоміжної дотичної інтерполяційної проблеми.

***Проблема*** $GTIP(\theta,\varphi_1,\varphi_2)$. Нехай матрично-значні функції $\theta \in \mathcal{S}_{in}^{q\times q}$, $\varphi_1 \in H_\infty^{q\times p}$, $\varphi_2 \in H_\infty^{q\times r}$. Описати усі матричні функції $\varepsilon \in \mathcal{S}^{p\times r}$, для яких виконується умова

$$\theta^{-1}(\varphi_1\varepsilon + \varphi_2)h \in H_2^q \quad (\forall h \in H_2^r). \tag{10}$$

Множина всіх виняткових параметрів проблеми $GSTP_\kappa(K,b)$ є об'єднанням множин $E(\theta)$, де $\theta$ є лівим дільником $b$. При цьому множина $E(\theta)$ є множиною розв'язків проблеми $GTIP(\theta,\varphi_{21},\varphi_{22})$.

Для опису розв'язків $GTIP(\theta,\varphi_1,\varphi_2)$ введемо декілька означень.

Нехай $\mathcal{H}(\theta) := H_2^q \ominus \theta H_2^q$.

Нехай $N_1 : H_2^p \to \mathcal{H}(\theta)$, $N_2 : H_2^r \to \mathcal{H}(\theta)$, де

$$N_1 f := \Pi_{\mathcal{H}(\theta)}\varphi_1 f, \quad N_2 g := -\Pi_{\mathcal{H}(\theta)}\varphi_2 g \ \ (f \in H_2^p,\ g \in H_2^r).$$

Нехай $M_1 : \mathcal{H}(\theta) \to \mathbb{C}^p$, $M_2 : \mathcal{H}(\theta) \to \mathbb{C}^r$ де

$$M_1 h := (N_1^* h)(0), \quad M_2 h := (N_2^* h)(0) \quad (h \in \mathcal{H}(\theta)).$$

Позначимо $P = N_1 N_1^* - N_2 N_2^*$.

**Теорема 5.29.** *Нехай* $0 \in \rho(P)$, $1 \in \mathfrak{h}_\theta$ *і* $P \geq 0$. *Нехай матрично-значна функція* $U(z) : \mathbb{C}^{(p+r)\times(p+r)} \to \mathbb{C}^{(p+r)\times(p+r)}$ *задана рівністю*

$$U(z) = I - (1 - z) \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} (I - zT_\theta^*)^{-1} P^{-1} (I - T_\theta^*)^{-*} \begin{bmatrix} M_1^* & -M_2^* \end{bmatrix}.$$

*Тоді формула* $\varepsilon = T_U[\omega]$ *дає опис усіх розв'язків* $GTIP(\theta, \varphi_1, \varphi_2)$, *коли* $\omega$ *пробігає клас* $\mathcal{S}^{p\times r}$.

З попередньої теореми випливає опис виняткових параметрів проблеми $GSTP_\kappa(K, b)$, який у скалярному випадку співпадає з результатами Болонікова 2004 року.

**Теорема 5.37.** *Нехай* $b \in \mathcal{S}_{in}^{q\times q}$, $K \in H_\infty^{p\times q}$ *і* $\kappa \in \mathbb{N}$. *Нехай* $\theta$ *є лівим дільником матрично-значної функції* $b$, *при цьому* $b(z) = \theta(z)\widetilde{b}(z)$, *і* $\deg \theta = \kappa_0 \leq \kappa$. *Нехай* $\varepsilon \in \mathcal{S}^{p\times q}$ *є розв'язком проблеми* $GTIP(\theta, \varphi_{21}, \varphi_{22})$, *тобто*

$$\varphi_{21}(z)\varepsilon(z) + \varphi_{22}(z) = \theta(z)\psi(z)$$

*для деякої* $\psi \in H_\infty^{q\times q}$. *Тоді матрично-значна функція* $s = T_W[\varepsilon]$ *належить до класу* $\mathcal{S}_{\kappa_1}^{p\times q}$, *де* $\kappa_1 \leq \kappa - \kappa_0$, *і*

$$(s - K)\widetilde{b}^{-1} \in \mathcal{N}_{+,\kappa-\kappa_0}^{p\times q}. \tag{11}$$

*При цьому*

$$(s - K)b^{-1} \in \mathcal{N}_{+,\kappa}^{p\times q}. \tag{12}$$

*У випадку, коли* $\theta$ *є найбільшим лівим дільником* $b$ *і* $\varphi_{21}\varepsilon + \varphi_{22}$, *тоді* $\kappa_1 = \kappa - \kappa_0$.

