

КР №4

Используя алгоритм Форда, найти минимальные пути из первой вершины во все достижимые вершины в нагруженном графе, заданном матрицей длин дуг.

$$C = \begin{pmatrix} \infty & 4 & 5 & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 3 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ 13 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 5 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 \\ \infty & 3 & 5 & 6 & \infty & 7 & 8 & \infty \end{pmatrix}$$

Решение.

1. Составим таблицу итераций. Итерацию $\lambda_i^{(9)}$ выписывать не нужно, т.к. $\lambda_i^{(5)} = \lambda_i^{(6)}$.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	$\lambda_i^{(0)}$	$\lambda_i^{(1)}$	$\lambda_i^{(2)}$	$\lambda_i^{(3)}$	$\lambda_i^{(4)}$	$\lambda_i^{(5)}$	$\lambda_i^{(6)}$	$\lambda_i^{(7)}$
V_1	∞	4	5	∞	8	∞	∞	∞	0	0	0	0	0	0	0	0
V_2	∞	∞	2	6	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	4	4	4	4	4
V_3	∞	∞	∞	3	2	∞	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5	5
V_4	13	∞	∞	∞	∞	1	5	∞	∞	∞	8	8	8	8	8	8
V_5	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	9	∞	8	7	7	7	7	7	7
V_6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	6	∞	∞	9	8	8	8	8	8
V_7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	∞	∞	12	11	11	11	11
V_8	∞	3	5	6	∞	7	8	∞	∞	∞	17	15	14	13	13	13

2. Длины минимальных путей из вершины V_1 во все остальные вершины определены в последнем столбце таблицы.

3. Найдем вершины, входящие в минимальные пути из V_1 во все остальные вершины графа.

3.1. минимальный путь из V_1 в V_2 : $V_1 - V_2$, его длина равна 4. $\lambda_1^{(0)} + C_{12} = 0 + 4 = \lambda_2^{(1)}$

3.2. мин. путь из V_1 в V_3 : $V_1 - V_3$, его длина равна 5.

$$\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$

КР №4

Продолжение.

3.3. Минимальный путь из V_1 в V_4 : $V_1 - V_3 - V_4$, его длина равна 8. $\lambda_3^{(1)} + c_{34} = 5 + 3 = 8 = \lambda_4^{(2)}$

$$\lambda_1^{(0)} + c_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$

3.4. Минимальный путь из V_1 в V_5 : $V_1 - V_3 - V_5$, его длина равна 7. $\lambda_3^{(1)} + c_{35} = 5 + 2 = 7 = \lambda_5^{(2)}$

$$\lambda_1^{(0)} + c_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$

3.5. Мин. путь из V_1 в V_6 : $V_1 - V_3 - V_5 - V_6$, его длина равна 8.

$$\lambda_5^{(2)} + c_{56} = 7 + 1 = 8 = \lambda_6^{(3)}$$

$$\lambda_3^{(1)} + c_{35} = 5 + 2 = 7 = \lambda_5^{(2)}$$

$$\lambda_1^{(0)} + c_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$

3.6. Мин. путь из V_1 в V_7 : $V_1 - V_3 - V_5 - V_6 - V_7$, его длина равна 11. $\lambda_6^{(3)} + c_{67} = 8 + 3 = 11 = \lambda_7^{(4)}$

$$\lambda_5^{(2)} + c_{56} = 7 + 1 = 8 = \lambda_6^{(3)}$$

$$\lambda_3^{(1)} + c_{35} = 5 + 2 = 7 = \lambda_5^{(2)}$$

$$\lambda_1^{(0)} + c_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$

3.7. Мин. путь из V_1 в V_8 : $V_1 - V_3 - V_5 - V_6 - V_7 - V_8$, его длина равна 13. $\lambda_7^{(4)} + c_{78} = 11 + 2 = 13 = \lambda_8^{(5)}$

$$\lambda_6^{(3)} + c_{67} = 8 + 3 = 11 = \lambda_7^{(4)}$$

$$\lambda_5^{(2)} + c_{56} = 7 + 1 = 8 = \lambda_6^{(3)}$$

$$\lambda_3^{(1)} + c_{35} = 5 + 2 = 7 = \lambda_5^{(2)}$$

$$\lambda_1^{(0)} + c_{13} = 0 + 5 = 5 = \lambda_3^{(1)}$$