

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИМЕНИ П. О. СУХОГО**

Машиностроительный факультет

Кафедра «Информатика»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

по дисциплине **«Информационные технологии»**

на тему: **«Решение ОДУ и систем ОДУ»**

Выполнил: студент гр. ТМ-21  
Ковтунов Н.Е.  
Принял: преподаватель  
Т.А. Трохова

Дата сдачи отчета: \_\_\_\_\_  
Дата допуска к защите: \_\_\_\_\_  
Дата защиты: \_\_\_\_\_

Гомель 2022

**Цель работы:** Получить навыки решения дифференциальных уравнений различного порядка, а также систем дифференциальных уравнений в системе Mathcad, научиться выполнять графическую интерпретацию полученных результатов.

## Ход выполнения лабораторной работы

### Задание 1.

Решение дифференциальных уравнений первого порядка.

Решить дифференциальное уравнение первого порядка двумя способами – с помощью функции *rkfixed* и с помощью функции *odesolve*, выполнить графическую интерпретацию результатов. Начальное, конечное значения изменения аргумента и количество точек для поиска решения приведены в таблице.

Таблица 1

№	Вид уравнения	Начальные условия	$x_H$	$x_K$	n
8.	$\cos y = y'(x + 2 \cos y) \sin y$	$y(0) = \frac{\pi}{4}$	0	2	800

Выполнение задания:

ORIGIN := 1

$$y := \frac{\pi}{4}$$

$$b(x,y) := \left[ \frac{\cos(y)}{(x + 2 \cdot \cos(y)) \sin(y)} \right]$$

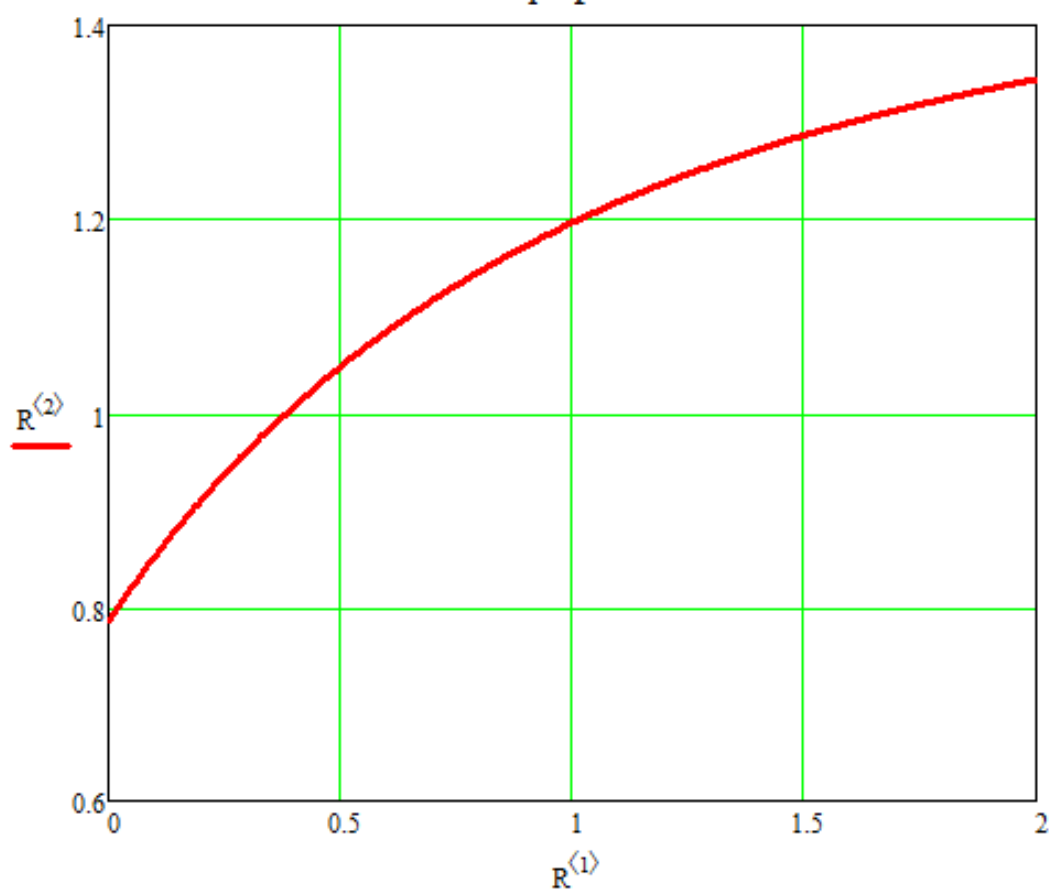
$\underline{R} := \text{rkfixed}(y, 0, 2, 800, b)$

