2 **Богачев, В.И.** Основы теории меры / В.И. Богачев. – Москва – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – Т. 1. – С. 584.

Bibliography

1 **Vagin, V.S.** Optimization of quasi-linear models of complete systems in view of random nature of priorities : abstracts / V.S. Vagin, I.V. Pavlov // International Conference «KROMSH-XXVI». – 2015. – P. 109.

2 **Bogachev, V.I.** Foundations of Measure Theory / V.I. Bogachev. – Moscow – Izhevsk : Scientific and Publishing Center «Regular and chaotic dynamics», 2006. – Vol. 1. – P. 584.

УДК 621.891 + 06

А.Н. Гармонина, Е.А. Копотун

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ СМАЗКИ НА РАБОЧИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПОРНОГО ПОДШИПНИКА, ОБЛАДАЮЩЕГО ДЕМПФИРУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

Введение. С развитием современного машиностроения возникает необходимость повышения эксплуатационных характеристик узлов трения. Наиболее перспективным является применение подшипников, работающих на ферромагнитных смазочных материалах, с однослойным кольцом из пористого подшипникового композита. В предлагаемом исследовании рассматривается упорный подшипник описанной конструкции при одновременном учете проницаемости пористого слоя и сил инерции. Подобный подход к решению поставленной задачи востребован практикой, так как включает целый комплекс реально действующих переменных факторов. В большинстве опубликованных работ, посвященных расчету пористых трибоэлементов, работающих на электропроводящих смазочных материалах [1–7], проницаемость пористого слоя считается постоянной и не может обеспечить жидкостный режим трения.

Разработке расчетной модели упорного подшипника с учетом проницаемости пористого слоя, работающего на электропроводящем смазочном материале, посвящена работа [6]. Обобщение этой задачи с учетом сил инерции позволит решить поставленную проблему.

Постановка задачи. Рассмотрим ламинарное течение несжимаемого электропроводящего смазочного материала в зазоре упорного подшипника (между ползуном и направляющей) с пористым покрытием на поверхности подшипниковой втулки (рис. 1). Движение смазочного материала считается установившимся.

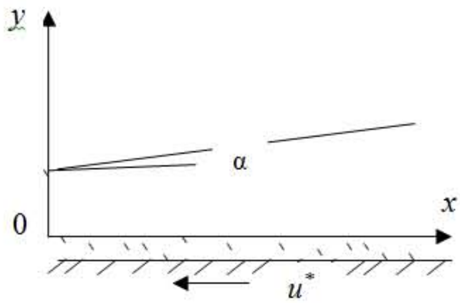

Рис. 1. Схематическое изображение наклонного ползуна и направляющей

Ползун неподвижен, а направляющая движется в сторону сужения зазора со скоростью u^*.

$$y = h_0 + x\text{tg}\alpha;\ y = 0;\ \ y = -H. \qquad (1)$$

Здесь H – толщина пористого слоя; α – угол наклона ползуна к оси ox; h_0 – толщина смазочной пленки.

Зависимость проницаемости пористого слоя по координате x задается следующим образом:

$$k = k_0 k^*, \qquad (2)$$

где $k^* = 1 + \dfrac{\tilde{A}}{k_0\omega l}\left(\cos l\omega - 1\right)$; k_0 – заданная постоянная величина; l – длина интервала.

Исходные уравнения и граничные условия аналогичны предыдущим задачам [6], но включают дополнительные условия (2) с учетом сил инерции.

Характеристики электропроводящей жидкости при наличии электромагнитных полей могут быть выражены при помощи уравнения:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx} - \frac{1}{\mu}\sigma B(E - Bv_x) + \rho\left(u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right), \tag{3}$$

где μ – вязкость; ρ – плотность; σ – электропроводность; B – составляющая вектора магнитной индукции; E – составляющая вектора электрического поля; v_x, v_y – компоненты вектора скорости. При анализе рассматриваемой системы в качестве исходных берется уравнение (3), а также уравнения неразрывности и уравнения Дарси:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \tag{5}$$

где P – давление в пористом слое.

