Цель работы: изучить переходные процессы в простейших цепях при подключении к источнику напряжения прямоугольной формы.

1 Задание на предварительный расчёт

1.1 Рассчитать переходной процесс для схемы рисунка 1 для двух значений сопротивления R_M за время, равное двум периодам воздействующего напряжения.

Напряжение источника питания выбрать U_0 = 2 В, частоту источника рассчитать по формуле

$$f = \frac{1}{8 \cdot \tau_{min}} = \frac{R_{max}}{8 \cdot L},$$

где R_{max} – максимальное сопротивление цепи в этом опыте.

По результатам расчета построить друг под другом графики изменения водного напряжения u(t), тока i(t), напряжения на индуктивности $u_L(t)$ для двух значений сопротивления R_M. Построить фазовые портреты переходного процесса $i`_L(i_L)$ для двух значений сопротивления контура.

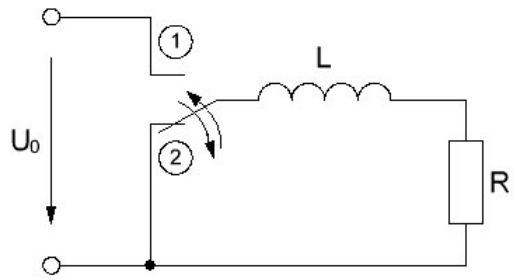

Рисунок 1 – Схема электрической цепи

1.2 Рассчитать переходной процесс для схемы рисунка 1, заменив индуктивность L на емкость C_B, аналогично п.1.1. Напряжение выбрать U_0 = 2 В, частоту источника рассчитать по формуле

$$f = \frac{1}{8 \cdot R_{min} \cdot C},$$

где R_{min} – минимальное сопротивление цепи в этом опыте.

2 Предварительный расчёт

Исходные данные для расчета:

U_0 = 2 В;

$L = L_D$ = 41,5 мГн; $C = C_B$ = 18,2 нФ; R_M = 320 Ом.

$R_{min} = R_M$ = 320 Ом; $R_{max} = 2 \cdot R_M$ = 640 Ом.

2.1 Расчет переходного процесса для RL цепи

Частота источника равна:

$$f = \frac{R_{max}}{8 \cdot L} = \frac{640}{8 \cdot 41{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1928\,\text{Гц}.$$

Период равен:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1928} = 0{,}519 \cdot 10^{-3}\,с.$$

2.1.1 Расчет переходного процесса при подключении источника

Схема электрической цепи представлена на рисунке 2.

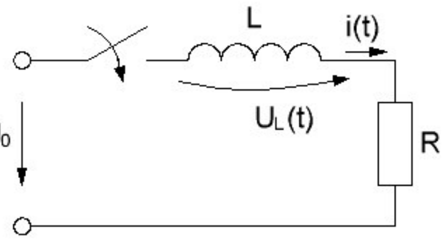

Рисунок 2 – Схема электрической цепи при подключении источника

Расчетное уравнение имеет вид:

$$u_L + u_R = U_0,$$

$$L\frac{di}{dt} + i \cdot R = U_0.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t).$$

До начало коммутации ток в цепи равен:

$$i(0-) = 0\,А.$$

Независимые начальные условия равны:

$$i(0+) = i(0-) = 0\,А.$$

Зависимые начальные условия равны:

$$U_L(0+) + i(0+) \cdot R = U_0,$$

$$U_L(0+) = U_0 - i(0+) \cdot R = 2 - 0 = 2\,В.$$

Принужденная составляющая равна:

- при $R = R_{max}$ = 640 Ом

$$i_{ПР}(t) = U_0 / R = 2/640 = 3{,}125 \cdot 10^{-3}\,А;$$

- при $R = R_{min}$ = 320 Ом

$$i_{ПР}(t) = U_0 / R = 2/320 = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\,А;$$

