

## 2. Динамический анализ плоского рычажного механизма

### 2.1. Построение динамической модели

Определяем вес и массу звеньев:  $G_i = L_i \cdot \gamma$ ;  $m_i = \frac{G_i}{g}$ ;

где  $\gamma = 140$  Н/м – погонный вес звена;

$g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения.

$$G_2 = L_{OA} \cdot \gamma = 0,17 \cdot 140 = 23,8 \text{ Н}, \quad m_2 = \frac{G_2}{g} = \frac{23,8}{9,8} = 2,43 \text{ кг}$$

$$G_3 = L_{AC} \cdot \gamma = 0,42 \cdot 140 = 58,8 \text{ Н}, \quad m_3 = \frac{G_3}{g} = \frac{58,8}{9,8} = 6 \text{ кг}$$

$$G_4 = G_3 = 58,8 \text{ Н}, \quad m_4 = \frac{G_4}{g} = 6 \text{ кг}$$

$$G_6 = L_{FH} \cdot \gamma = 0,4 \cdot 140 = 56 \text{ Н}, \quad m_6 = \frac{G_6}{g} = \frac{56}{9,8} = 5,71 \text{ кг}$$

$$G_5 = G_6 = 56 \text{ Н}, \quad m_5 = \frac{G_5}{g} = 5,71 \text{ кг}$$

#### 2.1.1 Определение приведенного момента сил полезного сопротивления.

$$M_{np} = \frac{1}{\omega_2} \left( \sum G_i \cdot p\tilde{S}_i \cdot \mu_v - F_{nc} \cdot v_{np} \right);$$

где  $p\tilde{S}_i$  – вертикальная проекция скорости центра масс  $i$ -го звена, определяется из плана скоростей;

$v_{np}$  – линейная скорость звена приведения;

$F_{nc} = 1200$  Н – внешняя сила, приложенная к звену 4.

$$\begin{aligned} M_{np2} &= \frac{1}{\omega_2} \left( (G_2 p\tilde{S}_2 + G_3 p\tilde{S}_3 + G_5 p\tilde{S}_5 + G_6 p\tilde{S}_6) \cdot \mu_v - F_{nc} \cdot v_{s4} \right) = \\ &= \frac{1}{12} \left( (-23,8 \cdot 25,5 - 58,8 \cdot 25,5 - 56 \cdot 26,5 - 56 \cdot 8) \cdot 0,02 - 1200 \cdot 2,15 \right) = -221,7 \text{ Н} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

#### 2.1.2. Определение приведенного момента инерции

Моменты инерции звеньев:

$$J_{O2} = m_2 \frac{L_{OA}^2}{3} = 2,43 \frac{0,17^2}{3} = 0,02341 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		12

$$J_{S3} = m_3 \frac{L_{AC}^2}{12} = 6 \frac{0,42^2}{12} = 0,0882 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J_{S5} = 0,1 \cdot J_{S6} = 0,1 \cdot m_6 \frac{L_{FH}^2}{12} = 0,1 \cdot 5,71 \frac{0,4^2}{12} = 0,007613 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J_{F6} = m_6 \frac{L_{FH}^2}{3} = 5,71 \frac{0,4^2}{3} = 0,30453 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Расчет для положения 4.

Определяем кинетическую энергию звеньев:

$$T_2 = J_{O2} \frac{\omega_2^2}{2} = 0,02341 \frac{12^2}{2} = 1,6854 \text{ Дж}$$

$$T_3 = m_3 \frac{v_{S3}^2}{2} + J_{S3} \frac{\omega_3^2}{2} = 6 \frac{2,02^2}{2} + 0,0882 \frac{2,6^2}{2} = 12,241 \text{ Дж}$$

$$T_4 = m_4 \frac{v_{S4}^2}{2} = 6 \frac{2,15^2}{2} = 13,868 \text{ Дж}$$

$$T_5 = m_5 \frac{v_{S5}^2}{2} + J_{S5} \frac{\omega_5^2}{2} = 5,71 \frac{2,02^2}{2} + 0,007613 \frac{5,58^2}{2} = 11,768 \text{ Дж}$$

$$T_6 = J_{F6} \frac{\omega_6^2}{2} = 0,30453 \frac{5,58^2}{2} = 4,7325 \text{ Дж}$$

Определяем кинетическую энергию механизма:

$$T_{\text{мех}} = \sum T_i = T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 = 1,6854 + 12,241 + 13,868 + 11,768 + 4,7325 = 44,295 \text{ Дж}$$

Приведенный момент инерции:

$$J_{\text{пр}} = \frac{2 \cdot T_{\text{мех}}}{\omega_2^2} = \frac{2 \cdot 44,295}{12^2} = 0,6152 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

## 2.2. Силовой расчет плоского рычажного механизма

Метод планов сил является наиболее удобным методом силового расчета механизма. Механизм разделяется на отдельные группы Ассура. Расчет начинается с группы, присоединенной последней в процессе образования механизма и заканчивается расчетом ведущего звена начального механизма.

