Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет

информатики и радиоэлектроники»

**Курсовая работа**

**на тему**

**«**Сглаживающие сплайны. B-сплайны**»**

**Выполнил:** Губский Михаил Дмитриевич

студент факультета компьютерных систем и сетей

специальности «Информатика и технологии программирования»

2 курс (3 семестр)

**Проверил**: Борзенков Алексей Владимирович

**Предмет:** Математический анализ

***Содержание:***

***Раздел 1.* Модель физического процесса (экономического, экологического, биологического, механического, социального и т.д.), приводящая к математической формулировке выбранного задания.**

***Раздел 2.* Подробное изложение теории по решаемой задаче. С доказательствами. Пользоваться только учебниками и учебными пособиями с грифом .*****2.1*****Сглаживающие сплайны *2.2* B-сплайны**

***Раздел 3.* Просчет задач по выбранной теме вручную – 2 примера.**

***Раздел 4.* Отлаженный программный модуль (распечатка) на языке структурного программирования MatLab (версии 7, 8). На электронном носителе, модуль должен быть пригодным к проверке. Рекомендуется MatLab 7.**

***Раздел 5.* Дополнительное требуется использование среды визуального программирования SIMULINK (в случае затруднений можно реализовать часть задачи, а не всю). На электронном носителе S-модель должна быть готовой к проверке.**

**Раздел 6. Задачи с ответами (не менее трех) на которых тестировался модуль**

***Раздел 7.* Литература.**

**Раздел 1. Модель физического процесса (экономического, экологического, биологического, механического, социального и т.д.), приводящая к математической формулировке выбранного задания.**

В одной из лабораторий страны G исследуется ядерный распад некоторого радиоактивного элемента. В начальный момент времени масса всех атомов равна m. Ученые снимают показатели: количество распавшихся ядер от времени (с начала распада) и заносят в таблицу. Т.к. частицы невелики и их число велико, компьютер выдает значения с некоторой погрешностью.

После снятия данных стоит задача в построении зависимости количества распавшихся ядер от времени, достаточно удобной (гладкой) для последующих изучений.

Приведем некоторые формулы из физики

Первоначальное количество атомов

где

m— масса атомов в начальный момент времени.

M— молярная масса элемента.

— число Авогадро().

Количество оставшихся ядер спустя время t после начала распада:

где

t— время с начала распада.

T— период полураспада.

Тогда число распавшихся ядер находится:

Ввиду того что начальные данные заданы с некоторой погрешностью, целесообразно воспользоваться сглаживающими сплайнами.

***Раздел 2.* Подробное изложение теории по решаемой задаче. С доказательствами. Пользоваться только учебниками и учебными пособиями с грифом .**

Начнем с основных определений.

***Интерполяция***—в [вычислительной математике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%8B%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) способ нахождения промежуточных [значений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) величины по имеющемуся [дискретному](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) набору известных значений.

***Аппроксимация*** *(приближение)*—[научный](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0) [метод](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4), состоящий в замене одних [объектов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%8A%D0%B5%D0%BA%D1%82) другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми.

**2.1 Сглаживающие сплайны [3]**

Зачастую экспериментальные значения получаются с некоторой погрешностью , и требуется построить некоторую гладкую функцию , такую что . Интерполяция сплайнами в данном случае не дает должных результатов, поэтому часто прибегают к построению сглаживающих сплайнов.

Сглаживающий сплайн отличается от интерполяционного тем, что требование прохождения графика сплайна через заданные точки заменяется компромиссом между двумя следующими (вообще говоря противоречивыми) требованиями:

1. график сплайна должен лежать как можно ближе к заданным точкам;
2. гладкость получающейся кривой должна быть как можно больше.

У этих требований есть количественные выражения. Обозначим через ƒ(x) сглаживающий сплайн, а через (, ) k=1,2..n; исходные данные. В качестве меры гладкости сплайна ƒ(x) выбирают интегральную характеристику его производной.  
Тогда мерой гладкости сплайна является:

где *m* такое число, что *2m* - порядок сплайна

В качестве меры близости выбирают взвешенное суммарное отклонение сплайна от исходных данных:

где параметры сглаживания и позволяет управлять свойствами сглаживающего сплайна.

Чем меньше , тем ближе проходит к .

Сглаживающим сплайном на сетке w называется функция :

1. на каждом из отрезков представляет собой многочлен m-й степени
2. В.Г. хотя бы дважды непрерывно дифференцируема на отрезке .
3. доставлять минимум функционалу

.

1. удовлетворять граничным условиям одного из следующих типов:

*Граничные (краевые) условия 1-го типа*

*Граничные (краевые) условия 2-го типа*

*Граничные (краевые) условия 3-го типа*

Для примера опишем нахождение коэффициентов *кубического сглаживающего сплайна*:

Введем обозначения

где и —неизвестные пока величины. Их число равно 2\*n+2;

Сплайн-функция, записанная в форме

где

непрерывна на всем промежутке : положив в этой формуле t=0 и t=1, получим соответственно

Покажем, что числа и можно выбрать так, чтобы сплайн, записанный в форме (8), имел на промежутке непрерывную первую производную.

