심층 신경망 네트워크

EURON 중급 세션 4주차 발표 | 박은혜

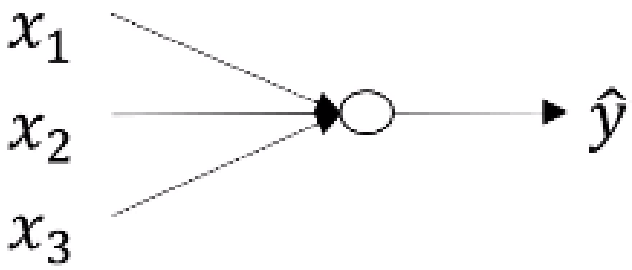
목차

지금까지의 복습

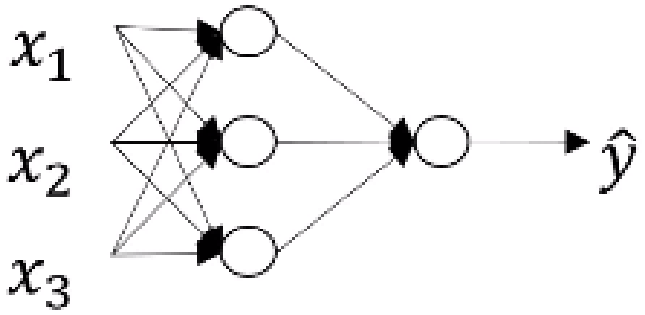
✓ 로지스틱 회귀 분석
✓ 단일 은닉층을 가진 신경망의 순방향 전파와 역방향 전파
✓ 벡터화
✓ 왜 랜덤하게 초기값을 초기화 시켜야 하는지

1. 더 많은 층의 심층 신경

심층 신경망이란?