Определяем инерционные нагрузки:

Сила инерции:  $\vec{\Phi}_i = -m_i \vec{a}_{Si}$ , Н.

$$\Phi_2 = m_2 a_{S2} = 2,43 \cdot 12,25 = 29,8 \text{ Н}$$

						Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		13

$$\Phi_3 = m_3 a_{s3} = 6 \cdot 14,4 = 86,4 \text{ Н}$$

$$\Phi_4 = m_4 a_{s4} = 6 \cdot 7,3 = 43,8 \text{ Н}$$

$$\Phi_5 = m_5 a_{s5} = 5,71 \cdot 14,9 = 85 \text{ Н}$$

$$\Phi_6 = m_6 a_{s6} = 5,71 \cdot 6,9 = 39,4 \text{ Н}$$

Инерционные моменты:  $M_i^\phi = J_{si} \cdot \varepsilon_i$ ,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ,

где  $J_{si} = m_i \frac{L_i^2}{12}$  - момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

$$M_3^\phi = J_{s3} \cdot \varepsilon_3 = 0,0882 \cdot 48,57 = 4,28 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_5^\phi = J_{s5} \cdot \varepsilon_5 = 0,007613 \cdot 15,24 = 0,116 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_6^\phi = J_{s6} \cdot \varepsilon_6 = 0,07613 \cdot 15,24 = 1,16 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

### 2.2.1. Построение картины силового нагружения механизма

Вычерчиваем механизм в заданном положении и расставляем все нагрузки. Силу инерции направляем от центра соответствующего звена в сторону, противоположную ускорению центра масс данного звена. Моменты сил инерции направляем противоположно угловому ускорению соответствующего звена. Силы тяжести вертикально вниз.

### 2.2.2. Силовой расчет 2 группы Ассура II(5-6)

Вычерчиваем звенья 5 и 6 отдельно в масштабе  $\mu_L = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ .

1) Уравнение моментов звена 5 относительно точки  $C$ :  $\sum M_C(F_5^i) = 0$ .

$$M_5^\phi - M_{65} = 0 \Rightarrow M_{65} = M_5^\phi = 0,116 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

2) Уравнение моментов звена 6 относительно точки  $F$ :  $\sum M_F(F_6^i) = 0$ .

$$-R_{56} \cdot CD \cdot \mu_L - G_6 \cdot h_1 \cdot \mu_L + \Phi_6 \cdot h_2 \cdot \mu_L + M_6^\phi + M_{56} = 0$$

$$R_{56} = \frac{(-G_6 \cdot h_1 + \Phi_6 \cdot h_2) \cdot \mu_L + M_6^\phi + M_{56}}{CD \cdot \mu_L} =$$

$$= \frac{(-56 \cdot 14,5 + 39,4 \cdot 44) \cdot 0,002 + 1,16 + 0,116}{180,5 \cdot 0,002} = 8,6 \text{ Н}$$

						Лист
						14
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

3) Векторное уравнение, действующее на звено 6:  $\sum F_6^i = 0$ .

$$\vec{R}_{56} + \vec{G}_6 + \vec{\Phi}_6 + \vec{R}_{16} = 0$$

Строим план сил звена 6 в масштабе  $\mu_F = \frac{G_6}{(bc)} = \frac{56}{56} = 1 \frac{H}{мм}$ .

$$(ab) = \frac{R_{56}}{\mu_F} = \frac{8,6}{1} = 8,6 \text{ мм}$$

$$(bc) = \frac{G_6}{\mu_F} = 56 \text{ мм}$$

$$(cd) = \frac{\Phi_6}{\mu_F} = \frac{39,4}{1} = 39,4 \text{ мм}$$

$$R_{16} = (da) \cdot \mu_F = 91 \cdot 1 = 91 \text{ Н}$$

4) Векторное уравнение сил, действующее на звено 5:  $\sum F_5^i = 0$ .

$$\vec{R}_{65} + \vec{G}_5 + \vec{\Phi}_5 + \vec{R}_{35} = 0$$

Строим план сил звена 5 в масштабе  $\mu_F = \frac{G_5}{(bc)} = \frac{56}{56} = 1 \frac{H}{мм}$ .

$$(ab) = \frac{R_{65}}{\mu_F} = \frac{8,6}{1} = 8,6 \text{ мм}$$

$$(bc) = \frac{G_5}{\mu_F} = 56 \text{ мм}$$

$$(cd) = \frac{\Phi_5}{\mu_F} = \frac{85}{1} = 85 \text{ мм}$$

$$R_{35} = (da) \cdot \mu_F = 135 \cdot 1 = 135 \text{ Н}$$

### 2.2.3. Силовой расчет 1 группы Ассура II (3-4)

Вычерчиваем группу в масштабе  $\mu_L = 0,002 \frac{м}{мм}$ .

