ОПИСАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТОВ

1.1. Метод сил. Основная идея метода.

Наиболее широко применяемым в машиностроении общим методом раскрытия статической неопределимости стержневых и рамных систем является метод сил. Он заключается в том, что заданная статически неопределимая система освобождается от дополнительных связей как внешних, так и взаимных, а их действие заменяется силами и моментами. Величина их в дальнейшем подбирается так, чтобы перемещения в системе соответствовали тем ограничениям, которые накладываются на систему отброшенными связями. Таким образом, при указанном способе решения неизвестными оказываются силы. Отсюда и название «метод сил».

Алгоритм расчета методом сил независимо от особенностей рассматриваемой конструкции, можно выделить следующую последовательность расчета статически неопределимых систем методом сил:
1. Определить степень статической неопределимости.

2. Выбрать основную систему.

3. Сформировать эквивалентную систему.

4. Записать систему канонических уравнений.

5. Построить единичные и грузовые эпюры внутренних силовых факторов, возникающих в элементах рассматриваемой конструкции.

6. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены системы канонических уравнений.

7. Построить суммарную единичную эпюру.

8. Выполнить универсальную проверку коэффициентов при неизвестных и свободных членов.

9. Решить систему канонических уравнений, т.е. определить реакции лишних связей.

10. Построить эпюры возникающих внутренних силовых факторов для заданной системы (иначе говоря, окончательные эпюры).

11. Выполнить статическую и кинематическую проверки.

Отметим, что пункты 7, 8, 11 приведенного алгоритма не являются безусловно необходимыми, хотя и позволяют контролировать правильность выполнения расчета. А для систем с одной лишней связью пункты 7 и 8 просто лишены смысла, так как в этом случае суммарная единичная эпюра совпадает с единичной.

1.2. Сложное сопротивление. Изгиб с кручением.

Это такой вид сложного сопротивления, когда в поперечных сечениях стержня (вала) возникают изгибающий и крутящий моменты.

Сочетание изгиба с кручением стержней круглого поперечного сечения чаще всего встречается при расчёте валов. Силы, действующие на вал (давление зубчатых колёс или натяжение ремней, собственный вес шкивов и вала), вызывают в поперечных сечениях в общем случае крутящий момент (Мк), изгибающие моменты (Mz , My) и поперечные силы (Qy , Qz) в двух плоскостях (рис.1). В поперечном сечении круглого стержня возникают нормальные напряжения от изгиба, а также касательные напряжения от кручения и изгиба. Вследствие малой величины касательными напряжениями от поперечных сил можно пренебречь.

Для расчёта стержней круглого поперечного сечения прежде всего необходимо построить эпюры изгибающих и крутящих моментов от заданных внешних сил. Нагрузки раскладывают на составляющие вдоль координатных осей и строят эпюры изгибающих моментов Mz и My (рис.1).

Поскольку вал имеет круглое поперечное сечение, то любая ось, проходящая через центр тяжести его, является главной осью. Следовательно, при действии изгибающих моментов в разных плоскостях не будет косого изгиба, а будет происходить лишь плоский изгиб в плоскости действующего результирующего изгибающего момента

$$M_u = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}.$$

По эпюрам результирующего изгибающего и крутящего моментов (рис.1, г, д) находят опасное сечение, где эти моменты достигают наибольшего значения.

На участках вала, где линии, очерчивающие эпюры моментов, пересекают базовую ось в одной точке, эпюра результирующих моментов очерчивается прямой линией (крайний правый участок BC). На участках CD и DE эпюра результирующих моментов очерчивается параболой, так как вышесказанное условие не соблюдается. Здесь силовые линии в каждом смежном сечении меняют своё положение.

