Case 2 FSK Transmission

Gruppe 2

Studienummer	Navn	Studieretning
202310755	Peter Thule Kirketerp Linstad	E
202004347	Otto Sejrskild Santesson	E
202001087	Mudar Issam	E

Contents

Indledning og formål

Opgave 1 – Signal generation / kodning

A. Generer et lydsignal-array med ”FSKgenerator” funktionen.

I denne opgave brugte vi funktionen "FSKgenerator.m" fra Brightspace til at generere et lydsignal bestående af syv toner, som repræsenterer sætningen "hello world".

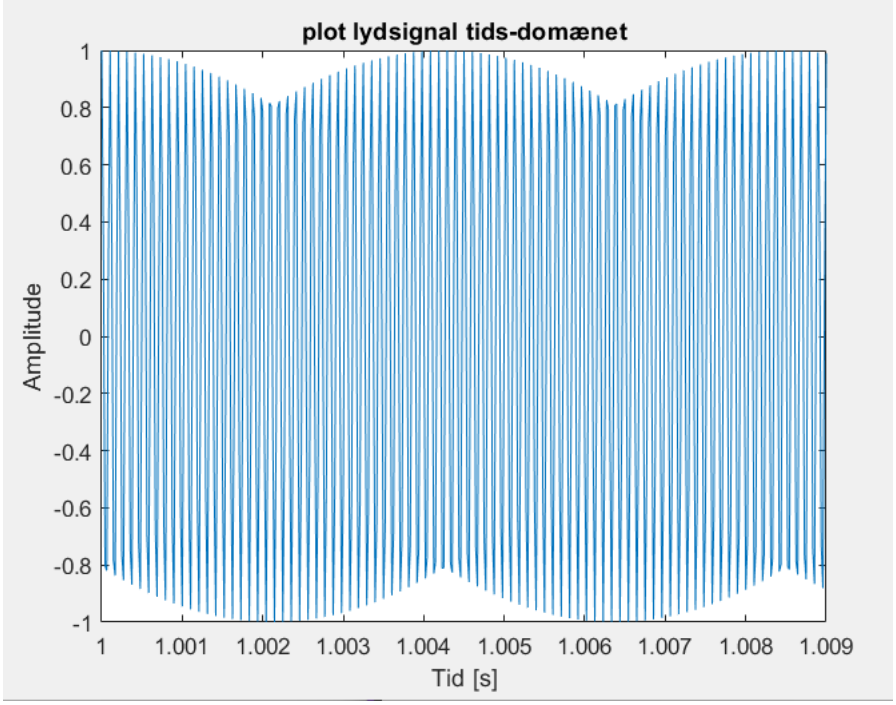
```
fstart = 2000; % transmission band frequency start
fend = 20000; % transmission band frequency end
Tsymbol = 0.5; % symbol duration in seconds
fs = 48000; % sampling frequency

sentence='hello world';
x = FSKgenerator(sentence, fstart, fend, Tsymbol, fs);
soundsc(x, fs)
```

B. Analyser signalet

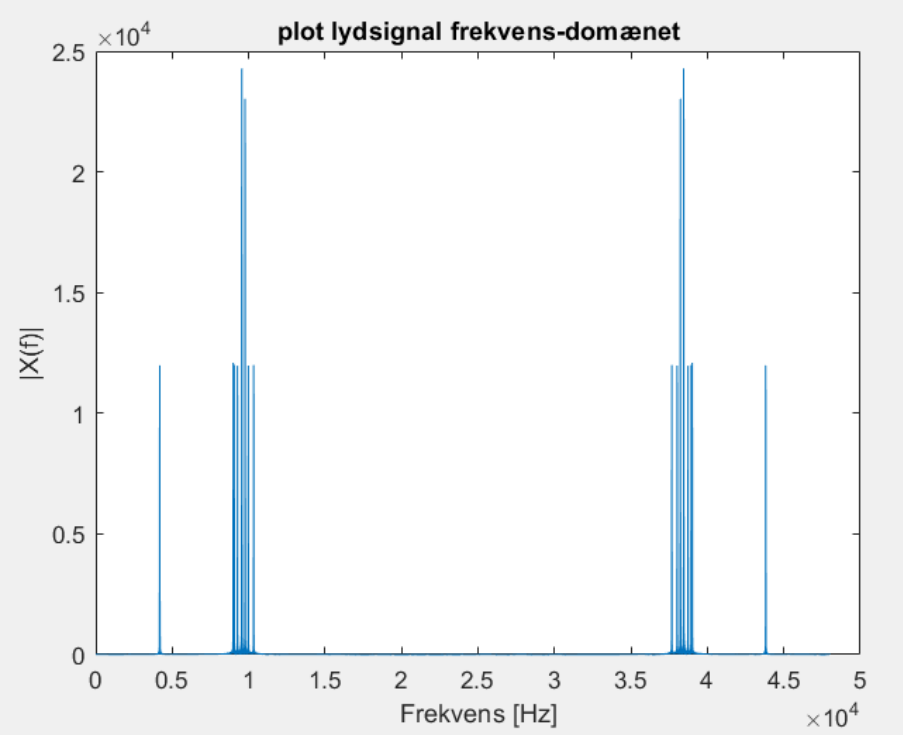
Analyser signalet for at finde ud af, hvilke karakterer, som svarer til hvilke frekvenser. I skal se på signalet i både tids- og frekvens-domænet.

Det genererede signal analyseres ved at plotte det i tids- og frekvensdomænet ved hjælp af koden nedenfor.

```
figure(1)
N=length(x);    % antal sample
plot((0:N-1)/fs,x)  %% Plot x signal i tide-domænet
xlim([1 1.009]);
xlabel("Tid [s]")
ylabel("Amplitude")
title("plot lydsignal tids-domænet")

figure(2)
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("plot lydsignal frekvens-domænet")
```

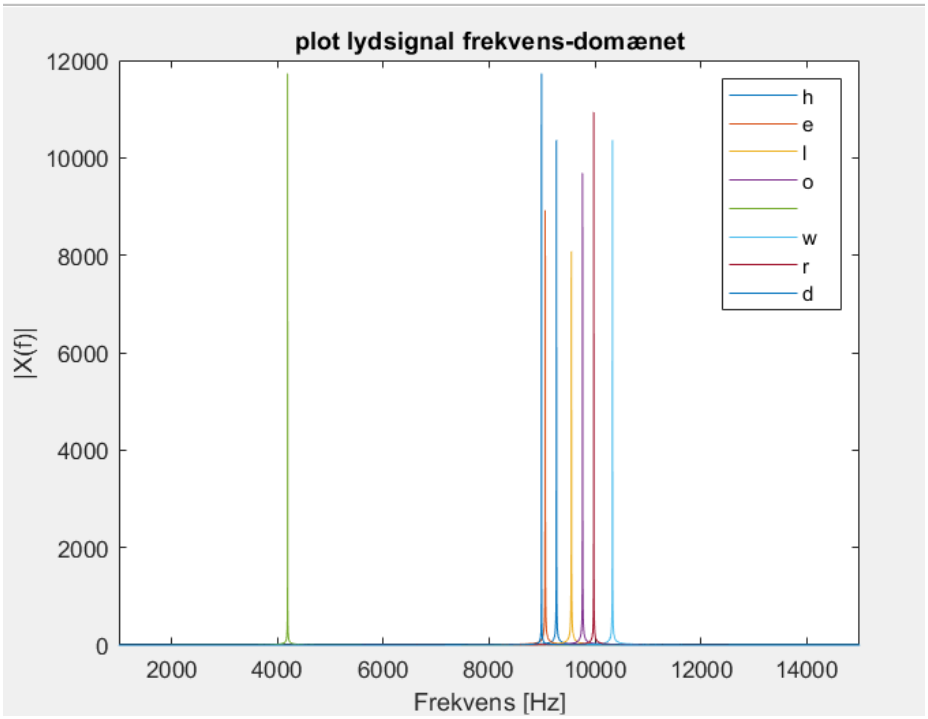


Figur 1 Plot af signal i tidsdomæne



Figur 2 Plot af signal i frekvens

For at bestemme, hvilke bogstaver der er knyttet til specifikke frekvenser, lavede vi et sæt programmer, der genererede individuelle lydfiler for hvert bogstav. Efterfølgende blev lydfilerne analyseret i frekvensdomænet for at undersøge deres karakteristiske frekvensprofiler.