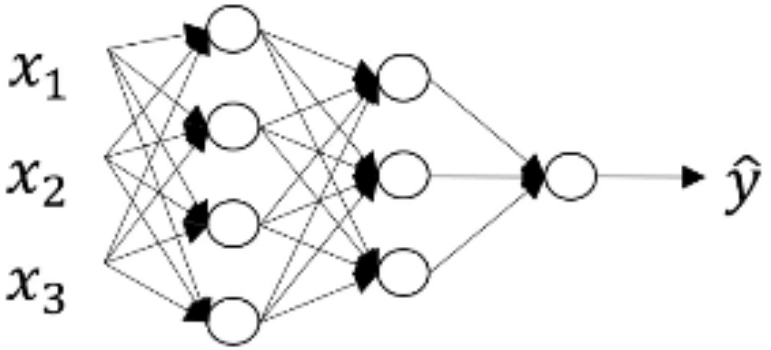


logistic regression

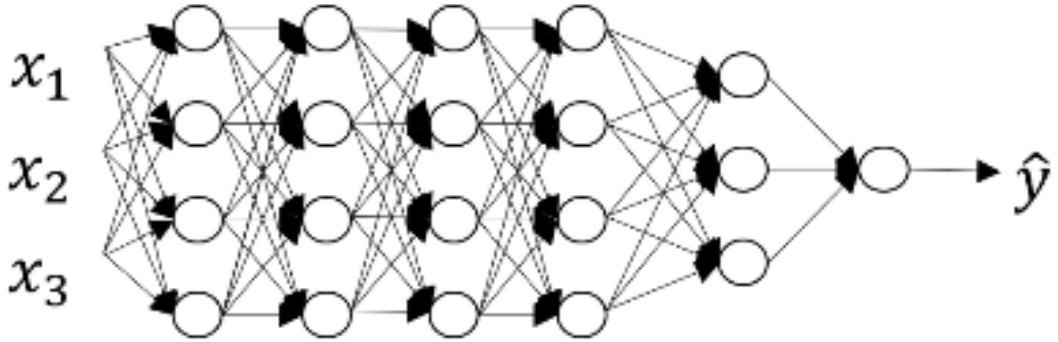


1 hidden layer

지금까지 배운 것은 로지스틱 신경망과 하나의 은닉층을 가진 신경망
로지스틱 신경망과 하나의 은닉층을 가진 신경망은 얕은 신경망이라고 한다



2 hidden layers



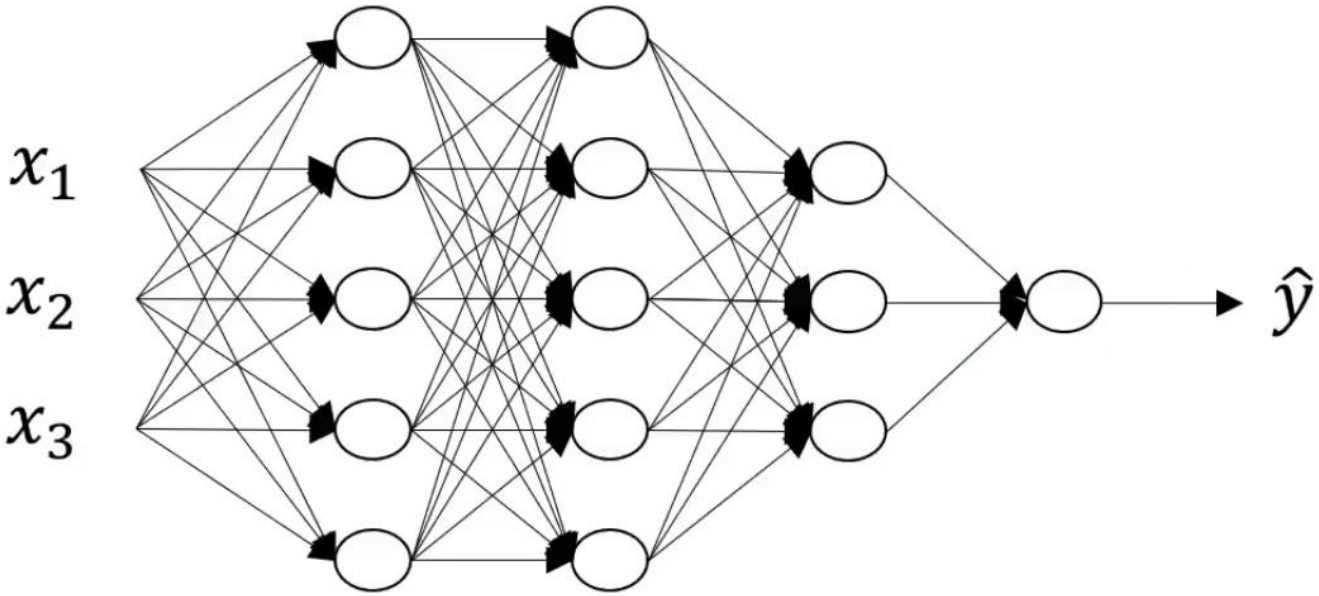
5 hidden layers

그동안 머신러닝 커뮤니티에서 더 깊은 신경망이 얕은 신경망은 할 수 없는 계산을 할 수 있다는 것을 알아냈다.

하지만 얼마나 깊은 신경망을 사용해야 하는지 미리 예측하기는 어렵다.

표기법

- $L =$ number of layers in the network
  - $L = 4$
- $n^{[l]} =$ number of nodes/units in layer l
  - $n^{[0]} = n_x = 3$
  - $n^{[1]} = 5$
  - $n^{[2]} = 5$
  - $n^{[3]} = 3$
  - $n^{[4]} = n^{[L]} = 1$
- $a^{[l]} =$ activation in layer l
  - $a^{[l]} = g^{[l]}(z^{[l]})$
- $w^{[l]} =$ weights for $z^{[l]}$
- $b^{[l]}$



- 입력 특징은 X라고도 불리며, 또한 $X = a^{[0]}$ 이다
- 마지막 층의 활성값인 $a^{[L]} = \hat{y}$이다.