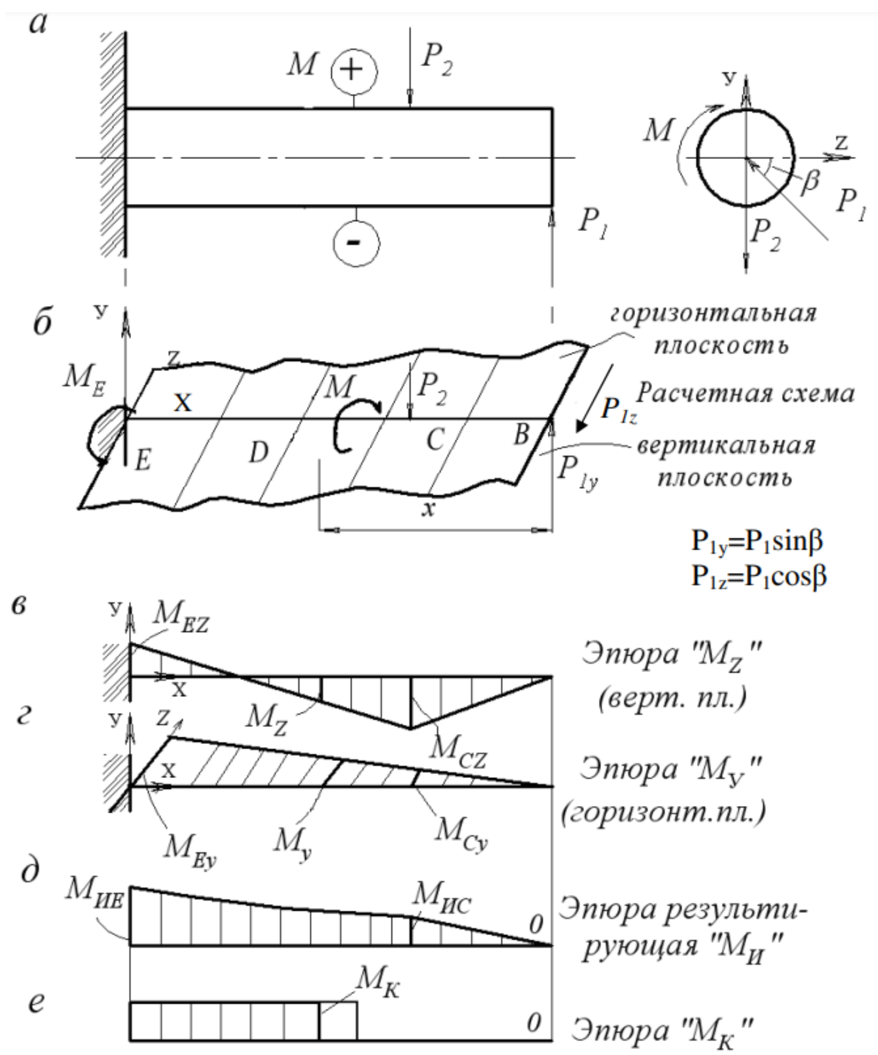

Рисунок 1. Эпюры изгибающих и крутящих моментов моментов.

Рассмотрим произвольное сечение вала на расстоянии x от правого конца. В этом сечении (рис.2), как следует из построенных эпюр, действуют изгибающие моменты Mz , My , крутящий момент M_K и поперечные силы.

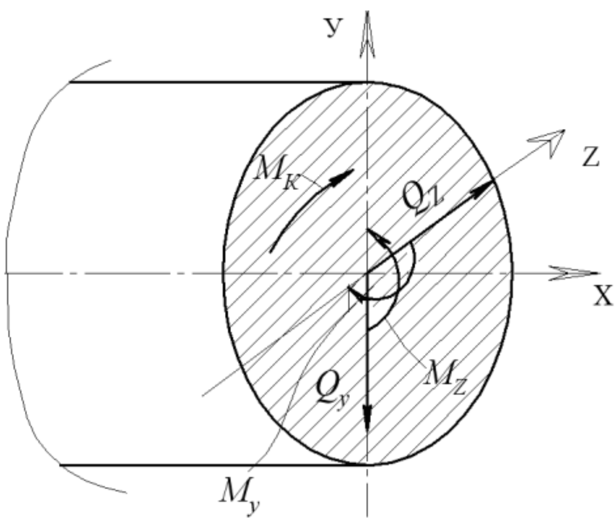

Рисунок 2. Произвольное сечение вала на расстоянии x от правого конца

Наибольшие касательные напряжения при кручении в данном поперечном сечении действуют на поверхность вала и определяются по зависимости

$$\tau_{\max} = \frac{M_к}{W_\rho},$$

где $M_к$ - крутящий момент в рассматриваемом сечении;

$W_\rho = \frac{I_\rho}{r}$ – полярный момент сопротивления;

$r = \frac{D}{2}$ – радиус сечения.

Для сплошного круглого сечения:

$$W_\rho = \frac{\pi \cdot D^3}{16} = 0,2D^3;$$

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot D^3}{32} = 0,1D^3.$$

Наибольшее нормальное напряжение от результирующего изгибающего момента М и определяется по зависимости

$$\sigma_{и\ \max} = \frac{M_и}{W_и},$$

где -

$W_и = W_z = W_y = \frac{I_z}{y_{\max}} = \frac{I_y}{z_{\max}}$ – момент сопротивления при изгибе.

Для круглого сечения:

$$W_и = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \approx 0,1D^3.$$

Сопоставляя W_u с W_p , можно заметить, что:

$W_\rho = 2W_и.$

Точки, в которых действуют максимальные нормальные напряжения, находятся на пересечении границы контура (окружности) с плоскостью результирующего изгибающего момента (рис.3).