Расчет характеристического уравнения:

$$L\frac{di_{СВ}(t)}{dt} + i_{СВ} \cdot R = 0,$$

где $i_{СВ}(t) = Ae^{pt}$ – вид свободной составляющей для дифференциального уравнения первого порядка.

$$\frac{di_{СВ}(t)}{dt} = \frac{d[Ae^{pt}]}{dt} = pAe^{pt}, \text{ тогда}$$

$$L \cdot pAe^{pt} + Ae^{pt} \cdot R = 0,$$

$$Lp + R = 0.$$

Корень характеристического уравнения равен:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$p = R/L = 640/(41{,}5 \cdot 10^{-3}) = 15421{,}7\ \text{с}^{-1};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$p = R/L = 320/(41{,}5 \cdot 10^{-3}) = 7710{,}8\ \text{с}^{-1}.$$

Время переходного процесса равно:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/15421{,}7 = 0{,}065 \cdot 10^{-3}\ \text{с};$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}065 \cdot 10^{-3} = 0{,}195 \cdot 10^{-3}\ \text{с};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/7710{,}8 = 0{,}13 \cdot 10^{-3}\ \text{с};$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}13 \cdot 10^{-3} = 0{,}39 \cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

Полное решение для тока имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t) = 3{,}125 \cdot 10^{-3} + Ae^{pt}.$$

Учитывая начальные условия, получим:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$i(0+) = 3{,}125 \cdot 10^{-3} + Ae^{0} \Rightarrow 0 = 3{,}125 \cdot 10^{-3} + A;$$

$$A = -3{,}125 \cdot 10^{-3};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$i(0+) = 6{,}25 \cdot 10^{-3} + Ae^{0} \Rightarrow 0 = 6{,}25 \cdot 10^{-3} + A;$$

$$A = -6{,}25 \cdot 10^{-3}.$$

Выражение для тока имеет вид:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$i(t) = 3{,}125 \cdot 10^{-3} - 3{,}125 \cdot 10^{-3} e^{-15421{,}7t};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$i(t) = 6{,}25 \cdot 10^{-3} - 6{,}25 \cdot 10^{-3} e^{-7710{,}8t}.$$

Напряжения на катушке индуктивности равно:

$$u_L(t) = L\frac{d}{dt}i(t) = L\frac{d}{dt}[i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t)] = L \cdot p \cdot Ae^{pt}, \text{ тогда}$$

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$u_L(t) = 41{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-15421{,}7) \cdot (-3{,}125 \cdot 10^{-3}) \cdot e^{-15421{,}7 \cdot t} = 2 \cdot e^{-15421{,}7 \cdot t}\ \text{В};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$u_L(t) = 41{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-7710{,}8) \cdot (-6{,}25 \cdot 10^{-3}) \cdot e^{-7710{,}8 \cdot t} = 2 \cdot e^{-7710{,}8 \cdot t}\ \text{В}.$$

2.1.2 Расчет переходного процесса при отключении от источника

Схема электрической цепи представлена на рисунке 3.

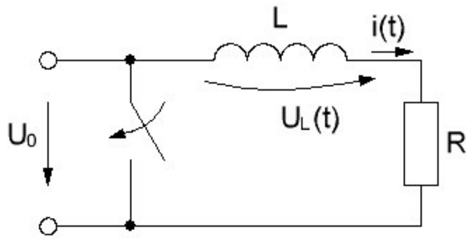

Рисунок 3 – Схема электрической цепи при отключении от источника

Расчетное уравнение имеет вид:

$$u_L + u_R = 0,$$

$$L\frac{di}{dt} + i \cdot R = 0.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t).$$

До начало коммутации ток в цепи равен:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$i(0-) = U_0 / R = 2/640 = 3{,}125 \cdot 10^{-3}\,А;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$i(0-) = U_0 / R = 2/320 = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\,А.$$

Независимые начальные условия равны:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$i(0+) = i(0-) = 3{,}125 \cdot 10^{-3}\,А;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$i(0+) = i(0-) = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\,А.$$