2. 심층 신경망에서의 정방향 전파

1 $z^{[1]} = W^{[1]}x + b^{[1]}$

- $x = a^{[0]}$이기 때문에, 위 식은 $z^{[1]} = W^{[1]}a^{[0]} + b^{[1]}$ 와 같다

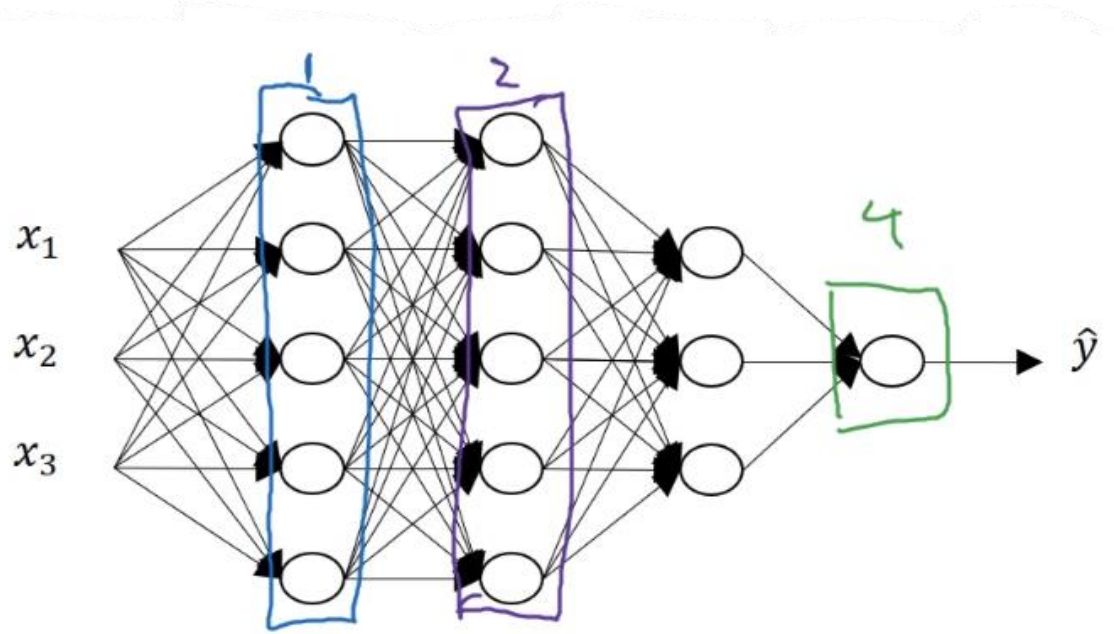
$a^{[1]} = g^{[1]}(z^{[1]})$

2 $z^{[2]} = W^{[2]}a^{[1]} + b^{[2]}$

$a^{[2]} = g^{[2]}(z^{[2]})$

4 $z^{[4]} = W^{[4]}a^{[3]} + b^{[4]}$

$a^{[4]} = g^{[4]}(z^{[4]}) = \hat{y}$

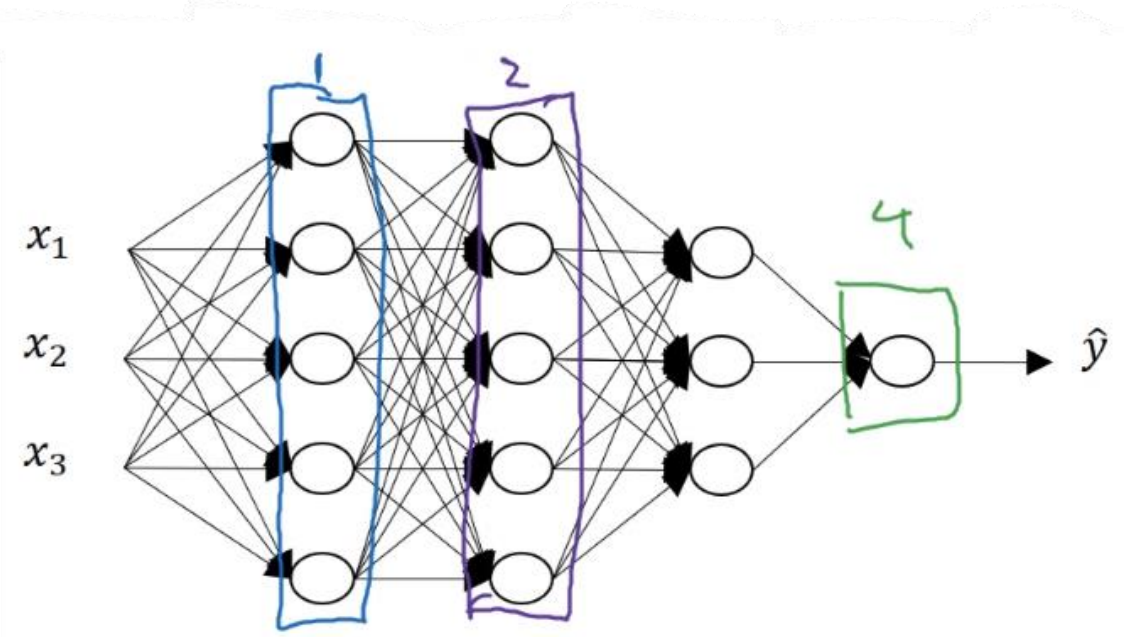


벡터화

1. $Z^{[1]} = W^{[1]}A^{[0]} + b^{[1]}$, where $X = A^{[0]}$
   $A^{[1]} = g^{[1]}(Z^{[1]})$

2. $Z^{[2]} = W^{[2]}A^{[1]} + b^{[2]}$
   $A^{[2]} = g^{[2]}(Z^{[2]})$

4. $Z^{[4]} = W^{[4]}A^{[3]} + b^{[4]}$
   $\hat{Y} = g^{[4]}(Z^{[4]}) = A^{[4]}$



- 신경망은 `for` 문의 사용을 최대한 피해야하지만, 이 경우 각 층들에서 반복할 수 있게 하는 방법은 `for` 문을 제외한 마땅한 방법이 없기 때문에, 여기서는 `for` 문을 사용해 반복시킨다.

3. 행열의 차원을 알맞게 만들기

행열의 차원을 알맞게 만들기

심층 신경망에서 에러를 피하기 위해서는 행렬 차원에 대해
체계적으로 생각해야한다.

$W^{[1]}$의 경우, 현재 층의 노드의 수와 전 층의 노드의 수의 차원을 갖고 있다.

- $W^{[1]} : (n^{[1]}, n^{[0]})$
- $W^{[l]} : (n^{[l]}, n^{[l-1]})$

$b^{[1]}$의 차원은 $W^{[1]}x$ 와 $z^{[1]}$의 차원과 같아야한다.

- $b^{[1]} : (n^{[1]}, 1)$
- $b^{[l]} : (n^{[l]}, 1)$

역방향 전파의 경우, $dW^{[l]}$는 $W^{[l]}$와, 그리고 $db^{[1]}$는 $b^{[1]}$와 같은 행열의 차원을 갖게 된다.