Умову (11) можливо трактувати як виконання рівно $\kappa - \kappa_0$ інтерполяційних умов для функції $s \in \mathcal{S}_{\kappa-\kappa_0}^{p\times q}$, у той час як (12) означає, що не усі інтерполяційні умови проблеми виконуються.

*Дякую за увагу!*

**Головуючий**: Дякуємо, Євген Вікторович. Будь ласка, які є питання?

**Задерей П.В.**: Де опубліковані ваші роботи, та яка їх кількість?

**Дисертант**: Всього опубліковано 5 статей:

- Нейман Е.В. Аналог теоремы Руше в обощённом классе Смирнова / *Труды Института прикладной математики и механики.* 2008;
- Neiman E. A functional model associated with a generalized Nevanlinna pair / *Journal of Mathematical Sciences.* 2011;
- Neiman E. Abstract interpolation problem in generalized Nevanlinna classes / *Methods Funct. Anal. Topology.* 2012;
- Neiman E. Indefinite moment problem as an abstract interpolation problem / *Methods Funct. Anal. Topology.* 2013;
- Neiman E. A generalized tangent interpolation problem / *Journal of Mathematical Sciences.* 2015;

Ще була зроблена доповідь на 5 конференціях.

**Головуючий**: Ще питання. Немає. Сідайте, будь ласка. Слово має науковий керівник доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий співробітник відділу організації наукових досліджень Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова ДЕРКАЧ Володимир Олександрович.

**Деркач В.О.**: Шановна вчена рада, шановні присутні, я хочу додати кілька слів до того, що було сказано моїм аспірантом. Він є вихованцем Донецького національного університету, де була побудована система підготовки ще починаючи зі школи. Вже з 7 класу Євген Вікторович навчався у Відкритому математичному коледжі під керівництвом Двейріна Михайла Захаровича,а потім з 10 класу навчався в ліцеї при Донецькому національному університеті.

В університеті він рано почав займатися науковими дослідженнями. Йому було запропоновано займатися абстрактною проблемою інтерполяції.

Теорія інтерполяційних проблем в різних класах функцій набула останнім часом значного розвитку завдяки її щільним зв'язкам з теорією лінійних систем. Серед методів розв'язання інтерполяційних проблем особливе місце займає операторний підхід, започаткований в роботах Б. Секефальві-Надя, М.Г. Крейна, Г. Лангера і розвинений в роботах Д.З. Арова, В.М. Адамяна, Ю.М. Березанського, Д. Алпая, А Дійксми, Х. де Сноо та інших. В 80-х роках в роботах В.Е. Кацнельсона, О.Хейфеца і П. Юдицького було розроблено метод абстрактної інтерполяційної проблеми в класах Шура, який базується на методі В.П. Потапова і охоплює багато інтерполяційних проблем, таких як бідотична проблема, проблема моментів, проблема ліфтінга комутанта та інші.

В дисертаційній роботі Євгена Неймана розроблено метод абстрактної інтерполяційної проблеми в індефінітних класах Неванлінни. Для цього дисертантом було отримано функціональну модель самоспряженого лінійного відношення у просторі Понтрягіна з відтворюючим ядром. Цю функціональну модель було застосовано для побудови симетричного лінійного оператора пов'язаного з абстрактною інтерполяційною проблемою і для обчислення його резольвентної матриці. Було отримано параметризацію всіх розв'язків абстрактної інтерполяційної проблеми у вигляді дрібно-лінійного перетворення довільної Неванліннівської пари.

Розроблений метод абстрактної інтерполяційної проблеми було застосовано до повної індефінітної проблеми моментів. Знайдено явний вигляд резольвентної матриці цієї проблеми. Індефінітна проблема моментів різними методами досліджувалась раніше в роботах М.Г.Крейна, Г. Лангера, Г. Діма та ін. Дисертантом показано, що отримана ним формула містить в собі як формулу Крейна-Лангера, сформульовану в термінах майже ортогональних поліномів, так і інші формули.