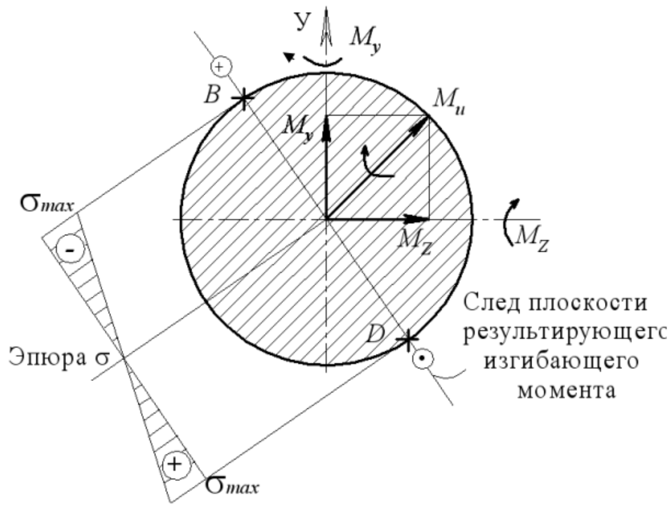

Рисунок 3. Окружность с плоскостью результирующего изгибающего момента.

Таким образом, наибольшие нормальные напряжения будут в точках B и D, а так же наибольшие касательные напряжения от кручения, а следовательно, и главные напряжения. Причем касательные напряжения действуют в плоскости поперечного сечения, а нормальные - перпендикулярно сечению (рис. 4).

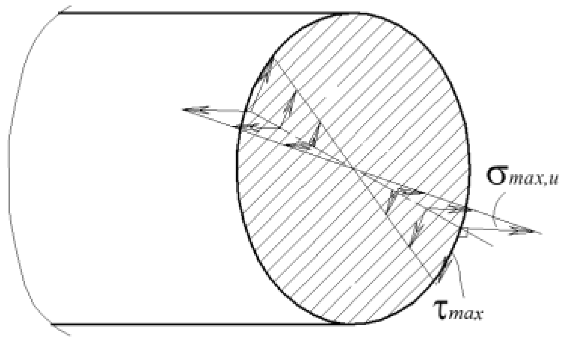

Рисунок 4. Действия касательных напряжений в плоскости поперечного сечения, а нормальных - перпендикулярно сечению.

Ввиду того, что нормальное и касательное напряжения взаимно перпендикулярны, материал испытывает плоское напряженное состояние, и расчет на прочность ведется с использованием теорий прочности. Третья теория прочности (теория наибольших касательных напряжений) и четвертая (энергетическая теория) используются для пластичных материалов, а теория Мора - для хрупких. В соответствии с третьей теорией прочности условие прочности записывается через эквивалентные напряжения $\sigma_{экв}$ и имеет вид

$$\sigma_{экв,\ III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma] \quad \text{или} \quad \sigma_{экв,\ III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le R_y \cdot \gamma_c,$$

а по четвертой теории прочности

$$\sigma_{экв,\ IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma] \text{ или } \sigma_{экв,\ IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le R_y \cdot \gamma_c,$$

где Ry, [σ] – соответственно расчетное сопротивление и допускаемое нормальное напряжение.

Подставляя в эту формулу выражения для напряжений , получим

$$\sigma_{экв,\ IV} = \frac{M_{пр,\ IV}}{W_u} \le [\sigma] \text{ или } \sigma_{экв,\ IV} = \frac{M_{пр,\ IV}}{W_u} \le R_y, \cdot \gamma_c,$$

где $M_{пр,\ IV} = \sqrt{M_u^2 = 0,75 \cdot M_к^2} \le [\sigma]$ называют приведенным моментом по четвертой теории прочности. При расчете по третьей теории

$$M_{пр,\ III} = \sqrt{M_u^2 + M_к^2}.$$

Если вал выполнен из хрупкого материала, то следует пользоваться теорией прочности Мора:

$$\sigma_{экв,\ V} = \frac{1-K}{2}\sigma + \frac{1+K}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma],$$

$$\sigma_{экв,\ V} = \frac{M_{пр,\ V}}{W_u} \le [\sigma],$$

$$M_{пр,V} = \frac{1}{2} \cdot [(1-K) \cdot M_u + (1+K) \cdot \sqrt{M_u^2 + M_к^2}],$$

где $K = \dfrac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}$.

Обратим внимание, что если материал пластичный, то $[\sigma_p] = [\sigma_c]$, следовательно, К = 1.

1.3. Правило Верещагина.