Вычислим первую производную сплайна на промежутке :

В точке имеем

Вычислим первую производную сплайна на промежутке :

В точке имеем

Из условия непрерывности первой производной сплайна во внутренних узлах сетки w

получаем m-1 соотношение

Запишем в матричной форме

Здесь

где

Кроме того, сплайн на промежутке имеет непрерывную вторую производную: продифференцировав соотношение (8) и положив t=0 и t=1, получим соответственно

Из условия минимума функционала (4) получаем:

где

Заменяя в первом равенстве столбец его выражением, полученным из соотношения (9), приходим к матричному уравнению, для определения M:

Это уравнение имеет единственное решение вследствие того, что матрица всегда не вырождена. Найдя его, мы легко определяем .

**2.2 B-сплайны. [1,3,4]**

Введем понятие разделенной разности.

Пусть имеется некоторая функция и пусть нам известны значения функции для некоторых значений параметра . Разделенными разностями первого порядка называются отношения

где узлы на параметрической оси, которые идут по возрастанию.

Разделенными разностями k-го порядка называется отношение:

Для функции :

Для , используя формулу Лейбница (11), представим в виде , где и . Тогда при разделенная разность

Воспользовавшись (10) преобразуем:

Подставив , получаем что .

Окончательно

Пусть имеется неубывающая последовательность узлов . разделенная разность примет вид:

Для разделенная разность будет выглядеть:

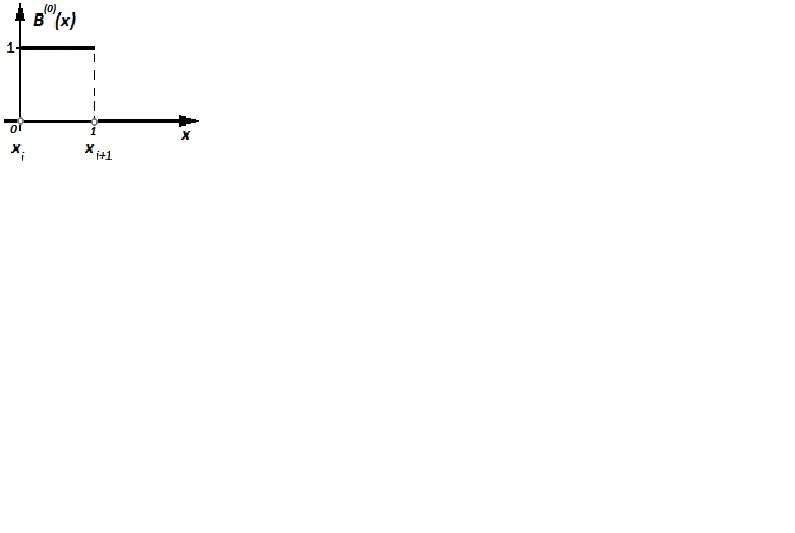
Подставляя окончательно получаем:

Т.О. B-сплайн степени k 1 , построенный на числовой прямой по сетке w, определяется

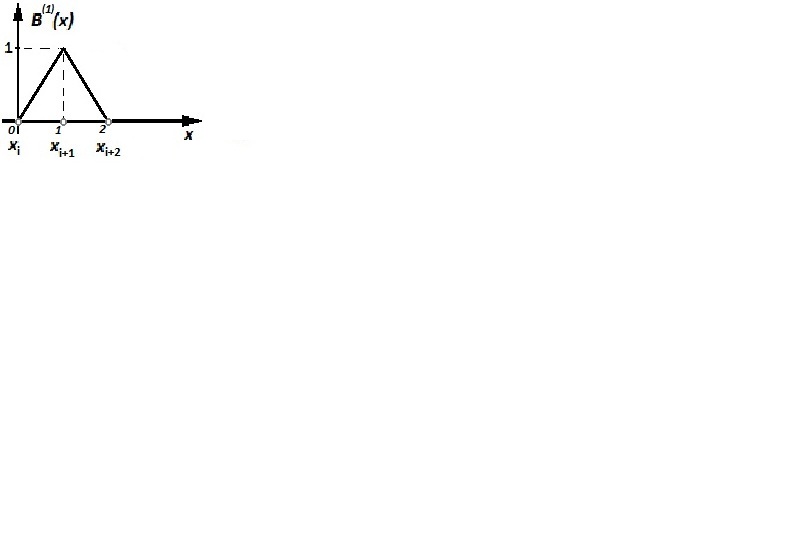
посредством рекуррентной формулы

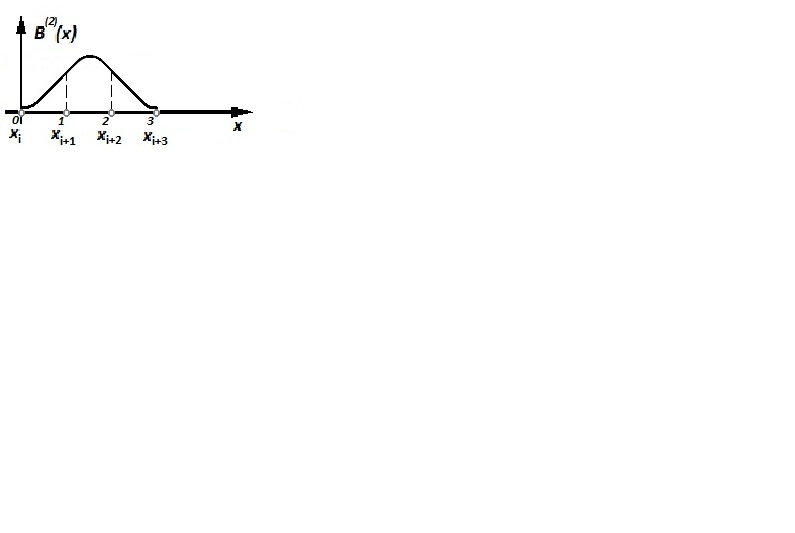
В -сплайн произвольной степени k может быть отличен от нуля только на некотором

отрезке (определяемом k + 2 узлами).