Зависимые начальные условия равны:

$$U_L(0+) + i(0+) \cdot R = 0, \text{ тогда}$$

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$U_L(0+) = -i(0+) \cdot R = -3{,}125 \cdot 10^{-3} \cdot 640 = -2\,В;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$U_L(0+) = -i(0+) \cdot R = -6{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot 320 = -2\,В.$$

Принужденная составляющая равна:

$$i_{ПР}(t) = 0\,А.$$

Расчет характеристического уравнения:

$$L\frac{di_{СВ}(t)}{dt} + i_{СВ} \cdot R = 0,$$

где $i_{СВ}(t) = Ae^{pt}$ – вид свободной составляющей для дифференциального уравнения первого порядка.

$$\frac{di_{СВ}(t)}{dt} = \frac{d[Ae^{pt}]}{dt} = pAe^{pt}, \text{ тогда}$$

$$L \cdot pAe^{pt} + Ae^{pt} \cdot R = 0,$$

$$Lp + R = 0.$$

Корень характеристического уравнения равен:
- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$p = R/L = 640/(41{,}5 \cdot 10^{-3}) = 15421{,}7\ с^{-1};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$p = R/L = 320/(41{,}5 \cdot 10^{-3}) = 7710{,}8\ с^{-1}.$$

Время переходного процесса равно:
- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/15421{,}7 = 0{,}065 \cdot 10^{-3}\ с;$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}065 \cdot 10^{-3} = 0{,}195 \cdot 10^{-3}\ с;$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/7710{,}8 = 0{,}13 \cdot 10^{-3}\ с;$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}13 \cdot 10^{-3} = 0{,}39 \cdot 10^{-3}\ с.$$

Полное решение для тока имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t) = 0 + Ae^{pt}.$$

Учитывая начальные условия, получим:
- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$i(0+) = 0 + Ae^{0} \Rightarrow 3{,}125 \cdot 10^{-3} = 0 + A;$$

$$A = 3{,}125 \cdot 10^{-3};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$i(0+) = 0 + Ae^{0} \Rightarrow 6{,}25 \cdot 10^{-3} = 0 + A;$$

$$A = 6{,}25 \cdot 10^{-3}.$$

Выражение для тока имеет вид:
- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$i(t) = 3{,}125 \cdot 10^{-3} e^{-15421{,}7t};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$i(t) = 6{,}25 \cdot 10^{-3} e^{-7710{,}8t}.$$

Напряжения на катушке индуктивности равно:

$$u_L(t) = L\frac{d}{dt}i(t) = L\frac{d}{dt}[i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t)] = L \cdot p \cdot Ae^{pt}\text{, тогда}$$

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$u_L(t) = 41{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-15421{,}7) \cdot 3{,}125 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-15421{,}7 \cdot t} = -2 \cdot e^{-15421{,}7 \cdot t}\ В;$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$u_L(t) = 41{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (-7710{,}8) \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-7710{,}8 \cdot t} = -2 \cdot e^{-7710{,}8 \cdot t}\ В.$$

2.2 Расчет переходного процесса для RC цепи

Частота источника равна:

$$f = \frac{1}{8 \cdot R_{min} \cdot C} = \frac{1}{8 \cdot 320 \cdot 18{,}2 \cdot 10^{-9}} = 21436\ Гц.$$

Период равен:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{21436} = 0{,}047 \cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

2.2.1 Расчет переходного процесса при подключении источника
Схема электрической цепи представлена на рисунке 4.