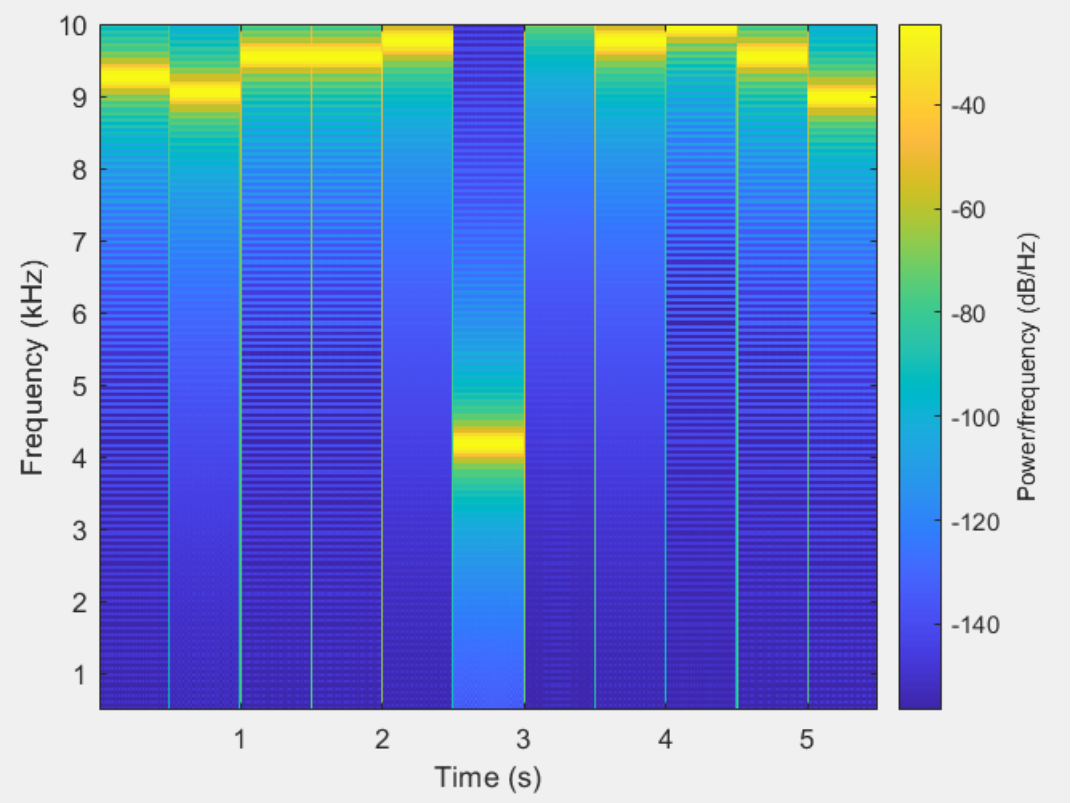
Figur 3 Identifikation af symbol til hver frekvens

C. Analyser signalet vha. Short-Time Fourier Transform

Analyser signalet vha. Short-Time Fourier Transform (kan læses om i bogen) – dvs. med spektrogram-plot. Forklar trade-off imellem opløsningen i tid og frekvens.

For at foretage en videre analyse af signalet blev der oprettet et spektrogram ved hjælp af koden vist nedenfor.

```
figure(5)
spectrogram(x, hanning(512), 500, 1024, fs, 'yaxis')
ylim([0.5 10]);
```



Figur 4 Spektrogram af signalet

Signalet blev analyseret i MATLAB ved hjælp af funktionen spectrogram(), som anvender Short-Time Fourier Transformation (STFT). Resultatet er vist i figur 4.

STFT er et effektivt værktøj til at visualisere, hvordan frekvenserne ændrer sig over tid. Dog eksisterer der en afvejning mellem tids- og frekvensopløsning.

Et kort vindue giver høj tidsopløsning, men reducerer frekvensopløsningen – mens et langt vindue giver det modsatte. En øget samplingsfrekvens kan forbedre begge dele, men medfører samtidig større datamængder og længere beregningstid.

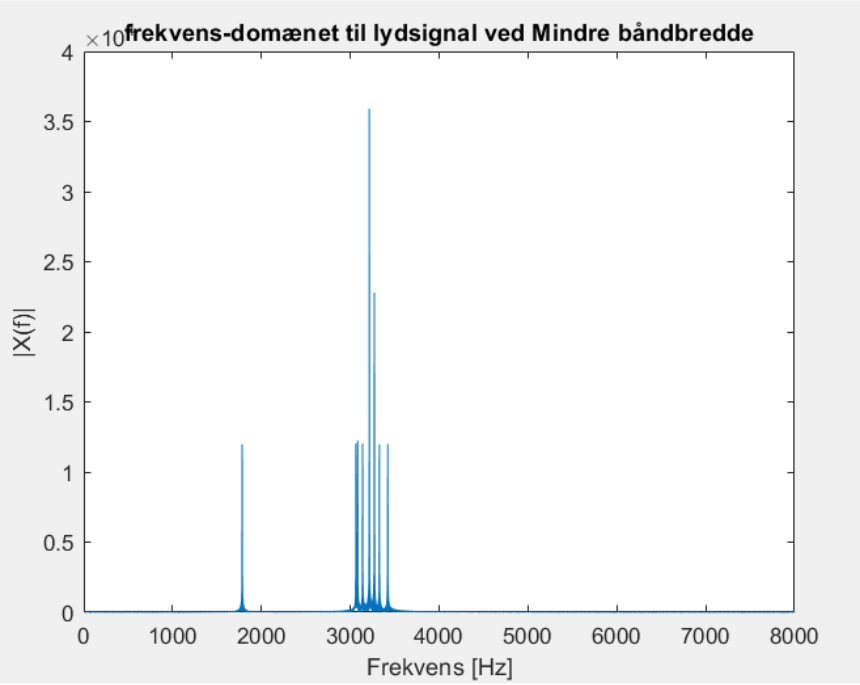
I figur 4 ses et tydeligt frekvensmønster over tid, som illustrerer denne balance mellem tids- og frekvensopløsning.

D. Eksperimenter med ”FSKgenerator” funktionen

Eksperimenter med ”FSKgenerator” funktionen for at få en forståelse af input parametrene.

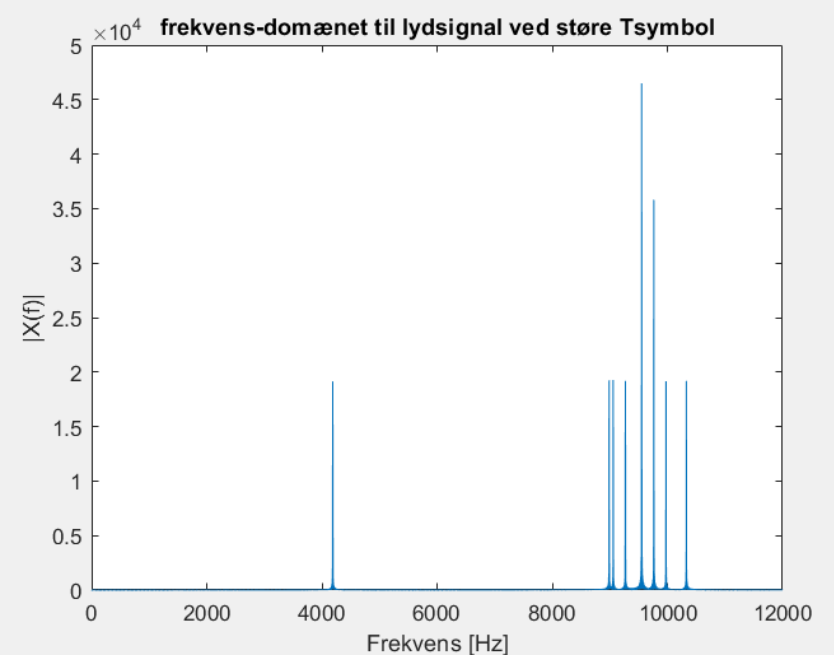
Vi tog udgangspunkt i koden fra opgave A og eksperimenterede med forskellige inputparametre for at undersøge, hvordan de påvirker signalet.

Lydsignal ved Mindre båndbredde



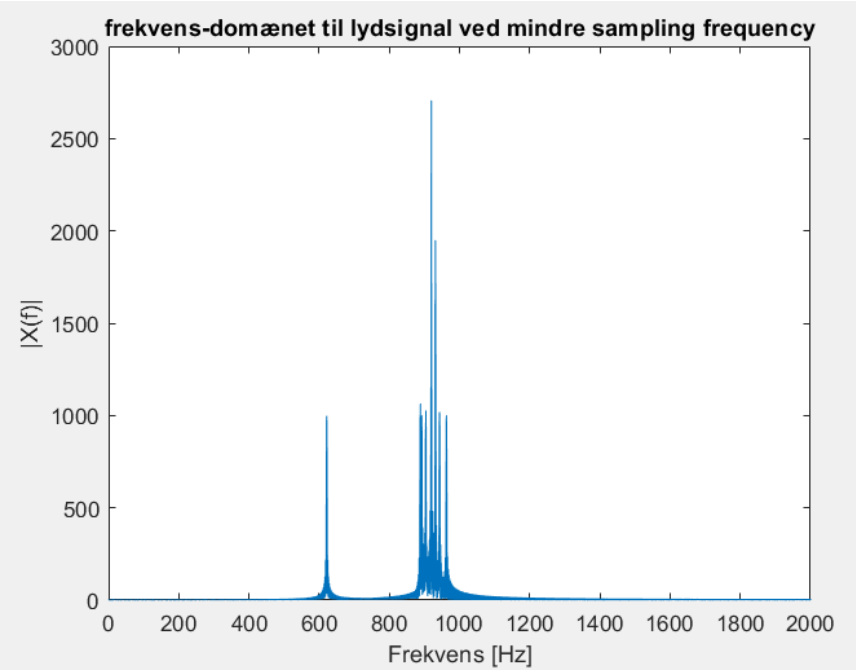
Figur 5 Plot lydsignal ved mindre bånbbredde

lydsignal ved støre Tsymbol



Figur 6 Plot lydsignal ved støre Tsymbol

Lydsignal ved mindre sampling frequency



Figur 7 Plot Lydsignal ved mindre sampling frequency

Ved eksperimentering med funktionen "FSKgenerator()" opnåede vi følgende forståelse af parametrene:

mysymbolseq: Den besked, der skal sendes.

fstart: Den laveste frekvens, der bruges til at sende et symbol.

fend: Den højeste frekvens, der bruges til at sende et symbol. Sammen med fstart definerer den det anvendelige frekvensområde samt afstanden mellem de benyttede frekvenser.

