

1. Структурный и кинематический анализ плоского рычажного механизма

1.1. Структурный анализ механизма

Задан плоский рычажный механизм (рисунок 1) со следующими основными размерами: $L_{OA} = 0,12 \text{ м}$, $L_{AB} = 0,3 \text{ м}$, $L_{BC} = 0,06 \text{ м}$, $L_a = 0,36 \text{ м}$, $L_b = 0,24 \text{ м}$.

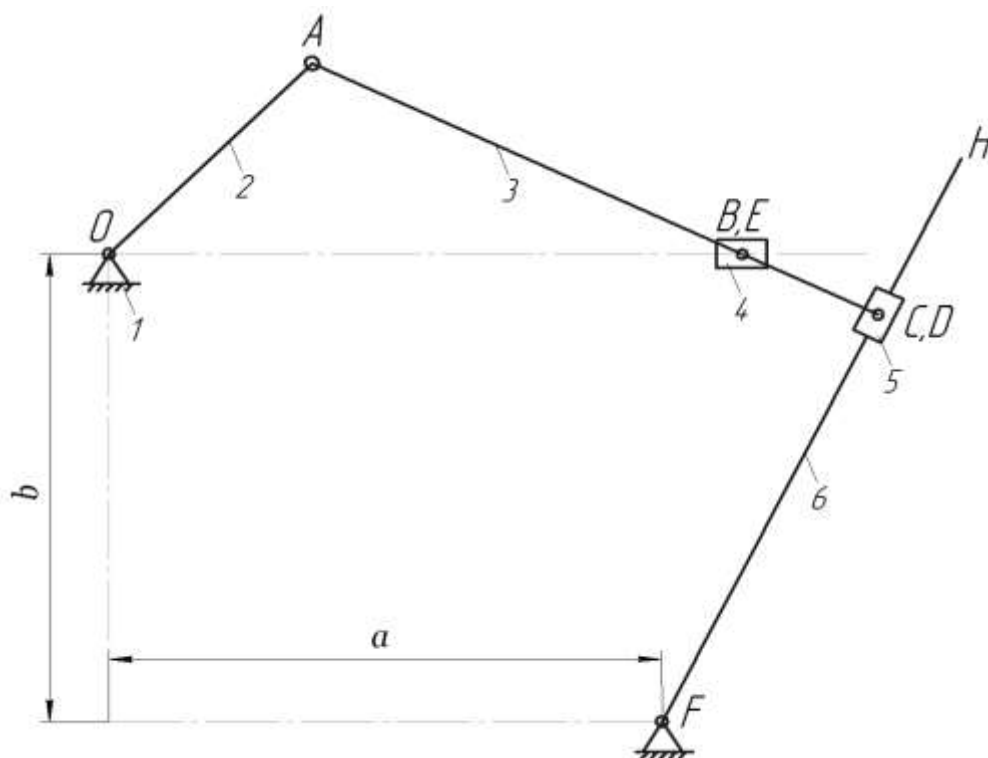
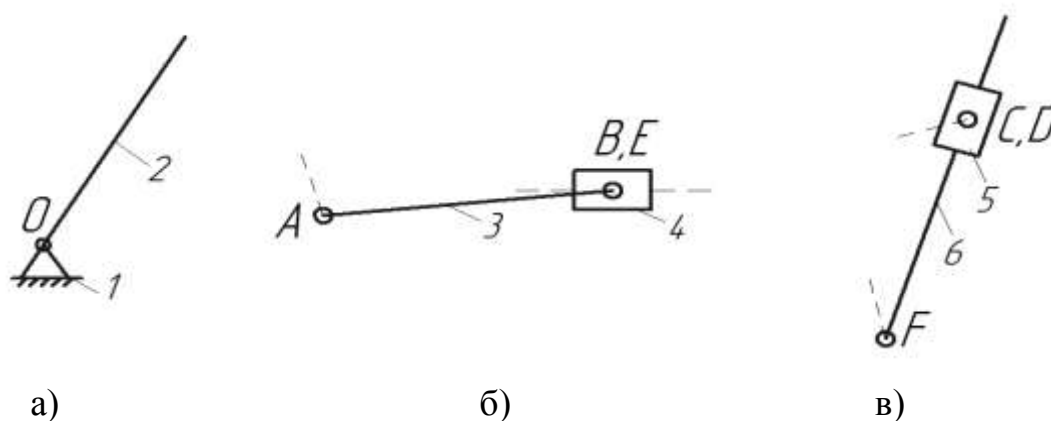


Рисунок 1 – Кинематическая схема механизма.