+

R =

	1	2
1	0	0.785
2	$2.5 \cdot 10^{-3}$	0.787
3	$5 \cdot 10^{-3}$	0.789
4	$7.5 \cdot 10^{-3}$	0.791
5	0.01	0.792
6	0.013	0.794
7	0.015	0.796
8	0.018	0.798
9	0.02	0.799
10	0.023	0.801
11	0.025	0.803

График



## Задание 2.

Решение систем дифференциальных уравнений

Решить систему дифференциальных уравнений с помощью функции *rkfixed*, выполнить графическую интерпретацию результатов. Количество точек для численного решения равно 1000.

Таблица 2

№ вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
8	$\begin{cases} x' = 5x - 3y + 2e^{3t} \\ y' = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0,1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	0÷0,5

Ход выполнения задания:

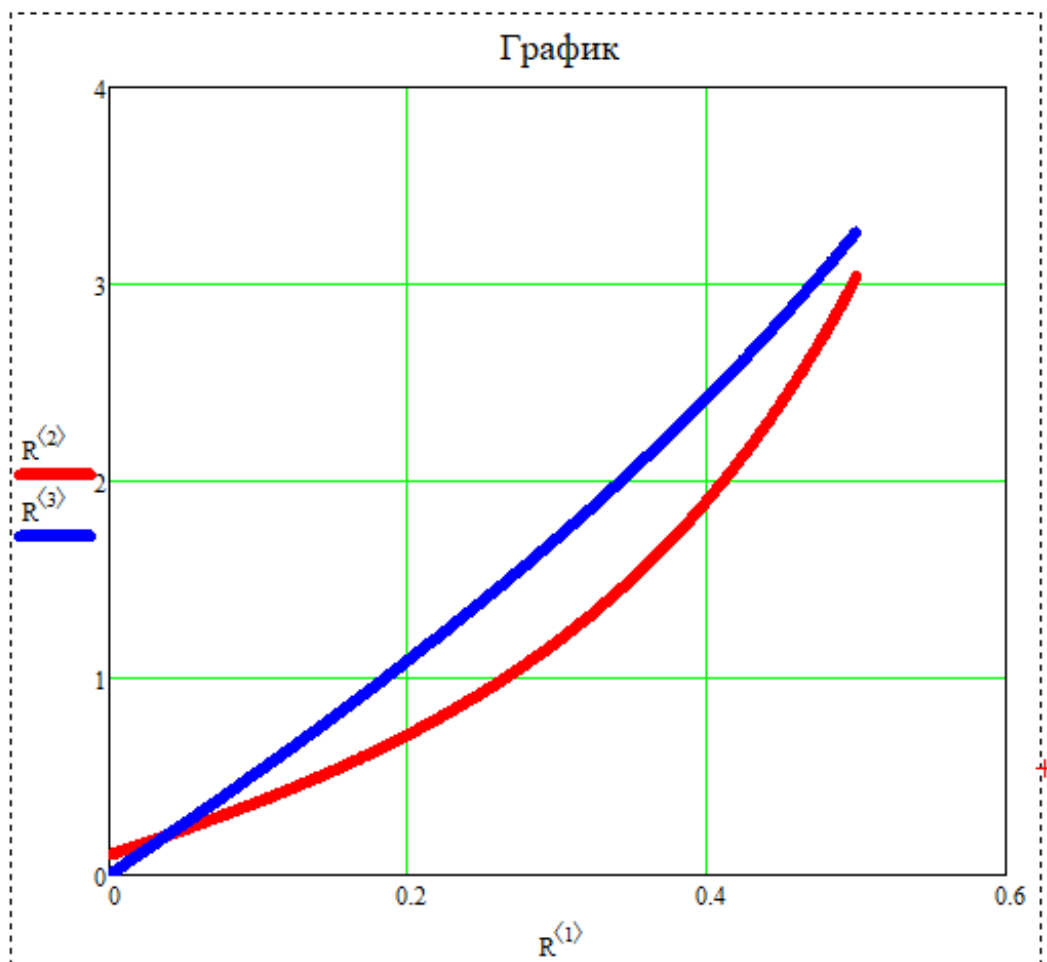
$$\underline{V} := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D(t, V) := \begin{pmatrix} 5V_1 - 3V_2 + 2e^{3t} \\ V_1 + V_2 + 5e^{-t} \end{pmatrix}$$