Tsymbol: Den tid, hver symbols frekvens udsendes i.

fs: Samplingsfrekvensen, som signalet genereres med.

Opgave 2 – Dekodning

I denne opgave lagde vi ud med at optage det generede, indkodede lydsignalet fra tidligere opgave ('hello world'); optagelsen blev udført ved at lyden blev afspillet direkte fra MatLab ud af én af vores laptops' højtalere, og så optage med en iPhone 13 mini, der var centralt placeret mellem de to højtalere med ca. 25 cm afstand til hver af højtalerne.

Da vi allerede var i gang, valgte vi at lave optagelserne som vi skulle bruge til SNR-beregningerne i opgave 3 – dette blev gjort på samme facon som ovenstående, blot ved at den optagende telefon blev placeret med ca. 1 meter længere væk fra laptoppen mellem hver optagelse.

Da vi selv foretog både afspilningen og optagelsen vidste vi selvfølgelig frekvensbåndet, afspilningslængden for hvert symbol, som vi brugte som argumenter til nedenstående afkoderalgoritme.

```
function x = FSKdecoder(signal, fstart, fend, Tsymbol, fs)
%{
Funktionsbeskrivelse:
FSK dekoder – tager et signal med et givent frekvensbånd, symbollængde og
samplefrekvens og returnerer det afkodede signal i char streng

signal: det tilklippede (audio)signal, som skal afkodes
fstart: den nedre grænse for frekvensbåndet
fend: den øvre grænse for frekvensbåndet
fs: samplefrekvensen
%}

N = length(signal);

% 1) HELTAL samples pr. symbol
samples_per_symbol = round(Tsymbol*fs);

% Pad til helt antal symboler
remainder = mod(N, samples_per_symbol);
if remainder ~= 0
    pad = samples_per_symbol - remainder;
    signal = [signal; zeros(pad,1)];
end

N = length(signal);
n_symbols = N / samples_per_symbol;

x = '';

% 2) 256 kandidater (rækkevektor)
farray = linspace(fstart, fend, 256);
```

```
farray = farray(:).';              % tving til 1×256

% 3) Forbered eksponential-bank én gang (Ns×256)
Ns = samples_per_symbol;
n  = (0:Ns-1).' / fs;              % Ns×1
E  = exp(-1j*2*pi * (n * farray));    % (Ns×1)*(1×256) => Ns×256

for k = 1:n_symbols
    start_idx = (k-1)*samples_per_symbol + 1;
    end_idx   = k*samples_per_symbol;

    % 4) Sørg for rækkevektor 1×Ns
    segment = signal(start_idx:end_idx);
    segment = segment(:).';          % 1×Ns

    % Projektion kun på 256 frekvenser: (1×Ns)*(Ns×256) = 1×256
    X = segment * E;

    % Vælg stærkeste kandidat og map direkte til tegn
    [~, symbol_idx] = max(abs(X).^2);
    x = [x, char(symbol_idx)];
end
```

Figur 8 – Kode for vores detektionsalgoritme, FSKdecoder

Udviklingen af ovenstående afkodningsalgoritme, Figur 8, tog udgangspunkt i FSKgenerator, men i omvendt rækkefølge; signalet skulle først splittes op i segmenter, der svarede til de enkelte symboler. Herefter skulle der foretages en DFT for hver af segmenterne, hvor man så fra denne kunne bestemme den mest dominerende frekvens. Denne ville så (forhåbentlig) svare til det symbol, som oprindeligt var blevet indkodet.

Vores DFT-algoritme tager udgangspunkt i formlen fra undervisningsbogen [1].

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot m}{N}}$$

Ligning 1 – DFT-formlen på eksponentiel form

Fordelen ved denne formel er, at den er relativ nem at implementere. Bagsiden er dog, at kompleksiteten er O(N^2), hvilket betyder at processeringstiden stiger eksponentielt med antallet af samples (N). Dette er ikke fordelagtigt, da vi hurtigt kan ende med at skulle bruge meget langt tid på at vente på at algoritmen bliver færdig.

Vi kan derfor med fordel benytte os af faktummet at vi egentlig kun leder efter 256 frekvenser, nemlig de frekvenser som svarer til hver sit symbol. Disse frekvenser er defineret i arrayet farray. Vi skal derfor kun processere N · 256 regnestykker, hvilket giver os en kompleksitet O(N), som derfor er meget hurtigere end før.

Ergo skal vi derfor kun finde $|X(m)]$ for de 256 frekvensbins som svarer til de 256 mulige char symboler (ASCII).

Opgave 3 – Signal-støj-forhold

Formål

Formålet er at undersøge, hvordan signal-til-støj-forholdet (SNR) forringes, når afstanden mellem sender og modtager øges. Vi ønsker at kvantificere, hvorvidt faldet i SNR primært skyldes reduceret signalstyrke eller ændret støjniveau, samt at relatere observationerne til teorien om effektspektre og SNR-beregning i frekvensdomænet.

Teori

SNR defineres som forholdet mellem signalets effekt og støjens effekt og udtrykkes ofte i dB [1]:

$$SNR = \frac{P_s}{P_n} \, , SNR_{dB} = 10 * \log_{10}(\frac{P_s}{P_n})$$

Effekten for et diskret signal beregnes typisk som middelværdien af kvadratet af signalets amplitude og er givet ved [1]: $P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x[n]|^2$

I opgaven er vi interesseret i at måle SNR i frekvens-domænet og dermed gælder Parsevals teorem [1]: $\sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2 = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}|X(m)|^2$

Ud fra dette kan vi beregne P_s og P_n ud fra fft'en, hvor powerspektrum er givet som [1]:

$$P = \frac{1}{N^2}\sum_{m=0}^{N-1}|X(m)|^2$$

Ved FSK-signal består hvert symbol af én tone med en frekvens, der repræsenterer et tegn. For et enkelt symbol fremstår signalet derfor som et klart peak i spektret, mens resten af spektret repræsenterer støjgulvet. Faldende SNR kan derfor ses som et lavere peak-niveau relativt til støjgulvet.

Implementation

Vi har først optaget den samme besked "hello world" i afstandende 0-4 m og for hver fil har vi:

Fjernet stille perioder før og efter signalet, samt fjernet DC-komponent – dette gøres på samme måde som i opg 2:

```
% --- indlæs og trim stille perioder (samme som i opg. 2)
    path = matlab.desktop.editor.getActiveFilename;
    thisFolder = fileparts(path);
    audioFile = fullfile(thisFolder, files(k));
    [y, fs] = audioread(audioFile);
```

```
threshold = 0.01;
mask = abs(y) > threshold;
yTrimmed = y(find(mask,1,'first'):find(mask,1,'last'));
yTrimmed = yTrimmed - mean(yTrimmed);   % fjern DC-komponent
```

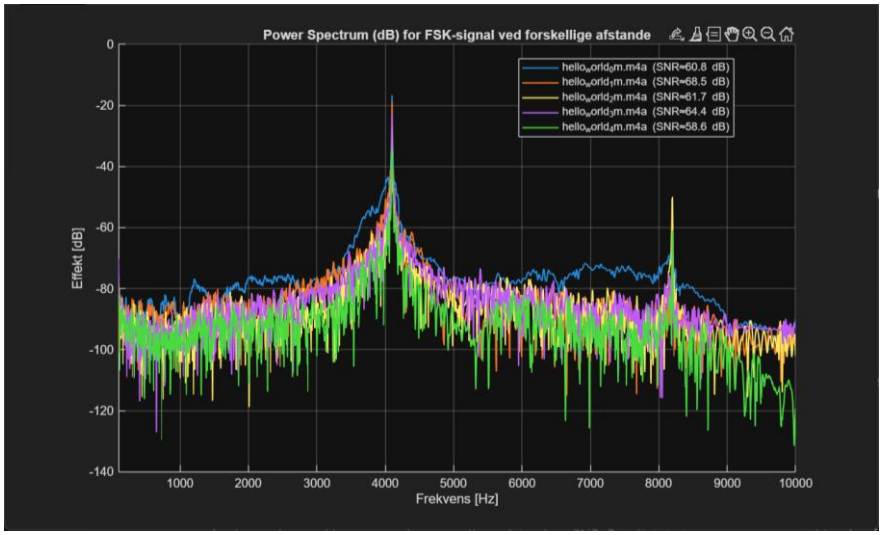
Herefter har vi udvalgt ét symbol/tone segment, som også er beskrevet i opgavebeskrivelsen, og beregnet fft og powerspektrum:

```
% --- tag ét symbol til analyse ---
   N   = round(Tsymbol * fs);
   seg = yTrimmed(1:N);

   % --- FFT og power-spektret ---
   Y = fft(seg);
   P = abs(Y).^2 / (N*N);          % lineær effekt
   f = (0:N-1)*(fs/N);             % frekvensakse [Hz]
```