Выделяем начальный механизм и группы Ассура (рисунок 2).



а) начальный механизм I(1;2); б) группа Ассура II(3;4);

в) группа Ассура II(5;6).

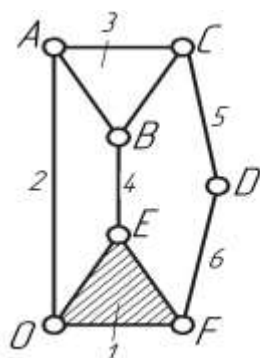
Рисунок 2 – Начальный механизм и группы Ассура.

Составляем формулу строения механизма: $I(1,2) \rightarrow II(3,4) \rightarrow II(5,6)$

Рассматриваемый механизм 2 класса 2-го порядка.

Структурные схемы механизма приведены на рисунке 3.

Первый тип



второй тип

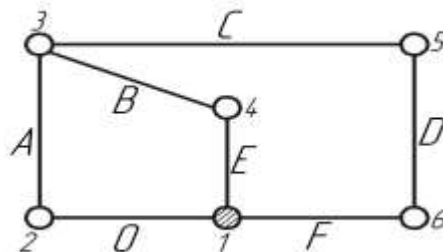


Рисунок 3 – Структурные схемы механизма.

Таблица 1.1 - Таблица звеньев.

№ п/п	№ звена	Наименование звена	Характер движения звена
1	1	Стойка	Неподвижно
2	2	Кривошип	Вращательное
3	3	Шатун	Сложное плоскопараллельное
4	4	Ползун	Поступательное
5	5	Шатун камень-кулисы	Сложное плоскопараллельное
6	6	Коромысло-кулиса	Вращательно-возвратное

Таблица 1.2 - Таблица кинематических пар.

№ п/п	Обозначение	Номера звеньев, обозначающих пару	Наименование	Класс пары
1	O	1-2	Вращательная	✓
2	A	2-3	Вращательная	✓
3	B	3-4	Вращательная	✓
4	E	4-1	поступательная	✓
5	C	3-5	Вращательная	✓
6	D	5-6	поступательная	✓
7	F	6-1	Вращательная	✓

Механизм рычажный, плоский, шестизвенный. Предназначен для преобразования вращательного движения входного звена 2 в поступательное движение выходного звена 4.

Определение числа степеней свободы механизма по формуле Чебышева.

Число подвижных звеньев $K=5$

Число кинематических пар 5 класса $p_5=7$

Число кинематических пар 4 класса $p_4=0$

Число степеней свободы механизма равно: $W = 3k - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 14$

1.2. Кинематический анализ механизма методом планов

1.2.1. Построение плана положений

В левой части чертежа строим план положений механизма для углов кривошипа $(\varphi_2)_1 = 45^\circ$ и $(\varphi_2)_2 = 240^\circ$.

Определяем масштабный коэффициент плана положений:

$$\mu_L = \frac{L_{OA}}{OA} = \frac{0,12}{60} = 0,002 \frac{м}{мм},$$

где L_{OA} - действительная длина звена OA , м;

OA - изображающий ее отрезок на чертеже, мм.