К вышеуказанным уравнениям следует добавить уравнения Максвелла (закон отсутствия магнитного заряда)

$$\frac{\partial B_y}{\partial y} = 0,\ div\overline{B} = 0,\ rot\overline{E} = 0. \tag{6}$$

Система уравнений (3)–(6) решается при следующих граничных условиях:

$$v_x = 0, v_y = 0 \text{ при } y = h_0 + x\text{tg}\alpha,\ v_x = -u^*, v_y = 0 \text{ при } y = 0,\ p(0) = p(l) = p_a, \tag{7}$$

где p_a – атмосферное давление.

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \text{ при } y = -H,\ -\frac{k}{\mu}\frac{\partial P}{\partial y}\Big|_{y=0} = V_y\Big|_{y=0},\ p = P\Big|_{y=0}. \tag{8}$$

Значения (7) означают условия прилипания смазки к поверхности ползуна и направляющей, а также равенства давления атмосферному в начальном и конечном сечениях. Условия (8) показывают непрерывность гидродинамического давления на поверхности раздела между пористым слоем и смазочной пленкой. Кроме того, на этой поверхности нормальная составляющая скорости определяется законом Дарси. На непроницаемой поверхности пористого слоя скорость равна нулю.

Перейдем к безразмерным переменным по формулам (в смазочном слое):

$$v_y = \varepsilon u^* u,\ v_x = u^* v,\ \varepsilon = \frac{h_0}{l};\ l\ y = h_0 y';\ x = lx',\ p = p^* p';\ p^* = \frac{\mu u^* l}{h_0^2};\ B_y = B = \text{const}, \tag{9}$$

$E_z = E = \text{const};$ $N = \dfrac{\sigma B h^2{}_0}{\mu}$ – число Гартмана; $A = \dfrac{\sigma B\ E h^2{}_0}{\mu u^*}$ – безразмерная величина, обусловленная наличием электрического поля.

В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществим по формулам:

$$x = lx',\ y = ly^*,\ P = p^* P'. \tag{10}$$

Подставляя (9) и (10) в уравнения (3)–(5), опуская штрихи при безразмерных переменных, приходим к следующему выражению:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0,\quad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{dp}{dx} + Nv - A + \mathrm{R_e}\left(u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right),\quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0,\quad \frac{\partial^2 P}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0. \tag{11}$$

Система уравнений (3) решается при следующих условиях:

$$v = 0, u = 0 \text{ при } y = 1 + \gamma x = h(x);$$

$$v = -1 \text{ при } y = 0,\ p(0) = p(1) = \frac{p_a}{p^*}; \tag{12}$$

$$p=P\big|_{y^*=0}, u\big|_{y=0}=M\left.\frac{\partial P}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}, \left.\frac{\partial P}{\partial y^*}\right|_{y^*=-\frac{H}{l}}=0.$$

Здесь $\gamma=\frac{l\text{tg}\alpha}{h_0}$; $k=k_0k^*$; $N=\frac{\sigma B h_0^2}{\mu}$ – число Гартмана; $A=\frac{\sigma BEh_0^2}{\mu u^*}$ – безразмерная величина, обусловленная наличием электрического поля; $\text{Re}=\frac{\rho u^* h_0^2}{\mu l}$ – число Рейнольдса

В отличие от предложенного в работе [6] метода формирования точного автомодельного решения рассматривается задача, когда Re = 0, ниже приводится асимптотическое решение задачи по степеням малого параметра γ (γ << 1). Граничные условия на поверхности вала задаем следующим образом:

$$u(1+\gamma x)=u\big|_{y=1}+\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=1}\gamma x+\left.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right|_{y=1}\gamma^2x^2+..=0;$$

$$v(1+\gamma x)=v\big|_{y=1}+\frac{\partial v}{\partial y}\bigg|_{y=1}\gamma x+\left.\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right|_{y=1}\gamma^2x^2+...=0. \qquad (13)$$

Асимптотическое решение задачи будем искать в виде:

$$u=\sum_{k=0}^{\infty}u_k\gamma^k,\ v=\sum_{k=0}^{\infty}v_k\gamma^k,\ p=\sum_{k=0}^{\infty}p_k\gamma^k,\ P=\sum_{k=0}^{\infty}P_k\gamma^k. \qquad (14)$$

Подставляя (14) в уравнение (11), получим:

$$\frac{\partial p_0}{\partial y}=0, \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}=N+A. \qquad (15)$$

Граничные условия запишутся в виде:

$$u_0=0,\ p_0=P_0=\text{const},\ v_0=0 \text{ при } y=1,\ v_0=-1 \text{ при } y=0. \qquad (16)$$

