Лабораторная работа №3.3

,   2 5 3 5 0 4
7

>

> **#Задание1(исследовать поведение фазовых кривых вблизи точки покоя,
> определить тип точки покоя,
> найти общее решение системы и выделить ФСР,
> перейти от системы к однородному ДУ первого порядка)**

> $de1 := diff(y_1(t), t) = -4 \cdot y_1(t) - 8 \cdot y_2(t)$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, y_1(t) = -4\, y_1(t) - 8\, y_2(t) \quad \textbf{(1)}$$

> $de2 := diff(y_2(t), t) = -3 \cdot y_1(t) + 6 \cdot y_2(t)$

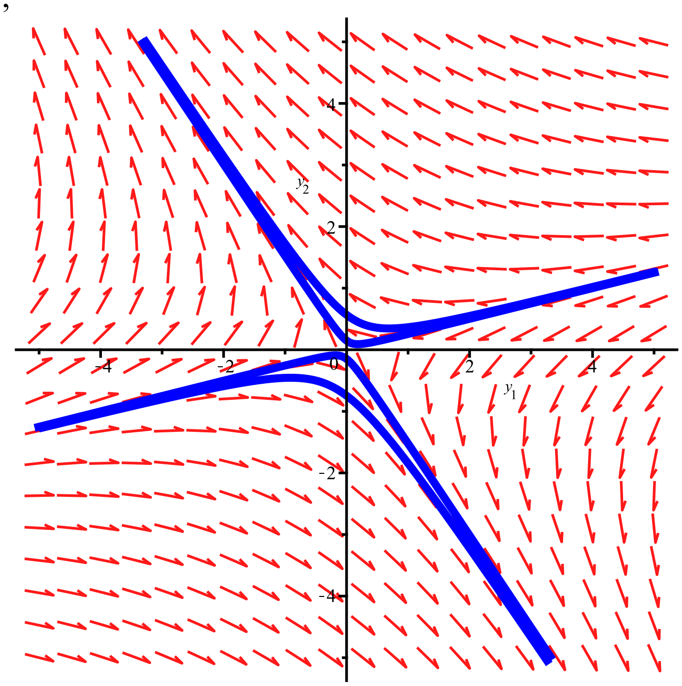
$$de2 := \frac{d}{dt}\, y_2(t) = -3\, y_1(t) + 6\, y_2(t) \quad \textbf{(2)}$$

> $dsolve(\{de1, de2\}, \{y_1(t), y_2(t)\})$

$$\left\{ y_1(t) = \_C1\, e^{8t} + \_C2\, e^{-6t},\ y_2(t) = -\frac{3\ \_C1\, e^{8t}}{2} + \frac{\_C2\, e^{-6t}}{4} \right\} \quad \textbf{(3)}$$

> $port := DETools[phaseportrait]([de1, de2], [y_1(t), y_2(t)], t = -5..5, [[0, 0.1, 0.1], [0, -0.1, -0.1], [0, -0.5, -0.5], [0, 0.21, 0.44]], y_1(t) = -5..5, y_2(t) = -5..5, stepsize = 0.005, linecolor = blue)$:

> $plots[display](port);$



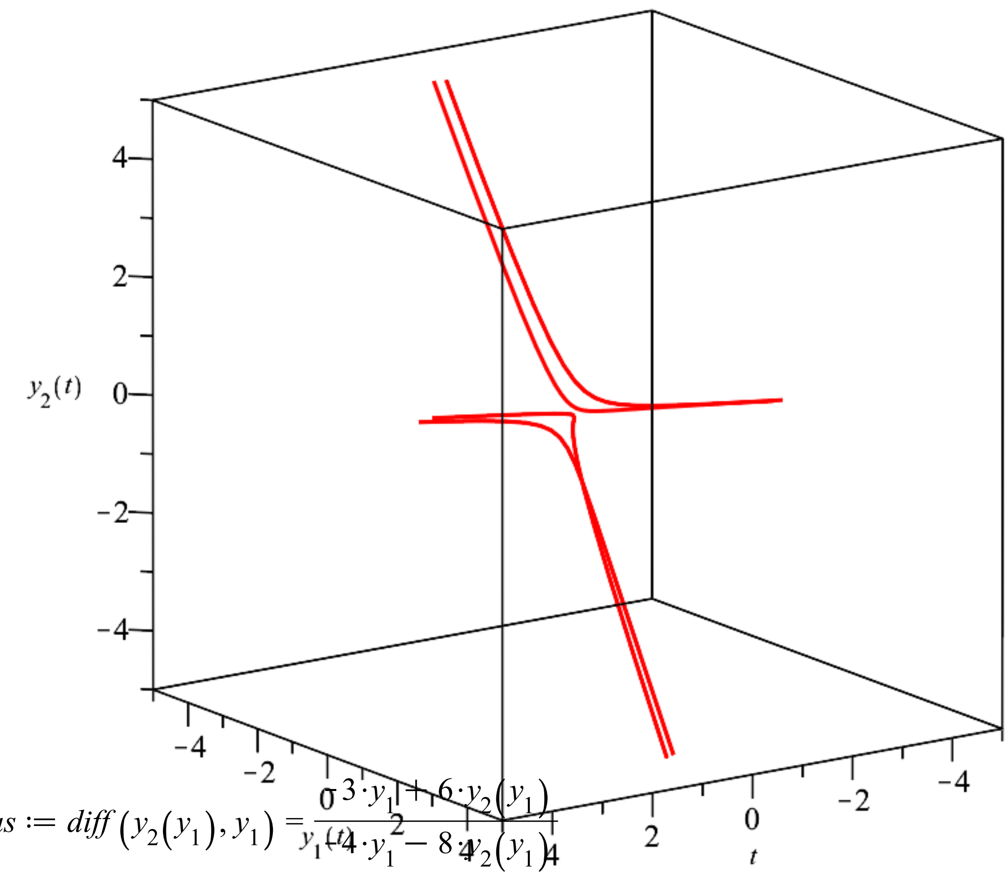
> $A := matrix([[-4 - \lambda, -8], [-3, 6 - \lambda]]);$
> $solve(linalg[det](A) = 0);$