1) Уравнение моментов звена 3 относительно точки B:  $\sum M_B(F_3^i) = 0$ .

$$G_3 \cdot h_3 \cdot \mu_L + \Phi_3 \cdot h_4 \cdot \mu_L + R_{53} \cdot h_5 \cdot \mu_L - R_{23}^r \cdot L_{AB} + M_3^\phi = 0$$

$$R_{23}^{\tau} = \frac{(G_3 \cdot h_3 + \Phi_3 \cdot h_4 + R_{53} \cdot h_5) \cdot \mu_L + M_3^{\Phi}}{L_{AB}} =$$

$$= \frac{(58,8 \cdot 98,5 + 86,4 \cdot 97 + 135 \cdot 109) \cdot 0,002 + 4,28}{0,42} = 147,8 \text{ Н}$$

2) Векторное уравнение, действующее в данной группе:  $\sum F_{3;4}^i = 0$ .

$$\vec{R}_{14} + \vec{F}_{ПС} + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{R}_{53} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_3 + \vec{R}_{23}^{\tau} + \vec{R}_{23}^n = 0$$

Строим план сил группы Ассура II(3-4) согласно векторному уравнению в

масштабе  $\mu_F = \frac{F_{ПС}}{(bc)} = \frac{1200}{240} = 5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$ .

$$(cd) = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{58,8}{5} = 11,8 \text{ мм}$$

$$(de) = \frac{\Phi_4}{\mu_F} = \frac{43,8}{5} = 8,8 \text{ мм}$$

$$(ef) = \frac{R_{53}}{\mu_F} = \frac{135}{5} = 27 \text{ мм}$$

$$(fg) = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{58,8}{5} = 11,8 \text{ мм}$$

$$(gh) = \frac{\Phi_3}{\mu_F} = \frac{86,4}{5} = 17,3 \text{ мм}$$

$$(hi) = \frac{R_{23}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{147,8}{5} = 29,6 \text{ мм}$$

$$R_{23}^n = (ia) \cdot \mu_F = 231,5 \cdot 5 = 1157,5 \text{ Н}$$

$$R_{23} = (ha) \cdot \mu_F = 234 \cdot 5 = 1170 \text{ Н}$$

$$R_{14} = (ab) \cdot \mu_F = 49 \cdot 5 = 245 \text{ Н}$$

3) Реакцию в точке В между 4 и 3 звеньями определим из векторного уравнения равновесия сил звена 4, мысленно отделив его от звена 3:  $\sum \vec{F}_4^i = 0$ .

$$\vec{R}_{14} + \vec{F}_{ПС} + \vec{G}_4 + \vec{\Phi}_4 + \vec{R}_{34} = 0$$

На плане сил группы Ассура II (3-4) соединяем конец вектора  $\vec{\Phi}_4$  с началом вектора  $\vec{R}_{14}$  и получаем вектор реакции  $\vec{R}_{34}$ .

$$R_{34} = (ea) \cdot \mu_F = 239 \cdot 5 = 1195 \text{ Н}$$

						Лист
						16
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

4) Уравнение моментов звена 4 относительно точки  $B$ :  $\sum M_B(F_4^i) = 0$ .

$$M_{14} = 0 \quad H \cdot м$$

#### 2.2.4. Силовой расчет входного звена

Вычерчиваем его в масштабе  $\mu_L = 0,002 \frac{м}{мм}$ .

1) Для определения момента движущих сил  $M_{ДВ}$  составляем уравнение моментов звена 2 относительно точки  $O$ :  $\sum M_O(F_2^i) = 0$ .

$$M_{ДВ} - R_{32} \cdot h_6 \cdot \mu_L + G_2 \cdot h_7 \cdot \mu_L = 0$$

$$M_{ДВ} = R_{32} \cdot h_6 \cdot \mu_L + G_2 \cdot h_7 \cdot \mu_L = 1170 \cdot 85 \cdot 0,002 + 23,8 \cdot 21 \cdot 0,002 = 200 \quad H \cdot м$$

2) Векторное уравнение входного звена:  $\sum \vec{F}_2^i = 0$ .

$$\vec{R}_{32} + \vec{G}_2 + \vec{\Phi}_2 + \vec{R}_{12} = 0$$

Строим план сил в масштабе:  $\mu_F = \frac{R_{32}}{(ab)} = \frac{1170}{117} = 10 \frac{H}{мм}$ .

$$(bc) = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{23,8}{10} = 2,4 \quad мм$$

$$(cd) = \frac{\Phi_2}{\mu_F} = \frac{29,8}{10} = 3 \quad мм$$

$$R_{12} = (da) \cdot \mu_F = 118 \cdot 10 = 1180 \quad H$$

						Лист
						17
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		