**

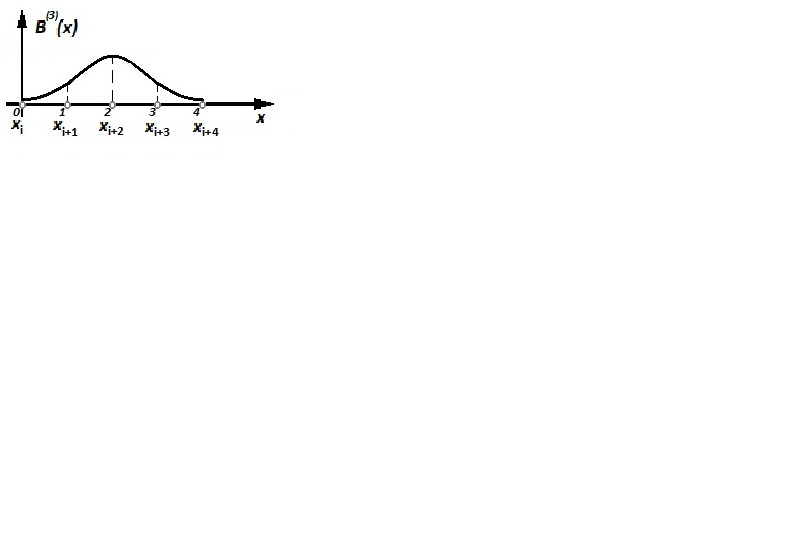
*В -сплайном нулевой степени, построенным на числовой прямой по сетке w, называется функция вида*

*В -сплайном первой и второй степеней, построенным на числовой прямой по сетке w, являются соответственно*:



Кубические В-сплайны удобнее нумеровать так, чтобы сплайн был отличен от нуля на отрезке .

Приведем формулу для кубического сплайна третьей степени для случая равномерной сетки (с шагом h). Имеем



Базисные сплайны хороши тем, что вычисление *B*-сплайна для i-го узла зависит лишь от i+k узлов и *B*-сплайна k-1 степени (где k-требуемая степень *B*-сплайна), что очень упрощает расчёты по сравнению со сглаживающими сплайнами, ведет к сокращению времени обработки и снижению требований к памяти компьютера. При k=3 *B*-сплайн уже обладает достаточной гладкостью для исследований. С другой стороны B-сплайны не имеют свободных коэффициентов, следовательно, не дают изменять форму.

Кривые, построенные с помощью *B*-сплайнов, имеют следующие преимущества:

* «повторяют» опорную ломанную, составленную из точек сетки w.
* если опорные вершины сетки w лежат в одной плоскости, то и кривая лежит в этой плоскости.
* изменение или добавление одной вершины в массиве приводит к изменению только части кривой (зависит от степени базисного сплайна).
* лежит в выпуклой оболочке порожденной сеткой w.

Кривые с *B*-сплайнами степени 3 и более имеет ещё одно главное свойство:

* являются гладкими по крайней мере .

К сожалению, применение *B*-сплайнов имеет и отрицательные стороны:

* крайние точки не совпадают с крайними точками сетки w (К счастью, этого можно избежать, добавив «мнимые» точки на определяющую ломаную). Этого свойства лишены кривые Безье.

Спорным свойством таких кривых является: кривая, как правило, не проходит ни через одну точку заданного массива.

Далее рассмотрим построение кривых с помощью кубических *B*-сплайнов.

Дополним сетку w вспомогательными узлами, взятыми совершенно произвольно:

По расширенной сетке w\* можно построить семейство m+3 кубических B-сплайнов:

Это семейство образует базис в пространстве кубических сплайнов на отрезке [a, b]. Тем самым, произвольный кубический сплайн S(x), построенный на отрезке [a,b] по сетке w из m+1 узла, может быть представлен на этом отрезке в виде линейной комбинации

Условиями задачи коэффициенты этого разложения определяются однозначно.

В случае, когда заданы значения функции в узлах сетки и значения первой производной функции на концах сетки(задача интерполяции с граничными условиями первого рода), эти коэффициенты вычисляются из системы следующего вида

После исключения величин и получается линейная система с неизвестными и трехдиагональной матрицей. Условие

обеспечивает диагональное преобладание и, значит, возможность применения метода прогонки для её разрешения.

Параметрические уравнения элементарной кубической В -сплайновой кривой

По заданному массиву узлов (элементарная) кубическая B-сплайновая кривая определяется при помощи векторного уравнения, имеющего следующий вид

Матричная запись параметрических уравнений, описывающих элементарную кубическую B-сплайновую кривую

где

,

, .