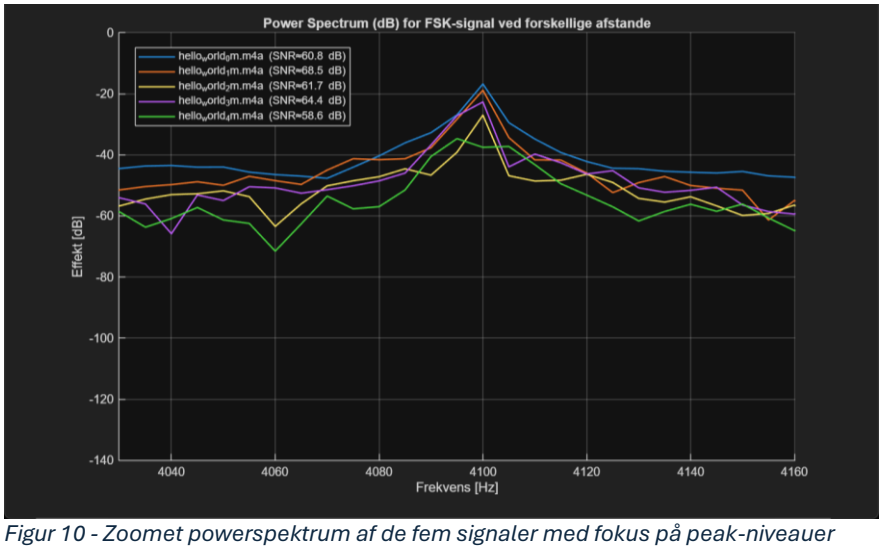
Herefter bestemmer vi signal-peak som maksimum af P[m] og støjgulvet som median uden for peakområdet, samt omregner SNR til SNRdB:

```
% --- vælg kun FSK-båndet ---
   band = (f >= fstart) & (f <= fend);
   fB = f(band);
   PB = P(band);

   % --- beregn SNR (peak vs. median noise) ---
   [Ppk, ipk] = max(PB);
   excl = false(size(PB));
   excl(max(ipk-1,1):min(ipk+1,numel(PB))) = true;
   noise_lin = median(PB(~excl));
   SNRdB(k)  = 10*log10(Ppk / max(noise_lin, eps));
```

Resultater og fortolkning



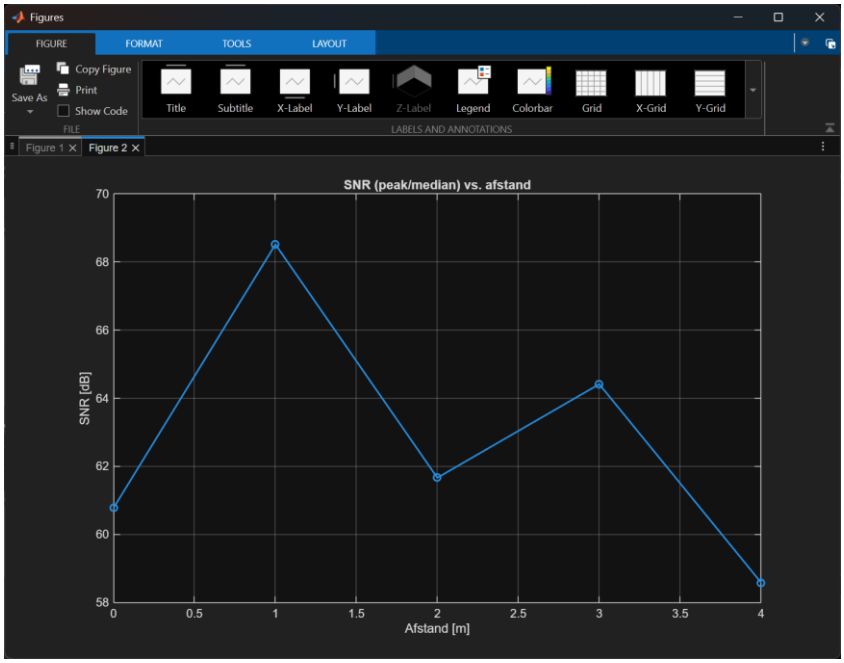
Figur 9 - fuld skala powerspektrum af de fem signaler



Figur 10 - Zoomet powerspektrum af de fem signaler med fokus på peak-niveauer

Effektspektret for de fem optagelser (0–4 m) ses på Figur 9 og Figur 10.
Generelt ligger støjgulvet stabilt omkring –80 til –100 dB, hvilket indikerer et jævnt, hvidt støjspektrum i optagelserne. Dog ses ved 0 m en let forhøjelse af støjgulvet, sandsynligvis pga. måleopstilling og andre fejlkilder foregået ved optagelse og afspilning.

Som forventet er peakniveauerne højere for korte afstande, hvor signalet modtages med større amplitude.
Et mindre afvigende tilfælde optræder ved 3 m, hvor både peak og beregnet SNR er højere end ved 2 m. Dette kan sandsynligvis også forklares ved uregelmæssigheder ved optagelse og afspilning af lydsignalet, som er lidt svært at redegøre præcis for.



Figur 11 - Plot af SNR og afstand af afspillet lydklip

På ovenstående Figur 11 ser vi plottet af SNR i dB op ad y-aksen og afstanden mellem højttaler og mikrofon på x-aksen. Som vi også kom ind på før, ser vi en overordnet tendens med at SNR falder i takt med at afstanden øges. Vi ser som benævnt et lidt lave SNR ved 0 m optagelsen, hvilket skyldes det lidt højere støjgulv ved denne optagelse. Ved at kigge på Figur 10 kan vi nemlig se at signalet ved 0 m har den højeste peak-værdi og den lavere SNR må derfor skyldes at støjens effekt er større er end ved de andre signaler.

Derimod ved afvigelsen mellem signalet på 2 og 3 meter skyldes det ikke at støjens effekt er anderledes ved de to signaler, men derimod at signalets effekt ved optagelsen på 3 meter er højere end ved 2 meter. Igen skyldes dette nok nogle målefejl under optagelse eller afspilning.

Til sidst er det værd at bemærke at der gennemgående for alle signaler er et relativt højt SNR, hvilket vil sige, at det er nemt at skelne mellem signal og støj, da SNR ligger mellem ca. 58-68 dB.

Opgave 4 – Bit rate

Formål

Formålet er at undersøge, hvordan symboltid (T_s), vindueslængde (N), og signal-til-støj-forhold (SNR) påvirker systemets evne til at overføre information fejlfrit. Derved kan den maksimale pålidelige bitrate og de vigtigste trade-offs i et FSK-baseret kommunikationssystem bestemmes.

Del A – Bitrate vs. Fejlrate

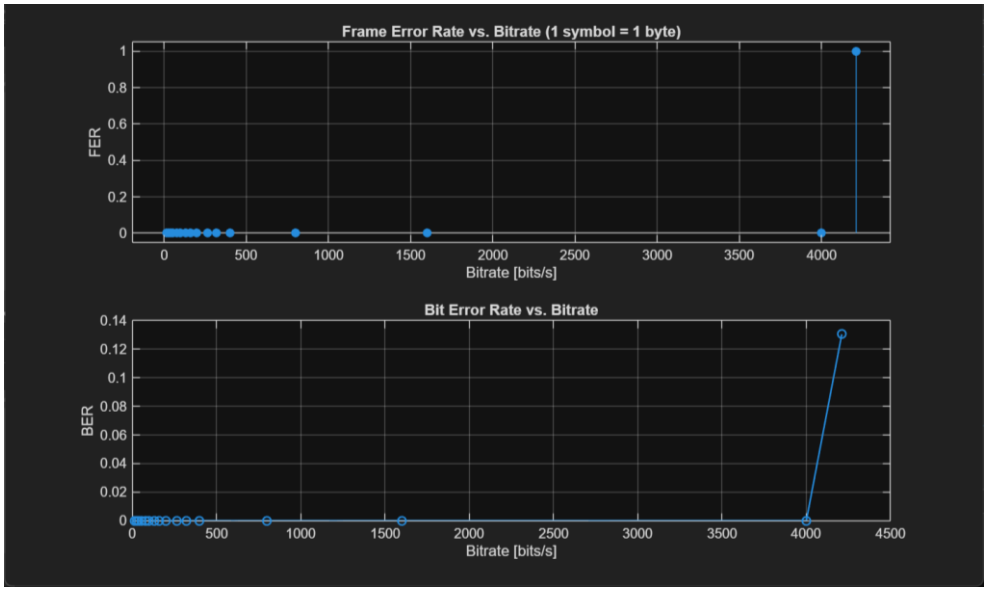
Vi undersøger, hvor kort T_s kan være, altså længden af sinus-tonen, før dekoderen begynder at lave fejl.

Antagelse: 1 symbol = 1 byte (ASCII) => 8 bits per symbol.