$$\underline{R} := \text{rkfixed}(V, 0, 0.5, 1000, D)$$

R =

	1	2	3
1	0	0.1	0
2	$5 \cdot 10^{-4}$	0.101	$2.55 \cdot 10^{-3}$
3	$1 \cdot 10^{-3}$	0.103	$5.101 \cdot 10^{-3}$
4	$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.104	$7.653 \cdot 10^{-3}$
5	$2 \cdot 10^{-3}$	0.105	0.01
6	$2.5 \cdot 10^{-3}$	0.106	0.013
7	$3 \cdot 10^{-3}$	0.108	0.015
8	$3.5 \cdot 10^{-3}$	0.109	0.018
9	$4 \cdot 10^{-3}$	0.11	0.02
10	$4.5 \cdot 10^{-3}$	0.111	0.023
11	$5 \cdot 10^{-3}$	0.113	0.026
12	$5.5 \cdot 10^{-3}$	0.114	0.028
13	$6 \cdot 10^{-3}$	0.115	0.031
14	$6.5 \cdot 10^{-3}$	0.116	0.033
15	$7 \cdot 10^{-3}$	0.118	0.036
16	$7.5 \cdot 10^{-3}$	0.119	...



### Задание 3.

Решение дифференциальных уравнений второго порядка

Решить дифференциальное уравнение второго порядка двумя способами – с помощью функции *rkfixed* и с помощью функции *odesolve*. Количество точек для численного решения выбрать самостоятельно. Выполнить графическую интерпретацию и сравнительный анализ результатов.

№ вар.	Вид системы	Начальные условия	Диапазон изменения аргумента
8	$y'' - 12y' + 36y = 32 \cos 2x + 24 \sin 2x$	$y(0) = 2$ $y'(0) = 4$	$0 \div 0,4$

Ход выполнения задания:

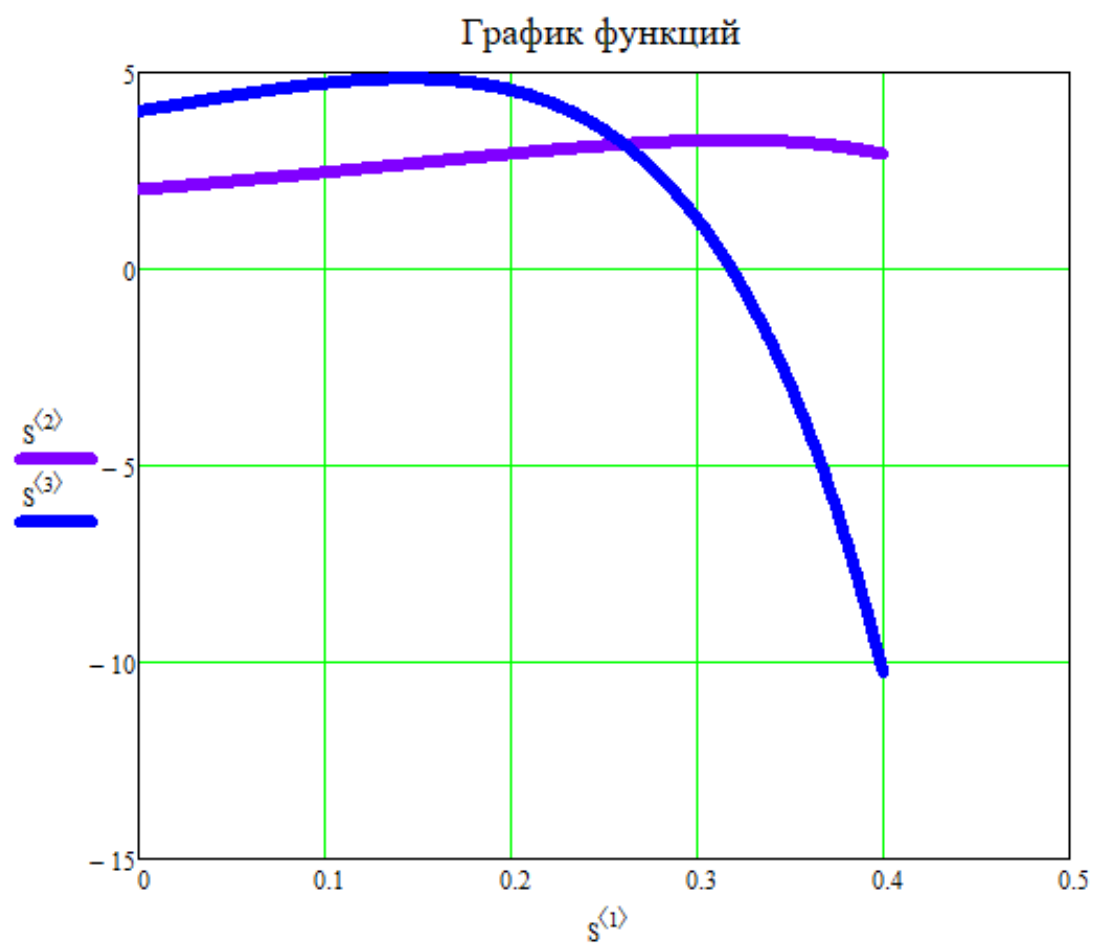
$$\underline{y} := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\underline{D}(x, y) := \begin{pmatrix} y_2 \\ 12y_2 - 36y_1 + 32 \cdot \cos(2 \cdot x) + 24 \cdot \sin(2x) \end{pmatrix}$$

$$\underline{S} := \text{rkfixed}(\underline{y}, 0, 0.4, 1000, \underline{D})$$

S =

	1	2	3
1	0	2	4
2	$4 \cdot 10^{-4}$	2.002	4.003
3	$8 \cdot 10^{-4}$	2.003	4.006
4	$1.2 \cdot 10^{-3}$	2.005	4.01
5	$1.6 \cdot 10^{-3}$	2.006	4.013
6	$2 \cdot 10^{-3}$	2.008	4.016
7	$2.4 \cdot 10^{-3}$	2.01	4.019
8	$2.8 \cdot 10^{-3}$	2.011	4.022
9	$3.2 \cdot 10^{-3}$	2.013	4.026
10	$3.6 \cdot 10^{-3}$	2.014	4.029
11	$4 \cdot 10^{-3}$	2.016	4.032
12	$4.4 \cdot 10^{-3}$	2.018	4.035
13	$4.8 \cdot 10^{-3}$	2.019	4.038
14	$5.2 \cdot 10^{-3}$	2.021	4.042
15	$5.6 \cdot 10^{-3}$	2.023	4.045
16	$6 \cdot 10^{-3}$	2.024	...



С применением *odesolve*:

Given

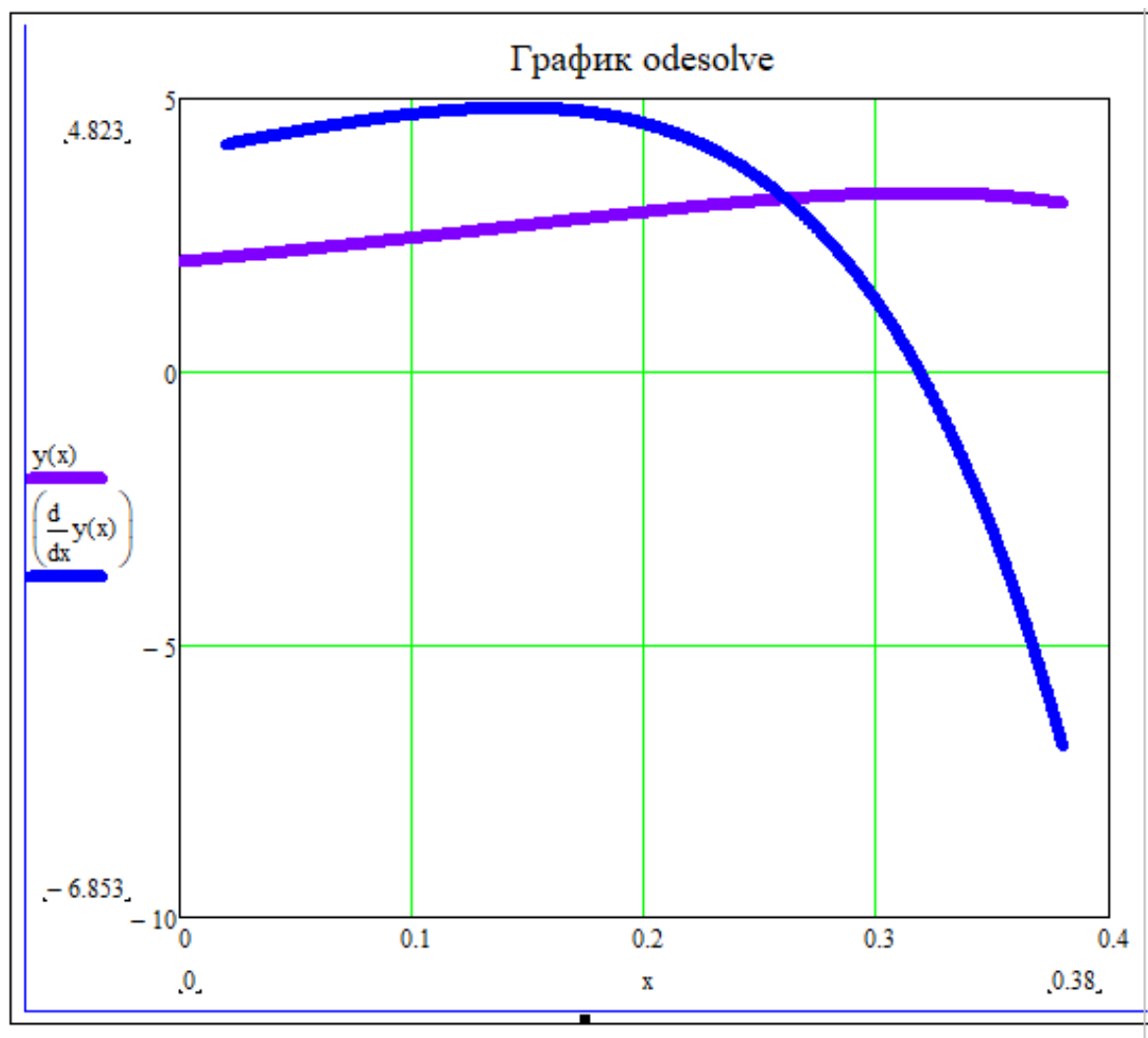
$$\left( \frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) = 12 \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) - 36 y(x) + 32 \cdot \cos(2 \cdot x) + 24 \cdot \sin(2 \cdot x)$$

---


$$y(0) = 2 \quad y'(0) = 4$$

$y := \text{odesolve}(x, 0.4)$

+



#### Задача 4.

Исследование математической модели груза на жестком стержне

1. С использованием СКМ рассчитать значение функций перемещения, скорости и ускорения динамической системы под воздействием начальных значений перемещения и скорости без учета возмущающей силы. Построить графики этих функций.
2. Рассчитать значение функции перемещения динамической системы под воздействием возмущающей силы. Построить графики этой функции.