Матрица M называется базисной матрицей B-сплайновой кривой.

***2.3 Кривые Безье [3,5]***

Существует класс задач, когда решение зависит как от функциональных, так и от эстетических требований, например дизайн поверхности машины, фюзеляжа самолета, формы корабля, мебели или посуды. Кроме количественных критериев здесь требуется учет практического опыта, и часто необходимо интерактивное вмешательство разработчика.

Пьер Безье предложил новый тип кривых, который позволял бы вмешательство разработчика.

По заданному массиву вершин

кривая Безье степени m определяется при помощи векторного уравнения:

где

—многочлены Бернштейна. Здесь

Матричная запись параметрических уравнений, описывающих кривую Безье:

где

В случае если промежуток изменения параметра произволен, ФОР, уравнение кривой Безье принимает вид:

При описании элементарных кривых Безье в качестве функциональных весовых множителей берутся многочлены Берште йна

Они оказывают существенное влияние на поведение кривых Безье.

Кривых Безье имеют следующие свойства:

* являются гладкими
* имеют начало в 1-й вершине массива w, касается отрезка опорной ломанной.
* заканчивается в последней точке массива w и касается отрезка опорной ломанной.
* лежит в выпуклой оболочке, порожденной массивом w.
* масштабирование и изменение пропорций кривой Безье не нарушает её стабильности, так как она с математической точки зрения «[аффинно](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%84%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) инвариантна»
* повторяет опорную ломанную
* симметричны
* В случае, если опорные вершины лежат на одной прямой (коллинеарные), кривая совпадает с отрезком
* если опорные вершины сетки w лежат в одной плоскости, то и кривая лежит в этой плоскости.
* количество вершин многоугольника жестко задает порядок многочлена.
* при добавлении или изменении одной вершины возникает необходимость полного пересчета кривой Безье.
* изменение одной вершины ведет к заметному изменению всей кривой Безье.
* в уравнении, описывающем элементарную кривую Безье, нет свободных параметров - заданный массив однозначно определяет кривую Безье, не давая возможности хоть как-то влиять на ее форму;

Благодаря простоте задания и манипуляции, кривые Безье нашли широкое применение в [компьютерной графике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%B0) для моделирования гладких линий. Кривая целиком лежит в [выпуклой оболочке](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%8B%D0%BF%D1%83%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0) своих опорных точек. Это свойство кривых Безье с одной стороны значительно облегчает задачу нахождения точек пересечения кривых (если не пересекаются [выпуклые оболочки](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%8B%D0%BF%D1%83%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0) опорных точек, то не пересекаются и сами кривые), а с другой стороны позволяет осуществлять интуитивно понятное управление параметрами кривой в [графическом интерфейсе](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D1%84%D0%B5%D0%B9%D1%81_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8F) с помощью её опорных точек. Кроме того [аффинные преобразования](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%84%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F) кривой ([перенос](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%BE%D1%81), [масштабирование](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D1%82%D0%B5%D1%82%D0%B8%D1%8F), [вращение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D1%80%D0%BE%D1%82) и др.) также могут быть осуществлены путём применения соответствующих трансформаций к опорным точкам.

Наибольшее значение имеют кривые Безье второй и третьей степеней (квадратичные и кубические). Кривые высших степеней при обработке требуют большего объёма вычислений и для практических целей используются реже. Для построения сложных по форме линий отдельные кривые Безье могут быть последовательно соединены друг с другом в [сплайн Безье](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD_%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%8C%D0%B5&action=edit&redlink=1). Для того, чтобы обеспечить гладкость линии в месте соединения двух кривых, три смежные опорные точки обеих кривых должны лежать на одной прямой.

***Раздел 3.* Просчет задач по выбранной теме вручную.**

Пример 1

Дан фрагмент таблицы значений:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 0 | 2 | 3 | 5 | 3 |
|  | 0 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0 |

Требуется рассчитать сглаживающие сплайны по заданным коэффициентам сглаживания, при условии, что на концах функция имеет .

Для решения поставленной задачи целесообразно рассчитать кубический сглаживающий сплайн, т.к. он наиболее прост и достаточно гладок.

На каждом из промежутков

сглаживающий сплайн-функция ищется в виде:

Где

Тогда

а числа и , являются решением системы линейных алгебраических уравнений зависящих от краевых условий.

Опишем, как находятся величины :

где

Коэффициенты в виду заданных граничных условий равны:

Ввиду всего сказанного получаются следующие вектора:

Тогда

Решив СЛАУ имеем:

Перейдем к нахождению :

где

Тогда

Подставляем и находим

Подставляя полученные вектора (2)-(4) в формулу (1) получаем систему сглаживающих сплайнов:

***Раздел 4.* Отлаженный программный модуль (распечатка) на языке структурного программирования MatLab (версии 7, 8). На электронном носителе, модуль должен быть пригодным к проверке. Рекомендуется MatLab 7.**

Пример 1. Дана искажённая функция. Задача- сгладить

hold on

tol = (.05)^2\*(2\*pi); %разрешенная погрешность.

x = linspace(0,2\*pi,51); %разбивает отрезок [0;2\*pi] на 51 часть.