- $dW^{[l]} : (n^{[l]}, n^{[l-1]})$
- $db^{[l]} : (n^{[l]}, 1)$

또한 $a^{[l]}$값이 $z^{[l]}$를 활성화 함수에 넣어 만든 값이기 때문에 $z^{[l]}$와 $a^{[l]}$의 차원이 같아야한다.

- $a^{[l]} = g^{[l]}(z^{[l]})$ 이기 때문에 차원이 같아야 한다는 뜻
- $x = a^{[0]}$이라는 것을 까먹지 말기!
  - $x = a^{[0]}$는 $(n^{[0]}, 1)$이다.

벡터화된 계산식들도 위 식들과 비슷하다.

- W, b, dW, db의 의차원은 같지만, z, a, x의 차원은 조금 달라진다.

$$z^{[1]} = W^{[1]}x + b^{[1]}$$

$$\rightarrow Z^{[1]} = W^{[1]}X + b^{[1]}$$

$$z^{[l]}, a^{[l]} : (n^{[l]}, 1)$$

$$\rightarrow Z^{[l]}, A^{[l]} : (n^{[l]}, m)$$

$$dZ^{[l]}, dA^{[l]} : (n^{[l]}, m)$$

$$\underset{(n^{[1]},1)}{z^{[1]}} = \underset{(n^{[1]},n^{[0]})\cdot(n^{[0]},1)}{W^{[1]}x} + \underset{(n^{[1]},1)}{b^{[1]}}$$

$$\underset{(n^{[1]},m)}{Z^{[1]}} = \underset{(n^{[1]},n^{[0]})\cdot(n^{[0]},m)}{W^{[1]}X} + \underset{(n^{[1]},m)}{b^{[1]}}$$

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & & \vdots \\ z^{[1](1)} & z^{[1](2)} & \cdots & z^{[1]m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix}$$

의 형태를 갖고 있기 때문.

(X도 마찬가지로 행렬의 형태를 갖고 있다)

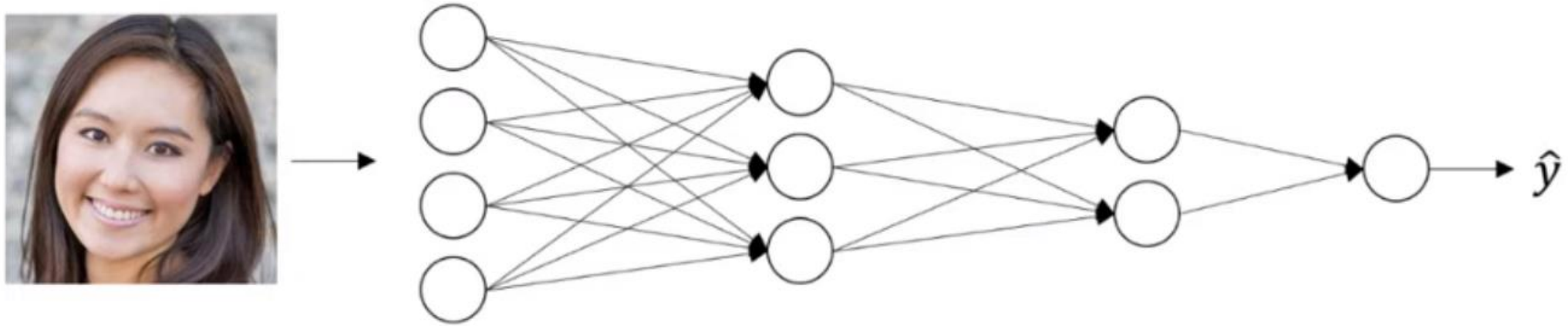
$l = 0$ 일 때 $X = A^{[0]}$임을 기억해야한다.

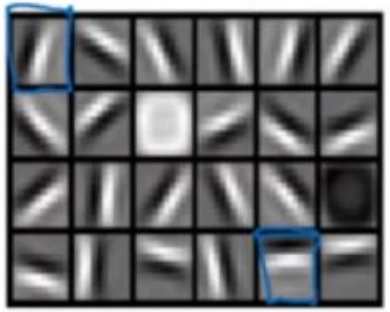
- $A^{[0]} = X = (n^{[0]}, m)$

4. 왜 심층 신경망이 더 많은 특징을 잡아 낼 수 있을까?

심층 신경망의 계산

직관적으로 생각하면, 신경망의 초기 층에서 모서리와 같은 간단한 함수를 먼저 감지하게 하고, 그 이후의 신경망 층에서 이것들을 구성해서 더 복잡한 함수를 학습할 수 있도록 한다.