Bitrate = 8 / T_s

Ved at variere T_s fra 0.5 s til 0.0019 s er FER (frame error rate) og BER (bit error rate) beregnet ud fra egen dekoder:

```
for k = 1:numel(Ts_list)
    Tsymbol = Ts_list(k);

    % --- Generér FSK-signal for hele beskeden
    x = FSKgenerator(msg, fstart, fend, Tsymbol, fs);

    % --- Dekod med vores egen decoder (samme som i opgave 2, men kun med 256 frekvenser)
    yhat = FSKdecoder(x, fstart, fend, Tsymbol, fs);

    % --- Fejlmåling
    % Frame Error Rate: 1 hvis bare ét tegn er forkert, ellers 0
    FER(k) = any(yhat ~= msg);

    % Bit Error Rate (grov): antal forkerte tegn * 8 / total bits
    n_char_err = count_char_errors(yhat, msg);
    BER(k) = (n_char_err * 8) / (length(msg) * 8);
end
```



Figur 12 - Plot af Frame Error Rate vs bitrate(øverst) og Bit Error Rate vs bitrate (nederst)

Resultaterne viser, at der kan sendes fejlfrit ned til en symboltid/T_s på ca. 0.002 s (≈ 4000 bit/s). Under denne grænse øges BER kraftigt, fordi de enkelte symbolers spektrum overlapper hinanden.

Del B – Vindueslængde

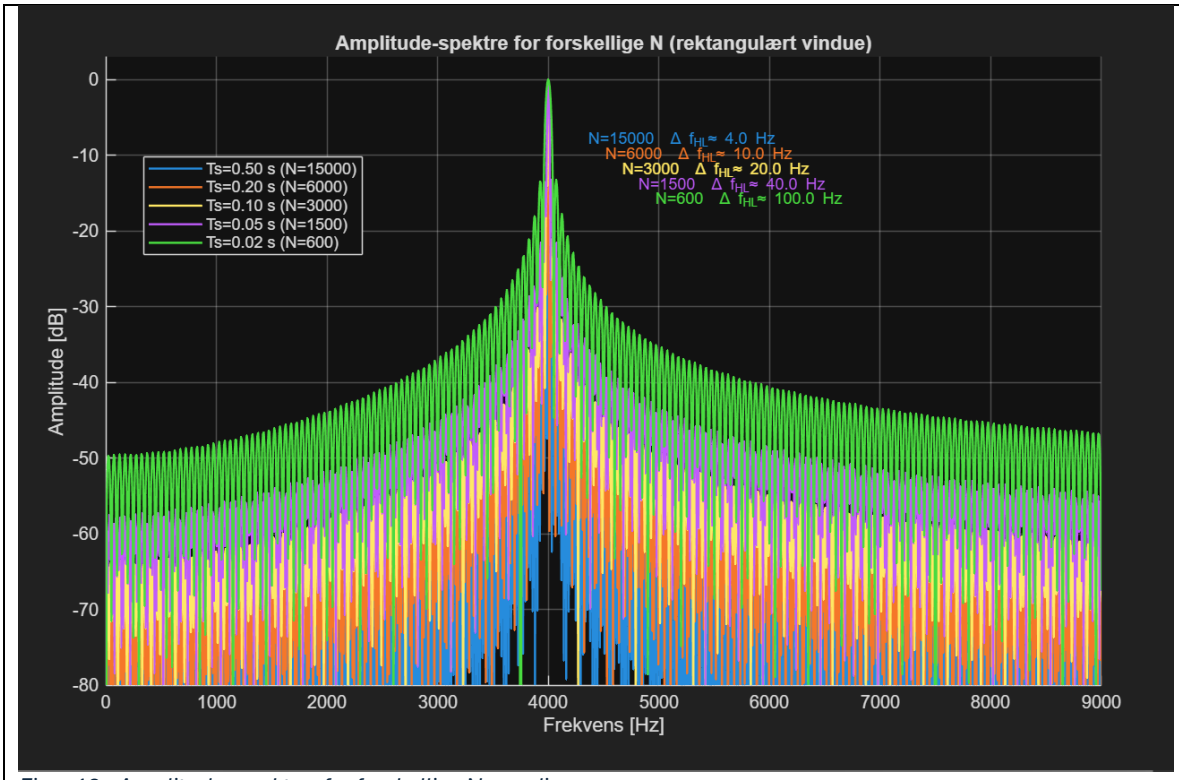
Vi vil her undersøge hvad betydningen af vindueslængden har for amplitude-spektret af en sinus-tone

Ved at ændre $N(T_s)$ ses, at hovedlobebredden er omvendt proportional med N. Kortere T_s reducerer frekvensopløsningen:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{T_s}$$

```
for k = 1:numel(Ts_list)
    Ts = Ts_list(k);
    N  = round(Ts*fs);            % vindueslængde (antal samples)
    n  = 0:N-1;
    x  = cos(2*pi*f0*n/fs);       % ren sinus (rektangulært vindue)

    % FFT (zero-padding for pæn kurve; opløsningen bestemmes stadig af N)
    Nfft = 2^nextpow2(max(4096, N));
    X = fft(x, Nfft);
    f = (0:Nfft-1)*(fs/Nfft);

    % Amplitude (normaliser peak til 0 dB for sammenligning)
    A = abs(X);
```

```
A = A / max(A);
AdB = 20*log10(A + 1e-12);
```



Figur 13 - Amplitude-spektrer for forskellige N-værdier

Lille Δf giver smallere hovedlobe i DFT'en og dermed bedre adskillelse mellem symbolfrekvenser. Når T_s bliver for kort, breder hovedloben sig og overlapper nabotoner, hvilket øger fejlraten.

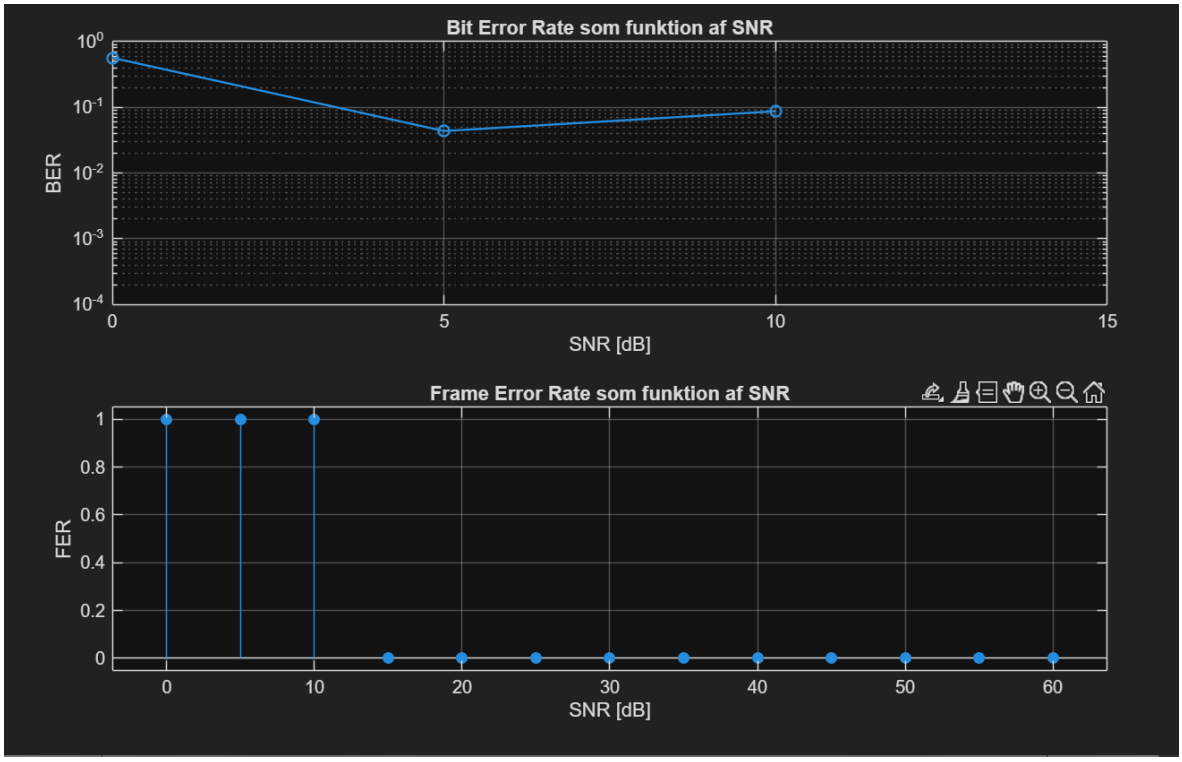
Del C – SNR's betydning

For en fast $T_s = 0.01\ s$ er systemet testet ved SNR fra 0 til 60 dB.

Vi har herudover også valgt en markant smallere bånd, da SNR var så høj, at der skulle noget ekstra til, for at vise effekten af SNR's betydning ved større støj-effekt.