noisy\_y = cos(x) + .2\*(rand(size(x))-.5); %генерирование шума(искажения)

plot(x,noisy\_y,'x') %выводим узлы функции

% Для применения периодичности, приблизительно периодически продлевается

% данные, а затем ограничивается приближение к исходному интервалу.

noisy\_y([1 end]) = mean( noisy\_y([1 end]) );

lx = length(x);

lx2 = round(lx/2);

range = [lx2:lx 2:lx 2:lx2];

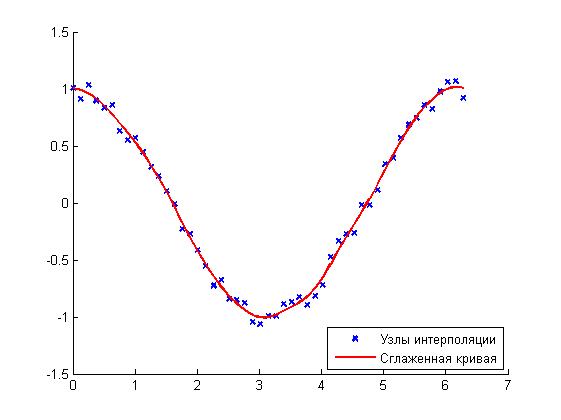
%аппроксимация кубическим сглаживающим сплайном в кусочно-полиномиальной форме;

sps = spaps([x(lx2:lx)-2\*pi x(2:lx) x(2:lx2)+2\*pi],noisy\_y(range),2\*tol);

%вывод на экран сглаженной кривой

fnplt(sps, [0 2\*pi], 'k', 2);

legend({'Узлы интерполяции' 'Искаженная кривая' 'Сглаженная кривая'}, 'location','SE');



Пример 2 Даны координаты узлов. Построить B-сплайн.

%координаты узлов

points = [ 2 1;1.5 1.5;0 1;0 0; 1 0; 1 1; 0 2; -1 1; -1 0; 0 -1; 0 -2; -1 -2; -1.5 -1].';

values = spcrv(points,3);

%строим ломаную по узлам

plot(points(1,:),points(2,:),'k','LineWidth',1.3);

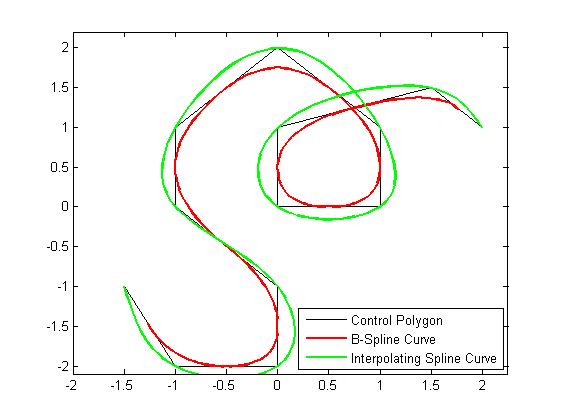
axis([-2 2.25 -2.1 2.2]);

hold on

plot(values(1,:),values(2,:),'r','LineWidth',1.5);

fnplt(cscvn(points), 'g',1.5);

legend({'Control Polygon' 'B-Spline Curve' 'Interpolating Spline Curve'},'location','SE');

****

Где

**spcrv(c,k)** - функция аппроксимации *B*-сплайнами с равномерно распределенными узлами; Входящие параметры: k- порядок B-сплайна, c-матрица точек. Возвращает матрицу точек.

**cscvn** - конструирование гладкой кривой, проходящей через заданные точки;Входящий параметр- матрица узлов.

Пример 3 По заданным параметрам построить гладкую поверхность.

x = sort([(0:10)/10,.03 .07, .93 .97]);

y = sort([(0:6)/6,.03 .07, .93 .97]);

[xx,yy] = ndgrid(x,y); % задает прямоугольную сетку в x\*y пространстве

z = franke(xx,yy); % задает функцию z(xx,yy);

mesh(x,y,z.');

xlabel('x'); ylabel('y');

view(150,50);

title('Data from the Franke Function');

figure(2);

ky = 3;

knotsy = augknt([0,.25,.5,.75,1],ky);

sp = spap2(knotsy,ky,y,z);

yy = -.1:.05:1.1;

vals = fnval(sp,yy); %вычисление значения сплайна в заданной точке;

mesh(x,yy,vals.');

xlabel('x'); ylabel('y');

view(150,50);

title('Simultaneous Approximation to All Curves in the Y-Direction');

figure(3);

coefsy = fnbrk(sp,'c');

kx = 4;

knotsx = augknt(0:.2:1,kx);

sp2 = spap2(knotsx,kx,x,coefsy.');

coefs = fnbrk(sp2,'c').';

xv = 0:.025:1; yv = 0:.025:1;

values = spcol(knotsx,kx,xv)\*coefs\*spcol(knotsy,ky,yv).'; %формирование %матрицы коллокаций по заданным узлам, полюсам интерполяции и порядку %сплайна;

mesh(xv,yv,values.');

xlabel('x'); ylabel('y');

view(150,50);

title('The Spline Approximant');

