

Лабораторная работа 8

Выполнил: Чепыгов Евгений

Цель работы: научиться работать с собственными значениями матриц и векторов

Ход выполнения работы:

Собственные значения и собственные векторы

Зададим матрицу

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Необходимо найти собственные значения и собственные векторы этой матрицы. Для нахождения используется команда `eig` с двумя выходными аргументами. Синтаксис:

```

>> diary on
>> A=[1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

     1     2    -3
     2     4     0
     1     1     1

>> [v lambda]=eig(A)
v =

-0.23995 + 0.00000i -0.79195 + 0.00000i -0.79195 - 0.00000i
-0.91393 + 0.00000i  0.45225 + 0.12259i  0.45225 - 0.12259i
-0.32733 + 0.00000i  0.23219 + 0.31519i  0.23219 - 0.31519i

lambda =

Diagonal Matrix

     4.52510 + 0.00000i         0         0
         0     0.73745 + 0.88437i         0
         0         0     0.73745 - 0.88437i

>> C = A'*A
C =

     6     11    -2
    11     21    -5
    -2     -5    10

>> [v lambda]=eig(C)
v =

 0.876137  0.188733 -0.443581
-0.477715  0.216620 -0.851390
-0.064597  0.957839  0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

 0.14970         0         0
         0     8.47515         0
         0         0    28.37516

```

Для примера случайного блуждания найдём вектор вероятности после 5 шагов для каждого из следующих начальных векторов вероятности:

$$a = [0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]^T,$$

$$b = [0.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5]^T,$$

$$c = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$d = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T.$$

Сформируем матрицу переходов:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}.$$

```

>> T=[1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1]
>> a=[0.2;0.2;0.2;0.2;0.2];
>> b=[0.5;0;0;0;0.5];
>> c=[0;1;0;0;0];
>> d=[0;0;1;0;0];
>> T^5*a
ans =

    0.450000
    0.025000
    0.050000
    0.025000
    0.450000

>> T^5*b
ans =

    0.50000
    0.00000
    0.00000
    0.00000
    0.50000

>> T^5*c
ans =

    0.68750
    0.00000
    0.12500
    0.00000
    0.18750

>> T^5*d
ans =

    0.37500
    0.12500
    0.00000
    0.12500
    0.37500

```

Найдём вектор равновесного состояния для цепи Маркова с переходной матрицей

$$T = \begin{bmatrix} 0.48 & 0.51 & 0.14 \\ 0.29 & 0.04 & 0.52 \\ 0.23 & 0.45 & 0.34 \end{bmatrix}.$$

ТТ

```

>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000

>> [v lambda]=eig(T)
v =

   -0.64840   -0.80111    0.43249
   -0.50463    0.26394   -0.81601
   -0.57002    0.53717    0.38351

lambda =

Diagonal Matrix

    1.00000    0    0
         0    0.21810    0
         0    0   -0.35810

>> x=v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

    0.37631
    0.29287
    0.33082

>> T^10*x
ans =

    0.37631
    0.29287
    0.33082

>> T^50*x
ans =

    0.37631
    0.29287
    0.33082

>> T^50*x-T^10*x
ans =

    4.4409e-16
    2.7756e-16
    3.8858e-16

>> diary off

```

Выводы: я научился работать с собственными значениями матриц и векторов