

EAIiB Informatyka	Ewa Stachów Weronika Olcha	Rok II	Grupa 3	Zespół 6
Pracownia FIZYCZNA WFilS AGH	Temat: <b>Fale podłużne w ciałach stałych</b>			Nr ćwiczenia: 29
Data wykonania: 27.11.2016	Data oddania: 05.12.2016	Zwrot do poprawki:	Data oddania:	Data zaliczenia:
OCENA:				

## Ćwiczenie nr 29: Fale podłużne w ciałach stałych

### 1 Cel ćwiczenia

Wyznaczenie modułu Younga dla różnych materiałów na podstawie pomiaru prędkości rozchodzenia się fali.

### 2 Część teoretyczna

Fala podłużna to fala, w której drgania odbywają się w kierunku zgodnym z kierunkiem jej rozchodzenia się. Opisuje ją równanie

$$y = A \cos(\omega t \pm kx)$$

Prawo Hooke'a: Odształcenie jest wprost proporcjonalne do wywołującej je siły. Opisuje to wzór:

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$

$\Delta l$  - zmiana długości pręta,  $F$  - siła odkształcająca,  $l$  - długość,  $S$  - pole przekroju. Współczynnik  $E$  to właśnie stała nazwana modułem Younga. Wyprowadzenie wzoru na moduł Younga, który będzie przydatny do późniejszych obliczeń. Wychodząc od ogólnego wzoru na prawo Hooke'a:

$$\sigma = \varepsilon E$$

$\sigma$  - naprężenie,  $\varepsilon$  - odkształcenie względne

$$\varepsilon = \frac{\delta \Psi}{\delta x}$$

Otrzymujemy wzór na prędkość rozchodzenia się fali w pręcie:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

czyli

$$E = v^2 \rho$$

W pręcie powstaje fala stojąca, odległość między węzłami fali stojącej wynosi  $l = \frac{1}{2}\lambda$ , z tego obliczamy prędkość rozchodzenia się fali  $v = 2lf$ ,  $f$  - częstotliwość fali. Podstawiając to wcześniejszego wzoru ostatecznie otrzymujemy:

$$E = 4\rho f^2 l^2$$

### 3 Przebieg ćwiczenia

Układ pomiarowy składa się ze stojaka z prętami i rurami zawieszonymi na niciach, wagi, młotka, śruby mikrometrowej i komputera z mikrofonem z zainstalowanym oprogramowaniem Zelscope.

Przebieg doświadczenia:

1. Zważenie pręta lub rury, dokonanie pomiarów długości i wymiarów podstawy, ustalenie rodzaju materiału z jakiego wykonany jest badany obiekt.
2. Wyznaczenie za pomocą młotka i programu składowych harmoniczných dla badanego obiektu
3. Powtórzenie procedury dla kolejnych obiektów.

### 4 Wyniki pomiarów

PRĘT 1 (MIEDŹ)			
Długość l [m]	1.8	Masa m [kg]	0.067
Objętość [m <sup>3</sup> ]	0.0000075	Gęstość ro [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	8886,15
NR HARMONICZNEJ	CZĘSTOTLIWOŚĆ f [Hz]	DŁUGOŚĆ FALI λ [m]	PRĘDKOŚĆ FALI v [ $\frac{m}{s}$ ]
1	1031,25	3.6	3712,5
2	2062,5	1.8	3712,5
3	3093,75	1.2	3712,5
4	4125	0.9	3712,5
5	5156,25	0.72	3712,5
6	6187,5	0.6	3712,5
ŚREDNIA PRĘDKOŚĆ v [ $\frac{m}{s}$ ]			3712,5
MODUŁ YOUNGA [GPa]			122,48

PRĘT 2 (STAL)			
Długość l [m]	1.8	Masa m [kg]	0.033
Objętość [m <sup>3</sup> ]	0.000004	Gęstość ro [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	8243,41
NR HARMONICZNEJ	CZĘSTOTLIWOŚĆ f [Hz]	DŁUGOŚĆ FALI λ [m]	PRĘDKOŚĆ FALI v [ $\frac{m}{s}$ ]
1	1429,69	3.6	5146,884
2	2859,38	1.8	5146,884
3	4289,06	1.2	5146,872
4	5742,19	0.9	5167,971
5	7171,88	0.72	5163,75
6	8601,56	0.6	5160,94
ŚREDNIA PRĘDKOŚĆ v [ $\frac{m}{s}$ ]			5155,55
MODUŁ YOUNGA [GPa]			219,11

