Национальный исследовательский Университет ИТМО
Мегафакультет информационных и трансляционных технологий
Факультет инфокоммуникационных технологий

Инфокоммуникационные системы и технологии

Практическая работа №1

Работу выполнил:
Д. В. Шишминцев
Группа: Группа K3121
Преподаватель:
Ромакина О. М.

Санкт-Петербург
2022

Содержание

Введение

Целью данное практической работы является изучение системы компьютерной верстки $\LaTeX$и оформление математического текста согласно стандарту ГОСТ 7.32.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТЕКСТ

1.1. Пример оформления математического текста

Поскольку обе части этой формулы одновременно меняют знак при перестановке a и b, то формула справедлива при любом соотношении величин a и b, т. е. как при a $\leq b$, так и при $a \geq b$.

На упражнениях по анализу формула Ньютона — Лейбница большей ча- стью используется только для вычисления стоящего слева интеграла, и это может породить несколько искаженное представление об ее использовании. На самом деле положение вещей таково, что конкретные интегралы редко находят через первообразную, а чаще прибегают к прямому счету на ЭВМ с помощью хорошо разработанных численных методов. Формула Ньютона— Лейбница занимает ключевую, связывающую интегрирование и дифферен- цирование, позицию в самой теории математического анализа, в которой она, в частности, получает далеко идущее развитие в виде так называемой общей формулы Стокса

Примером того, как формула Ньютона— Лейбница используется в самом анализе, может служить уже материал следующего пункта настоящего пара- графа.

1.1.1. 3. Интегрирование по частям в определенном интеграле и формула Тейлора

Утверждение 1. Если функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывно дифференцируемы на отрезке с концами a и b, то справедливо соотношение

$$\int_a^b (u \cdot v)(x)dx = (u \cdot v)(x)|_a^b - \int_a^b (v \cdot u)(x)dx$$

Эту формулу принято записывать в сокращенном виде

$$\int_a^b udv = u \cdot v|_a^b - \int_a^b vdu$$

и называть формулой интегрирования по частям в определенном интеграле.

◀ По правилу дифференцирования произведения функций имеем

$$(u \cdot v)(x) = (u \cdot v)(x) + (u \cdot v)(x)$$

По условию все функции в этом равенстве непрерывны, а значит, и инте- грируемы на отрезке с концами a и b. Используя линейность интеграла и формулу Ньютона— Лейбница, получаем

$$(u \cdot v)(x)|_b^a = \int_a^b (u \cdot v)(x)dx + \int_a^b (u \cdot v)(x)(dx) \blacktriangleright$$

В качестве следствия получим теперь формулу Тейлора с интегральным остаточным членом

Пусть на отрезке с концами a и x функция $t \Rightarrow f(t)$ имеет n непрерыв- ных производных. Используя формулу Ньютона — Лейбница, проделаем следующую цепочку преобразований, в которых все дифференци- рования и подстановки производятся по переменной t:

$$
\begin{aligned}
f(x)-f(a)=\int_a^x dt = -\int_a^x f(t)(x-t)dt = \\
= -f(t)(x-t)|_a^x + \int_a^x f(t)(x-t)dt = \\
= f(a)(x-a) - \frac{1}{2}\int_a^x f(t)((x-t)^2)dt = \\
= f(a)(x-a) - \frac{1}{2}f(t)(x-t)^2|_a^x + \frac{1}{2}\int_a^x f(t)(x-t)^2dt = \\
= f(a)(x-a) + \frac{1}{2}f(a)(x-a)^2 - \frac{1}{2\cdot 3}\int_a^x f(t)(x-t)^3dt = \dots \\
\dots = f(a)(x-a) + \frac{1}{2}f(a)(x-a)^2 + \dots \\
\dots + \frac{1}{2\cdot 3\cdot \dots \cdot (n-1)} f^(n-1)(a)(x-a)^{n-1} + r_n - 1(a;x)
\end{aligned}
$$