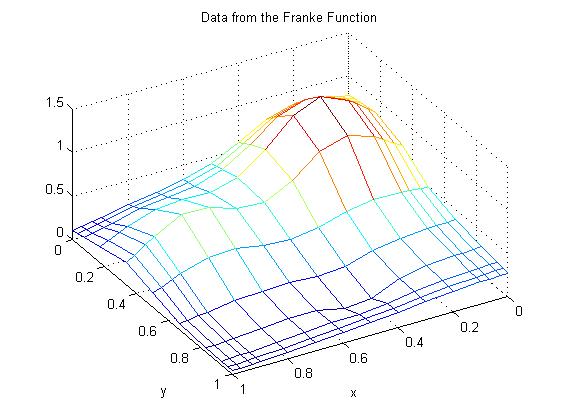
Где

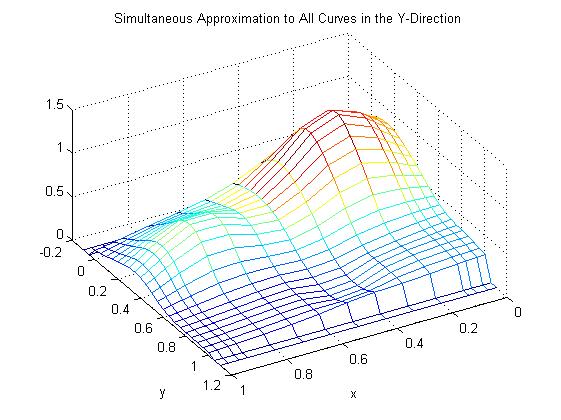
**mesh(xx,yy,zz)**- чертит сетчатую поверхность в 3D пространстве.

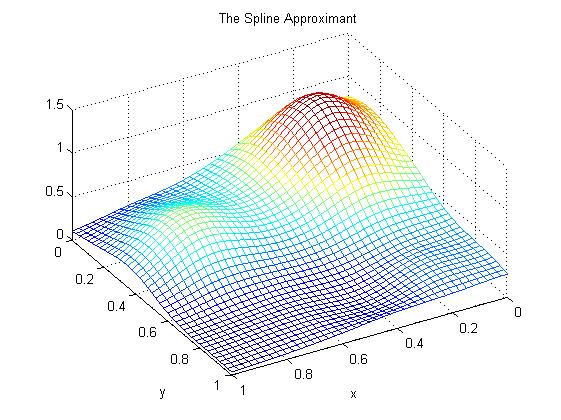
**fnbrk(sp,…)-** получение информации о сплайне: форма, число независимых переменных, размерность (если сплайн - вектор-функция), коэффициенты, базовый интервал, а также сведений, специфических для различных форм сплайнов;

**augknt(Points[],ky)-**функция для построения последовательности узлов с заданными кратностями;

**spap2(knots[],kx,x,coefsy.')**-аппроксимация кубическими B-сплайнами в смысле наименьших квадратов.

****

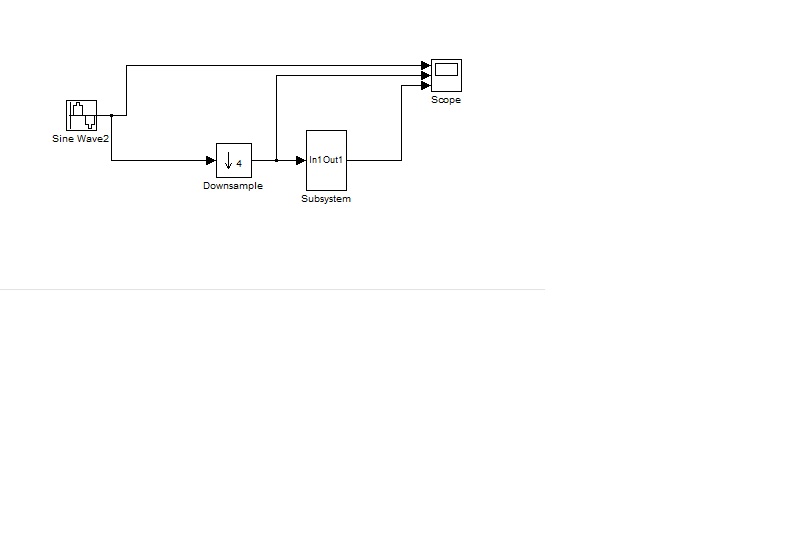
****

****

***Раздел 5.* Дополнительное требуется использование среды визуального программирования SIMULINK (в случае затруднений можно реализовать часть задачи, а не всю). На электронном носителе S-модель должна быть готовой к проверке.**

Модель устройства представляет своеобразный конструктор для проектирования сплайн-интерполяторов. Здесь представлены основные конструкции этих устройств. Процесс интерполяции происходит согласно выражению  , где  входные отсчеты; выходные отсчеты;  базисная сплайн функция. Для интерполяции используются базисные сплайны состоящие из четырех фрагментов в эрмитовой форме. В конкретном примере использован кубический B-сплайн. Но схема устройства не изменяется при выборе и иного базисного сплайна. Особенности построения таких базисов применительно к конкретным сигналам рассмотрены далее.

