

Вычислительная физика

Домашняя работа №1

Задание №1

$$1) I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+\alpha} dx = \int_0^1 \frac{x^n + \alpha x^{n-1} - \alpha x^{n-1}}{x+\alpha} dx = \int_0^1 x^{n-1} \frac{x+\alpha-\alpha}{x+\alpha} dx = \int_0^1 x^{n-1} dx - \int_0^1 \frac{\alpha x^{n-1}}{x+\alpha} dx = \frac{1}{n} - \alpha I_{n-1}$$

$$I_n = \frac{1}{n} - \alpha I_{n-1}$$

$$2) I_0(\alpha) = \int_0^1 \frac{1}{x+\alpha} dx = \ln \left| \frac{1+\alpha}{\alpha} \right|$$

Задание №3

$$a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2}$$

$$(\text{Сделаем замену } a_n = \lambda^n, a_{n-1} = \lambda^{n-1}, a_{n-2} = \lambda^{n-2})$$

$$\lambda^n = -\lambda^{n-1} + 6\lambda^{n-2}$$

$$\lambda^2 = -\lambda + 6$$

$$\lambda_1 = -3, \lambda_2 = 2$$

$$a_n = C_1(-3)^n + C_2(2)^n$$

$$\begin{cases} a_0 = C_1 + C_2 = 1 \\ a_1 = -3C_1 + 2C_2 = -3 \end{cases}$$

$$C_1 = 1, C_2 = 0$$

$$a_n = (-3)^n$$

Задание №4

$$\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ \delta & 1 \end{pmatrix}$$

Найдем собственные значения этой матрицы:

$$\lambda_1, \lambda_2 = 1 \pm \sqrt{10\delta}$$

$$d(\epsilon(\delta)) = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{\delta}} d\delta$$

$$k(\delta) = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{\delta}}$$

$$k(10) = 0,5$$

$$k(0,1) = 5$$