$$A := \begin{bmatrix} -4-\lambda & -8 \\ -3 & 6-\lambda \end{bmatrix}$$

$$8,\ -6 \qquad \textbf{(4)}$$

> #Действительные разных знаков ⇒ тип точки покоя — седло

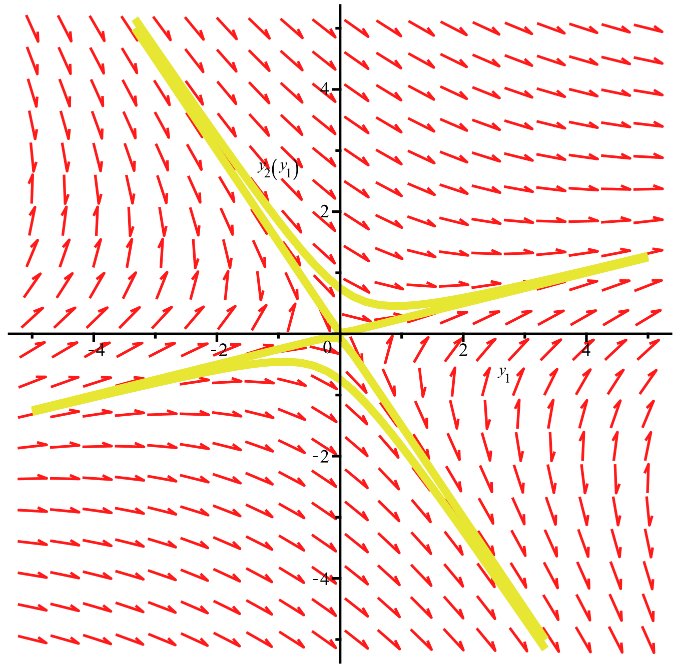
> $DEtools[DEplot3d]\left([de1, de2], \left[y_1(t), y_2(t)\right], t=-5..5, [[0, 0.1, 0.1], [0,-0.1,-0.1], [0,-0.5,-0.5], [0, 0.21, 0.44]], y_1(t)=-5..5, y_2(t)=-5..5, stepsize=0.05, linecolor=red\right)$



> $homogeneous := diff\left(y_2(y_1), y_1\right) = \frac{-3\cdot y_1 + 6\cdot y_2(y_1)}{-4\cdot y_1 - 8\cdot y_2(y_1)}$

$$homogeneous := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y_1}\, y_2(y_1) = \frac{-3\,y_1 + 6\,y_2(y_1)}{-4\,y_1 - 8\,y_2(y_1)}$$

> $DETools[DEplot]\left(homogeneous, y_2(y_1), y_1=-5..5, y_2(y_1)=-5..5, \left[y_2(0.01)=0.01, y_2(-0.05)=-0.05, y_2(-0.5)=-0.5, y_2(0.5)=0.5\right]\right)$



> **restart;**

> **#Задание 2. Решите систему уравнений методом исключений и сравните результат с ответом, полученным в Maple.**

> $de1 := diff\left(y_1(t), t\right) = 3 \cdot y_1(t) + 2 \cdot y_2(t)$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, y_1(t) = 3\, y_1(t) + 2\, y_2(t) \tag{6}$$

