Ubezpieczenia majątkowe

Anna Cieszyńska, Karolina Borzym,Ewa Bojke

23 stycznia 2020

Zadanie 17

Wyznacz rozkład zmiennej

$$S = X1 + X2 + X3,$$

jeżeli niezależne ryzyka mają rozmiary szkód podane w tabeli. Skorzystaj z odpowiednich funkcji R.

Tabela przedstawiająca prawdopodobieństwa szkód.

```
s=c(0,1,2,3,4,5)
f1=c(0,1,2,3,4)
f2=c(0,1,2,3,4,5)
f3=c(0,1,2,3,4,5)

P1<-c(0.4,0.3,0.2,0.1,0)
P2<-c(0.5,0.2,0.1,0.1,0.1,0)
P3=c(0.6,0,0.1,0.1,0.1,0.1)
tabelka1<-cbind(s,P1,P2,P3)
```

```
## Warning in cbind(s, P1, P2, P3): number of rows of result is not a multiple
## of vector length (arg 2)
```

```
tabelka1
```

```
##      s  P1  P2  P3
## [1,] 0 0.4 0.5 0.6
## [2,] 1 0.3 0.2 0.0
## [3,] 2 0.2 0.1 0.1
## [4,] 3 0.1 0.1 0.1
## [5,] 4 0.0 0.1 0.1
## [6,] 5 0.4 0.0 0.1
```

```
library(SuppDists)
```

```
## Warning: package 'SuppDists' was built under R version 3.5.3
```

```
library(kSamples)
```

```
## Warning: package 'kSamples' was built under R version 3.5.3
```

```
f_2_s=conv(f1,P1,f2,P2) # splot f_(2)(s)
f_2_s[,2]-> pf2# same prawdop splot f_(2)(s)
f_2_s[,1]->fs #s

f_3_s=conv(fs,pf2,f3,P3) #splot f_(3)(s)
f_3_s[,2]->pf3 #sam prawdop splot f_(3)(s)
f_3_s[,1]->fs #s
```

Aby wyznaczyć $S = X1 + X2 + X3$ skorzystamy ze wzoru ogólnego na splot.

$$\sum_{y \le s} f_{\bar{x}}(s-y) f_{\bar{y}}(y)$$

Otrzymujemy tabelke z prawdopodobieństwami:

```
s=c(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)
pf2=c(pf2,0,0,0,0,0)
tabelka2=cbind(s,pf2,pf3)
tabelka2
```

```
##        s  pf2   pf3
##  [1,]  0 0.20 0.120
##  [2,]  1 0.23 0.138
##  [3,]  2 0.20 0.140
##  [4,]  3 0.16 0.139
##  [5,]  4 0.11 0.129
##  [6,]  5 0.06 0.115
##  [7,]  6 0.03 0.088
##  [8,]  7 0.01 0.059
##  [9,]  8 0.00 0.036
## [10,]  9 0.00 0.021
## [11,] 10 0.00 0.010
## [12,] 11 0.00 0.004
## [13,] 12 0.00 0.001
## [14,] 13 0.00 0.000
## [15,] 14 0.00 0.000
```

Poniżej zamieszczamy tabelkę ze splotami i dystrybuantą szkód.

```
FS0=P1[1]
FS1=P1[1]+P1[2]
FS2=P1[1]+P1[2]+P1[3]
FS3=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]
FS4=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS5=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS6=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS7=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS8=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS9=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS10=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FS11=P1[1]+P1[2]+P1[3]+P1[4]+P1[5]
FF=c(FS0,FS1,FS2,FS3,FS4,FS5,FS6,FS7,FS8,FS9,FS10,FS11)
FFF=c(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11)
F_2_s=conv(FFF,FF,f2,P2) # splot F_(2)(s)
F_2_s[,2]-> PPF2# same prawdop splot f_(2)(s)
PPF2=PPF2[1:9]
F_2_s[,1]->FFs#s
PPF2=PPF2[1:9]
PPF2=c(PPF2,1,1,1,1,1,1)
FF=c(FF,1,1,1)
s=c(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14)
tabela3=cbind(s,pf2,pf3,FF,PPF2)
tabela3
```

```
##        s  pf2   pf3  FF PPF2
##  [1,]  0 0.20 0.120 0.4 0.20
##  [2,]  1 0.23 0.138 0.7 0.43
##  [3,]  2 0.20 0.140 0.9 0.63
##  [4,]  3 0.16 0.139 1.0 0.79
##  [5,]  4 0.11 0.129 1.0 0.90
##  [6,]  5 0.06 0.115 1.0 0.96
##  [7,]  6 0.03 0.088 1.0 0.99
##  [8,]  7 0.01 0.059 1.0 1.00
##  [9,]  8 0.00 0.036 1.0 1.00
## [10,]  9 0.00 0.021 1.0 1.00
## [11,] 10 0.00 0.010 1.0 1.00
## [12,] 11 0.00 0.004 1.0 1.00
## [13,] 12 0.00 0.001 1.0 1.00
## [14,] 13 0.00 0.000 1.0 1.00
## [15,] 14 0.00 0.000 1.0 1.00
```