Определяем на чертеже длины остальных звеньев:

$$AB = \frac{L_{AB}}{\mu_L} = \frac{0,3}{0,002} = 150 \text{ мм}, \quad BC = \frac{L_{BC}}{\mu_L} = \frac{0,06}{0,002} = 30 \text{ мм},$$

$$a = \frac{L_a}{\mu_L} = \frac{0,36}{0,002} = 180 \text{ мм}, \quad b = \frac{L_b}{\mu_L} = \frac{0,24}{0,002} = 120 \text{ мм},$$

$$FH = \frac{L_{FH}}{\mu_L} = \frac{0,3}{0,002} = 150 \text{ мм}.$$

1.2.2. Построение планов скоростей

Скорость точки A : $\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO}$, $\vec{v}_O = 0$, $\vec{v}_{AO} \perp OA$

$$v_A = \omega_2 \cdot L_{OA} = 8,5 \cdot 0,12 = 1,02 \text{ м/с}$$

Определяем масштабный коэффициент планов скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa} = \frac{1,02}{102} = 0,01 \frac{м \cdot с^{-1}}{мм},$$

где pa - вектор, изображающий скорость точки A .

Строим точку B :
$$\begin{cases} \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \\ \vec{v}_B = \vec{v}_E + \vec{v}_{BE} \end{cases}, \quad \begin{cases} \vec{v}_{BA} \perp AB \\ \vec{v}_E = 0, \vec{v}_{BE} // x-x \end{cases}$$

						Лист
						8
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Через точку (a) на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену AB , а через полюс проводим прямую, параллельную оси (x). На пересечении этих прямых получаем искомую точку (b).

Точку B найдем по теореме подобия:

$$\frac{ab}{ac} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow ac = \frac{ab \cdot AC}{AB} = \frac{75 \cdot 180}{150} = 90 \text{ мм}$$

Строим точку D :
$$\begin{cases} \vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{DC} \\ \vec{v}_D = \vec{v}_F + \vec{v}_{DF} \end{cases}, \quad \begin{cases} \vec{v}_{DC} // FH \\ \vec{v}_F = 0, \vec{v}_{DF} \perp FH \end{cases}$$

Через точку (c) на плане скоростей проводим прямую, параллельную звену FH , а через полюс проводим прямую, перпендикулярную звену FH . На пересечении этих прямых получаем искомую точку (d).

Точку H найдем по теореме подобия:

$$\frac{fd}{fh} = \frac{FD}{FH} \Rightarrow fh = \frac{fd \cdot FH}{FD} = \frac{89 \cdot 150}{117} = 114 \text{ мм.}$$

Находим скорости точек и центров масс:

$$v_B = pb \cdot \mu_v = 93,5 \cdot 0,01 = 0,935 \text{ м/с}$$

$$v_C = pc \cdot \mu_v = 98,5 \cdot 0,01 = 0,985 \text{ м/с}$$

$$v_D = pd \cdot \mu_v = 89 \cdot 0,01 = 0,89 \text{ м/с}$$

$$v_H = ph \cdot \mu_v = 114 \cdot 0,01 = 1,14 \text{ м/с}$$

$$v_{S_2} = pS_2 \cdot \mu_v = 51 \cdot 0,01 = 0,51 \text{ м/с}$$

$$v_{S_3} = pS_3 \cdot \mu_v = 89,5 \cdot 0,01 = 0,895 \text{ м/с}$$

$$v_{S_4} = v_B = 0,935 \text{ м/с}$$

$$v_{S_5} = v_C = 0,985 \text{ м/с}$$

$$v_{S_6} = pS_6 \cdot \mu_v = 57 \cdot 0,01 = 0,57 \text{ м/с}$$

Находим угловые скорости звеньев:

$$\omega_3 = \frac{v_{AB}}{L_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_v}{L_{AB}} = \frac{75 \cdot 0,01}{0,3} = 2,5 \text{ рад/с}$$

$$\omega_5 = \omega_6 = \frac{v_H}{L_{FH}} = \frac{1,14}{0,3} = 3,8 \text{ рад/с}$$

Расчет для положения $(\varphi_2)_2 = 240^\circ$

Точку B найдем по теореме подобия: $ac = \frac{ab \cdot AC}{AB} = \frac{54,5 \cdot 180}{150} = 65,5 \text{ мм}$