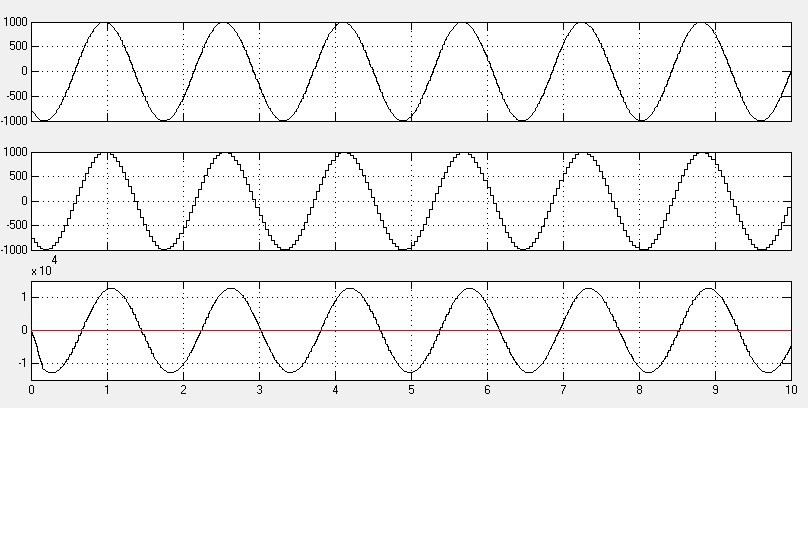
Сплайн-интерполятор, имеющий полифазную структуру.



При добавлении блока сразу после блока Sine Wave2 помогает управлять входной функцией.

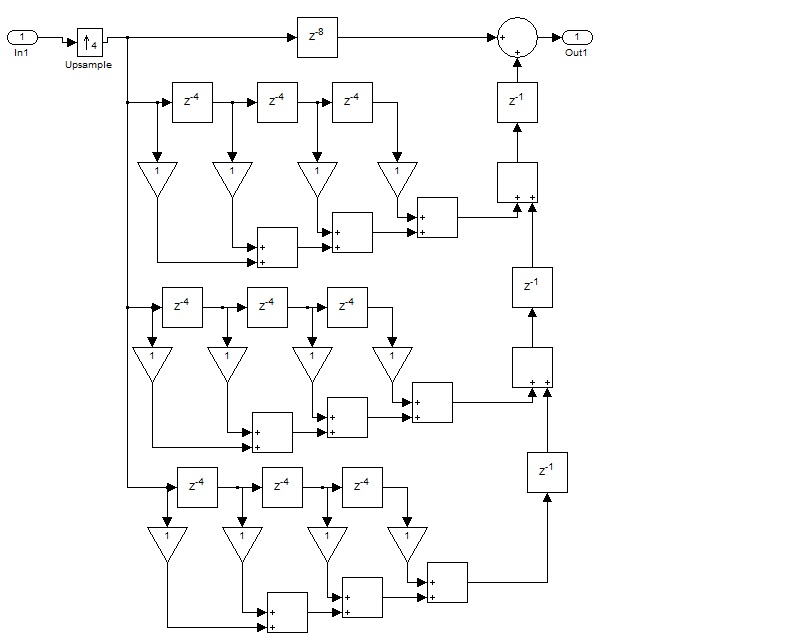
Блок **subsystem** выполняет интерполяцию входного сигнала в четыре раза. Моделирование выполняется на высокой выходной частоте. Тестовый синусоидальный сигнал предварительно понижается в частоте дискретизации. Осциллограммы показаны на рис.1. Сверху - исходный сигнал. В средине - прореженный тестовый сигнал. Внизу - интерполированный к исходной частоте сигнал.

рис 1.



Блок уменьшения числа дискретизации в 4 раза

**Блок Subsystem**



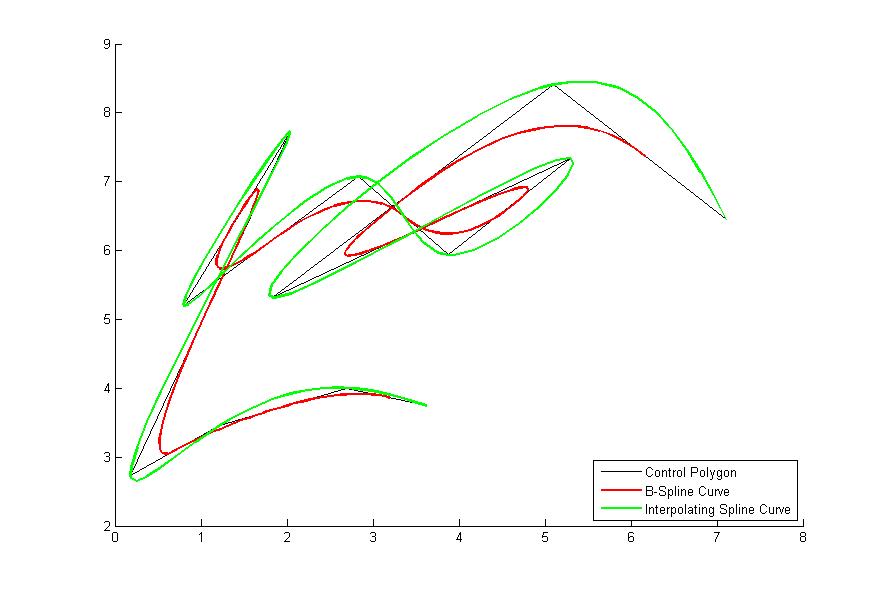
 Блок задержки(Delay),где d степень задержки.