> $de2 := diff\left(y_2(t), t\right) = y_1(t) + 4 \cdot y_2(t)$

$$de2 := \frac{d}{dt}\, y_2(t) = y_1(t) + 4\, y_2(t) \tag{7}$$

> $dsolve\left(\{de1, de2\}, \{y_1(t), y_2(t)\}\right)$

$$\left\{y_1(t) = \_C1\, e^{2t} + \_C2\, e^{5t}, y_2(t) = -\frac{\_C1\, e^{2t}}{2} + \_C2\, e^{5t}\right\} \tag{8}$$

> **restart;**

> **#Задание 3. Решите задачу Коши с помощью методов Лагранжа и Д'Аламбера. Сравните с результатом, полученным в Maple. Сделайте чертеж.**

> $de1 := diff(x(t), t) = 2 \cdot x(t) + 8 \cdot y(t) + 1$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, x(t) = 2\, x(t) + 8\, y(t) + 1 \tag{9}$$

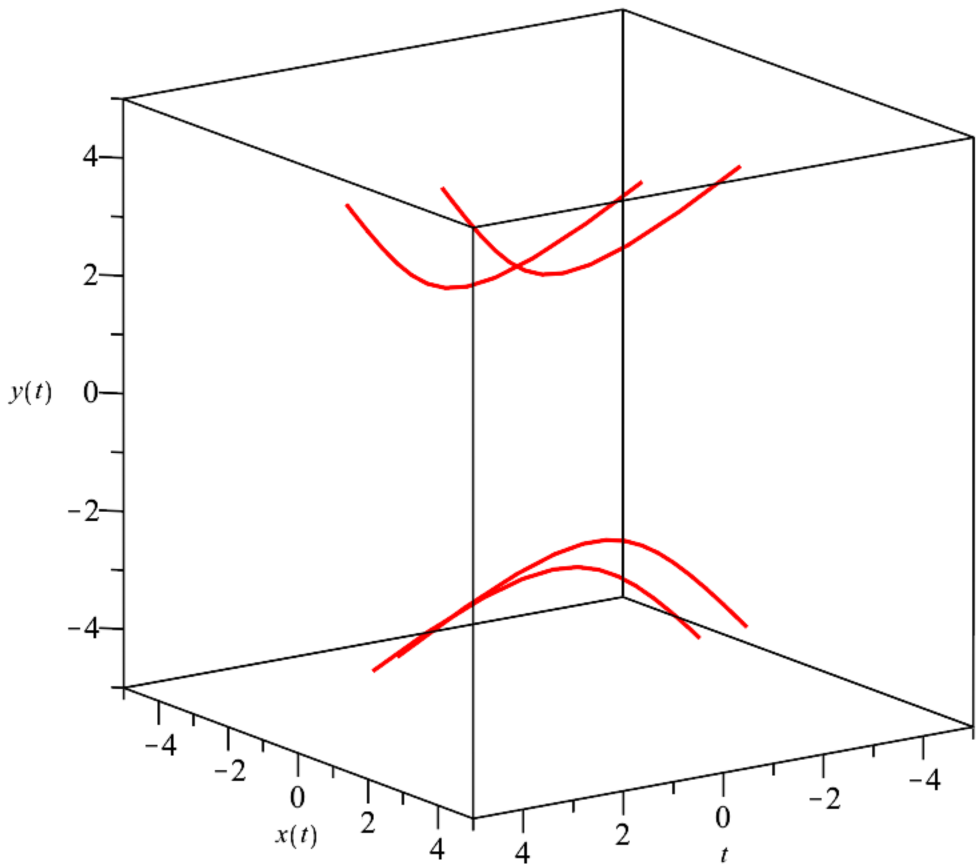
> $de2 := diff(y(t), t) = 3 \cdot x(t) + 4 \cdot y(t)$

$$de2 := \frac{d}{dt}\, y(t) = 3\, x(t) + 4\, y(t) \tag{10}$$

> $dsolve(\{de1, de2, x(0) = 2, y(0) = 1\}, \{x(t), y(t)\})$

$$\left\{x(t) = \frac{33\, e^{8t}}{20} + \frac{e^{-2t}}{10} + \frac{1}{4}, y(t) = \frac{99\, e^{8t}}{80} - \frac{e^{-2t}}{20} - \frac{3}{16}\right\} \tag{11}$$

> $DEtools[DEplot3d]([de1, de2], [x(t), y(t)], t=-5..5, [[1, 1, 3], [-1,-1, 2], [1,-2,-4], [0, 1, -2]], x(t)=-5..5, y(t)=-5..5, stepsize=0.05, linecolor=red)$



>