**Исходными данными для задачи являются:**

$m$  – масса груза

$l$  – длина стержня



$a$  – расстояние до демпфера

$D$  – диаметр пружины

$d$  – диаметр проволоки пружины

$i$  – число витков пружины

$G$  – модуль упругости

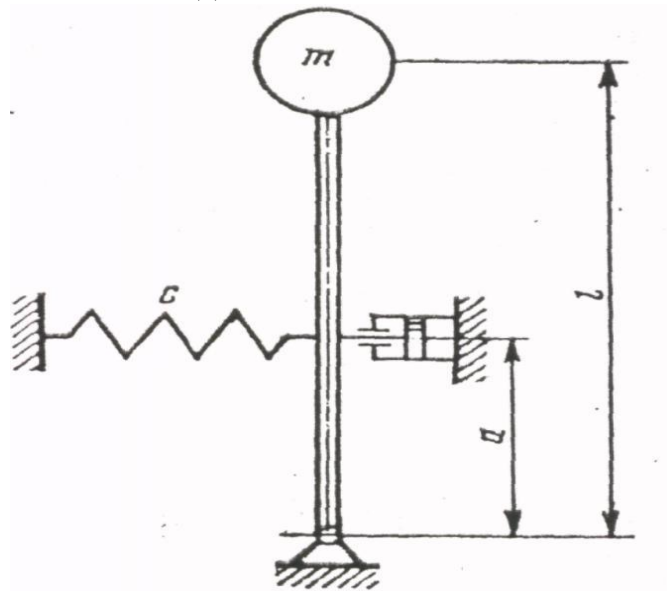
$\alpha$  – коэффициент вязкого сопротивления движения демпфера

Таблица 4

$a$ (м)	$l$ (м)	$D$ (мм)	$d$ (мм)	$i$	$m$ (кг)	$\alpha$	$\varphi_0$	$t_k$ (с)		N варианта
0,22	0,55	60	6	6	6	210	0,06	1,6		2

Для всех вариантов заданий  $G=80 \cdot 10^9$

### Описание математической модели



Груз массой  $m$  укреплен на абсолютно жестком безынерционном стержне длиной  $l$ , который удерживается в равновесии пружиной и демпфером. Демпфер имеет линейную характеристику трения:  $f = \alpha \cdot \dot{x}$ .

В соответствии с принципом Даламбера составим дифференциальное уравнение движения груза, как уравнение равновесия при отклонении стержня на некоторый малый угол  $\varphi$ .

$$mgl\varphi = ml^2\ddot{\varphi} - ca^2\varphi - a^2\alpha\dot{\varphi} = 0$$

Обозначив

$$2n = a^2\alpha / (ml^2) \quad p^2 = (ca^2 - mgl) / ml^2$$

запишем дифференциальное уравнение в виде

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + p^2\varphi = 0$$

$c = Gd^4 / 8D^3i$  - жесткость пружины

$p = \sqrt{(ca^2 - mgl) / ml^2}$  - частота собственных колебаний

$n = a^2\alpha / (2ml^2)$  - приведенный коэффициент сопротивления демпфера

$F(t) = F_0\sin(\omega t)$  – возмущающая сила, действующая на систему. Все параметры функции подобрать самостоятельно.

Выполнение задания:

$$a := 0.22$$

$$l := 0.55$$

$$D := 0.06$$

$$d := 0.006$$

$$i := 6$$

$$m := 6$$

$$G := 80 \cdot 10^9$$

$$\alpha := 210$$

$$\varphi_0 := 0.06$$

$$g := 9.8$$

$$tk := 1.6$$

$$t := 0..1.6$$

$$\varphi := \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0 \end{pmatrix}$$

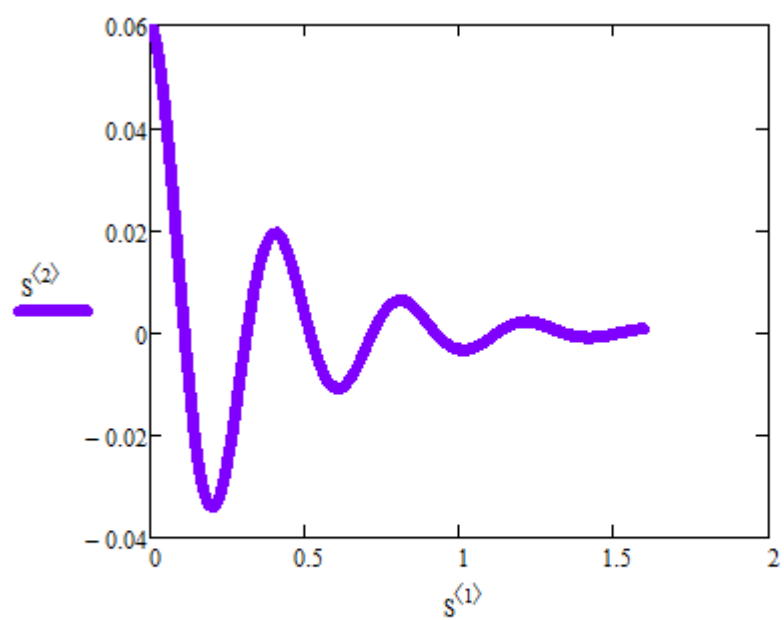
$$n := a^2 \cdot \frac{\alpha}{(2 \cdot m \cdot l^2)}$$