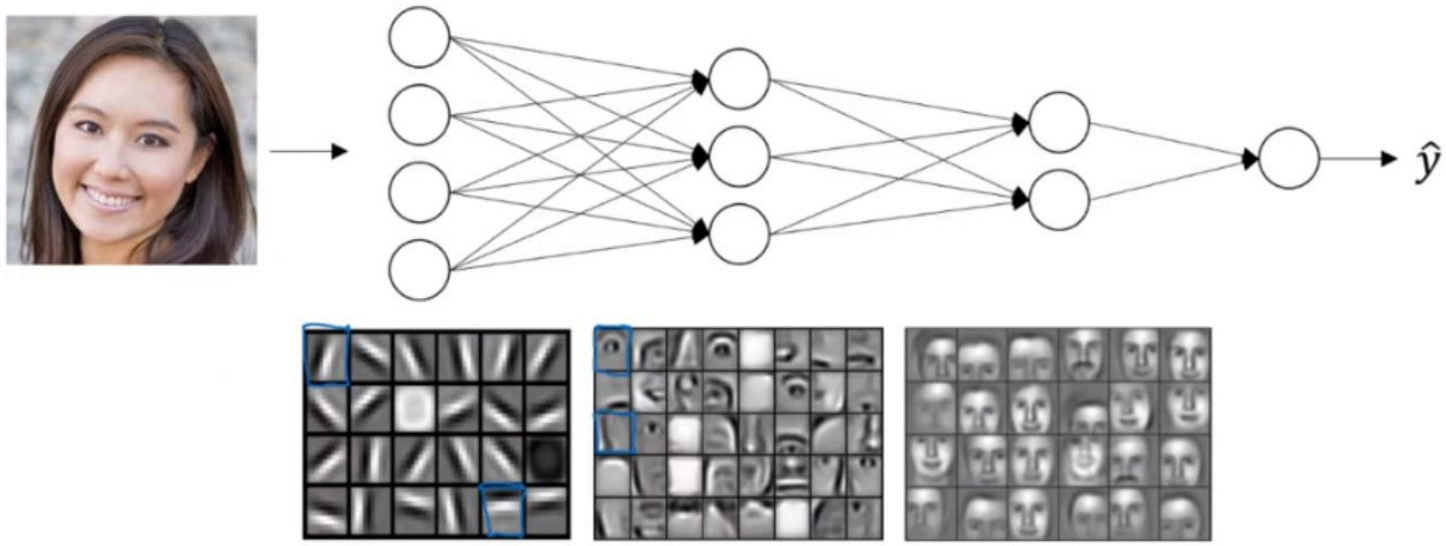
특성 탐지기나
모서리 탐지기

감지된 모서리와 그룹화된 모서리들을 통해, 눈이나 코의 부분을 찾아내는 등, 얼굴의 일부를 감지할

얼굴의 일부를 통해 서로 다른 종류의 얼굴을 감지

- 이 시각화는 나중에 합성곱 신경망에서 더 자세히 알아볼 수 있다. 이 시각화의 세부 사항을 알아본다면, 초기 층에서 모서리들을 알아볼 때는 더 작은 영역을, 나중에 얼굴의 일부를 감지할 때는 더 넓은 범위를 감지해낸다는 것을 알 수 있다.
- 사진 데이터가 아닌 오디오 데이터일 때는, 첫번째 층에서는 낮은 단계의 파형을 먼저 감지함으로 소리의기본 단위를 찾는 것을 학습하여, 다중에는 단어와 문장들을 인식하게 할 수 있다.

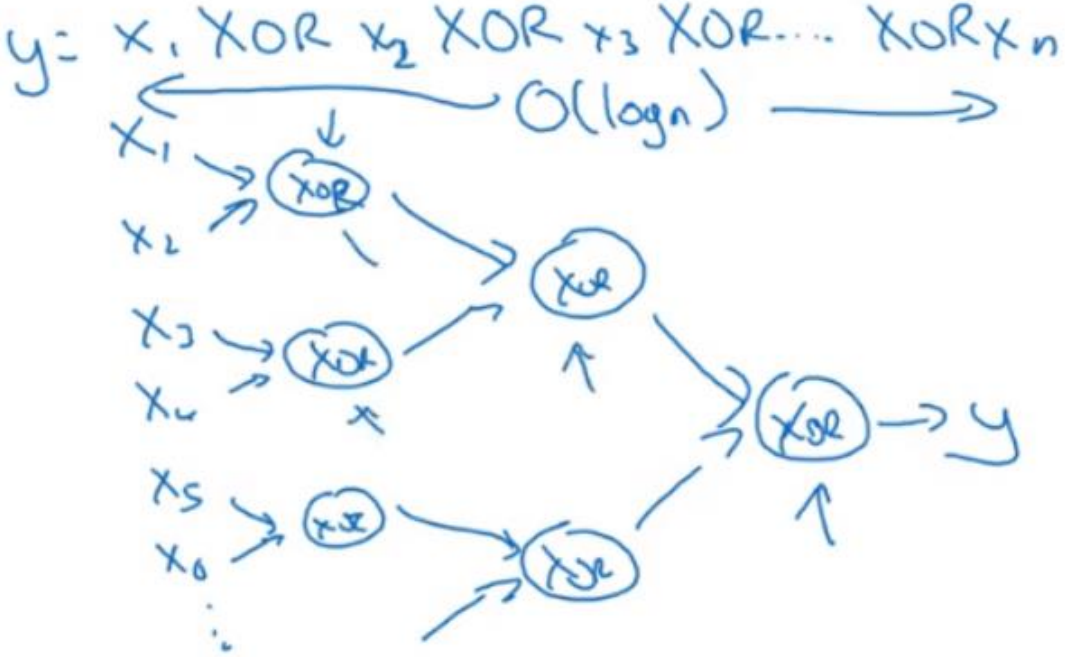
즉, 신경망의 초기 층들은 간단한 함수를 계산하며,
이후 층에서 초기 층에서 계산 한 값들을 모아
얼굴이나 단어처럼 더 복잡한 데이터를 인식할 수 있게 한다.