Точку H найдем по теореме подобия: $fh = \frac{fd \cdot FH}{FD} = \frac{66 \cdot 150}{137} = 72,3 \text{ мм}$

Находим скорости точек и центров масс:

$$v_B = pb \cdot \mu_v = 69,5 \cdot 0,01 = 0,695 \text{ м/с}$$

$$v_C = pc \cdot \mu_v = 66,5 \cdot 0,01 = 0,665 \text{ м/с}$$

$$v_D = pd \cdot \mu_v = 66 \cdot 0,01 = 0,66 \text{ м/с}$$

$$v_H = ph \cdot \mu_v = 72,5 \cdot 0,01 = 0,725 \text{ м/с}$$

$$v_{S_2} = pS_2 \cdot \mu_v = 51 \cdot 0,01 = 0,51 \text{ м/с}$$

$$v_{S_3} = pS_3 \cdot \mu_v = 79,5 \cdot 0,01 = 0,795 \text{ м/с}$$

$$v_{S_4} = v_B = 0,695 \text{ м/с}$$

$$v_{S_5} = v_C = 0,665 \text{ м/с}$$

$$v_{S_6} = pS_6 \cdot \mu_v = 36 \cdot 0,01 = 0,36 \text{ м/с}$$

Находим угловые скорости звеньев:

$$\omega_3 = \frac{v_{AB}}{L_{AB}} = \frac{ab \cdot \mu_v}{L_{AB}} = \frac{54,5 \cdot 0,01}{0,3} = 1,82 \text{ рад/с}$$

$$\omega_5 = \omega_6 = \frac{v_H}{L_{FH}} = \frac{0,725}{0,3} = 2,42 \text{ рад/с}$$

1.2.3. Построение плана ускорений

Ускорение точки A : $\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^\tau$, $a_{AO}^\tau = 0$, (т.к. $\omega_2 = const$)

Следовательно $a_A = a_{AO}^n = \omega_2^2 \cdot L_{AO} = 8,5^2 \cdot 0,12 = 8,67 \text{ м/с}^2$

Определяем масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{8,67}{102} = 0,085 \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{\text{мм}}$$

Точку B найдем, решив графически систему уравнений:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \\ \vec{a}_B = \vec{a}_E + \vec{a}_{BE}^{отн} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a}_{BA}^n // AB, \vec{a}_{BA}^\tau \perp AB \\ a\vec{a}_{BE}^{отн} // Ox \end{cases}$$

$$a_{BA}^n = \omega_3^2 \cdot L_{BA} = 2,5^2 \cdot 0,3 = 1,875 \text{ м/с}^2, \quad a\vec{n}_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1,875}{0,085} = 22 \text{ мм}$$

Точку B найдем по теореме подобия: $ac = \frac{ab \cdot AC}{AB} = \frac{72 \cdot 180}{150} = 86,4 \text{ мм}$

Точку D найдем, решив графически систему уравнений:

$$\begin{cases} \vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^{kop} + \vec{a}_{DC}^{ck} \\ \vec{a}_D = \vec{a}_F + \vec{a}_{DF}^n + \vec{a}_{DF}^\tau \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a}_{DC}^{kop} \perp FH, \vec{a}_{DC}^{ck} // FH \\ \vec{a}_{DF}^n // FH, \vec{a}_{DF}^\tau \perp FH \end{cases}$$

$$a_{DC}^{kop} = 2\omega_5 \cdot v_{DC} = 2\omega_5 \cdot (dc) \cdot \mu_v = 2 \cdot 3,8 \cdot 43 \cdot 0,01 = 3,27 \text{ м/с}^2,$$

$$ck_{DC} = \frac{a_{DC}^{kop}}{\mu_a} = \frac{3,27}{0,085} = 38,5 \text{ мм}$$

$$a_{DF}^n = \omega_6^2 \cdot L_{DF} = \omega_6^2 \cdot (DF) \cdot \mu_L = 3,8^2 \cdot 0,234 = 3,38 \text{ м/с}^2,$$

$$fn_{DF} = \frac{a_{DF}^n}{\mu_a} = \frac{3,38}{0,085} = 39,8 \text{ мм}$$

Точку H найдем по теореме подобия: $fh = \frac{fd \cdot FH}{FD} = \frac{120 \cdot 150}{117} = 153,8 \text{ мм}$