В дисертаційній роботі введено до розгляду узагальнені матричні класи Смірнова і отримано матричний аналог теореми Руше для матриць функцій з цих класів, який узагальнює попередні результати робіт Д. Гохберга і Е. Сігала, М.Г. Крейна і Г. Лангера. Ці матричні класи Смірнова знайшли своє застосування в нещодавніх дослідженнях узагальненої дотичної інтерполяційної проблеми Шура-Такагі в роботах В.Деркача і Г.Діма. Але проблема опису виняткових параметрів для узагальненої дотичної інтерполяційної проблеми Шура-Такагі залишалась відкритою. Автором отримано опис виняткових параметрів для проблеми Шура-Такагі. Для цього ним було розглянуто нову допоміжну дотичну інтерполяційну проблему в матричних класах Шура. Було показано, що в скалярному випадку опис виняткових параметрів співпадає з відповідними результатами робіт Болотнікова, Хейфеца, Родмана.

Основну частину результатів, представлених в дисертації, отримано автором самостійно, всі доведення повні, я перевіряв це особисто. Хочу відмітити, що усі п'ять статей написані Євгеном без співавторів.

Вважаю, що дисертаційна робота задовольняє вимогам ДАК МОН України до кандидатських дисертацій, а її автор Нейман Євген Вікторович заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.01 - математичний аналіз.

*Дякую.*

**Головуючий**: Дякую, Володимир Олександрович. Питання до наукового керівника є? Нема. Слово має вчений секретар для зачитування відгуків на роботу.

**Вчений секретар**: Витяг з протоколу №5 розширеного засідання кафедри математичного аналізу і диференціальних рівнянь факультету математики та інформаційних технологій Донецького національного університету імені Василя Стуса від 12 грудня 2016 року.

*Зачитує витяг (до справи додається).*

Інших відзивів на автореферат, а також на дисертацію до спеціалізованої вченої ради не надходило. У мене все.

**Головуючий**: Оскільки зауважень не було, переходимо до виступів офіційних опонентів. Виступає доктор фізико-математичних наук, доцент Дюкарев Юрій Михайлович, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, професор кафедри вищої математики;

**Дюкарев Ю.М.**: Вельмишановний пане Голово і члени спеціалізованої вченої ради!

*Зачитує відгук (до справи додається). Відгук позитивний. Зауваження офіційного опонента Дюкарева Ю.М. (згідно з оригіналом)*: До недоліків дисертації треба віднести певну кількість дрібних помилок:

1. На стор. 6 рядок 11 зверху: замість "Л.Ф. Сахновичем"слід було писати "Л.А. Сахновичем".

2. На стор. 26 рядок 13 зверху: замість "for all"слід було писати "для усіх".

3. На стор. 46 рядок 8 зверху: замість "неперервний"слід було писати "індефінітний".

4. На стор. 70 рядок 6 знизу: замість "оператора"слід було писати "симетричного відношення".

5. На стор. 71 рядок 4 зверху: слід вилучити "Т. Стилт'єсом". Він вивчав іншу проблему моментів.

6. На стор. 86 рядок 13 знизу: замість "показана"слід було писати "доказана".

7. На стор. 91 рядок 2 знизу та на стор. 125 рядок 8 знизу: замість "властивість"слід було писати "рівність"(так визначено на стор. 86 рядок 13 знизу).

**Головуючий**: Дякую. Зауваження були тільки редакційного характеру. Ви згодні?

**Дисертант**: Так. Я згоден із зауваженнями. Дякую.

**Головуючий**: Слово надається наступному опоненту доктору фізико-математичних наук, професору, виконуючому обов'язки завідувача кафедри диференціальних рівнянь Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" ДУДКІНУ Миколі Євгеновичу.

**Дудкін М.Є.**: Шановний пане Голово, шановні члени спеціалізованої вченої ради! Пані та панове!

*Зачитує відгук (до справи додається). Відгук позитивний. Зауваження офіційного опонента Дудкіна М.Є. (згідно з оригіналом):* В дисертації є друкарські помилки, наприклад:

1. на стор. 21 замість "задовольняє умові"треба писати "задовольняє умову";

2. на стор. 59 замість "задовольняє співвідношенням"треба писати "задовольняє співвідношення";

3. на стор. 26 замість "forall"треба писати "для всіх".