Для балок и стержневых систем, состоящих из прямых стержней, внутренние усилия единичных состояний *N.*, $M_к$ и Q_k являются линейными функциями или на всем протяжении каждого стержня, или на его отдельных участках. Внутренние усилия грузового состояния N_p, M_p и Q_p могут иметь произвольные законы изменения по длине стержней. Если балки и стержни имеют при этом постоянные или ступенчато-постоянные жесткости *EF*, *EJw*

GF, то вычисление интегралов в формуле Мора может быть произведено с помощью эпюр внутренних усилий.

Рассмотрим, например, эпюры изгибающих моментов M_p и $M_к$ в прямом стержне постоянной жесткости (рис. 5). Грузовая эпюра M_p произвольна, а единичная эпюра $M_к$ является линейной. Начало отсчета координат поместим в точке пересечения линии эпюры $M_к$ с осью Ox. При этом изгибающий момент $M_к$ изменяется по закону $M_к$—x tg a. Выносим постоянную величину tg a /EJ в формуле из-под знака интеграла и производим интегрирование по длине стержня:

$$\Delta_{kP} = \int_a^b \frac{\bar{M}_k M_P}{EJ} dx = \frac{\text{tg}\,\alpha}{EJ} \int_a^b x M_P dx.$$

Величина $M_p dx = dQ$ является элементом площади грузовой эпюры Mp При этом сам интеграл можно рассматривать как статический момент площади эпюры M_p относительно оси Oy, который равен:

$$\int_a^b x M_P dx = \iint_{\Omega_P} x\, d\Omega = x_C \Omega_P,$$

где $Q._p$ — площадь эпюры M_p и x_c — абсцисса ее центра тяжести.

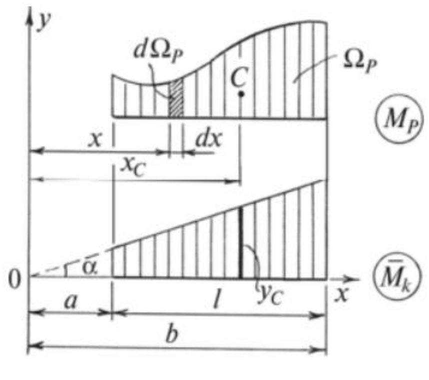

Рисунок 5. Эпюры изгибающих моментов M_p и $M_к$ в прямом стержне постоянной жесткости.

Учитывая, что jc$_c$tg a =$У_C$, получаем окончательный результат:

$$\Delta_{kP} = \int_a^b \frac{\bar{M}_k M_P}{EJ} dx = \frac{1}{EJ} y_C \Omega_P,$$

гдеу$_c$ — ордината в линейной эпюре $M_к$ под центром тяжести площади нелинейной эпюры M_p (см. рис. 5).

Способ вычисления интегралов в формуле Мора называется правилом А.К. Верещагина или правилом «перемножения» эпюр. Результат «перемножения» двух эпюр равен произведению площади нелинейной эпюры на ординату под ее центром тяжести в линейной эпюре. Если обе эпюры на рассматриваемом участке являются линейными, то при «перемножении» можно подставить площадь любой из них. Результат «перемножения» однозначных эпюр является положительным, а разнозначных — отрицательным.

При использовании правила А.К. Верещагина сложные эпюры надо разбить на простые фигуры, у которых известны площадь и положение центра тяжести. Чаще всего элементами разбиения являются треугольники и квадратные параболы (в случае действия равномерно распределенных нагрузок). Примеры разбиения эпюр приведены на рис. 6.

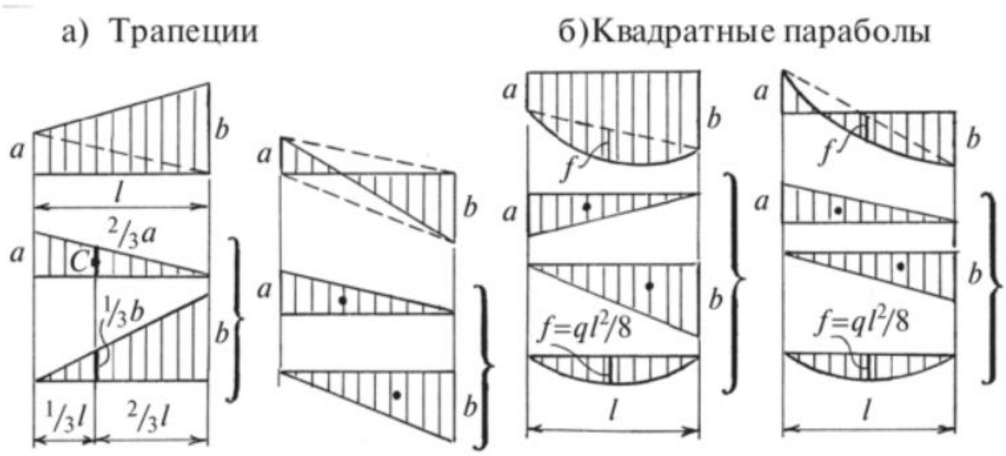

Рисунок 6. Примеры разбиения эпюр.