Vi laver et rent FSK-signal, altså uden nogen form for støj. Herefter udregner vi signalets gennemsnitlige effekt. Til sidst laver vi så et støjsignal ud fra den ønskede SNR og forsøger at decode dette:

```
fs     = 30000;
fstart = 9000;
fend   = 10000;              % Bruger smallere bånd
Ts     = 0.01;               % og kortere symboltid for at vise SNR betydning
msg    = 'hello world hello world';

% Liste af SNR-værdier i dB
SNR_dB = 0:5:60;             % fra 0 dB (meget støj) til 60 dB (næsten perfekt)
FER = zeros(size(SNR_dB));
BER = zeros(size(SNR_dB));

% Original FSK-signal
x = FSKgenerator(msg, fstart, fend, Ts, fs);
Px = mean(x.^2);             % signalets gennemsnitlige effekt

for k = 1:length(SNR_dB)
    snr_val = SNR_dB(k);

    % Beregn nødvendig støj-effekt for den ønskede SNR
    Pn = Px / (10^(snr_val/10));
    noise = sqrt(Pn) * randn(size(x));     % hvidt støjsignal

    % Tilføj støj
    y = x + noise;

    % Decode
    yhat = FSKdecoder(y, fstart, fend, Ts, fs);

    % Frame- og bitfejl
    FER(k) = any(yhat ~= msg);             % 1 hvis mindst én fejl
    BER(k) = sum(yhat ~= msg) / length(msg);

end
```



Figur 14 - Plot af SNR's betydning for vores decoder

Vi ser her, at når SNR er over 10 dB har vores decoder ingen problemer med at decode signalet, da støjen er svag ift. signalet. Når SNR derimod er under 10 dB bliver støjen så kraftig, at decoderen ikke kan skelne mellem støj og signaler og begynder derfor at gætte forkert, hvilket kan ses på Figur 14 ved at der bliver introduceret Bit Errors.

Del D – Flere frekvenser pr. symbol

Hvis flere samtidige frekvenser kodes i ét symbol, kan bitraten øges:

$$R_b = K \cdot \frac{8}{T_s}$$

hvor K er antallet af samtidige toner.
Dog vokser overlap og interferens mellem nærliggende frekvenser hurtigt, især ved lav SNR. Dette sætter en praktisk grænse for, hvor mange frekvenser systemet kan håndtere uden øget fejlrate.

Så Ja, der er en grænse, som bestemmes af forholdet mellem symboltid og båndbredde. Frekvenserne skal ligge mindst $1/T_s$ fra hinanden, så antallet af mulige frekvenser maksimalt er $B \cdot T_s$. Hvor B er båndbredden
I praksis er grænsen dog væsentligt lavere på grund af støj og spektral overlapning.

Del E – Overordnet trade-off

De samlede resultater fra delopgaverne 4A–4D viser tydeligt, at systemets ydeevne afhænger af et grundlæggende kompromis mellem symboltid, båndbredde og SNR.
Når symboltiden T_s reduceres, øges bitraten tilsvarende, da flere symboler kan sendes pr. sekund.
Dette opnås dog på bekostning af frekvensopløsningen, som bliver dårligere, når hvert symbol består af færre samples $\Delta f = f_s/N$.
Som det fremgår af resultaterne fra opgave 4A og 4B, bliver tonepeaks i spektret gradvist bredere ved kortere symboltider, hvilket øger risikoen for overlap og dermed forveksling af frekvenser i dekodningen.

I opgave 4C sås, at systemet generelt fungerer fejlfrit ved høje SNR-værdier (over 20–30 dB), men at støj hurtigt reducerer pålideligheden ved lavere SNR.
Et højt støjniveau medfører, at de smalle peaks fra FSK-symbolet bliver svære at skelne fra støjgulvet, og selv små forvrængninger i amplitude kan resultere i fejlafkodning.
Dette kan kompenseres ved at forlænge symboltiden, hvilket forbedrer frekvensopløsningen og dermed systemets robusthed, men samtidig sænker bitraten.

Referencer

[1] Spektogram og SNR slide fra brightspace

https://brightspace.au.dk/content/enforced/183504-LR50157/csfiles/home_dir/SpektrogramSNR/SpectrogramSNR_Slides.pdf?isCourseFile=true&ou=183504

Appendix

FSKdecoder.m

```
% function x = FSKgenerator(signal, fstart, fstop, Tsymbol, fs)
%
% signal is the audio signal in the time domain
% fs is sampling frequency
% fstart = transmission band frequency start
% fend = transmission band frequency end
% Tsymbol = symbol duration in seconds

% The output is the decoded message from the audio signal
% function x = FSKdecoder(signal, fstart, fend, Tsymbol, fs)
%
% N = length(signal);
%
% samples_per_symbol = Tsymbol*fs;
%
% remainder = mod(N, samples_per_symbol);
% if remainder ~= 0
%     pad = samples_per_symbol - remainder;
%     signal = [signal; zeros(pad,1)];
% end
%
% N = length(signal);
%
% n_symbols = N/samples_per_symbol;
%
% x = '';
%
% farray = linspace(fstart,fend, 256);
%
% for k = 1:n_symbols
%
%     start_idx = (k-1)*samples_per_symbol+1;
%     end_idx = k*samples_per_symbol;
%     segment = signal(start_idx:end_idx);
%     N = length(segment);
%
%     Perform DFT on the segment, find the dominant frequency, map that
%     frequency to the synmbol and append that symbol to the x string
%
%     X_m = [];
%     m_unique = ceil((N+1)/2);
%
%     for i = 0:m_unique-1
%         sum = 0;
%         for j = 0:N-1
%             sum = sum + segment(j+1)*exp((-(2*pi*1i)/N)*i*j);
%         end
%     X_m(i+1) = sum;
%     end
%     frequency_bins = (0:m_unique-1)*(fs/N);
%
%     [~, max_idx] = max(abs(X_m));
%
%     dom_freq = frequency_bins(max_idx);
%
%     [~, symbol_idx] = min(abs(farray - dom_freq));
%
%
%     x = [x, char(symbol_idx)];
% end


% Opdateret funktion så den kun regner på de 256 frekvenser
function x = FSKdecoder(signal, fstart, fend, Tsymbol, fs)
```

```
N = length(signal);

% 1) HELTAL samples pr. symbol
samples_per_symbol = round(Tsymbol*fs);

% Pad til helt antal symboler
remainder = mod(N, samples_per_symbol);
if remainder ~= 0
    pad = samples_per_symbol - remainder;
    signal = [signal; zeros(pad,1)];
end

N = length(signal);
n_symbols = N / samples_per_symbol;

x = '';

% 2) 256 kandidater (rækkevektor)
farray = linspace(fstart, fend, 256);
farray = farray(:).';                % tving til 1×256

% 3) Forbered eksponential-bank én gang (Ns×256)
Ns = samples_per_symbol;
n  = (0:Ns-1).' / fs;                % Ns×1
E  = exp(-1j*2*pi * (n * farray));    % (Ns×1)*(1×256) => Ns×256

for k = 1:n_symbols
    start_idx = (k-1)*samples_per_symbol + 1;
    end_idx   = k*samples_per_symbol;

    % 4) Sørg for rækkevektor 1×Ns
    segment = signal(start_idx:end_idx);
    segment = segment(:).';          % 1×Ns

    % Projektion kun på 256 frekvenser: (1×Ns)*(Ns×256) = 1×256
    X = segment * E;

    % Vælg stærkeste kandidat og map direkte til tegn
    [~, symbol_idx] = max(abs(X).^2);
    x = [x, char(symbol_idx)];
end




%{
% Compute the frequency bins for the DFT
frequency_bins = (0:m_unique-1)*(fs/N);

% Find the dominant frequency in the DFT result
[~, max_idx] = max(abs(X_m));
dominant_freq = frequency_bins(max_idx);

% Map the dominant frequency to the corresponding symbol
symbol = mapFrequencyToSymbol(dominant_freq, fstart, fend);
x = [x, symbol]; % Append the decoded symbol to the output string

%}

%{
X = [];
for j = 0:length(frequency_bins)-1
    sum = 0;
    for i = 0:N-1
        sum = sum + x(i+1)*exp(((-2*pi*1i)/N)*i*j);
    end
X(j+1) = sum;
end
```

```
%}

%{
The encoder algorithm

function x = FSKgenerator(mysymbolseq, fstart, fend, Tsymbol, fs)

farray = linspace(fstart, fend, 256); % 256 frequencies spread out in band
A = 1; % amplitude
n = 0:(round(Tsymbol*fs)-1);

myids = double(mysymbolseq); % convert 'abcd' to [97 98 99 100].. ie. 256 possible values

x = []; %empty array
for i=1:length(myids),
    myfreq = farray(myids(i)); % choose freq for current char
    sig = A*cos(2*pi*n*myfreq/fs); % create signal
    x = [x sig]; % add to full signal
end

%}
```