Решая уравнение (15) с учетом граничных условий (16), получим следующее выражение:

$$v_0=(N+A)\frac{y^2}{2}-(N+A)\frac{y}{2}+y-1. \qquad (17)$$

Для первого приближения придем к следующей системе уравнений с граничными условиями к ним:

$$\frac{\partial P_1}{\partial y}=0,\ \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2}=\frac{dp_1}{dx}+\text{Re}\left(u_1\frac{dv_0}{dy}+v_0\frac{\partial v_1}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial y}+\frac{\partial v_1}{\partial x}=0,\ \frac{\partial^2 P_1}{\partial y^{*2}}+\frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2}=0,$$

$$v_1\big|_{y=1}=-\left.\frac{\partial v_0}{\partial y}\right|_{y=1}x,\ u_1\big|_{y=1}=0, \qquad (18)$$

$$v_1=0 \text{ при } y=0,\ u_1\big|_{y=0}=M\left.\frac{\partial P_1}{\partial y^*}\right|_{y^*=0},\ p_1=P_1 \text{ при } y^*=0; \qquad (19)$$

$$P_1=0 \text{ при } x=0,\ x=1, \left.\frac{\partial P_1}{\partial y^*}\right|_{y^*=-\frac{H}{l}}=0.$$

Для второго приближения будем иметь:

$$\frac{\partial P_2}{\partial y}=0\,,\;\frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2}=\frac{dP_2}{dx}+\mathrm{R_e}\left(u_0\frac{\partial v_2}{\partial y}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial y}+u_2\frac{\partial v_0}{\partial y}+v_0\frac{\partial v_2}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial y}+\frac{\partial v_2}{\partial x}=0\,,\;\frac{\partial^2 P_2}{\partial y^{*2}}+\frac{\partial^2 P_2}{\partial x}=0\,; \tag{20}$$

$$v_2(1)=-\left.\frac{\partial v_1}{\partial y}\right|_{y=1}x-\left.\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}\right|_{y=1}x^2\,,$$

$$u_2(1)=-\left.\frac{\partial v_1}{\partial y}\right|_{y=1}x-\left.\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}\right|_{y=1}x^2\,,$$

$$v_2(0)=0\,,\;u_2\big|_{y=0}=M\left.\frac{\partial P_2}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}\,,\;p_2=P_2\;\text{при}\;y^*=0\,, \tag{21}$$

$$P_2=0\;\text{при}\;x=0\,,\;x=1\,,\left.\frac{\partial P_2}{\partial y^*}\right|_{y^*=-\frac{H}{l}}=0\,.$$

Перейдем к решению задачи для первого приближения (19)–(20). Решение этой задачи будем искать в виде:

$$u_1=R_3(y)\,,\;v_1=R_1(y)+R_2(y)x\,,\;p=D\left(x^2-x\right),\;P=R_4(y^*)+D\left(x^2-x\right). \tag{22}$$

Подставляя (22) в (17) и (18), получим:

$$R_1''=-D+\mathrm{R_e}\left[\left(R_3\left(N+A\right)y-\frac{N+A}{2}+1\right)+\left(R_2\left(N+A\right)\frac{y^2}{2}-\left(N+A\right)\frac{y}{2}+y-1\right)\right],$$

$$R_2''=2D\,,\;R_3'=-R_2\,,\;R_4''=-2D\,. \tag{23}$$

Граничные условия (19) запишем в виде

$$R_1\left(0\right)=0\,,\;R_2(1)=-\left.\frac{dv_0}{dy}\right|_{y=1}\,,$$

$$R_3(1)=0\,,\;R_1(1)=0\,,\;R_2(0)=0\,, \tag{24}$$

$$R_3(0)=M\,R_5'\big|_{y^*=0}\,,\;R_4(0)=0\,,\;R_4'\big|_{y^*=-\frac{H}{l}}=0\,.$$

