

ТТТ №1

Задание: получить заданную функцию $f(x, y) = (x+3)(y+1)$ с помощью оператора примитивной рекурсии, используя оператор суперпозиции, а также функции: $S(x) = x+1$, $O(x) = 0$, $I_m^n(x_1, \dots, x_n) = x_m$ (где $1 \leq m \leq n$), $S^{(2)}(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.

Решение.

$f(x, y) = (x+3)(y+1)$. Оппишем схему примитивной рекурсии для $f(x, y) = (x+3)(y+1)$:

$$\begin{cases} f(x, 0) = x+3 = S(S(S(x))), \\ f(x, y+1) = (x+3)(y+1+1) = f(x, y) + x+3, \end{cases}$$

Откуда, учитывая то, что

$$f(x, y) + x+3 = S^{(2)}(f(x, y), S(S(S(x))))$$

получаем схему примитивной рекурсии:

$$\begin{cases} f(x, 0) = x+3 = S(S(S(x))), \\ f(x, y+1) = S^{(2)}(f(x, y), S(S(S(x)))) \end{cases}$$

Ответ: схема примитивной рекурсии для $f(x, y) = (x+3)(y+1)$ задается функциями:

$$\begin{cases} \varphi(x) = S(S(S(x))), \\ \psi(x, y, z) = S^{(2)}(I_3(x, y, z), S(S(S(I_1(x, y, z))))). \end{cases}$$