Case2.m

```
%% Opgave 1 – Signal generation / kodning
clear;
close all;
clc;
% A. Generer et lydsignal-array med "FSKgenerator" funktionen.

fstart = 2000; % transmission band frequency start
fend = 20000; % transmission band frequency end
Tsymbol = 0.5; % symbol duration in seconds
fs = 48000; % sampling frequency

sentence='hello world';
x = FSKgenerator(sentence, fstart, fend, Tsymbol, fs);
soundsc(x, fs)
%%
% B. Analyser signalet for at finde ud af, hvilke karakterer, som svarer
% til hvilke frekvenser. I skal se på signalet i både tids- og frekvens-domænet.%

figure(1)
N=length(x);    % antal sample
plot((0:N-1)/fs,x)  %% Plot x signal i tide-domænet
xlim([1 1.009]);
xlabel("Tid [s]")
ylabel("Amplitude")
title("plot lydsignal tids-domænet")


figure(2)
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("plot lydsignal frekvens-domænet")

figure(3)
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("plot lydsignal frekvens-domænet")
xlim([500 10000])
```

```
h = FSKgenerator('h', fstart, fend, Tsymbol, fs);
e = FSKgenerator('e', fstart, fend, Tsymbol, fs);
l = FSKgenerator('l', fstart, fend, Tsymbol, fs);
o = FSKgenerator('o', fstart, fend, Tsymbol, fs);
space = FSKgenerator(' ', fstart, fend, Tsymbol, fs);

w = FSKgenerator('w', fstart, fend, Tsymbol, fs);
r = FSKgenerator('r', fstart, fend, Tsymbol, fs);
d = FSKgenerator('d', fstart, fend, Tsymbol, fs);

figure(4)
N =length(h);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse,abs(fft(h)))
hold on

N =length(e);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse,abs(fft(e)))

N =length(l);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse,abs(fft(l)))

N =length(o);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse,abs(fft(o)))

N =length(space);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse ,abs(fft(space)))

N =length(w);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse ,abs(fft(w)))

N =length(r);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse,abs(fft(r)))

N =length(d);
x_akse = (0:fs/N:fs-fs/N);
plot(x_akse ,abs(fft(d)))

xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("plot lydsignal frekvens-domænet")
legend(["h","e","l", "o"," ", "w", "r", "d"])
xlim([1000 15000])
hold off

%%
%C. Analyser signalet vha. Short-Time Fourier Transform (kan læses om i bogen) – dvs. med
% spektrogram-plot. Forklar trade-off imellem opløsningen i tid og frekvens.  %

figure(5)
spectrogram(x, hanning(512), 500, 1024, fs, 'yaxis')
ylim([0.5 10]);

figure(6)
spectrogram(x, hanning(2048), 500, 1024, fs, 'yaxis')
ylim([0.5 10]);
%%
%D. Eksperimenter med "FSKgenerator" funktionen for at få en forståelse af input
% parametrene.
%% lydsignal ved Mindre båndbredde
figure(7)
fstart = 1200; % transmission band frequency start
fend = 6000; % transmission band frequency end
Tsymbol = 0.5; % symbol duration in seconds
```

```
fs = 48000; % sampling frequency

sentence='hello world';
x = FSKgenerator(sentence, fstart, fend, Tsymbol, fs);
N=length(x);
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlim([0 8000]);
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("frekvens-domænet til lydsignal ved Mindre båndbredde")
sound(x,fs)


%% lydsignal ved støre Tsymbol
figure(8)
fstart = 2000; % transmission band frequency start
fend = 20000; % transmission band frequency end
Tsymbol = 0.8; % symbol duration in seconds
fs = 48000; % sampling frequency

sentence='hello world';
x = FSKgenerator(sentence, fstart, fend, Tsymbol, fs);
N=length(x);
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlim([0 12000]);
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("frekvens-domænet til lydsignal ved støre Tsymbol")
sound(x,fs)

%% lydsignal ved mindre sampling frequency
figure(9)
fstart = 500; % transmission band frequency start
fend = 1500; % transmission band frequency end
Tsymbol = 0.5; % symbol duration in seconds
fs = 4000; % sampling frequency

sentence='hello world';
x = FSKgenerator(sentence, fstart, fend, Tsymbol, fs);
N=length(x);
plot(0:fs/N:fs-fs/N,abs(fft(x))) %% Plot x signal i frekvens-domænet
xlim([0 2000]);
xlabel("Frekvens [Hz]")
ylabel("|X(f)|")
title("frekvens-domænet til lydsignal ved mindre sampling frequency")

sound(x,fs)

%% Opgave 2 – Dekodning

% A. Send besked til en anden gruppe
% OBS: Vi sender en besked til os selv; vi afspiller nedenstående indkodede
% besked og optager på en telefon

fs = 30000;
fstart = 100;
fend = 10000;

lydsignal = FSKgenerator('hello world', 100, 10000, 0.2, fs);

soundsc(lydsignal,fs);

%%

% Load audio file from the current work space folder
path = matlab.desktop.editor.getActiveFilename;
thisFolder = fileparts(path);
audioFile = fullfile(thisFolder, 'hello_world_0m.m4a');
[y, fs] = audioread(audioFile);

%%
```

```
% Play said audio file
soundsc(y,fs);

%%
% Tilklip filen, så de stille perioder før og efter lydsignalet i
% optagelsen er fjernet
threshold = 0.01;

mask = abs(y) > threshold;

firstSample = find(mask, 1, 'first');
lastSample = find(mask, 1, 'last');

yTrimmed = y(firstSample:lastSample,:);
soundsc(yTrimmed,fs);

%% Visually inspecting the signal via spectrogram
figure(43)
spectrogram(yTrimmed, blackman(1000), 0,1000, fs, 'yaxis')

%% Decoding the signal using self-made algorithm
% Adding path to the current work space, so Matlab can access the function
addpath(thisFolder);

% received_message = FSKdecoder(signal, fs)
% mysymbolseq, fstart, fend, Tsymbol, fs

received_message = FSKdecoder(yTrimmed,100, 10000, 0.2, fs)
% Current version is quite slow, because it's O(N^2) complexity – could be
% cut down to 256, because those are the frequencies that we are interested
% in



%%
N = length(y);
t = (0:N-1)/fs;

figure(42)
plot(t,y)




%%


% Decode the received signal using a simple thresholding method
threshold = 0.5; % Define a threshold for detection
decodedChars = ''; % Initialize the decoded characters string
for i = 1:length(x)
    if x(i) > threshold
        decodedChars = [decodedChars, '1']; % Detected signal
    else
        decodedChars = [decodedChars, '0']; % No signal
    end
end


%% Opgave 3 – SNR-analyse af FSK-signal ved forskellige afstande

clear; close all; clc;

files = ["hello_world_0m.m4a", "hello_world_1m.m4a", "hello_world_2m.m4a", "hello_world_3m.m4a", "hello_world_4m.m4a"];
dists = [0 1 2 3 4];    % afstande i meter

fstart = 100;
fend   = 10000;
Tsymbol = 0.2;  % symboltid (samme som ved optagelse)

SNRdB = nan(size(files));
```

```
figure; clf; hold on; grid on;
for k = 1:numel(files)
    % --- indlæs og trim stille perioder (samme som i opg. 2)
    path = matlab.desktop.editor.getActiveFilename;
    thisFolder = fileparts(path);
    audioFile = fullfile(thisFolder, files(k));
    [y, fs] = audioread(audioFile);

    threshold = 0.01;
    mask = abs(y) > threshold;
    yTrimmed = y(find(mask,1,'first'):find(mask,1,'last'));
    yTrimmed = yTrimmed - mean(yTrimmed);   % fjern DC-komponent

    % --- tag ét symbol til analyse ---
    N   = round(Tsymbol * fs);
    seg = yTrimmed(1:N);

    % --- FFT og power-spektret ---
    Y = fft(seg);
    P = abs(Y).^2 / (N*N);          % lineær effekt
    f = (0:N-1)*(fs/N);             % frekvensakse [Hz]

    % --- vælg kun FSK-båndet ---
    band = (f >= fstart) & (f <= fend);
    fB = f(band);
    PB = P(band);

    % --- beregn SNR (peak vs. median noise) ---
    [Ppk, ipk] = max(PB);
    excl = false(size(PB));
    excl(max(ipk-1,1):min(ipk+1,numel(PB))) = true;
    noise_lin = median(PB(~excl));
    SNRdB(k)  = 10*log10(Ppk / max(noise_lin, eps));

    % --- konverter til dB ---
    PdB = 10*log10(PB + eps);