PRĘT 3 (MOSIĄDZ)			
Długość l [m]	1	Masa m [kg]	0.175
Objętość [m <sup>3</sup> ]	0.00002	Gęstość ro [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	8741,26
NR HARMONICZNEJ	CZĘSTOTLIWOŚĆ f [Hz]	DŁUGOŚĆ FALI λ [m]	PRĘDKOŚĆ FALI v [ $\frac{m}{s}$ ]
1	1710,94	2	3421,88
2	3445,31	1	3445,31
3	5156,25	0,67	3437,5
4	6890,63	0,5	3445,315
5	8601,56	0,4	3440,624
ŚREDNIA PRĘDKOŚĆ v [ $\frac{m}{s}$ ]			3438,1258
MODUŁ YOUNGA [GPa]			103,33

PRĘT 4 (ALUMINIUM)			
Długość l [m]	1	Masa m [kg]	0.024
Objętość [m <sup>3</sup> ]	0.0000086	Gęstość ro [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	2790,66
NR HARMONICZNEJ	CZĘSTOTLIWOŚĆ f [Hz]	DŁUGOŚĆ FALI λ [m]	PRĘDKOŚĆ FALI v [ $\frac{m}{s}$ ]
1	2460,94	2	4921,88
2	4945,31	1	4945,31
3	7406,25	0,67	4937,5
4	9867,19	0,5	4933,595
		ŚREDNIA PRĘDKOŚĆ v [ $\frac{m}{s}$ ]	4934,57
		MODUŁ YOUNGA [GPa]	67,85

## 5 Opracowanie wyników

Dla obliczeń błędów pomiaru przyjęto następujące niepewności:

Dla długości pręta:  $u(l) = 1[mm]$

Dla długości mierzonych suwmiarką:  $u(s) = 0,1[mm]$

Dla masy próbki:  $u(m) = 1[g]$

Dla częstotliwości:  $u(f) = 20[Hz]$

**Niepewność gęstości:**

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} u(m)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial l} u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial r} u(r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial R} u(R)\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{l\Pi(R^2 - r^2)} u(m)\right)^2 + \left(\frac{-m}{l^2\Pi(R^2 - r^2)} u(l)\right)^2 + \left(\frac{-2mr}{l\Pi(R^2 - r^2)^2} u(r)\right)^2 + \left(\frac{-2mR}{l\Pi(R^2 - r^2)^2} u(R)\right)^2}$$

**Niepewność długości fali:**

$$u(\lambda) = \sqrt{\left(\frac{2}{n} u(l)\right)^2}$$

**Niepewność prędkości fali:**

$$u(v) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f} u(f)\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(\lambda u(f)\right)^2 + \left(f u(\lambda)\right)^2}$$

**Niepewność modułu Younga:**

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \rho} u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial v} u(v)\right)^2} = \sqrt{\left(v^2 u(\rho)\right)^2 + \left(2\rho v u(v)\right)^2}$$

Nr pręta (materiał)	Niepewność gęstości u(ro) [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	Niepewność prędkości fali u(v) [ $\frac{m}{s}$ ]	Niepewność modułu Younga u(E) [GPa]
1 (miedź)	1421,81	72,01	20,16
2 (stal)	92,16	72,01	6,59
3 (mosiądz)	129,94	40,04	2,86
4 (aluminium)	446,51	40,0	10,93

## 6 Porównanie wyników z wartościami tabelarycznymi

$E_t$  – wartość tabelaryczna modułu Younga,  $E_w$  – wartość wyliczona modułu Younga

### MIEDŹ

$$|E_t - E_w| = |117 - 122,48| \text{ [GPa]} < 2 \cdot 20,16 \text{ [GPa]}$$

### STAL

$$|E_t - E_w| = |200 - 219,11| \text{ [GPa]} > 2 \cdot 6,59 \text{ [GPa]}$$

### MOSIĄDZ

$$|E_t - E_w| = |103 - 103,33| \text{ [GPa]} < 2 \cdot 2,86 \text{ [GPa]}$$

### ALUMINIUM

$$|E_t - E_w| = |69 - 67,85| \text{ [GPa]} < 2 \cdot 10,93 \text{ [GPa]}$$

## 7 Wnioski

Na podstawie wymiarów pręta oraz pomiaru częstotliwości przy pomocy programu Zelscope wyznaczyliśmy gęstość materiału oraz prędkość rozchodzenia się w nim fali. Dzięki temu obliczyliśmy wartość modułu Younga oraz niepewność standardową wartości modułu Younga dla każdego z materiałów. Prawie wszystkie wyznaczone wartości modułu Younga zgadzają się z wartościami tabelarycznymi, wyjątek stanowi stal (możliwy błąd w pomiarach materiału, błąd rachunkowy).