$$c := \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot i}$$

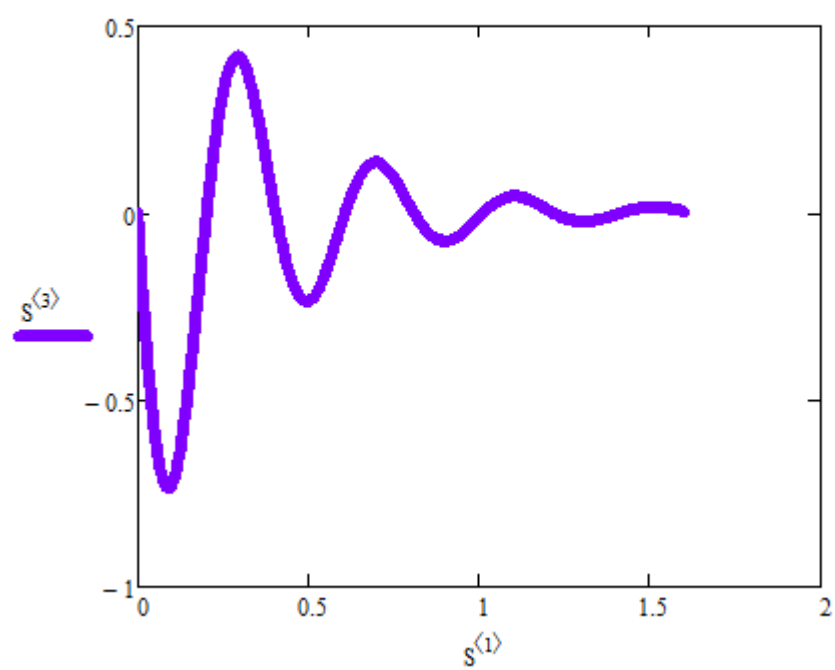
$$p := \sqrt{\frac{(c \cdot a^2 - m \cdot g \cdot l)}{m \cdot l^2}}$$

$$D(t, \varphi) := \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ -2 \cdot n \cdot \varphi_2 - p^2 \cdot \varphi_1 \end{pmatrix}$$

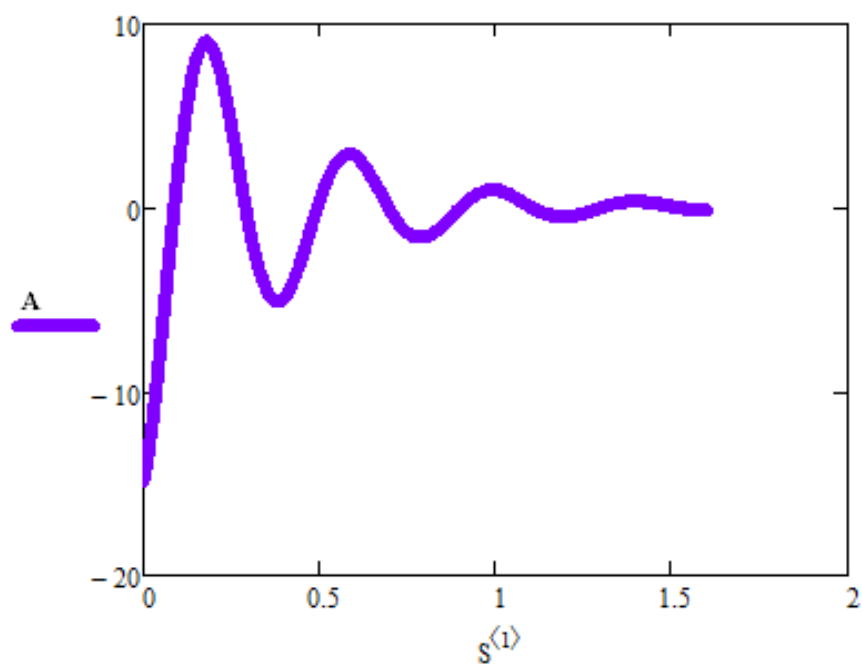
$$S := \text{rkfixed}(\varphi, 0, 1.6, 1000, D)$$



+



$$A := -2 \cdot n \cdot S^{(3)} - p^2 \cdot S^{(2)}$$



## Пункт 2.

Рассчитать значение функции перемещения динамической системы под воздействием возмущающей силы. Построить графики этой функции.