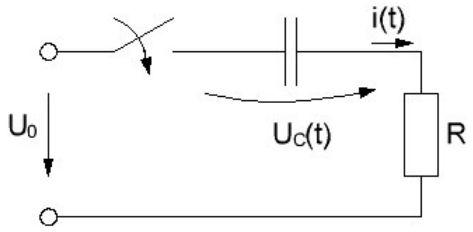

Рисунок 4 – Схема электрической цепи при подключении источника

Расчетное уравнение имеет вид:

$$u_C + u_R = U_0,$$

$$\frac{1}{C}\int i(t)dt + i \cdot R = U_0.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t).$$

До начало коммутации напряжение на конденсаторе равно:

$$U_C(0-) = 0\ \text{В}.$$

Независимые начальные условия равны:

$$U_C(0+) = U_C(0-) = 0\ \text{В}.$$

Зависимые начальные условия равны:

$$U_C(0+) + i(0+) \cdot R = U_0,$$

$$i(0+) = [U_0 - U_C(0+)]/R = U_0/R,\ \text{тогда}$$

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$i(0+) = 2/640 = 3{,}125 \cdot 10^3\ \text{А};$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$i(0+) = 2/320 = 6{,}25 \cdot 10^3\ \text{А}.$$

Принужденная составляющая равна:

$$U_{С.ПР}(t) = U_0 = 2\ \text{В}.$$

Расчет характеристического уравнения:

$$\frac{1}{C}\int i_{СВ}(t)dt + i_{СВ} \cdot R = 0,$$

где $i_{СВ}(t) = Ae^{pt}$ – вид свободной составляющей для дифференциального уравнения первого порядка.

$$\int i_{СВ}(t)dt = \int Ae^{pt}dt = \frac{1}{p}Ae^{pt},\ \text{тогда}$$

$$\frac{1}{Cp} \cdot Ae^{pt} + Ae^{pt} \cdot R = 0,$$

$$\frac{1}{Cp}+R=0.$$

Корень характеристического уравнения равен:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$p=1/(R\cdot C)=1/(640\cdot 18{,}2\cdot 10^{-9})=85851{,}6\,c^{-1};$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$p=1/(R\cdot C)=1/(320\cdot 18{,}2\cdot 10^{-9})=171703{,}3\,c^{-1}.$$

Время переходного процесса равно:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$\tau=1/p=1/85851{,}6=0{,}012\cdot 10^{-3}\,c;$$

$$t_{ПП}=3\tau=3\cdot 0{,}012\cdot 10^{-3}=0{,}036\cdot 10^{-3}\,c;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$\tau=1/p=1/171703{,}3=0{,}006\cdot 10^{-3}\,c;$$

$$t_{ПП}=3\tau=3\cdot 0{,}006\cdot 10^{-3}=0{,}018\cdot 10^{-3}\,c.$$

Полное решение для напряжения имеет вид:

$$u_C(t)=U_{C.ПР}(t)+U_{C.CB}(t)=2+Be^{pt}.$$

Учитывая начальные условия, получим:

$$U_C(0+)=2+Be^{0}\Rightarrow 0=2+B;$$

$$B=-2.$$

Выражение для напряжения имеет вид:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$u_C(t)=2-2e^{-85851{,}6t};$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$u_C(t)=2-2e^{-171703{,}3t}.$$

Ток в цепи равен:

$$i(t)=C\frac{d}{dt}u_C(t)=C\frac{d}{dt}[i_{ПР}(t)+i_{CB}(t)]=C\cdot p\cdot Be^{pt}, \text{ тогда}$$

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$i(t)=18{,}2\cdot 10^{-9}\cdot(-15421{,}7)\cdot(-2)\cdot e^{-85851{,}6t}=6{,}25\cdot 10^{-3}\cdot e^{-85851{,}6t}\,A;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$i(t)=18{,}2\cdot 10^{-9}\cdot(-171703{,}3)\cdot(-2)\cdot e^{-171703{,}3t}=3{,}125\cdot 10^{-3}\cdot e^{-171703{,}3t}\,A.$$

2.2.2 Расчет переходного процесса при отключении от источника

Схема электрической цепи представлена на рисунке 5.