Однозначные или разнозначные трапеции можно разбить на два треугольника (рис. 6, *а)*. Квадратная парабола с ординатами a и b в начале и конце участка разбивается на два однозначных или разнозначных треугольника и квадратную параболу с нулевыми начальным и конечным значениями (рис. 6, *б)*.

Результат «перемножения» двух трапеций (рис.7) можно представить в виде следующей формулы:

$$\Delta = \frac{l}{6EJ}(2ac + 2bd + ad + bc).$$

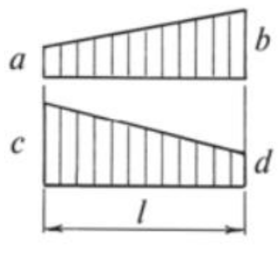

Рисунок 7. Результат «перемножения» двух трапеций.

Правило А.К. Верещагина нельзя применять в случае, когда обе эпюры являются нелинейными (например, для стержней с криволинейной осью). В этом случае при определении перемещений с помощью метода Мора производится аналитическое или численное вычисление интегралов в формуле. Для численного интегрирования часто используется формула Симпсона.

1.4. Расчет на прочность при растяжении и сжатии

Расчеты на прочность стержней и других элементов конструкций составляют одну из основных задач механики материалов. Целью этих расчетов является обеспечение надежной и безопасной работы элементов конструкций и сооружений в течение всего периода эксплуатации при минимальном расходе материала.

Расчеты на прочность производятся на основе определенных методов, позволяющих сформулировать условия прочности элементов конструкций при различных воздействиях.

Основным методом расчета на прочность элементов строительных конструкций является метод предельных состояний. В этом методе значения всех нагрузок, действующих на конструкцию в течение всего периода ее эксплуатации, разделяются на нормативные и расчетные. Нормативные значения нагрузок характеризуют их действие на конструкцию при нормальных условиях ее эксплуатации. Это собственный вес конструкции, атмосферные воздействия снега, ветра, вес технологического оборудования, людей и т.п. Нормативные значения нагрузок приведены в строительных нормах и правилах (СНиП).

Расчетные значения нагрузок P_p определяются путем умножения нормативных значений $P_н$ на коэффициенты надежности по нагрузке уу-:

$$P_{\text{р}} = P_{\text{н}}\gamma_f$$

С помощью коэффициентов производится учет возможного отклонения нагрузок от их нормативных значений в неблагоприятную для работы конструкции сторону. Значения коэффициентов надежности по нагрузке устанавливаются нормами проектирования с учетом различных факторов в пределах от 1,05 до 1,4.

В качестве основного параметра, характеризующего сопротивление материала конструкции различным воздействиям, принимается нормативное сопротивление R_H, соответствующее значению предела текучести для пластичных материалов или временного сопротивления для хрупких материалов. Последние определяются с помощью механических испытаний.

При оценке прочности элементов конструкций величина нормативного сопротивления материала должна быть уменьшена за счет различных неблагоприятных факторов (например, ухудшения качества материала). Для этого вводится расчетное сопротивление, которое определяется по формуле:

$$R = \frac{R_{н}}{\gamma_m},$$

где y_m — коэффициент надежности по материалу, изменяющийся в различных пределах в зависимости от физико-механических свойств материала. Например, для стали он изменяется в пределах от 1,025 до 1,15.

Кроме того, в условие прочности вводится коэффициент условий работы y_c, с помощью которого учитываются конструктивные особенности и виды нагружения сооружений. Коэффициент y_c может быть больше или меньше единицы.

Величины нормативных и расчетных сопротивлений и значения коэффициентов yp y_m и y_c приведены в соответствующих разделах строительных норм и правил (СНиП).

Условие прочности стержня при растяжении и сжатии, согласно методу предельных состояний, имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq R\gamma_c,$$

где N — продольная сила в стержне, вычисленная от действия расчетных нагрузок; F — площадь поперечного сечения стержня.

Условие прочности обычно ставится для сечения стержня, в котором действуют наибольшие нормальные напряжения.