Zadanie 40

Niech S ma zlozony rozklad Poissona z parametrem L= 0.8. Wartość pojedynczej szkody wynosi 1, 2 lub 3 z prawdopodobieństwami odpowiednio 0.25, 0.375, 0.375. Wyznacz funkcję prawdopodobieństwa $f_S(x) = P(S = x)$ dla x = 0, 1,…,6.

Tabelka przedstawia prawdopodobieństwa szkód o wartości x

```
lambda = 0.8
f_s0=exp(lambda)
x<-c(0,1,2,3,4,5,6)
xx=c(1,2,3)
px = c(0.25, 0.375, 0.375)
#sploty
fp0 = c(1,0,0,0,0,0,0)
fp1 = c(0,px,0,0,0)
fp2 = c(0,round(conv(xx,px,x,fp1),6)[x,2])
fp3 = c(0,round(conv(xx,px,x,fp2),6)[x,2])
fp4 = c(0,round(conv(xx,px,x,fp3),6)[x,2])
fp5 = c(0,round(conv(xx,px,x,fp4),6)[x,2])
fp6 = c(0,round(conv(xx,px,x,fp5),6)[x,2])
tabelka4=cbind(fp0,fp1,fp2,fp3,fp4,fp5,fp6)
tabelka4
```

```
##      fp0   fp1      fp2      fp3      fp4      fp5      fp6
## [1,]   1 0.000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
## [2,]   0 0.250 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
## [3,]   0 0.375 0.062500 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
## [4,]   0 0.375 0.187500 0.015625 0.000000 0.000000 0.000000
## [5,]   0 0.000 0.328125 0.070312 0.003906 0.000000 0.000000
## [6,]   0 0.000 0.281250 0.175781 0.023437 0.000976 0.000000
## [7,]   0 0.000 0.140625 0.263672 0.076172 0.007324 0.000244
```

Zanim wyznaczymy $f_s(x)$ musimy wyznaczyć prawdopodobieństwa wystąpienia n szkód. S ma rozkład Poissona więc uzywamy funkcji dpois.

```
PN=c()
for (i in x){
  PN[i+1] = dpois(i, 0.8)
}
PN
```

```
## [1] 0.4493289641 0.3594631713 0.1437852685 0.0383427383 0.0076685477
## [6] 0.0012269676 0.0001635957
```

Wyznaczmy $f_s(x)$.

```
fS=c()
for (i in 1:7){
  fS[i] = sum(tabelka4[i,]*PN)
}
fS
```

```
## [1] 0.44932896 0.08986579 0.14378527 0.16235753 0.04990545 0.04736046
## [7] 0.03092286
```

```
sum(fS)
```

```
## [1] 0.9735263
```

Wnioski i obserwacje:

Suma $f_s(x)$ wynosi niecały jeden, ponieważ liczby w prawwdopodobieństwach są zaokrąglane.

Charakterystyka

Wyznaczmy EX i $VarX$

```
EX = sum(xx*px)
EX2 = sum(xx^2 * px)
VarX = EX2 - EX^2
EX
```

```
## [1] 2.125
```

```
VarX
```

```
## [1] 0.609375
```

Wyznaczmy EN i $VarN$

```
EN = sum(x*PN)
EN2=sum(x^2*PN)
VarN = EN2 - EN^2
EN
```

```
## [1] 0.7998525
```

```
VarN
```

```
## [1] 0.7991852
```

Wyznaczmy ES i $VarS$

```
ES=EX*EN
ES
```

```
## [1] 1.699687
```

```
VarS = VarX*EN + (EX^2)*VarN
VarS
```

```
## [1] 4.096231
```

Podsumowanie i wnioski

W projekcie do obliczenia prawdopodobieństw użyliśmy splotów i funkcji prawdopodobieństwa.Dzięki tym metodom udało nam się wyliczyć f_s. Obliczyliśmy również charakterystyki w zadaniu 40, czyli wariancję i wartość oczekiwną. Funkcja $conv$ bardzo ułatwiła zadanie.