РГР 3 по функциональному анализу

Выполнил студент Группы

М8О-307Б-22

Кострюков Евгений Сергеевич

Задание

Вычислите интеграл Лебега–Стилтьеса $\int\limits_{[a,b]} f(x)\,dF(x)$.

Номер в списке – 15. Группа 307 => Вариант 5. l = 10, k = 7

5) $[a,b] = [-2k, 4l]$; $f(x) = e^{kx} + \chi\left(5x + \frac{l}{5}\right) - x^2$, $F(x) = e^x + \chi(x+1) + 4\chi(x-k) + 2x^3$;

Решение

Костюков Е.С.
М80-307Б-22

Вариант №5

$k=7,\ l=10,\ [a,b]=[-14,40]$

$f(x)=e^{kx}+\chi\left(5x+\frac{l}{5}\right)-x^2$

$F(x)=e^x+\chi(x+1)+4\chi(x-k)+2x^3$

$$\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[e^x+\chi(x+1)+4\chi(x-7)+2x^3\right]=$$

$$=\overbrace{\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[e^x+2x^3\right]}^{1}+\overbrace{\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[\chi(x+1)\right]}^{2}+$$

$$+\overbrace{\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[4\chi(x-7)\right]}^{3}\ =$$

1) $\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[e^x+2x^3\right]=\left|F\text{ - непрерывные функции}\right|=$

$$=\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)(e^x+6x^2)\,dx=\left|\begin{matrix}5x+2=0\\ x=-\frac{2}{5}\end{matrix}\right|=\int\limits_{[-14,-\frac{2}{5}]}(e^{7x}-x^2)(e^x+6x^2)\,dx+$$

$$+\int\limits_{[-\frac{2}{5},40]}(e^{7x}+1-x^2)(e^x+6x^2)\,dx=\left(\frac{e^{8x}}{8}+\frac{6x^2e^{7x}}{7}-\frac{12xe^{7x}}{49}+\frac{12e^{7x}}{343}-x^2e^x+\right.$$

$$\left.+2xe^x-2e^x-\frac{6x^5}{5}\right)\Bigg|_{-14}^{-\frac{2}{5}}+\left(\frac{e^{8x}}{8}+\frac{6x^2e^{7x}}{7}-\frac{12xe^{7x}}{49}+\frac{12e^{7x}}{343}-e^x+\right.$$

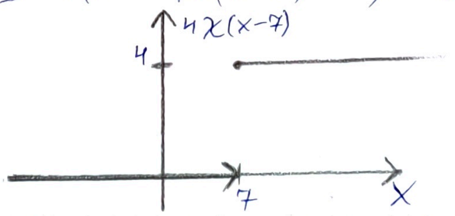
$$\left.+2x^3-x^2e^x+2xe^x-\frac{6x^5}{5}\right)\Bigg|_{-\frac{2}{5}}^{40}\approx-645391+1{,}1780\cdot10^{138}$$

2) $\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[\chi(x+1)\right]=e^{-7}+\overbrace{\chi(-5+2)}^{\chi(-3)=0}-1=e^{-7}-1$

$a=-1\in[-14,40]$

3) $\int\limits_{[-14,40]}(e^{7x}+\chi(5x+2)-x^2)\,d\left[4\chi(x-7)\right]=4(e^{49}+\overbrace{\chi(35+2)}^{\chi(37)=1}-49)=4(e^{49}-48)$

$a=7\in[-14,40]$



$\ =-645391+1{,}1780\cdot10^{138}+(e^{-7}-1)+4(e^{49}-48)=1{,}1780\cdot10^{138}+7{,}63\cdot10^{21}$

<u>Ответ</u>: $1{,}1780\cdot10^{138}+7{,}63\cdot10^{21}$.