$F_0$  и  $w$  заданы произвольно

$F0 := 15$

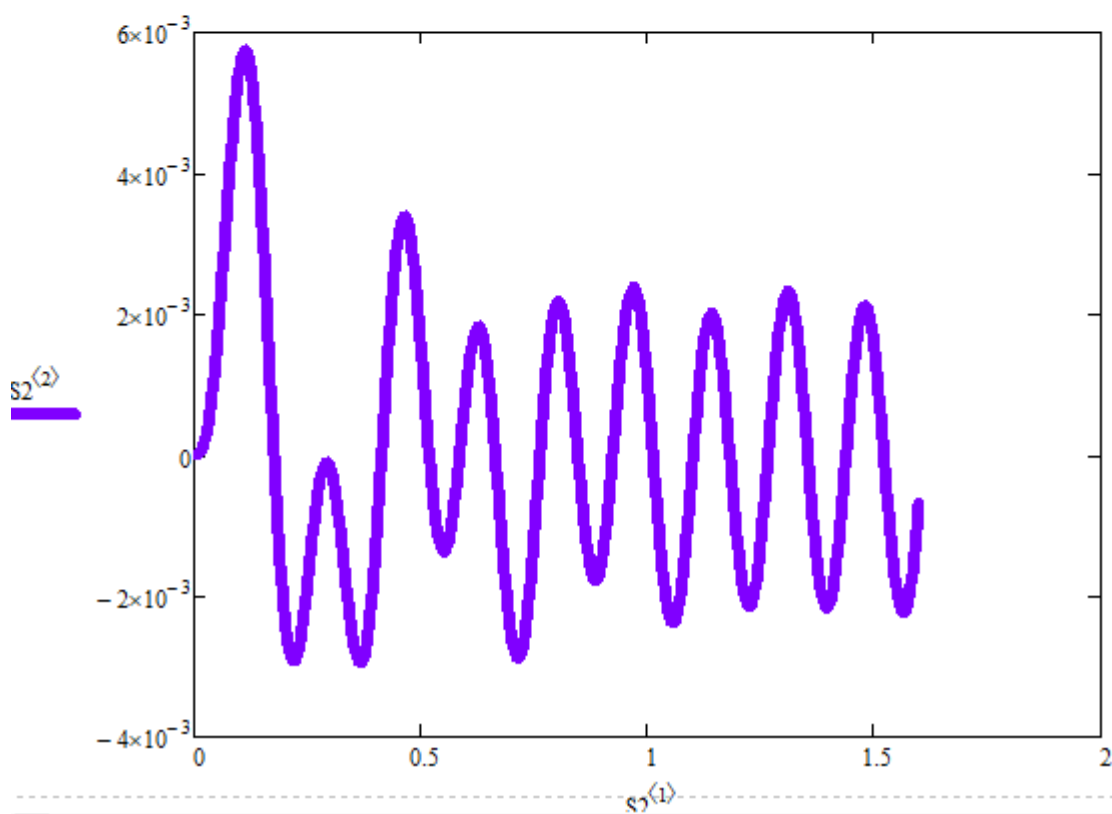
$w := 37$

$F(t) := F0 \cdot \sin(w \cdot t)$

$$\varphi := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$D1(t, \varphi) := \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ -2 \cdot n \cdot \varphi_2 - p^2 \cdot \varphi_1 + \frac{F(t)}{m} \end{pmatrix}$$

+

$S2 := \text{rkfixed}(\varphi, 0, 1.6, 1000, D1)$



**Вывод:** в ходе выполнения лабораторной работы научился решать системы дифференциальных уравнений и дифференциальные уравнения различного порядка в системе Mathcad.