    % --- plot i dB ---
    plot(fB, PdB, 'LineWidth', 1.2, 'DisplayName', ...
        sprintf('%s (SNR≈%.1f dB)', files(k), SNRdB(k)));
end

xlabel('Frekvens [Hz]');
ylabel('Effekt [dB]');
title('Power Spectrum (dB) for FSK-signal ved forskellige afstande');
legend('Location','best');
xlim([fstart fend]);


%% Opgave 3C – SNR som funktion af afstand


% Til sidst plotter vi de beregnede SNR-værdier for hver afstand.
% Vi forventer, at SNR falder, når afstanden øges, da signalstyrken
% aftager hurtigere end støjniveauet ændrer sig.


figure; clf;
plot(dists, SNRdB, 'o-','LineWidth',1.5);
grid on;
xlabel('Afstand [m]');
ylabel('SNR [dB]');
title('SNR (peak/median) vs. afstand');




%% test for at tjekke decoder virker
clear; close all; clc;
```

```
fs = 30000;
fstart = 100;
fend = 10000;
Tsymbol = 0.2;

testmsg = 'hello';
x = FSKgenerator(testmsg, fstart, fend, Tsymbol, fs);
yhat = FSKdecoder(x, fstart, fend, Tsymbol, fs);

disp("Expected: " + testmsg);
disp("Decoded:  " + yhat);



%% Opgave 4A – Bit rate vs. fejlfri dekodning
clear; close all; clc;

% A) Opsæt test: sweep Tsymbol og mål fejlrate + bitrate

% Vi undersøger, hvor kort Tsymbol kan være, før dekoderen begynder at lave fejl.
% Antagelse: 1 symbol = 1 byte (ASCII) => 8 bits per symbol.
% Bitrate = 8 / Tsymbol  [bits/s]
%
% Parametre holdes som i opg. 2 for konsistens.
fs      = 30000;       % samplingsfrekvens
fstart  = 100;         % start på FSK-bånd
fend    = 10000;       % slut på FSK-bånd
msg     = 'hello world hello world';   % lidt længere teststreng
Ts_list = [0.50 0.30 0.20 0.15 0.10 0.08 0.06 0.05 0.04 0.03 0.025 0.020 0.010 0.005 0.002 0.0019];



bitrate = 8 ./ Ts_list;
FER     = nan(size(Ts_list));   % Frame Error Rate (fejl i hele tekst-strengen)
BER     = nan(size(Ts_list));   % Bit Error Rate (groft estimeret som char-fejl*8 / (len*8))

% Hjælpere til BER-estimat (pr. tegn): vi tæller tegn der er forkerte
count_char_errors = @(a,b) sum(a ~= b);

for k = 1:numel(Ts_list)
    Tsymbol = Ts_list(k);

    % --- Generér FSK-signal for hele beskeden
    x = FSKgenerator(msg, fstart, fend, Tsymbol, fs);

    % --- Dekod med vores egen decoder (samme som i opgave 2, men kun med 256 frekvenser)
    yhat = FSKdecoder(x, fstart, fend, Tsymbol, fs);

    % --- Fejlmåling
    % Frame Error Rate: 1 hvis bare ét tegn er forkert, ellers 0
    FER(k) = any(yhat ~= msg);

    % Bit Error Rate (grov): antal forkerte tegn * 8 / total bits
    n_char_err = count_char_errors(yhat, msg);
    BER(k) = (n_char_err * 8) / (length(msg) * 8);
end


%% B) Plot: bitrate vs. fejlrate (FER & BER)

figure;
subplot(2,1,1);
stem(bitrate, FER, 'filled'); grid on;
xlabel('Bitrate [bits/s]'); ylabel('FER');
title('Frame Error Rate vs. Bitrate (1 symbol = 1 byte)');
ylim([-0.05 1.05]);

subplot(2,1,2);
plot(bitrate, BER, 'o-','LineWidth',1.2); grid on;
xlabel('Bitrate [bits/s]'); ylabel('BER');
title('Bit Error Rate vs. Bitrate');
```

```
% Find maksimal fejlfri bitrate:
ok_idx = find(FER==0);
if ~isempty(ok_idx)
    max_ok_bitrate = max(bitrate(ok_idx));
    fprintf('Maks. fejlfri bitrate ≈ %.1f bits/s (Tsymbol ≈ %.3f s)\n', ...
          max_ok_bitrate, 8/max_ok_bitrate);
else
    fprintf('Ingen fejlfri bitrate i dette sweep – forøg Tsymbol eller SNR.\n');
end


%% C) Kort diskussion

% Vi ser, at når Tsymbol bliver kort (høj symbolrate/bitrate), begynder
% dekoderen at lave fejl. Det hænger sammen med DFT/vindue-teori:
% Færre samples pr. symbol => bredere hovedlobe (= ringere frekvensopløsning)
% og mere lækage, hvilket gør peaks mindre adskilte ved samme frekvensafstand.
% Dermed stiger sandsynligheden for, at nabofrekvenser forveksles – især ved
% begrænset SNR. (Se slides om vinduer/leakage/oploesning).


%% Opgave 4B – Betydning af vindueslængde N for amplitude-spektret
clear; close all; clc;

fs = 30000;              % samplingsfrekvens
f0 = 4000;               % en tone inde i båndet (kun ét symbol)
Ts_list = [0.50 0.20 0.10 0.05 0.02];   % symboltider => forskellige N
colors = lines(numel(Ts_list));

figure; hold on;
for k = 1:numel(Ts_list)
    Ts = Ts_list(k);
    N  = round(Ts*fs);             % vindueslængde (antal samples)
    n  = 0:N-1;
    x  = cos(2*pi*f0*n/fs);        % ren sinus (rektangulært vindue)

    % FFT (zero-padding for pæn kurve; opløsningen bestemmes stadig af N)
    Nfft = 2^nextpow2(max(4096, N));
    X = fft(x, Nfft);
    f = (0:Nfft-1)*(fs/Nfft);

    % Amplitude (normaliser peak til 0 dB for sammenligning)
    A = abs(X);
    A = A / max(A);
    AdB = 20*log10(A + 1e-12);

    plot(f(1:Nfft/2), AdB(1:Nfft/2), 'LineWidth', 1.2, 'Color', colors(k,:));

    % Teoretisk hovedlobebredde (rektangulært vindue): ca. 2*fs/N (nul-til-nul)
    dF_mainlobe = 2*fs/N;
    text(f0+200 + 150*k, -6-2*k, sprintf('N=%d  \\Delta f_{HL}≈ %.1f Hz', N, dF_mainlobe), ...
        'Color', colors(k,:), 'FontSize', 9);
end
grid on; xlim([0 9000]); ylim([-80 3]);
xlabel('Frekvens [Hz]'); ylabel('Amplitude [dB]');
title('Amplitude-spektre for forskellige N (rektangulært vindue)');
legend(arrayfun(@(Ts)sprintf('Ts=%.02f s (N=%d)', Ts, round(Ts*fs)), Ts_list, 'uni',0), 'Location','southwest');

%% Vindue-tradeoff: sammenlign rektangel vs. Hann ved fast N
figure; hold on;
Ts = 0.10; N = round(Ts*fs);
n  = 0:N-1;
x_rect = cos(2*pi*f0*n/fs);
x_hann = x_rect .* hann(N).';

Nfft = 2^nextpow2(max(4096, N));
f = (0:Nfft-1)*(fs/Nfft);

Xr = fft(x_rect, Nfft);  Xh = fft(x_hann, Nfft);
Ar = abs(Xr)/max(abs(Xr)); Ah = abs(Xh)/max(abs(Xh));
```

```
plot(f(1:Nfft/2), 20*log10(Ar(1:Nfft/2)+1e-12), 'LineWidth',1.2);
plot(f(1:Nfft/2), 20*log10(Ah(1:Nfft/2)+1e-12), 'LineWidth',1.2);
grid on; xlim([0 9000]); ylim([-100 3]);
xlabel('Frekvens [Hz]'); ylabel('Amplitude [dB]');
title(sprintf('Vindue-effekt ved N=%d (Ts=%.02f s), f_0=%g Hz', N, Ts, f0));
legend('Rektangel (smal HL, høje sidelobes)','Hann (bredere HL, lavere sidelobes)', 'Location','southwest');

%% Lille tabel til rapporten
fprintf('\nTeoretisk hovedlobebredde (rektangulært vindue, nul-til-nul): Δf ≈ 2*fs/N\n');
for Ts = Ts_list
    N = round(Ts*fs);
    fprintf('Ts=%.3f s, N=%5d  ->  Δf≈ %.1f Hz\n', Ts, N, 2*fs/N);
end


%% Opgave 4C – SNR'ens betydning for systemets ydeevne
clear; close all; clc;

fs     = 30000;
fstart = 9000;
fend   = 10000;              % Bruger smallere bånd
Ts     = 0.01;               % og kortere symboltid for at vise SNR betydning
msg    = 'hello world hello world';

% Liste af SNR-værdier i dB
SNR_dB = 0:5:60;             % fra 0 dB (meget støj) til 60 dB (næsten perfekt)
FER = zeros(size(SNR_dB));
BER = zeros(size(SNR_dB));

% Original FSK-signal
x = FSKgenerator(msg, fstart, fend, Ts, fs);
Px = mean(x.^2);             % signalets gennemsnitlige effekt

for k = 1:length(SNR_dB)
    snr_val = SNR_dB(k);

    % Beregn nødvendig støj-effekt for den ønskede SNR
    Pn = Px / (10^(snr_val/10));
    noise = sqrt(Pn) * randn(size(x));     % hvidt støjsignal

    % Tilføj støj
    y = x + noise;

    % Decode
    yhat = FSKdecoder(y, fstart, fend, Ts, fs);

    % Frame- og bitfejl
    FER(k) = any(yhat ~= msg);             % 1 hvis mindst én fejl
    BER(k) = sum(yhat ~= msg) / length(msg);

    fprintf('SNR = %2d dB | FER = %.2f | BER = %.3f\n', snr_val, FER(k), BER(k));
end

% Plot
figure;
subplot(2,1,1);
semilogy(SNR_dB, BER, 'o-','LineWidth',1.2);
xlabel('SNR [dB]'); ylabel('BER');
title('Bit Error Rate som funktion af SNR');
grid on; ylim([1e-4 1]);

subplot(2,1,2);
stem(SNR_dB, FER,'filled');
xlabel('SNR [dB]'); ylabel('FER');
title('Frame Error Rate som funktion af SNR');
grid on; ylim([-0.05 1.05]);
```