С помощью условия прочности можно выполнить подбор сечения стержня, т.е. определить размеры поперечного сечения или установить номер прокатного профиля по сортаменту, а также определить грузоподъемность стержня или стержневой системы. Подбор сечения стержня выполняется по формуле:

$$F \geq \frac{N}{R\gamma_c}.$$

При расчете на прочность элементов машиностроительных конструкций используется метод расчета по допускаемым напряжениям. В этом методе внутренние усилия и напряжения в элементах конструкции вычисляются от действия нормативных нагрузок, допускаемых при нормальной эксплуатации данной конструкции. Сопротивление материала различным воздействиям характеризуется допускаемым напряжением [a], которое определяется по формулам: для хрупких материалов

$$[\sigma] = \frac{\sigma_в}{n_в};$$

для пластичных материалов

$$[\sigma] = \frac{\sigma_т}{n_т},$$

где $n_в$ и n_m — коэффициенты запаса прочности по отношению к временному сопротивлению $о_в$ и пределу текучести $о_т$.

Коэффициенты запаса принимаются с учетом целого ряда факторов, таких как физико-механические свойства материала, условия работы конструкции, характер действия нагрузок и т.п.

Величины допускаемых напряжений [о] для различных материалов приведены в соответствующих нормативных документах.

Условие прочности стержня при растяжении и сжатии по методу допускаемых напряжений имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma].$$

С помощью этого условия можно также решать задачи подбора сечения стержня и определения грузоподъемности.

1.5. Метод сечений. Напряжение

Для расчетов деталей машин и сооружений на прочность необходимо знать внутренние силы упругости, возникающие в результате действия приложенных к деталям внешних сил.

В теоретической механике мы познакомились с понятием метода сечений. Этот метод широко применяется в механике материалов для определения внутренних сил, поэтому рассмотрим его подробно. Напомним, что всякое тело, в том числе деталь машины или сооружения, можно полагать системой материальных точек.

В теоретической механике имеют дело с неизменяемыми системами; в механике материалов рассматриваются изменяемые (деформируемые) системы материальных точек.

Метод сечений заключается в том, что тело мысленно рассекается плоскостью на две части, любая из которых отбрасывается, а взамен нее к сечению оставшейся части прикладываются внутренние силы, действовавшие до разреза. Оставленная часть рассматривается как самостоятельное тело, находящееся в равновесии под действием внешних и приложенных к сечению внутренних сил.

Очевидно, что, согласно третьему закону Ньютона (аксиома взаимодействия), внутренние силы, действующие в сечении оставшейся и отброшенной частей тела, равны по модулю, но противоположны по направлению. Поэтому, рассматривая равновесие любой из двух частей рассеченного тела, мы получим одно и то же значение внутренних сил, однако выгоднее рассматривать ту часть тела, для которой уравнения равновесия проще.

В соответствии с принятым допущением о непрерывности материала тела мы можем утверждать, что внутренние силы, возникающие в теле, представляют собой силы, равномерно или неравномерно распределенные по сечению.

Применяя к оставленной части тела условия равновесия, мы не сможем найти закон распределения внутренних сил по сечению, но сможем определить статические эквиваленты этих сил.

Так как основным расчетным объектом в механике материалов является брус и чаще всего нас будут интересовать внутренние силы в его поперечном сечении, то рассмотрим, каковы будут статические эквиваленты внутренних сил в поперечном сечении бруса.

Рассечем брус (рис.8) поперечным сечением а — а и рассмотрим равновесие его левой части.

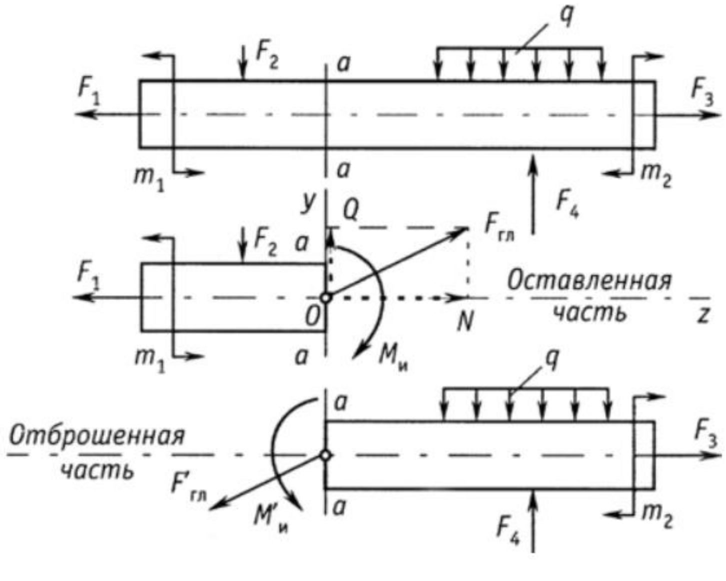

Рисунок 8. Рассеченный брус.

Если внешние силы, действующие на брус, лежат в одной плоскости, то в общем случае статическим эквивалентом внутренних сил, действующих в сечении а — а, будут главный вектор F_m, приложенный в центре тяжести сечения, и главный момент $M_{ТЛ}$ — $M_И$, уравновешивающие плоскую систему внешних сил, приложенных к оставленной части бруса.

