Лабораторная работа №3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы: изучить и определить вероятность появления случайной величины.

Опытная вероятность появления случайного события А определяется по формуле

$$P(A)=\frac{m}{N}, \quad (3.1)$$

где $P(A)$ – опытная вероятность появления случайного события А;

m – опытное число благоприятных случаев появления случайного события А;

N – общее количество опытов или повторностей информации или число наблюдаемых машин.

Закон сложения вероятностей независимых событий

В том случае, если интересующее событие А объединяет группу или сумму событий A_1, A_2, A_2 и т.д., то вероятность появления этого события А или вероятность суммы событий $A_1 + A_2 + A_2$ и т.д. равно сумме вероятностей этих событий

$$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3). \quad (3.2)$$

Закон умножения вероятностей независимых событий

Вероятность совместного проявления двух и более независимых событий А, Б и т.д. в полной группе событий равно произведению вероятностей этих событий

$$P(A,Б)=P(A)\cdot P(Б). \quad (3.3)$$

Закон умножения вероятностей зависимых событий

Вероятность совместного появления двух и более зависимых событий А, Б и т.д. в полной группе событий равна произведению вероятности появления первого события на условную вероятность второго события:

$$P(A,Б)=P(A)\cdot P(Б|A). \quad (3.4)$$

Задание 1

Были проведены испытания N тракторов. При этом установлено, что у m_1 тракторов эксплуатационные отказы появились в интервале наработок

$A_1 = 100\ldots200$ моточасов, у m_2 – в интервале $A_2 = 200...300$ моточасов, у m_3 – в интервале $A_3 = 300...400$ моточасов, у m_4 – в интервале $A_4 = 400...500$ моточасов и, наконец, у m_5 – в интервале $A_5 = 500...600$ моточасов.

Требуется определить, чему равна опытная вероятность появления эксплуатационного отказа в каждом интервале наработки трактора.

Исходные данные:

$N =$ шт; $m_1 = 2$ шт; $m_2 = 3$ шт; $m_3 = 5$ шт; $m_4 = 10$ шт; $m_5 = 1$ шт.

Решение

Пользуясь формулой (3.1) определим вероятность появления эксплуатационного отказа в каждом интервале наработок тракторов:

$P(A_1) = \frac{}{} =$ или %; $P(A_2) = \frac{}{} =$ или %;

$P(A_3) = \frac{}{} =$ или %; $P(A_4) = \frac{}{} =$ или %;

$P(A_5) = \frac{}{} =$ или %.

Задание 2

Требуется определить, какой процент тракторов в условиях предыдущего задания будет иметь отказы в интервале их средней наработки от 200 до 500 моточасов.

Решение

Событие А – количество отказов тракторов в интервале наработок от 200 до 500 моточасов определяет три события:

A_2 – количество отказов в интервале от 200 до 300 моточасов;

A_3 – количество отказов в интервале от 300 до 400 моточасов;

A_4 – количество отказов в интервале от 400 до 500 моточасов.

Следовательно, ожидаемое количество отказов в интервале параметров от 200 до 500 моточасов определим по закону сложения вероятностей независимых событий (3.2)

$$P(A) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = \frac{}{} + \frac{}{} + \frac{}{} = .$$

Т.е. 86% тракторов будут иметь отказы в интервале их наработки от 200 до 500 моточасов.

Задание 3

В двух колхозах работают по N тракторов одной марки, эксплуатационные отказы которых распределены по закону, приведенному в задании 1. Необходимо определить вероятности совместного проявления отказа у трактора А из первого колхоза и у трактора Б из второго колхоза в интервале их наработок $A_3 = 300...400$ моточасов.

