Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого»

Кафедра «Технология машиностроения»

Лабораторная работа №2
По дисциплине: «Математическое моделирование и методы исследования операций»
На тему «Решение дискретных и непрерывных задач оптимизации на основе метода Монте-Карло»

Выполнил студент группы АП-31
Сальников С.Д.
Принял преподаватель
Мурашко В.С.

Гомель 2022

Лабораторная работа №2

Цель работы: научиться применять метод Монте-Карло для приближенного решения дискретных и непрерывных задач оптимизации.

Постановка задачи

Используя метод Монте-Карло, разработать приложения решения следующих задач:

- задача о назначениях (дискретная задача);
- задача о выделении денежных средств (дискретная задача);
- задача о выделении денежных средств (непрерывная задача);
- задача о выборе заготовки (непрерывная задача, нелинейного программирования).

Используя Поиск решения, решить задачу 4 сравнить с результатом, полученным методом Монте-Карло.

Задача о назначениях

Цеху металлообработки нужно выполнить срочный заказ на производство деталей. Каждая деталь обрабатывается на 4-х станках С1, С2, С3 и С4. На каждом станке может работать любой из четырех рабочих Р1, Р2, Р3, Р4, однако, каждый из них имеет на каждом станке различный процент брака. Из документации ОТК имеются данные о проценте брака каждого рабочего на каждом станке:

Вариант 20

Рабочие	**Станки**			
	С1	**С2**	**С3**	**С4**
Р1	2,3+0,1*24	1,9+0,1*24	2,2	2,7
Р2	1,8+0,1*24	2,2	2,0	1,8+0,1*24
Р3	2,5	2,0+0,1*24	2,2	3,0-0,1*24
Р4	2,0	2,4-0,1*24	2,4	2,8-0,1*24

$$ORIGIN := 1$$

$$zatr := \begin{pmatrix} 2.3 + 0.24 & 1.9 + 0.24 & 2.2 & 2.7 \\ 1.8 + 0.24 & 2.2 & 2.0 & 1.8 + 0.24 \\ 2.5 & 2.0 + 0.24 & 2.2 & 3.0 - 0.24 \\ 2 & 2.4 - 0.24 & 2.4 & 2.8 - 0.24 \end{pmatrix}$$

$$n := rows(zatr) \qquad n = 4$$

```
naznach(zatr, n) :=  | min_zatr ← 1000
                     | for i ∈ 1..n
                     |   opt_nazn_i ← 0
                     | for ii ∈ 1..1000
                     |   | kol_zakaz ← n
                     |   | for i ∈ 1..n
                     |   |   spis_zakaz_i ← i
                     |   | for i ∈ 1..n − 1
                     |   |   | interval ← 1 / kol_zakaz
                     |   |   | r ← rnd(1)
                     |   |   | for j ∈ 1..kol_zakaz
                     |   |   |   | a ← (j − 1) · interval
                     |   |   |   | b ← j · interval
                     |   |   |   | if a < r ≤ b
                     |   |   |   |   | nazn_i ← spis_zakaz_j
                     |   |   |   |   | for k ∈ j..kol_zakaz − 1     if j < kol_zakaz
                     |   |   |   |   |   spis_zakaz_k ← spis_zakaz_(k+1)
                     |   |   |   |   | for k ∈ kol_zakaz..n
                     |   |   |   |   |   spis_zakaz_k ← 0
                     |   |   |   |   | kol_zakaz ← kol_zakaz − 1
                     |   |   |   |   | break
                     |   | nazn_n ← spis_zakaz_1
                     |   | sum_zatr ← 0
                     |   | for i ∈ 1..n
                     |   |   | k ← nazn_i
                     |   |   | sum_zatr ← sum_zatr + zatr_(i,k)
                     |   | for i ∈ 1..n                       if sum_zatr < min_zatr
                     |   |   | opt_nazn_i ← nazn_i
                     |   |   | min_zatr ← sum_zatr
                     | z_(1,1) ← "Рабочий"
                     | z_(1,2) ← "Станок"
                     | for i ∈ 1..n
                     |   | z_(i+1,1) ← i
                     |   | z_(i+1,2) ← opt_nazn_i
                     | z_(n+2,1) ← "Минимальные брак"
                     | z_(n+2,2) ← min_zatr
                     | z
```

$$\mathrm{naznach}(zatr, n) = \begin{pmatrix} \text{"Рабочий"} & \text{"Станок"} \\ 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 3 \\ 4 & 1 \\ \text{"Минимальные брак"} & 8.38 \end{pmatrix}$$

Задача о выделении денежных средств (дискретная задача)

Решить задачу распределения 5 единиц ресурсов между четырьмя предприятиями.

На будущий период были выделены 5 денежных средств, которые нужно распределить между 4 предприятиями, причем каждому предприятию необходимо выделить средства кратно одной денежной единицы. Прибыль от инвестирования средств зависит от количества вложений x в каждое k-е предприятие, равно f(x) k и приведено в таблице. Определить оптимальное распределение средств между предприятиями.

$$prib\_predpr1 := \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 & 7 \\ 9 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 9 & 8 & 3 \\ 8 & 4 & 3 & 8 \\ 7 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad prib\_predpr := prib\_predpr1^{T}$$