회로 이론과 딥러닝 Circuit Theory and DL

Informally : There are functions you can compute with a "small" L-layer deep neural network that shallower networks require exponentially more hidden units to compute.

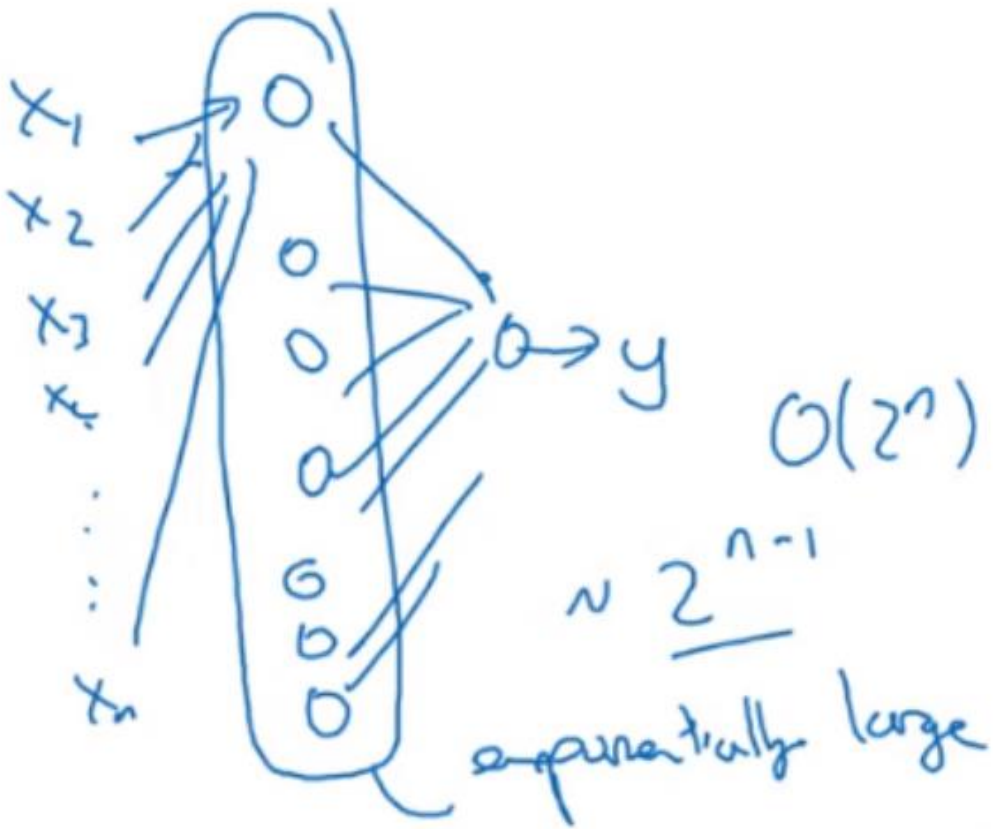
- 회로 이론에서 같은 계산을 할 때, 상대적으로 얕은 신경망으로 활용하면, 깊은 신경망으로 계산할 때보다 은닉층의 개수가 기하급수적으로 증가한다.
- 이렇게 깊은 신경망을 사용하면, O(log n)만에 계산을 완료할 수 있다