Решение

Эти два события не связаны между собой, т.к. вероятность появления одного из них не зависит от того, произошло или не произошло второе событие. Поэтому применяется уравнение (3.3)

$$P\big(A(A_3); Б(A_3)\big) = P\big(A(A_3)\big) \cdot P\big(Б(A_3)\big) = \frac{}{} \cdot \frac{}{} =$$

Задание 4

По исходным данным определить вероятность совместного появления отказов у тракторов А и Б, работающих в одном колхозе, при их средней наработке $A_3 = 300...400$ моточасов.

Решение

Эти два события связаны между собой, т.к. вероятность появления одного из них зависит от того, произошло или нет второе событие (появление отказа у трактора Б). Поэтому вероятность появления одного из них зависит от того, произошло или нет второе событие (появление отказа у трактора Б). Поэтому вероятность совместного появления отказов у тракторов А и Б определяется по закону умножения вероятностей зависимых событий (3.4)

$$P\big(A(A_3); Б(A_3)\big) = P(A) \cdot P\big(Б|A\big) = \frac{}{} \cdot \frac{}{} =$$

Задание 5

Из исходных данных определить полную группу событий всех возможных вариантов совместного появления отказов у тракторов А и Б, работающих в разных колхозах и при их разных наработках.

Исходные данные:

$N = 21$шт; $m_1 = 2$шт; $m_2 = 3$ шт; $m_3 = 5$ шт; $m_4 = 10$ шт; $m_5 = 1$ шт.

Решение

1. Определим количество событий в полной группе: трактор А отказал в интервале наработок $A_1 = 100...200$ моточасов, а трактор Б соответственно $A_1 = 100...200$, $A_2 = 200...300$, $A_3 = 300...400$, $A_4 = 400...500$ и $A_5 = 500...600$ моточасов, всего 5 событий. Аналогично по 5 событий произойдёт при отказе трактора А в интервале $A_2 = 200...300$, $A_3 = 300...400$, $A_4 = 400...500$ и $A_5 = 500...600$ моточасов. Таким образом, полная группа событий состоит из 25 отдельных событий;

2. Определим вероятность всех событий в полной группе (события несвязанные):

$$\sum_{1}^{25} P(A,Б) = \frac{2}{21}\cdot\frac{2}{21}+\frac{2}{21}\cdot\frac{3}{21}+\frac{2}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{2}{21}\cdot\frac{10}{21}+\frac{2}{21}\cdot\frac{1}{21}+\frac{3}{21}\cdot\frac{2}{21}+\frac{3}{21}\times$$
$$\times\frac{3}{21}+\frac{3}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{3}{21}\cdot\frac{10}{21}+\frac{3}{21}\cdot\frac{1}{21}+\frac{5}{21}\cdot\frac{2}{21}+\frac{5}{21}\cdot\frac{3}{21}+\frac{5}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{5}{21}\cdot\frac{10}{21}+$$
$$+\frac{5}{21}\cdot\frac{1}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{2}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{3}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{10}{21}+\frac{10}{21}\cdot\frac{1}{21}+\frac{1}{21}\cdot\frac{2}{21}+$$
$$+\frac{1}{21}\cdot\frac{3}{21}+\frac{1}{21}\cdot\frac{5}{21}+\frac{1}{21}\cdot\frac{10}{21}+\frac{1}{21}\cdot\frac{1}{21}=1.$$

Задание 6

Для условий задания 1 (N тракторов работают в одном хозяйстве) определить полную группу событий всех возможных вариантов совместного появления отказов у тракторов А и Б при всех возможных вариантах их наработок.

Исходные данные:

$N = 21$шт; $m_1 = 2$шт; $m_2 = 3$ шт; $m_3 = 5$ шт; $m_4 = 10$ шт; $m_5 = 1$ шт.

Решение

1. Определим количество событий в полной группе рассуждая так же, как в предыдущем задании, определяем, что число событий полной группы равно 25.