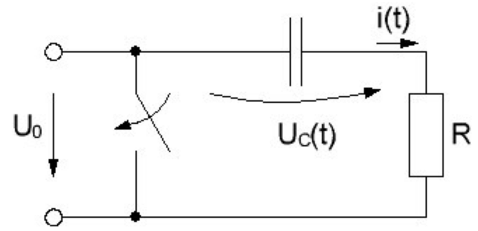

Рисунок 5 – Схема электрической цепи при отключении от источника

Расчетное уравнение имеет вид:

$$u_C + u_R = 0,$$

$$\frac{1}{C}\int i(t)dt + i \cdot R = 0.$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$i(t) = i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t).$$

До начало коммутации напряжение на конденсаторе равно:

$$U_C(0-) = U_0 = 2\,В.$$

Независимые начальные условия равны:

$$U_C(0+) = U_C(0-) = 2\,В.$$

Зависимые начальные условия равны:

$$U_C(0+) + i(0+) \cdot R = 0,$$

$$i(0+) = -U_C(0+)/R \text{ тогда}$$

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$i(0+) = -2/640 = -3{,}125 \cdot 10^3\,А;$$

- при R = R_{min} = 320 Ом

$$i(0+) = -2/320 = -6{,}25 \cdot 10^3\,А.$$

Принужденная составляющая равна:

$$U_{С.ПР}(t) = U_0 = 0\,В.$$

Расчет характеристического уравнения:

$$\frac{1}{C}\int i_{СВ}(t)dt + i_{СВ} \cdot R = 0,$$

где $i_{СВ}(t) = Ae^{pt}$ – вид свободной составляющей для дифференциального уравнения первого порядка.

$$\int i_{СВ}(t)dt = \int Ae^{pt}dt = \frac{1}{p}Ae^{pt}, \text{ тогда}$$

$$\frac{1}{Cp} \cdot Ae^{pt} + Ae^{pt} \cdot R = 0,$$

$$\frac{1}{Cp} + R = 0.$$

Корень характеристического уравнения равен:

- при R = R_{max} = 640 Ом

$$p = 1/(R \cdot C) = 1/(640 \cdot 18{,}2 \cdot 10^{-9}) = 85851{,}6\,с^{-1};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$p = 1/(R \cdot C) = 1/(320 \cdot 18{,}2 \cdot 10^{-9}) = 171703{,}3\,с^{-1}.$$

Время переходного процесса равно:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/85851{,}6 = 0{,}012 \cdot 10^{-3}\,с;$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}012 \cdot 10^{-3} = 0{,}036 \cdot 10^{-3}\,с;$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$\tau = 1/p = 1/171703{,}3 = 0{,}006 \cdot 10^{-3}\,с;$$

$$t_{ПП} = 3\tau = 3 \cdot 0{,}006 \cdot 10^{-3} = 0{,}018 \cdot 10^{-3}\,с.$$

Полное решение для напряжения имеет вид:

$$u_C(t) = U_{C.ПР}(t) + U_{C.СВ}(t) = 0 + Be^{pt}.$$

Учитывая начальные условия, получим:

$$U_C(0+) = 0 + Be^0 \Rightarrow 2 = 0 + B;$$

$$B = 2.$$

Выражение для напряжения имеет вид:

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$u_C(t) = 2e^{-85851{,}6t};$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$u_C(t) = 2e^{-171703{,}3t}.$$

Ток в цепи равен:

$$i(t) = C\frac{d}{dt}u_C(t) = C\frac{d}{dt}[i_{ПР}(t) + i_{СВ}(t)] = C \cdot p \cdot Be^{pt}, \text{ тогда}$$

- при $R = R_{max} = 640$ Ом

$$i(t) = 18{,}2 \cdot 10^{-9} \cdot (-15421{,}7) \cdot 2 \cdot e^{-85851{,}6t} = -6{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-85851{,}6t}\,А;$$

- при $R = R_{min} = 320$ Ом

$$i(t) = 18{,}2 \cdot 10^{-9} \cdot (-171703{,}3) \cdot 2 \cdot e^{-171703{,}3t} = -3{,}125 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-171703{,}3t}\,А.$$

3 Задание на эксперимент

Собрать цепь рисунка 6. Параметры $R_{Ш}$, $R_{М}$, L напряжение U_0 и частоту f генератора выбрать согласно предварительному расчету. Зарисовать изображения для двух значений $R_{М}$. Снять закаротку с верхнего резистора $R_{Ш}$,закоротить нижний. Вход 2 ЭК подключить к точке В, см. рисунок 6. При этом в нижней части экрана осциллографа появится кривая напряжения на катушке индуктивности. Зарисовать изображение для дву значений $R_{М}$.

