Практическая работа № 4

МЕТОДЫ СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Цель работы: изучить методы сравнительного анализа случайных величин на конкретных примерах.

Целью исследований является проверка определённых предположений; об агротехнических преимуществах новой машины над старой, достоинствах некоторых режимов работы, сравнение экспериментальных и теоретических выводов и т.д. Если разница между параметрами среднеарифметической величины $\overline{X}$ и среднеарифметическим отклонением σ сравниваемых выборок незначительна, то считают, что различие между ними имеют случайный характер, а выборки принадлежат единому генеральному распределению. Для оценки значимости указанной разницы используют параметрические и непараметрические критерии достоинства.

Первые строятся на основе параметров $\overline{X}$ и σ выборки, вторые основаны на функциях от вариант – выборки с соответствующими частотами.

Параметрические критерии обладают более сильной “разрешающей” способностью, но они применимы лишь в тех случаях, когда исследуемая выборка распределена по закону, не очень сильно отличающемуся от нормального. Из параметрических критериев чаще всего применяется □ - критерий Фишера для сравнения дисперсией и t - критерий Стьюдента при сравнении средних величин.

При сравнении распределений двух выборок в первую очередь сравнивают дисперсии, а затем средние величины. Гипотеза о неравенстве дисперсии двух выборок $(\sigma_A^2 > \sigma_B^2)$ подтверждается с помощью одностороннего критерия Фишера.

$$\sigma_A^2 / \sigma_B^2 > F_{1-\alpha} \quad ,$$

					Практическая работа № 4			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.					*МЕТОДЫ СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ*	Лит.	Лист	Листов
Провер.		*Шишков С.В.*					*1*	
Реценз.						*ГГТУ им. П.О. Сухого гр. С-41*		
Н. Контр.								
Утверд.								

где $F_{1-\alpha}$ -табличное значение критерия Фишера при степенях свободы

$$\nu_1 = n_A - 1 \quad \text{и} \quad \nu_2 = n_B - 1,$$

n_A, n_B - объём каждой из выборок; α -вероятность риска принять неверное решение .

Гипотеза о равенстве дисперсии $(\sigma_A^2 = \sigma_B^2)$ подтверждается двухсторонним критерием Фишера:

$$\frac{1}{F_1 - \frac{\alpha}{2}} \le \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} \le F_1 - \frac{\alpha}{2}$$

Для проверки однородности нескольких дисперсий при равных объёмах выборки используется критерий Кохрена

$$G_P = \frac{\sigma_{\max}^2}{\sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2},$$

где $\sigma_{\max}^2$ -наибольшая из выборочных дисперсий; m - число выборок; $\sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2$ - сумма всех дисперсий, в том числе и $\sigma_{\max}^2$.

Гипотеза односторонности дисперсий принимается, если табличное значение Кохрена $\sigma_T > \sigma_P$. Соблюдение этого условия свидетельствует о том, что результаты опытов относятся к одной генеральной совокупности .

Значимость различия двух средних значений при $\sigma_A = \sigma_B$ оценивается критерием

$$t_P = \frac{\left|\overline{X}_A - \overline{X}_B\right|}{\sqrt{n_A \cdot \sigma_A^2 + n_B \cdot \sigma_B^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B (n_A + n_B - 2)}{n_A + n_B}}$$

Если одна из выборок имеет очень большой объём, например $n_A = \infty$,то в этом случае

$$t_P' = \frac{\left|\overline{X}_A - \overline{X}_B\right|}{\sigma}$$

Число степеней свободы, используемого для определения табличного значения *tm*

$$\nu = n_a + n_b - 2$$

В этом случае число степеней свободы определяемой по формуле:

$$\frac{t}{\nu} = \frac{d^2}{n_a - 1} + \frac{(1-d)^2}{n_b - 1},$$

где
$$c = \frac{\dfrac{\sigma_a{}^2}{n_a}}{\dfrac{\sigma_a{}^2}{n_a} + \dfrac{\sigma_b{}^2}{n_b}}$$

Если сравнению подвергаются не две, а большее число выборок, связанных между собой и образующих пары, то критерий достоверности различных средних значений:

$$t''_p = \frac{\bar{d}}{S_d},$$

где $\bar{d}$ - усредненная разность среднеарифметических значений.