Разложим главный вектор на составляющую ***N*,** направленную вдоль оси бруса, и составляющую ***Q*,** перпендикулярную этой оси, то есть лежащую в плоскости поперечного сечения. Эти составляющие главного вектора вместе с главным моментом назовем внутренними силовыми факторами, действующими в сечении бруса. Составляющую ***N*** назовем продольной силой, составляющую Q — поперечной силой, а пару сил с моментом $M_к$ — изгибающим моментом.

Для определения указанных трех внутренних силовых факторов статика дает три уравнения равновесия оставленной части бруса, а именно:

$$\Sigma Z = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma M = 0$$

(ось z всегда направляем по оси бруса).

Если внешние силы, действующие на брус, не лежат в одной плоскости, то есть представляют собой пространственную систему сил, то в общем случае в поперечном сечении бруса возникают шесть внутренних силовых факторов (рис. 9), для определения которых статика дает шесть уравнений равновесия оставленной части бруса, а именно:

$$\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma Z = 0, \Sigma M_x = 0, \Sigma M_y = 0, \Sigma M_z = 0.$$

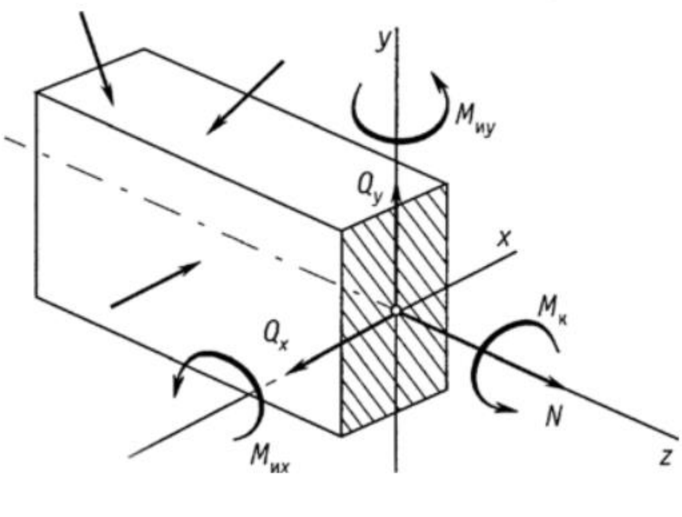

Рисунок 9. Поперечное сечение бруса.

Шесть внутренних силовых факторов, возникающих в поперечном сечении бруса в самом общем случае, носят следующие названия: N — продольная сила, Q_x, Q_y — поперечные силы, $M_к$ — крутящий момент, $M_ш$, $M_{иу}$ — изгибающие моменты.

При разных деформациях в поперечном сечении бруса возникают различные внутренние силовые факторы. Рассмотрим частные случаи.

1. В сечении возникает только продольная сила N. В таком случае это деформация растяжения (если сила N направлена от сечения) или деформация сжатия (если сила N направлена к сечению).

2. В сечении возникает только поперечная сила Q. В таком случае это деформация сдвига.

3. В сечении возникает только крутящий момент $M_к$. В таком случае это деформация кручения.

4. В сечении возникает только изгибающий момент $M_н$. В таком случае это деформация чистого изгиба. Если в сечении одновременно возникает изгибающий момент $M_н$ и поперечная сила Q, то изгиб называют поперечным.

5. В сечении одновременно возникает несколько внутренних силовых факторов (например, изгибающий и крутящий моменты или изгибаюший момент и продольная сила). В этих случаях имеет место сочетание основных деформаций.

Наряду с понятием деформации одним из основных понятий сопротивления материалов является напряжение. Напряжение характеризует интенсивность внутренних сил, действующих в сечении.

Рассмотрим какой-либо произвольно нагруженный брус и применим к нему метод сечений (рис. 10). Выделим в сечении бесконечно малый элемент площади dA (что мы имеем право делать, так как считаем материал непрерывным). Ввиду малости этого элемента можно считать, что в его пределах внутренние силы, приложенные в различных точках, одинаковы по модулю и направлению и, следовательно, представляют собой систему параллельных сил. Равнодействующую этой системы обозначим dF. Разделив dF на площадь элементарной площадки dA, определим интенсивность внутренних сил, то есть напряжение p в точках элементарной площадки dA:

$$p = \mathrm{d}F/\mathrm{d}A.$$

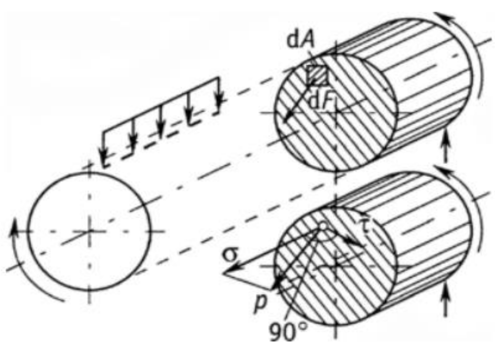

Рисунок 10. Произвольно нагруженный брус.