2. Определим вероятность всех событий в полной группе (события связанные):

$$\sum_{1}^{25} P(A,Б) = \frac{2}{21}\cdot\frac{1}{20}+\frac{2}{21}\cdot\frac{3}{20}+\frac{2}{21}\cdot\frac{5}{20}+\frac{2}{21}\cdot\frac{10}{20}+\frac{2}{21}\cdot\frac{1}{20}+\frac{3}{21}\cdot\frac{2}{20}+\frac{3}{21}\times$$
$$\times\frac{2}{20}+\frac{3}{21}\cdot\frac{5}{20}+\frac{3}{21}\cdot\frac{10}{20}+\frac{3}{21}\cdot\frac{1}{20}+\frac{5}{21}\cdot\frac{2}{20}+\frac{5}{21}\cdot\frac{3}{20}+\frac{5}{21}\cdot\frac{4}{20}+\frac{5}{21}\cdot\frac{10}{20}+$$
$$+\frac{5}{21}\cdot\frac{1}{20}+\frac{10}{21}\cdot\frac{2}{20}+\frac{10}{21}\cdot\frac{3}{20}+\frac{10}{21}\cdot\frac{5}{20}+\frac{10}{21}\cdot\frac{9}{20}+\frac{10}{21}\cdot\frac{1}{20}+\frac{1}{21}\cdot\frac{2}{20}+$$
$$+\frac{1}{20}\cdot\frac{3}{20}+\frac{1}{21}\cdot\frac{5}{20}+\frac{1}{21}\cdot\frac{10}{20}+\frac{1}{21}\cdot\frac{0}{20}=1.$$

Задание 7

На складе готовой продукции ремонтного предприятия имеется N двигателей, из которых m_1 отремонтированных и m_2 новых (из обменного фонда). Заказчик получает со склада 2 двигателя. В этом случае полную группу событий образуют следующие четыре события:

1. оба двигателя новые;
2. оба двигателя отремонтированные;

3. первый двигатель отремонтированный, второй - новый;

4. первый двигатель новый, второй - отремонтированный.

Требуется определить:

а) Вероятность того, что оба двигателя окажутся новыми.

б) Вероятность того, что хотя бы один двигатель из двух окажется новым.

События связанные.

Исходные данные

$N = \quad ; \; m_1 = \quad ; \; m_2 =$

Решение

Для решения воспользуемся уравнением связанных событий

$$P(Д_н, Д_н) = P(Д_н) \cdot P(Д_н | Д_н) = \text{—} \cdot \text{—} = .$$

Условиям задачи соответствует 1, 3 и 4-ое события. Вероятность появления каждого события определяется по закону умножения зависимых событий, а вероятность получения хотя бы одного нового двигателя по закону сложения вероятностей трёх этих событий

$$P(Д_н из 2Д) = P(Д_н, Д_н) + P(Д_р, Д_н) + P(Д_н, Д_р) = P(Д_н) \cdot P(Д_н | Д_н) +$$

$$+ P(Д_р) \cdot P(Д_н | Д_р) + P(Д_н) \cdot P(Д_р | Д_н) = \text{—} \cdot \text{—} + \text{—} \cdot \text{—} + \text{—} \cdot \text{—} =$$

$$= \text{—} = .$$

Решение этого задания может быть упрощено применением противоположных событий. В данном случае противоположным событием является получение двух отремонтированных двигателей. Вероятность такого события определяется по уравнению

$$P(Д_р, Д_р) = P(Д_р) \cdot P(Д_р | Д_р) = \text{—} \cdot \text{—} = \text{—} \approx .$$

Вероятность получения хотя бы одного нового двигателя из двух определяется по уравнению

$$P(Д_н из 2Д) = 1 - P(Д_р, Д_р) = - = .$$

Правильность решения этого примера может быть проверена по сумме вероятностей полной группы событий, которая должна быть равна единице.

$$P = \text{—} + \text{—} = \text{—} = .$$

Вывод: изучил и определить вероятность появления случайной величины.

					Лабораторная работа №3	Лист
						5
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		