**Головуючий**: Дякую, Микола Євгенович. Зауваження були те ж тільки редакційного характеру. Ви згодні із зауваженнями?

**Дисертант**: Так, згоден. Дякую за зауваження.

**Головуючий**: Добре. Переходимо до обговорення дисертації. Бажаючі виступити? Якщо ніхто не хоче, я бажаю виступити.

Ця дисертація доповідалася у нас на семінарі, була добре сприйнята слухачами, то що це є дуже важка, не тривіальна тематика, де фактично замішано декілька різних розділів які стосуються функціонального аналізу, теорії функцій. Те що починалось колись, 100 років тому, з класичної проблеми моментів і з проблеми Неванлінни-Піка, з часом знайшло широкий спектр операторних методів, які почали жити своїм незалежним життям. І, скажімо, властивості, які з'являлися при операторному аналізі проблеми моментів або інтерполяційних задач стали самостійними задачами, які далі вивчаються і узагальнюються. Тому це досить складна для молодої людини, не легка, тематика, і дисертант, я вважаю, успішно справився із своїми задачами, результати досить пристойно опубліковані. Таким чином я вважаю, що дисертація задовольняє всі вимоги регулятивних органів.

Будь ласка, хто ще хоче виступити? Володимир Андрійович, прошу.

**Михайлець В.А.** Я хочу приєднатися до регулятивних органів, це на мій погляд, дуже якісна кандидатська дисертація. Основні результати опубліковані належним чином у 3 журналах, що входять до наукометричних баз. На мій погляд вона цілком заслуговує на ступінь кандидата фізико-математичних наук.

**Головуючий**: Дякую. Ще, будь ласка? Так, Анатолій Сергійович:

**Романюк А.С.**: Мене приємно здивувало в цій дисертації те, що всі роботи написані дисертантом самостійно. Це дуже рідкісне явище. Я завжди вітав таке. І сьогодні коли прослухав наукового керівника, коли він сказав, в них навіть конкуренція виникала, напевне в цій конкуренції могло щось спільне народитися, але маємо те що маємо. Це дуже похвально і я буду цю роботу підтримувати.

**Головуючий**: Дякую. Ще є бажаючи? Ну більш-менш зрозуміло і раніше. Наступний крок - це заключне слово дисертанта. Євген Вікторович, прошу.

**Дисертант**: Найперше, я висловлюю подяку моєму науковому керівнику Деркачу Володимиру Олександровичу. Він не лише керував моєю науковою діяльністю, ще зробив багато для того, щоб цей захист відбувся. Після 2014 року, коли ми переїхали з Донецка, і я почав займатися іншими справами, саме він мені сказав, що будь яку справу треба доводити до кінця. Саме тому я вирішив закінчити цю дисертацію. Хочу подякувати Володимиру Олександровичу за постійну увагу до роботи, за консультації та підтримку під час навчання в університеті й після нього.

Щиро вдячний пане Голово Вам, вдячний усім членам спеціалізованої вченої ради та усім присутнім на цьому засіданні.

**Головуючий**: Дуже дякую, будь ласка сідайте. Переходимо до виборів лічильної комісії.

**Романюк А. С.**: Лічильна комісія пропонується в такому складі:

Островський Василь Львович, Мурач Олександр Олександрович, Задерей Петро Васильович.

**Головуючий**: Будь ласка. Голосуємо.

*Члени ради ідуть голосувати, а засідання продовжується після перерви*

**Головуючий**: Прошу всіх заходити і сідати. Слово має голова лічильної комісії Петро Васильович ЗАДЕРЕЙ.

**Задерей П.В.**: Протокол засідання лічильної комісії обраної спеціалізованою вченою радою 16 квітня 2016 року. Склад комісії:

Задерей Петро Васильович, Мурач Олександр Олександрович, Островський Василь Львович.

Комісія обрана для підрахунку голосів при таємному голосуванні щодо присудження Нейману Євгену Вікторовичу наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук. На засіданні були присутні 14 членів спеціалізованої вченої ради, зокрема 9 докторів наук за профілем розглянутої дисертації.

Роздано бюлетенів – 14.

Залишилося не розданими – 2 бюлетені.

Виявлено в урні бюлетенів – 14.

Результати голосування про присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук Нейману Євгену Вікторовичу. Подано голосів:

"ЗА" – 14 членів ради.

"ПРОТИ" – немає.

"УТРИМАЛОСЬ" – немає.