Находим ускорения точек и центров масс:

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 74 \cdot 0,085 = 6,29 \text{ м/с}^2$$

$$a_C = \pi c \cdot \mu_a = 75,5 \cdot 0,085 = 6,418 \text{ м/с}^2$$

$$a_D = \pi d \cdot \mu_a = 120 \cdot 0,085 = 10,2 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S2} = \pi S_2 \cdot \mu_a = 51 \cdot 0,085 = 4,335 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S3} = \pi S_3 \cdot \mu_a = 78,5 \cdot 0,085 = 6,673 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S4} = a_B = 6,29 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S5} = a_C = 6,418 \text{ м/с}^2$$

$$a_{S6} = \pi S_6 \cdot \mu_a = 77 \cdot 0,085 = 6,545 \text{ м/с}^2$$

Находим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BA}^\tau}{L_{BA}} = \frac{(n_{BA} b) \cdot \mu_a}{L_{BA}} = \frac{69 \cdot 0,085}{0,3} = 19,55 \text{ рад/с}^2$$

$$\varepsilon_5 = \varepsilon_6 = \frac{a_{DF}^\tau}{L_{DF}} = \frac{(n_{DF} d) \cdot \mu_a}{DF \cdot \mu_L} = \frac{113,5 \cdot 0,085}{117 \cdot 0,002} = 41,23 \text{ рад/с}^2$$

1.2.4. Кинематический анализ механизма аналитическим методом

Угол в положении 1: $\varphi_2 = 45^\circ$.

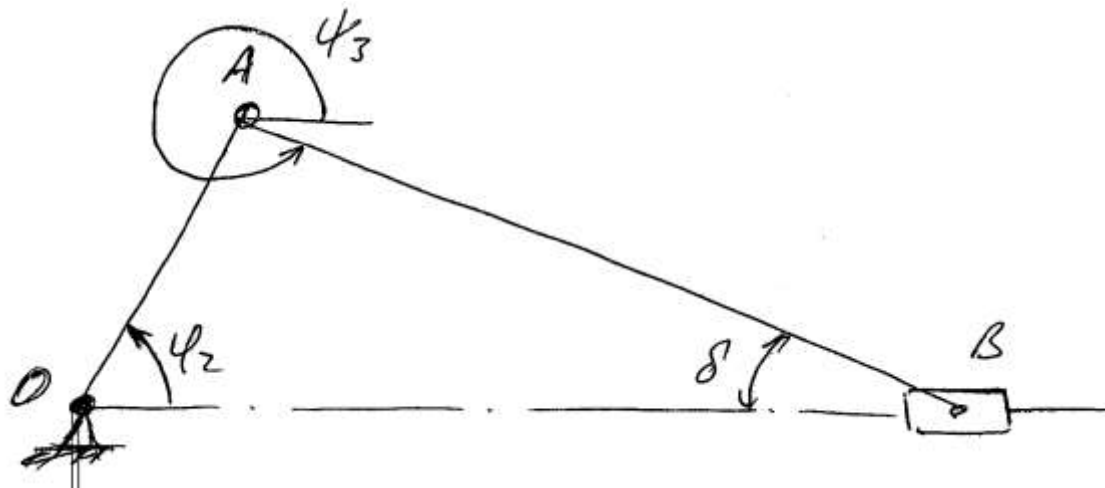


Рисунок 1.4 – Кинематическая схема механизма.