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{\left(\sum d\right)^2}{n}}{n \cdot (n-1)}}$$

где S_d - ошибка средней разности;

d – разность среднеквадратических значений внутри пар;

n – число независимых, попарно связанных наблюдений (число МИС, где испытывались две жатки; число сезонных испытаний; число агрофонов для сравнительных испытаний двух жаток и т.д.)

Число степеней свободы, используемых для определения табличного значения tт; $\nu = n - 1$. Гипотеза о равенстве средних принимается, если

$$t_p < t_p ; t'_p < t_p \text{ или } t''_p < t_p$$

Если изучаемые признаки имеют закон распределения, существенно отличающихся от нормального, то используют критерии независимые от характера распределения, т.е. непараметрические критерии. В этом случае однородность выборок оценивается равенством характеристик положений и рассеяния конкретного признака. Для решения задачи используется методы квартилей или медиан. При сравнении выборок с попарно не связанными вариантами замеров применяют критерии «Вандер-Вардена» (λ - критерий или «Уайта»(Т - критерий)). Для сравнения выборок с попарно вариантами используется «W - критерий Вилколсона» (критерий знаков).

Практическая часть

Пример расчета

Вариант 0.

Исходные данные

На одном агротехническом фоне работали две жатки Ж1 и Ж2. Значение ширины валка за жатками приведены ниже:

Жатка Ж1: 130,130,135,135,140,140,145,150,155,140

Жатка Ж2: 130,130,140,145,150,155,160,160,165,165

Вариант 1 (-10 к каждому значению)

Вариант 2 (+5 к каждому значению)

Вариант 3 (+10 к каждому значению)

Вариант 4 (-5 к каждому значению)

Оценить значимость различий обеих выборок.

Решение.

Ранее было установлено, что распределение значений ширины валка имеет нормальный характер. Тогда среднеарифметическое значение ширины валка за Ж1 составит

$$\overline{X}_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Xi}{n} = \frac{(130+130+135+135+140+140+145+150+155+140}{10} = 140 \text{ см},$$

а за Ж2 –

$$\overline{X}_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Xi}{n} = \frac{(130+130+140+145+150+155+160+160+165+165}{10} = 150 \text{ см},$$

выборочные дисперсии по ширине валка за обеими жатками

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x} \right)^2$$

$$\sigma_1^2 = 66{,}7 \text{ см}^2,$$
$$\sigma_2^2 = 177{,}8 \text{ см}^2.$$

Гипотезу о статистическом равенстве дисперсий проверим с помощью двустороннего критерия Фишера.

При уровне риска (значимости) $\alpha = 0{,}05$ и степенях свободы обоих распределений

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = n_1 - 1 = 10 - 1 = 9,$$

табличное значение $F_T = 3{,}18$. Тогда

$$\frac{1}{3{,}18} \le \frac{177{,}8}{66{,}7} < 3{,}18.$$

Следовательно, гипотеза о равенстве дисперсий подтверждается. Значимость различий между среднеарифметическими значениями оценим с помощью критерия Стьюдента

$$t_P = \frac{|140 - 150|}{\sqrt{10 \cdot 66{,}7 + 10 \cdot 177{,}8}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot (10 + 10 - 2)}{10 + 10}} = 1{,}897.$$

Для $\alpha = 0{,}05$ и числа степеней свободы обоих распределений

$$\vartheta = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$$

критерий Стьюдента $t_T = 2{,}10 > t_P = 1{,}897$. Учитывая это соотношение, приходим к выводу, что обе жатки формируют валки одинаковой ширины.

Вывод: изучили методы сравнительного анализа случайных величин на конкретных примерах. Исходя из данных расчетов получили $t_T = 2{,}10 > t_P = 1{,}897$, условие выполнилось— обе жатки формируют валки одинаковой ширины.