где

$$
r_{n-1}(a;x) = \frac{1}{(n-1)!}\int_a^x f^{(n)}(t)(x-t)^{n-1}dt
$$

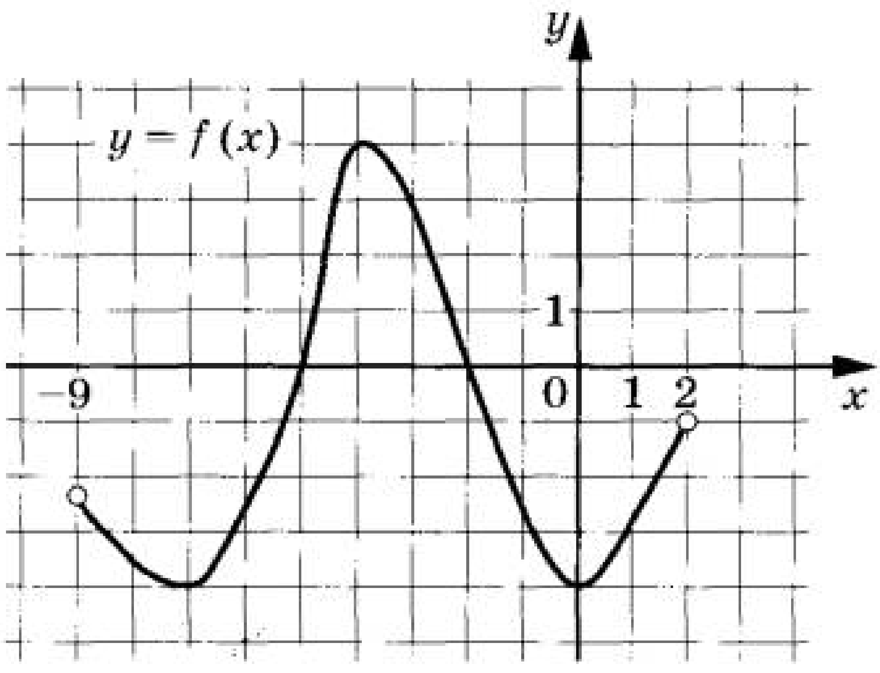

Рисунок 1.1. График функции

Таблица 1.1

Пересечения функции с координатными осями

x	0	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
y	1.5	0	0

Итак, доказано следующее

Утверждение 2. Если функция $t \Rightarrow f(t)$ имеет на отрезке с концами а и х непрерывные производные до порядка n включительно, то справедлива формула Тейлора

$$f(x) = f(a) + \tfrac{1}{1!} f(a)(x-a) + \cdots + \tfrac{1}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a)(x-a)^{n-1} + r_{n-1}(a;x)$$

с остатком $r_{n-1}(a;x)$, представленным в интегральной форме. Отметим, что функция $(x-t)^{n-1}$ не меняет знак на отрезке с концами а и х, и поскольку функция $t \Rightarrow f^{(n)}(t)$ непрерывна на этом отрезке, то по первой теореме о среднем на нем найдется такая точка $\mathfrak{Z}$, что

$$r_{n-1}(a;x) = \frac{1}{(n-1)!} f^{(n)}(t)(x-t)^{n-1}dt = \frac{1}{(n-1)!} f^(n)(\mathfrak{Z}) \int_a^x (x-t)^{n-1}dt =$$
$$= \frac{1}{(n-1)!} f^{(n)}(\mathfrak{Z})(-\frac{1}{n}(x-t)^n)|_a^x = \frac{1}{n!} f^{(n)}(\mathfrak{Z})(x-a)^n 1$$

Мы вновь получили знакомую форму Лагранжа остаточного члена форму- лы Тейлора. (На основании задачи 2 b) из предыдущего параграфа, можно считать, что $\mathfrak{Z}$ лежит в интервале с концами a, x.)

Это рассуждение можно было бы повторить, вынося из-под знака интеграла $f(n)(\mathfrak{Z})(x - \mathfrak{Z})^{n-k}$, где $k \in [1, n]$. Значениям $k = 1$ и $k = n$ отвечают получаемые при этом соответственно формулы Коши и Лагранжа остаточно- го члена.

1.1.2. 4. Замена переменной в интеграле.

Одной из основных формул ин- тегрального исчисления является формула замены переменной в опреде- ленном интеграле. Эта формула в теории интеграла столь же важна, как в дифференциальном исчислении формула дифференцирования композиции функций, с которой она может быть при определенных условиях связана посредством формулы Ньютона— Лейбница

[1]

Заключение

Практическая работа выполнена. Были изучены основы системы компьютерной верстки LaTeXи оформлен математический текст согласно ГОСТ 7.32.

Список использованных источников

1. Зорич А. В. Математический анализ - Часть I - Москва 2019.