Таким образом, напряжение есть внутренняя сила, отнесенная к единице площади сечения. Напряжение есть величина векторная. Единица напряжения:

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}} = \text{Н/м}^2 = \text{Па (паскаль).}$$

Поскольку эта единица напряжения очень мала, то мы будем применять более крупную кратную единицу, а именно мегапаскаль (МПа): 1 МПа = 10^6Па = 1 Н/мм^2. Таким образом, числовые значения напряжения, выраженного в МПа и Н/мм^2, совпадают.

Разложим вектор напряжения р на две составляющие: о — перпендикулярную плоскости сечения и т — лежащую в плоскости сечения (рис. 10). Эти составляющие назовем соответственно нормальным (а) и касательным (т) напряжением.

Так как угол между нормальным и касательным напряжениями всегда равен 90°, то модуль полного напряжения р определится по формуле:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}\ .$$

Разложение полного напряжения на нормальное и касательное имеет вполне определенный физический смысл. Как мы убедимся в дальнейшем, в поперечном сечении бруса при растяжении, сжатии и чистом изгибе действуют только нормальные напряжения, а при сдвиге и кручении — только касательные напряжения.

В заключение настоящей главы рассмотрим гипотезу, которая носит название принцип независимости действия сил и формулируется так: при действии на тело нескольких нагрузок внутренние силы, напряжения, перемещения и деформации в любом месте могут быть определены как сумма этих величин, найденных от каждой нагрузки в отдельности.

Пользуясь принципом независимости действия сил, мы, начав с изучения простейших основных деформаций, когда в поперечных сечениях бруса действуют только нормальные или только касательные напряжения, в дальнейшем перейдем к изучению более сложных основных деформаций, когда в поперечном сечении действуют и те и другие напряжения, а затем рассмотрим случаи сочетания основных деформаций, что иногда называют сложным сопротивлением.

Заметим, что принцип независимости действия сил применим только для конструкций, деформации которых малы по сравнению с размерами и пропорциональны действующим нагрузкам.

1.6. Идея метода перемещений и основные допущения

Идея метода перемещений состоит в том, что за основные неизвестные принимаются перемещения, а затем определяются усилия с помощью найденных величин перемещений.

В методе перемещений принимаются следующие допущения:

- стержни рамы считаются элементами с преобладающим изгибом, то есть пренебрегаем продольными и поперечными деформациями стержня, по сравнению с деформациями, вызываемыми изгибом;

- поскольку изгибные деформации элементов бесконечно малы, не происходит взаимного сближения (удаления) концов элементов при изгибе, а следовательно, не появляется продольных усилий.

Принятые допущения приводят к тому, что изгибные деформации стержней определяются следующими основными видами перемещений (рис. 11):

взаимный поворот концов стержня АВ на величину, равную сумме углов поворотов концов стержня (р$_A$ + (р$_в$; перемещение концов стержня относительно друг друга на величину Адз.

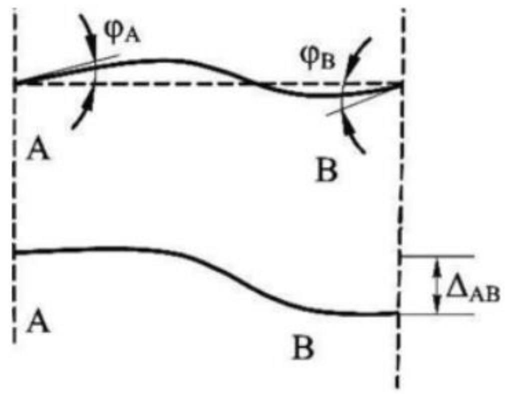

Рисунок 11. Основные виды перемещений.

Несложно видеть, что на плоскости все мыслимые перемещения узлов элемента АВ будут комбинацией рассмотренных на рисунке 11.

Таким образом, с учетом принятых допущений можно говорить о том, что деформации и усилия в стержне с преобладающим изгибом возникают лишь от взаимного поворота концов стержня и их взаимного линейного смещения. Стержни в статически неопределимых системах соединяются в узлах, поэтому перемещение любой точки системы зависит (или определяется) от линейных перемещений и углов поворота узлов. Для жестких узлов можно говорить об углах их поворота и линейных смещениях, а в шарнирных узлах появляются лишь линейные перемещения.