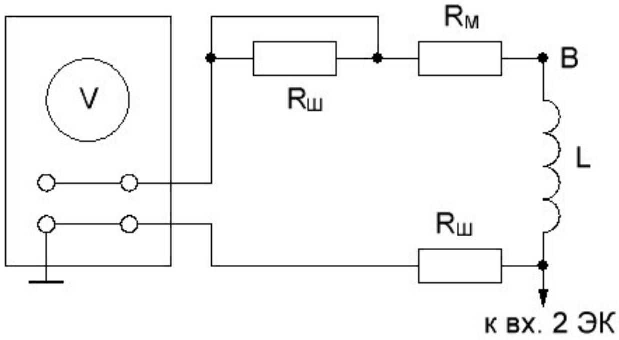

Рисунок 6 – Схема эксперимента для RL цепи

Зарисовать с экрана осциллографа фазовый портрет $i`_{L}(i_{L})$ переохдного процесса в цепи R, L, см. рисунок 7. Для этого переключатель рода работы горизонтального усиления (вход X) перевести в положение «Внеш.».

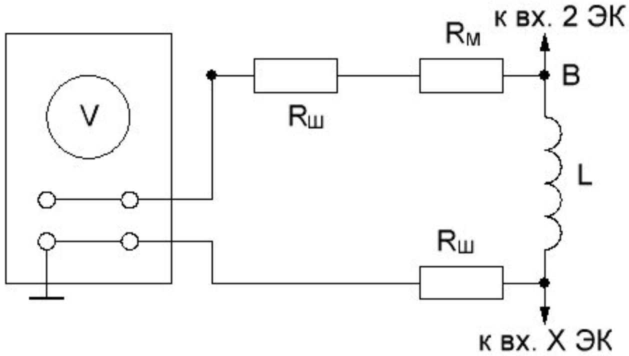

Рисунок 7 – Схема для снятия фазового портрета RL цепи

Заменив индуктивность L на емкость $C_{В}$, выполнить эксперимент аналогично рисунка 8.

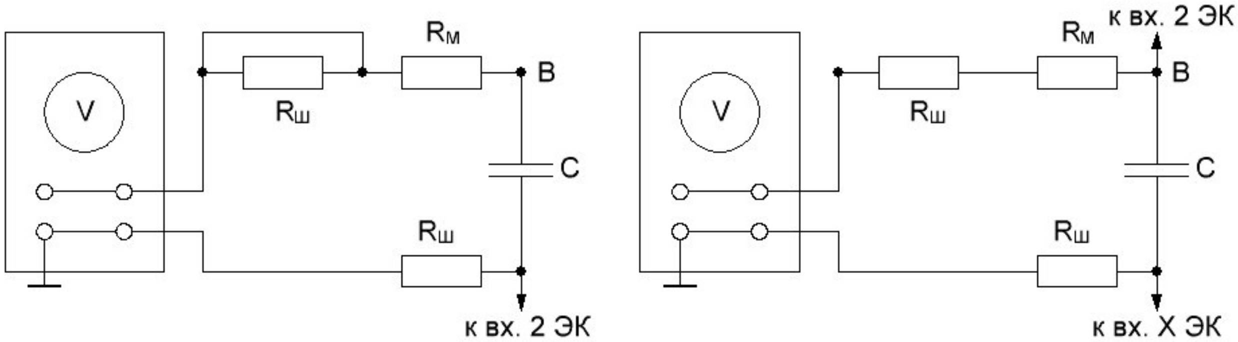

Рисунок 8 – Схема эксперимента для RC цепи