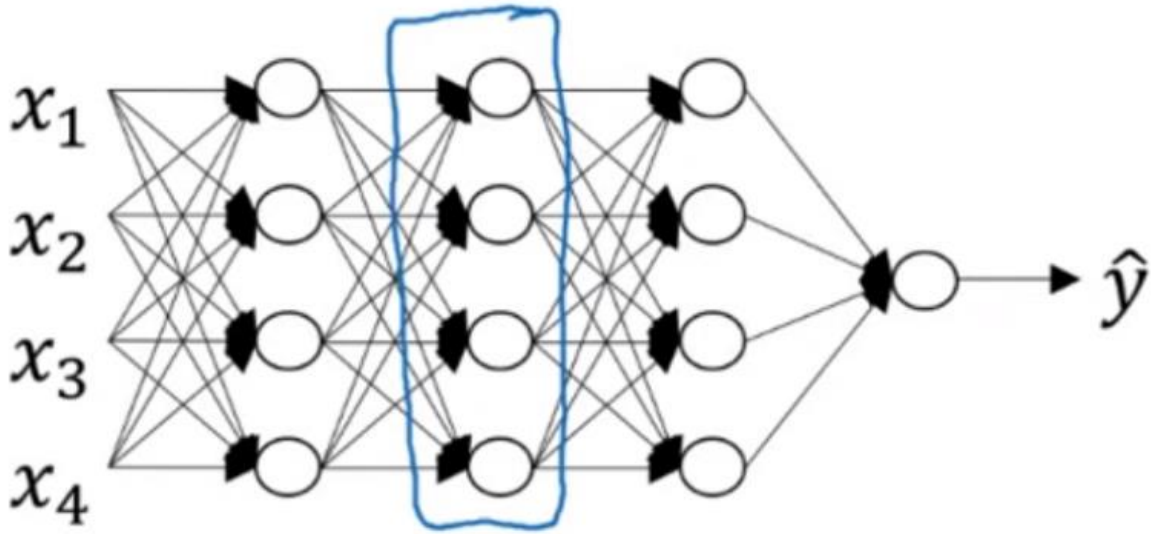
회로 이론과 딥러닝 Circuit Theory and DL

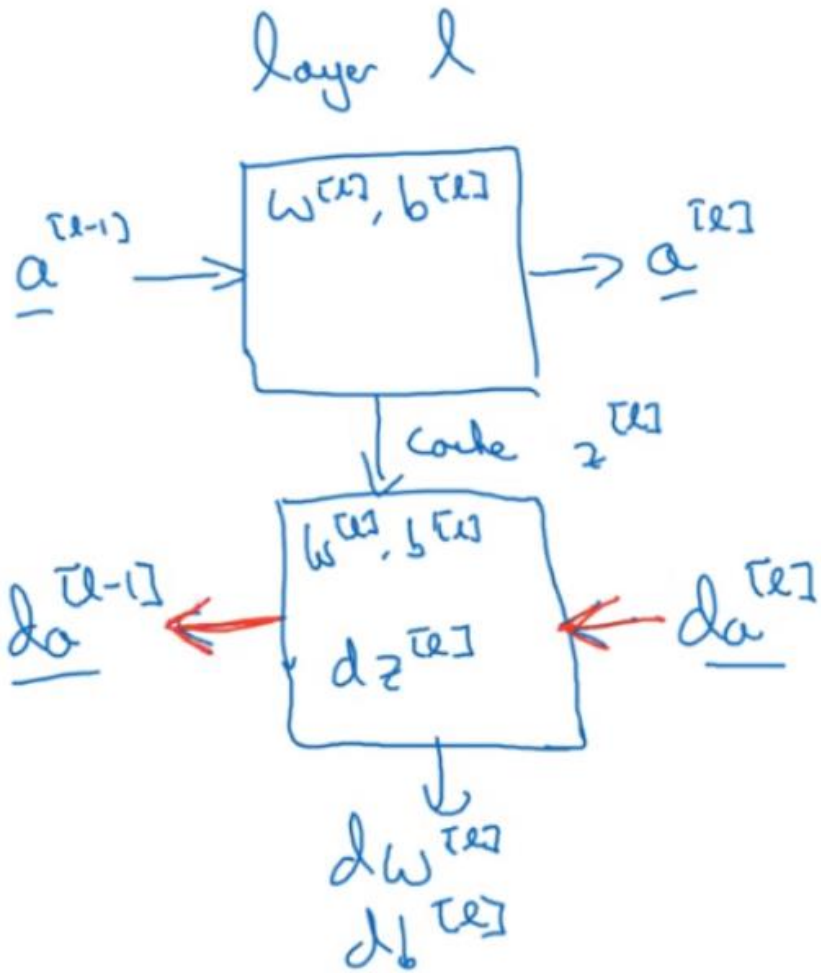
Informally : There are functions you can compute with a "small" L-layer deep neural network that shallower networks require exponentially more hidden units to compute.

- 하지만 하나의 은닉층을 활용할 경우, 은닉층의 개수가 기하급수적으로 늘어나 O(2^n)만큼의 계산을 필요로 하게 된다.
- 그렇기 때문에, 적은 층을 활용하기보다, 더 깊은 신경망을 만들면 더 빠르게 계산할 수 있음을 회로이론을 통해 알 수 있다.



