Числа люка

Числа Люка - как можно догадаться из названия придумал француз Эдвард Лукас. Числа Люка - именно числа, не последовательность, вытекают напрямую из чисел Фибоначчи и на самом деле, гораздо интереснее из-за своей связи с золотым сечением.

Числа Фибоначчи - последовательность чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233... где каждое следующее число равно сумме двух предыдущих. Поигравшись отношениями соседних цифр, он обнаружил, что что если делить 5/3, 8/5, 13/8, 21/13 и далее, то соответствующие результаты стремятся к 1.618. Он посмотрел на паутину в углу, потом посмотрел еще, и понял, что пауки его опередили.

Определение золотого сечения говорит о том, что меньшая часть относится к большей, как большая ко всему целому. Приблизительная его величина составляет – 1,6180339887. В процентном значении пропорции частей целого будут относиться как 62% к 38%. Это соотношение действует в формах пространства и времени.

И факт из сферы искусства. Леонардо да Винчи много времени посвятил изучению особенностей золотого сечения. Предполагается, что именно ему принадлежит и сам термин.

Последовательность чисел Люка начинается так:

2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, …

Числа Люка задаются формулой:

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$$

с начальными значениями: $L_0=2$ и $L_1=1$

Последовательность L_n можно выразить как функцию от n:

$$L_n = \varphi^n + (1-\varphi)^n = \varphi^n + (-\varphi)^{-n} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

Где $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ – золотое сечение

Проверка простоты числа с помощью чисел Люка

Числа Люка могут использоваться для проверки чисел на простоту. Чтобы проверить, является ли число p простым, Возьмём p+1-ое число Люка, вычтем из него единицу, и если полученное число не делится на p нацело, то p гарантированно не является простым. В противном случае число может быть как простым, так и составным и требует более тщательной проверки.

В качестве примера проверим, является ли число 14 простым. 15-ое число Люка — 843.

$$\frac{843-1}{14} = 60.142857\ldots$$

Связь с числами Фибоначчи

Числа Люка связаны с числами Фибоначчи следующим формулами:

- $L_n = F_{n-1} + F_{n+1} = F_n + 2F_{n-1}$
- $L_{m+n} = L_{m+1}F_n + L_m F_{n-1}$
- $L_n^2 = 5F_n^2 + 4(-1)^n$, и при стремлении n к +∞ отношение $\frac{L_n}{F_n}$ стремится к $\sqrt{5}$.
- $F_{2n} = L_n F_n$
- $F_{n+k} + (-1)^k F_{n-k} = L_k F_n$
- $F_n = \frac{L_{n-1} + L_{n+1}}{5}$

Другие свойства

Для $n > 1$ величина $(-\varphi)^{-n}$ меньше 1/2, L_n - ближайшее целое к φ^n или, что эквивалентно, L_n - это целая часть $\varphi^n + 1/2$, что можно записать как $\lfloor \varphi^n + 1/2 \rfloor$.

Числа Люка можно также определить для отрицательных индексов по формуле:

$$L_{-n} = -1^{n}L_n$$