Интегрируя уравнения (22)–(23) по y с учетом (24), получим:

$$D=\frac{N+A+2}{l-12HM}\frac{3l}{2}\,.$$

$$R_2 = \frac{N+A+2}{l-12HM}\left[-\frac{3ly^2}{2}+\left(l+6HM\right)y\right],$$

$$R_3 = \frac{N+A+2}{l-12HM}\left[\frac{ly^3}{2}-\left(l+6HM\right)\frac{y^2}{2}+3HM\right], \tag{25}$$

$$R_4 = \frac{N+A+2}{l-12HM}\left[\frac{3l}{2}\left(y^*\right)^2+3H\left(y^*\right)\right],$$

$$R_1 = -\frac{Dy}{2}+\widetilde{\Delta}(y)+\left(\frac{D}{2}-\widetilde{\Delta}(1)\right)y,$$

$$D = \frac{N+A+2}{l-12HM}\frac{3l}{2}.$$

Решение задачи (20)–(21) по виду правой части для второго приближения будем искать в виде:

$$v_2 = R_5(y)+R_6(y)x+R_7(y)x^2,$$

$$u_2 = R_8(y)+R_9(y)x,$$

$$p_2 = D_1x^3+D_2x^2+D_3x,\ D_3=-D_1-D_2, \tag{26}$$

$$P_2 = R_{11}(y^*)x+R_{10}(y^*)+D_1x^3+D_2x^2+D_3x.$$

Подставляя (26) в (20) и (21) для определения R_i, D_1 и D_2 получим следующую систему уравнений и граничные условия к нему:

$$\frac{d^2R_5}{dy^2} = D_3+\mathrm{R_e}\left[R_3(y)R_1'(y)+\frac{dv_0}{dy}R_8(y)+R_1R_2\right],$$

$$\frac{d^2R_6}{dy^2} = 2D_2+\mathrm{R_e}\left[R_3(y)R_1'(y)+\frac{dv_0}{dy}R_9(y)+v_0 2R_7+R_2'R_2\right],$$

$$\frac{d^2R_7}{dy^2}=3D_1,\ R_8'+R_6=0,\ R_9'+2R_7=0,\ R_{10}''(y^*)=3D_1,\ R_{11}''(y^*)=-6D_1, \tag{27}$$

$$R_5(1)=0,\ R_6(1)=-R_1'(1),\ R_7(1)=-R_2'(1)-v_0''(1),$$

$$R_8(1)=0,\ R_9(1)=-R_3'(1), R_5(0)=0,\ R_6(0)=0,$$

$$R_7(0)=0,\ R_8(0)=MR_{10}'(0),\ R_9(0)=MR_{11}'(0),$$

$$R_{10}(0)=0,\ R_{11}(0)=0,\ R_{10}'\left(-\frac{H}{l}\right)=0,\ R_{11}'\left(-\frac{H}{l}\right)=0. \tag{28}$$

Решая задачи (26)–(27), получим с учетом граничных условий (28):

$$R_7(y)=3D_1\left(\frac{y^2}{2}-\frac{y}{2}\right)-R_2'(1)y,\ R_9(y)=-6D_1\left(\frac{y^3}{6}-\frac{y^2}{4}\right)+R_2'(1)y^2-6MD_1\frac{H}{l},$$

$$R_{11}(y^*)=6D_1\left(-\frac{H}{l}y^*-\frac{y^{*2}}{2}\right),R_{10}(y^*)=-D_2\left(y^{*2}+2\frac{H}{l}y^*\right),\ D_1=\frac{R_2'(1)+R_3'(1)}{6M\frac{H}{l}-\frac{1}{2}},$$

$$R_6(y)=D_2y^2+\tilde{E}(y)-\left[R_1'(1)+D_2+\tilde{E}(1)\right]y, \tag{29}$$

$$R_8(y)=-D_2\frac{y^3}{3}-\int\tilde{E}(y)dy+\left[R_1'(1)+D_2+\tilde{E}(1)\frac{y^2}{2}-\frac{2H}{l}MD_2\right],$$

$$D_2=\frac{\tilde{E}(1)+R_1'(1)\frac{1}{2}+\tilde{E}(1)\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}-\frac{2H}{l}M},$$

$$\tilde{E}=\int\int E(y)dydy,\ \tilde{\tilde{E}}=\int\tilde{E}(y)dy,$$

$$E=\mathrm{R_e}\left[R_3(y)R_2'(y)+\frac{dv_0}{dy}R_9(y)+2R_7(y)v_0+R_2'(y)R_2\right],$$

$$R_5(y)=D_3\frac{y^2}{2}+\tilde{\tilde{N}}(y)-\left(\frac{D_3}{2}+\tilde{\tilde{N}}(1)\right)y, \tag{30}$$