Определяем координаты точек:

$$x_A = L_{OA} \cdot \cos(\varphi_2) = 0,12 \cdot \cos(45) = 0,08485 \text{ м}$$

$$y_A = L_{OA} \cdot \sin(\varphi_2) = 0,12 \cdot \sin(45) = 0,08485 \text{ м}$$

Аналог скоростей:

$$\frac{dx_A}{d\varphi_2} = -L_{OA} \cdot \sin(\varphi_2) = -0,12 \cdot \sin(45) = -0,08485 \text{ м}$$

$$\frac{dy_A}{d\varphi_2} = L_{OA} \cdot \cos(\varphi_2) = 0,12 \cdot \cos(45) = 0,08485 \text{ м}$$

Аналог ускорений:

$$\frac{d^2 x_A}{d\varphi_2^2} = -L_{OA} \cdot \cos(\varphi_2) = -0,12 \cdot \cos(45) = -0,08485 \text{ м}$$

$$\frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2} = -L_{OA} \cdot \sin(\varphi_2) = -0,12 \cdot \sin(45) = -0,08485 \text{ м}$$

Определяем величину углов δ и ψ_3 :

$$\sin(\delta) = \frac{y_A - y_B}{L_{AB}}$$

$$y_B = 0$$

$$\delta = \arcsin\left(\frac{y_A - y_B}{L_{AB}}\right) = \arcsin\left(\frac{0,08485 - 0}{0,3}\right) = 16,4^\circ$$

$$\psi_3 = 360 - \delta = 360 - 16,4 = 343,6^\circ$$

Уравнение для точки В: $x_B = S_B = x_A + L_{AB} \cdot \cos(\psi_3)$

Дифференцируем уравнение по φ_2 и определяем скорости:

$$\begin{cases} \frac{dS_B}{d\varphi_2} = \frac{dx_A}{d\varphi_2} - L_{AB} \cdot \sin(\psi_3) \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \\ 0 = \frac{dy_A}{d\varphi_2} + L_{AB} \cdot \cos(\psi_3) \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \end{cases}$$

$$\frac{d\psi_3}{d\varphi_2} = \frac{-\frac{dy_A}{d\varphi_2}}{L_{AB} \cdot \cos(\psi_3)} = \frac{-0,08485}{0,3 \cdot \cos(343,6)} = -0,295$$

$$\frac{dS_B}{d\varphi_2} = -0,08485 + 0,3 \cdot \cos(343,6) \cdot (-0,295) = -0,17 \text{ м}$$

$$\omega_3 = \omega_2 \cdot \frac{d\psi_3}{d\varphi_2} = 8,5 \cdot 0,295 = 2,51 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

$$v_B = \omega_2 \cdot \frac{dS_B}{d\varphi_2} = 8,5 \cdot 0,17 = 1,445 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Дифференцируем скорости по φ_2 и определяем ускорения:

$$\begin{cases} \frac{d^2 S_B}{d\varphi_2^2} = \frac{d^2 x_A}{d\varphi_2^2} - L_{AB} \cdot \cos(\psi_3) \left(\frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 - L_{AB} \cdot \sin(\psi_3) \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} \\ 0 = \frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2} - L_{AB} \cdot \sin(\psi_3) \left(\frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 + L_{AB} \cdot \cos(\psi_3) \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} &= \frac{L_{AB} \cdot \sin(\psi_3) \left(\frac{d\psi_3}{d\varphi_2} \right)^2 - \frac{d^2 y_A}{d\varphi_2^2}}{L_{AB} \cdot \cos(\psi_3)} = \\ &= \frac{0,3 \cdot \sin(343,6) \cdot (-0,295)^2 + 0,08485}{0,3 \cdot \cos(343,6)} = 0,269 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 S_B}{d\varphi_2^2} = -0,08485 - 0,3 \cdot \cos(343,6) \cdot (-0,295)^2 - 0,3 \cdot \sin(343,6) \cdot 0,269 = -0,087$$

$$\varepsilon_3 = \omega_2^2 \cdot \frac{d^2 \psi_3}{d\varphi_2^2} = 8,5^2 \cdot 0,228 = 19,44 \text{ (с}^{-2}\text{)}$$

$$a_B = \omega_2^2 \cdot \frac{d^2 S_B}{d\varphi_2^2} = 8,5^2 \cdot 0,0575 = 6,29 \text{ (с}^{-2}\text{)}$$