Блок увеличения числа дискретизации в 4 раза

Блок усиления. Умножает входные данные на постоянную величину.

Блок суммирования.

**Раздел 6. Задачи с ответами (не менее трех) на которых тестировался модуль**



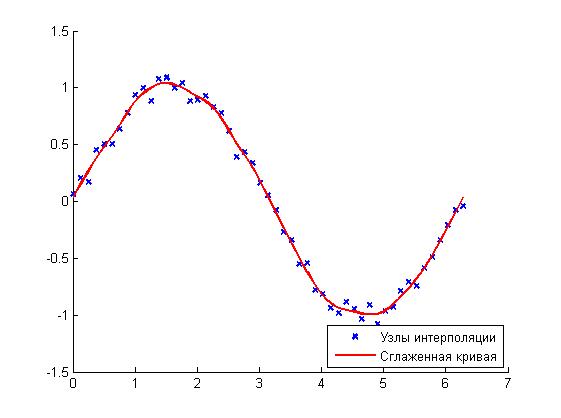
Задача 1(B-spline)

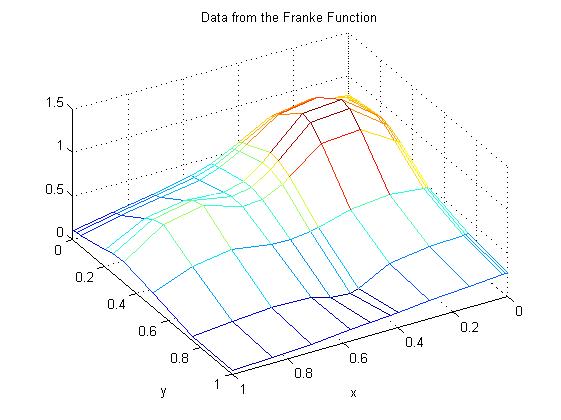
|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 7.111 | 6.451 |
| 5.1 | 8.415 |
| 1.833 | 5.314 |
| 5.301 | 7.333 |
| 3.883 | 5.936 |
| 2.826 | 7.077 |
| 0.798 | 5.208 |
| 2.035 | 7.726 |
| 0.18 | 2.73 |
| 1.22 | 3.458 |
| 2.69 | 4.004 |
| 3.626 | 3.744 |

Задача 2(SmoothingSpline)

x = linspace(0,2\*pi,51)

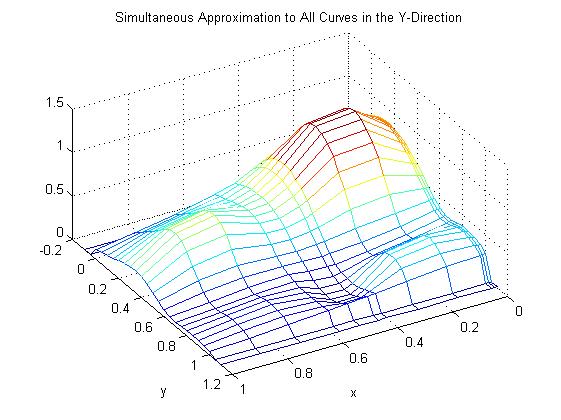
noisy\_y = sin(x) + .2\*(rand(size(x))-.5)

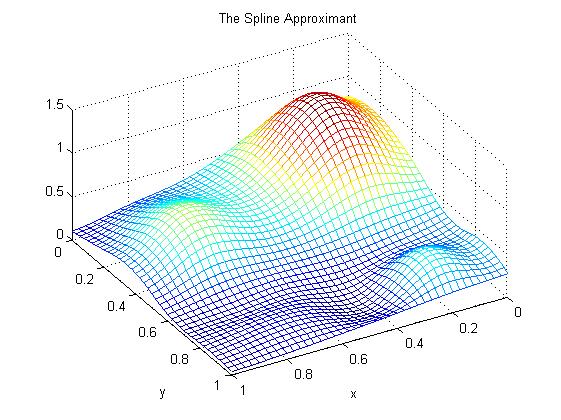


Задача 3(mesh)

x = sort([(0:7)/7,.01 .02, .4 .5]);

y = sort([(0:4)/4,.02 .05, .2 .32]);





***Раздел 7.* Литература.**

1. Борзенков А.В. —Индивидуальная работа на персональной ЭВМ по курсу высшей математики. Часть 3. Линейные пространства и линейные операторы. Учебно-методическое пособие в 6 частях. Под. Ред. А.В. Борзенкова, Минск, БГУИР, 1994, 46 с.
2. Аммерал— Компьютерная графика. 4 части. М. 1992
3. М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко, Е.В.Шикин, В.И.Заляпин— Высшая математика. Том 6—М.:Едиториал УРСС, 2003—256 с. —ISBN 5-354-00386-5
4. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование.—М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002, — 472 с.
5. Шикин Е.В., Плис Л.И.—Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователей. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1996. - 240 с.
6. Дж. Алберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш— Теория сплайнов и её приложения
7. К. Де Бур—Практическое руководство по сплайнам—г. 1985.
8. Н.В. Медведев—Применение сплайнов в теории приближения—уч. пос.—Чебоксары г.1977.
9. Интернет ресурс: <http://matlab.exponenta.ru/>
10. Интернет ресурс: http://www.mathworks.com/