$$\tilde{\tilde{N}}(y)=\int\tilde{N}(y),\tilde{N}(y)=\int\int N(y)dydy,$$

$$N(y)=\mathrm{R_e}\left[R_3(y)R_1'(y)+\frac{dv_0}{dy}R_8(y)+R_1R_2\right].$$

Определим основные рабочие характеристики подшипника:

$$W=\frac{\tilde{W}}{p^*h}=\int_1^0\left(\gamma D\left(x^2-x\right)+\gamma^2\left(D_1x^3+D_2x^2+D_3x\right)\right)dx=-\frac{\gamma D}{6}-\gamma^2\left(\frac{D_1}{4}+\frac{D_2}{6}\right),$$

$$L_{TP}=\frac{\tilde{L}_{TP}h_0}{\mu u^* l}=\int_1^0\left[\left.\frac{dv_0}{dy}\right|_{y=0}+\gamma\left.\frac{dv_1}{dy}\right|_{y=0}+\gamma^2\left.\frac{dv_2}{dy}\right|_{y=0}\right]=$$

$$=-\frac{N+A}{2}+1+\gamma\left(R_1'\left(0\right)+R_2'(0)\frac{1}{2}\right)+\gamma^2\left(R_5'(0)+R_6'(0)\frac{1}{2}\right).$$

Результат численного анализа полученных аналитических зависимостей для основных рабочих характеристик, приведенный на рис. 2–4, показывает:

1 Основные рабочие характеристики (несущая способность и сила трения) упорного подшипника скольжения зависят от напряженности электрического и магнитного полей линейно.

2 Учет сил инерции приводит к тому, что несущая способность упорного подшипника скольжения увеличивается на 5–10 %.

3 При значении параметра неоднородности ω, обусловленного наличием пористого слоя, при $\omega=0,5$ наблюдается максимум несущей способности как при учете сил инерции, так и без учета ($\mathrm{Re}=0,\ \mathrm{Re}\neq 0$).

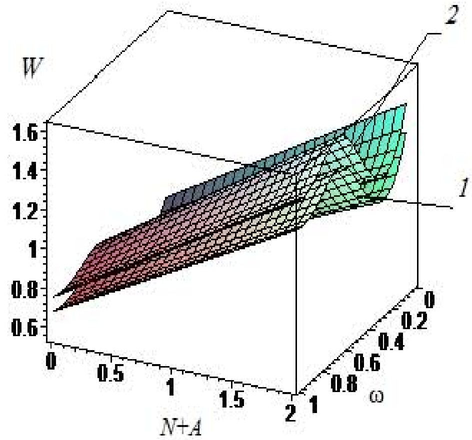

Рис. 2. Зависимость безразмерной несущей способности от значения $N + A$, характеризующего наличие магнитной индукции, и параметра ω без учета числа Рейнольдса:

1 – при $\gamma = 0{,}08$;

2 – при $\gamma = 0{,}1$

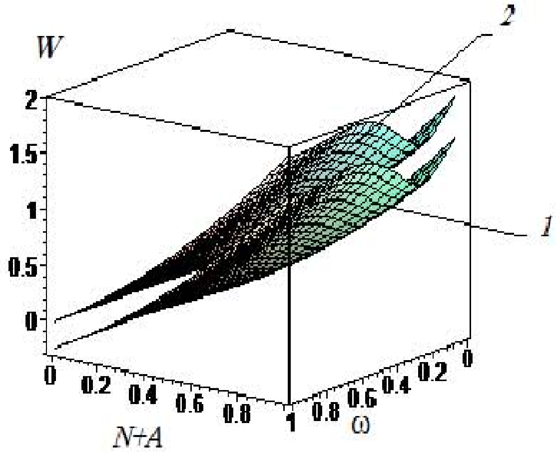

Рис. 3. Зависимость безразмерной несущей способности от значения $N + A$, характеризующего наличие магнитной индукции, и параметра ω с учетом числа Рейнольдса:

1 – при $\mathrm{Re} = 10$;