$m := rows(prib\_predpr) \qquad n := cols(prib\_predpr)$

$m = 4 \qquad n = 5$

$sredstva := 5$

```
raspred_sredstv(prib_predpr, m, n, sredstva) := | max_prib ← 0
                                                | for i ∈ 1..m
                                                |   rez_i ← 0
                                                | for ii ∈ 1..1000
                                                |   | a ← 0
                                                |   | b ← sredstva
                                                |   | prib ← 0
                                                |   | for i ∈ 1..m
                                                |   |   | if b > 0
                                                |   |   |   | x_i ← trunc[a + (b − a + 1) · rnd(1)]
                                                |   |   |   | b ← b − x_i
                                                |   |   | x_i ← 0  otherwise
```

```
      for i ∈ 1..m
        | j ← x_i
        | prib ← prib + prib_predpr_{i,j}  if j > 0
      if prib > max_prib
        | for i ∈ 1..m
        |   rez_i ← x_i
        | max_prib ← prib
  z_{1,1} ← "Предприятие"
  z_{1,2} ← "млн, ден, ед."
  for i ∈ 1..m
    | z_{i+1,1} ← i
    | z_{i+1,2} ← rez_i
  z_{m+2,1} ← "Макс. прибыль"
  z_{m+2,2} ← max_prib
  z
```

$$\text{raspred\_sredstv}(\text{prib\_predpr}, m, n, \text{sredstva}) = \begin{pmatrix} \text{"Предприятие"} & \text{"млн, ден, ед."} \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ \text{"Макс. прибыль"} & 24 \end{pmatrix}$$

Задача о выделении денежных средств (непрерывная задача)

Между четырьмя отраслями промышленности распределяется сумма в размере 80+N млн ден.ед. По результатам анализа работы отраслей за длительное время составлены производственные функции – зависимости прибыли отрасли (Y) от вложенных средств (X). Для первой, второй и третьей отрасли (соответственно) эти функции имеют следующий вид:

- Y = (0,52-0,05*N)*X0,77+0,001N;
- Y = (0,42-0,002*N)*X0,84+0,001N;
- Y =(0,68-0,002*N)*X0,6+0,001N;
- Y =(0,72-0,002*N)*X0,5+0,001N,

N – номер варианта. Требуется распределить 80+N млн ден.ед. таким образом, чтобы обеспечить максимальную суммарную прибыль отраслей.

$ORIGIN := 1$

$n := 4 \quad N := 24$

$Y(X) := (0.52 - 0.002 \cdot N) \cdot X^{0.77+0.001 \cdot N}$

$Y(X) := (0.42 - 0.002 \cdot N) \cdot X^{0.84+0.001 \cdot N}$

$Y(X) := (0.68 - 0.002 \cdot N) \cdot X^{0.6+0.001 \cdot N}$

$Y(X) := (0.72 - 0.002 \cdot N) \cdot X^{0.5+0.001 \cdot N}$

$$Koff := \begin{pmatrix} 0.52 - 0.002 \cdot N \\ 0.42 - 0.002 \cdot N \\ 0.68 - 0.002 \cdot N \\ 0.72 - 0.002 \cdot N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.472 \\ 0.372 \\ 0.632 \\ 0.672 \end{pmatrix} \qquad Step := \begin{pmatrix} 0.77 + 0.001 \cdot N \\ 0.84 + 0.001 \cdot N \\ 0.6 + 0.001 \cdot N \\ 0.5 + 0.001 \cdot N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.794 \\ 0.864 \\ 0.624 \\ 0.524 \end{pmatrix}$$

$B := 80 + 21 = 101$

```
F := | max_prib ← −1000000
     | for i ∈ 1..1000
     |   | S ← B
     |   | for j ∈ 1..n − 1
     |   |   | X_j ← rnd(1)·S
     |   |   | S ← S − X_j
     |   | X_n ← S
     |   | Y ← 0
     |   | for k ∈ 1..n
     |   |   Y ← Y + Koff_k·(X_k)^Step_k
     |   | if Y > max_prib
     |   |   | max_prib ← Y
     |   |   | for k ∈ 1..n
     |   |   |   Z_k ← X_k
     |   |   | Z_(k+1) ← Y
     | Z
```

$$F = \begin{pmatrix} 23.671 \\ 65.692 \\ 8.209 \\ 3.428 \\ 23.286 \end{pmatrix}$$

$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 101$

$max\_pibil := F_{rows(F)} = 23.286$

Задача о выборе заготовки

Для транспортировки некоторого химиката требуется изготовить контейнеры. Требования к контейнерам следующие:

- емкость контейнера – 8-0,05N м^3 ;
- высота может составлять от 1+0,05N до 3+0,05N м;
- основание контейнера должно быть квадратным.

Дно и стенки контейнера, непосредственно соприкасающиеся с химикатом, должны быть изготовлены из более стойкого материала, чем крышка контейнера. Стоимость материала для дна и стенок контейнера – 8+0,05N ден.ед./м2, стоимость материала для крышки - 6+0,05N ден.ед./м2. Требуется найти габаритные размеры контейнера (размеры основания и высоту), при которых его стоимость будет минимальной; N – номер варианта.

$ORIGIN := 1 \quad N := 24$

$Hmin := 2 + 0.02 \cdot N$

$Hmax := 4 + 0.02 \cdot N$

$V := 16 + 0.02 \cdot N$

$St1 := 4 + 0.02 \cdot N$

```
F := | min_st ← 1000000                                  = (2.48, 2.578, 160.814)
     | for i ∈ 1..1000
     |   | H ← Hmin + (Hmax − Hmin)·rnd(1)
     |   | L ← sqrt(V/H)
     |   | Fmin ← St1·L^2 + 4·St1·L·H + St2·L^2
     |   | if Fmin < min_st
     |   |   | min_st ← Fmin
     |   |   | Z1 ← H
     |   |   | Z2 ← L
     |   |   | Z3 ← min_st
     | Z
```

$$F = \begin{pmatrix} 2.48 \\ 2.578 \\ 160.814 \end{pmatrix}$$

Вывод: Научился применять метод Монте-Карло для приближенного решения дискретных и непрерывных задач оптимизации.