Є підписи усіх членів лічильної комісії.

**Головуючий**: Дякую, Петро Васильович. Давайте затвердимо результати голосування:

"ЗА" – 14 членів ради.

"ПРОТИ" – немає.

"УТРИМАЛОСЬ" – немає.

Дуже добре. Нам треба прийняти висновок вченої ради. Всі мають проект висновку. Зауваження? Які є зауваження до проекту висновку?

**Нікітін А.Г.**: В мене є зауваження. Деякі результати сформульовано дуже м'яко або абстрактно. Наприклад: "Метод абстрактної інтерполяційної проблеми застосовано до повної індефінітної проблеми моментів", "метод - застосовано" не є результатом дисертації.

**Головуючий**: Тобто треба записати "Опис розв'язків повної індефінітної проблеми моментів отримано завдяки..."

**Нікітін А.Г.**: Так згоден. І ще, попередній результат починається "Розглянуто абстрактну інтерполяційну проблему в класі неванліннівських пар" – це може бути, але якщо її прибрати нічого не зміниться.

**Михайлець В.А.**: Це така вводна фраза, її можна і не використовувати.

**Головуючий**: Добре, приберемо її. Ще в кого є зауваження?

**Дудкін М.Є.**: Ще у передостанньому пункті є "так званий узагальнений клас Смирнова", "так званий"може містити негативний підтекст, краще замінити на "а саме...".

**Головуючий**: Правильно. Ще зауваження? Якщо немає, то нам треба прийняти висновок спеціалізованої вченої ради. Давайте приймемо та проголосуємо:

"ЗА" – 14 членів ради.

"ПРОТИ" – немає.

"УТРИМАЛОСЬ" – немає.

## ВИСНОВОК

спеціалізованої вченої ради Д 26.206.01 Інституту математики НАН України про дисертаційну роботу **Неймана Євгена Вікторовича** "*Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни*", подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз

Дисертація присвячена дослідженню операторного методу розв'язку інтерполяційних проблем в узагальнених класах функцій. Вивчається параметризація розв'язків абстрактної інтерполяційної проблеми. Розроблений метод абстрактної інтерполяційної проблеми застосовано до повної індефінітної проблеми моментів. Досліджуються виняткові параметри дотичної інтерполяційної проблеми Шура-Такагі.

Одержано такі нові результати:

— Введено поняття нормалізованої неванліннівської пари. Для кожної узагальненої неванліннівської пари побудовано функціональну модель самоспряженого лінійного відношення у просторі Понтрягіна з відтворюючим ядром. Для узагальненої функції Неванлінни отримано опис простору де Бранжа-Ровняка.

— Отримано параметризацію всіх розв'язків абстрактної інтерполяційної проблеми у вигляді дробово-лінійного перетворення довільної неванліннівської пари.

— Опис розв'язків повної індефінітної проблеми моментів отримано завдяки зведенню її до відповідної абстрактної інтерполяційної проблеми.

— Введено до розгляду новий клас мероморфних матрично-значних функцій, узагальнений клас Смірнова. Доведено аналог теореми Руше для функцій з узагальненого класу Смірнова.

— Знайдено опис виняткових параметрів узагальненої дотичної інтерполяційної проблеми Шура-Такагі.

Дисертація Неймана Є.В. є завершеним науковим дослідженням, що має теоретичний характер. Одержані результати є новими, достовірними, строго обґрунтованими і достатньо повно опублікованими у провідних фахових виданнях.

Спеціалізована вчена рада Д 26.206.01 вважає, що дисертаційна робота

"Абстрактна інтерполяційна проблема в узагальнених класах Неванлінни", подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз, за рівнем наукових досліджень, їх актуальністю, науковою новизною, а також кількістю публікацій у фахових виданнях відповідає вимогам п. 11 "Порядку присудження наукових ступенів"(постанова КМУ від 24 липня 2013 р. № 567), що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор Нейман Євген Вікторович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

І тоді, найбільш приємне:

На підставі результатів таємного голосування та прийнятого висновку спеціалізована вчена рада присуджує **Нейману Євгену Вікторовичу** науковий ступінь кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

З чим ми його давайте привітаємо.

Головуючий на засіданні
спеціалізованої вченої ради Д26.206.01
чл.-кор. НАН України Кочубей А.Н.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Романюк А.С.