2 – при $\mathrm{Re} = 50$

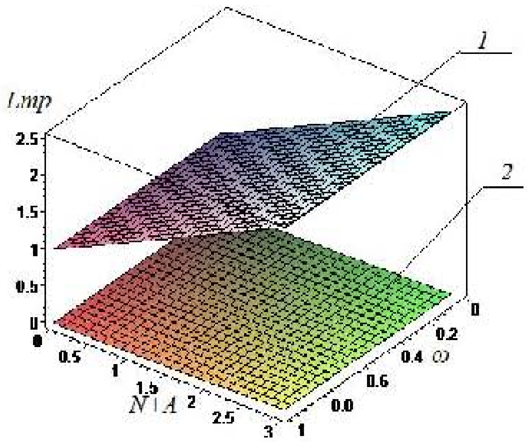

Рис. 4. Зависимость безразмерной силы трения от значения $N + A$, характеризующего наличие магнитной индукции, и параметра ω с учетом числа Рейнольдса (*1*) и без учета числа Рейнольдса (*2*)

Библиографический список

1 **Воробьев, В.Ф.** Повышение коррозионной стойкости постоянных магнитов в устройствах магнитожидкостных уплотнений / В.Ф. Воробьев, Н.В. Ильин, М.Н. Шипко // Вестник машиностроения. – 2002. – № 1. – С. 20–23.

2 **Михалев, Ю.О.** Магнитожидкостные уплотнения / Ю.О. Михалев // Вестник машиностроения. – 2002. – № 5. – С. 37–45.

3 **Ахвердиев, К.С.** Математическая модель прогнозирования влияния электромагнитного поля на устойчивость работы радиального подшипника, работающего на электропроводящей смазке / К.С. Ахвердиев, Е.О. Лагунова // Вестник РГУПС. – 2009. – № 2. – С. 136–147.

4 **Лагунова, Е.О.** Гидродинамический расчет радиального подшипника при наличии электромагнитного поля / Е.О. Лагунова // Труды РГУПС. – 2008. – № 3(7). – С. 46–51.

5 Математическая модель стратифицированного течения двухслойной смазочной композиции в радиальном подшипнике с повышенной несущей способностью с учетом теплообмена / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, Е.Е. Александрова, А.Ч. Эркенов // Вестник РГУПС. – 2011. – № 1(41). – С. 160–165.

6 **Гармонина, А.Н.** Расчетная модель электропроводящей смазки упорного подшипника с демпфирующими свойствами при наличии электромагнитных полей / А.Н. Гармонина // Вестник РГУПС. – 2015. – № 2. – С. 146–152.

7 **Гармонина, А.Н.** Расчетная модель электропроводящей смазки радиального подшипника с демпфирующими свойствами при наличии электромагнитных полей / А.Н. Гармонина // Вестник РГУПС. – 2015. – № 3. – С. 121–127.

Bibliography

1 **Vorobiev, V.F.** Increasing the corrosion resistance of permanent magnets in magnetic-sealing devices / V.F. Vorobiev, N.V. Ilyin, M.N. Shipko // Vestnik mashinostroyeniya. – 2002. – № 1. – P. 20–23.

2 **Mikhalev, Ju.O.** Magnetic fluid sealing / Ju.O. Mikhalev // Vestnik mashinostroyeniya. – 2002. – № 5. – P. 37–45.

3 **Akhverdiev, K.S.** Mathematical model to predict the effects of electromagnetic field on the stability of radial bearing running on the conductive grease / K.S. Akhverdiev, E.O. Lagunova // Vestnik RGUPS. – 2009. – № 2. – P. 136–147.

4 **Lagunova, E.O.** Hydrodynamic radial bearing in the presence of electromagnetic fields / E.O. Lagunova // Trudy RGUPS. – 2008. – № 3(7). – P. 46–51.

5 Mathematical model of a two-layer stratified flow of the lubricant composition in a radial bearing with enhanced load-bearing capacity considering heat exchange / K.S. Akhverdiyev, M.A. Mukutadze, E.E. Alexandrova, A.Ch. Erkenov // Vestnik RGUPS. – 2011. – № 1 (41). – P. 160–165.

6 **Garmonina, A.N.** Calculation model of conductive grease thrust bearing with damping properties in the presence of an electric field / A.N. Garmonina // Vestnik RGUPS. – 2015. – № 2. – P. 146–152.

7 **Garmonina, A.N.** The calculation model electrically conductive lubrication radial bearing with damping properties in the presence of electromagnetic fields // Vestnik RGUPS. – 2015. – № 3. – P. 121–127.