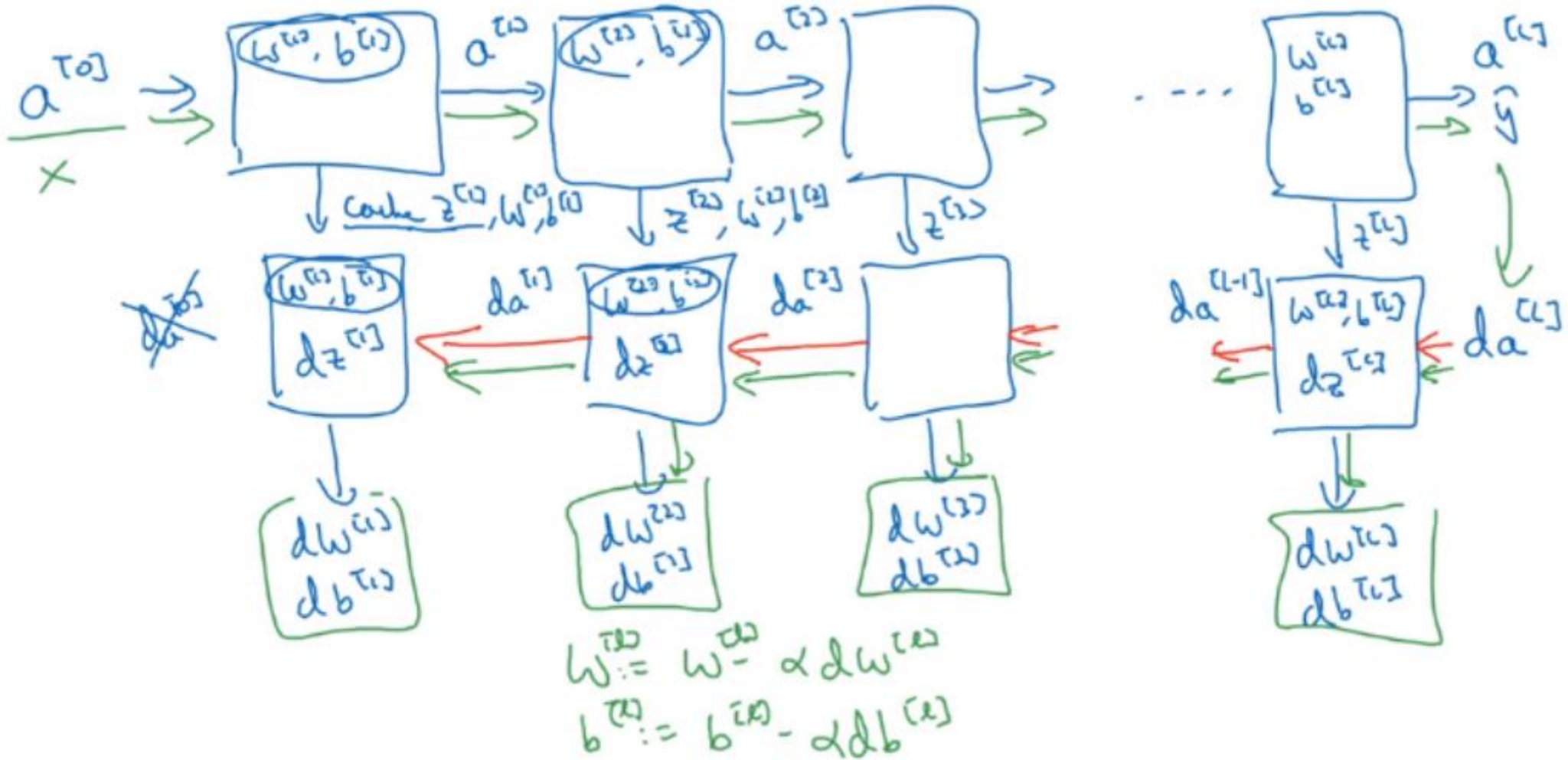
5. 심층 신경망 네트워크 구성하기





- Layer L : $W^{[l]}, b^{[l]}$
- **정방향** : 입력값 $a^{[l-1]}$, 출력값 : $a^{[l]}$
  - $z^{[l]} = W^{[l]}a^{[l-1]} + b^{[l]}$, cache $z^{[l]}$
  - $a^{[l]} = g^{[l]}(z^{[l]})$
- **역방향** : 입력값 $da^{[l]}$, 출력값 $da^{[l-1]}, dw^{[l]}, db^{[l]}$ (cache $z^{[l]}$를 사용해서 계산)

- $da^{[0]}$도 얻을 수 있지만, 입력값에 대한 도함수이기 때문에 신경망의 가중치를 학습하는데 아무런 의미가 없기 때문에 굳이 계산하지 않아도 괜찮다.
- 박스 안에 있는 값들은 각 박스에서의 결과값을 내기 위해 사용된 변수들이다
- 각 박스에서 계산된 $dw^{[l]}$값들로 각 $W^{[l]}$와, $db^{[l]}$로 $b^{[l]}$를 계산한다.
- 여기에서 cache $z^{[l]}$는 역방향 전파를 위해 저장하는 값일 뿐만 아니라, $W^{[l]}$값과 $b^{[l]}$값도 값이 저장하여, 이 값들을 얻어 역방향 전파에 넣기 위해 사용된다.



6. 정방향 전파와 역방향 전파

정방향 전파

정방향 전파의 입력값 : $a^{[l-1]}$

정방향 전파의 결과값 : $a^{[l]}$, 그리고 cache $z^{[l]}$, 즉 $w^{[l]}, b^{[l]}$도 포함된 값

- $z^{[l]} = W^{[l]}a^{[l-1]} + b^{[l]}$
- $a^{[l]} = g^{[l]}(z^{[l]})$, where g is the activation function

위 식을 벡터화한다면,

- $Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]} + b^{[l]}$
- $A^{[l]} = g^{[l]}(Z^{[l]})$

역방향 전파

역방향 전파의 입력값 : $da^{[l]}$

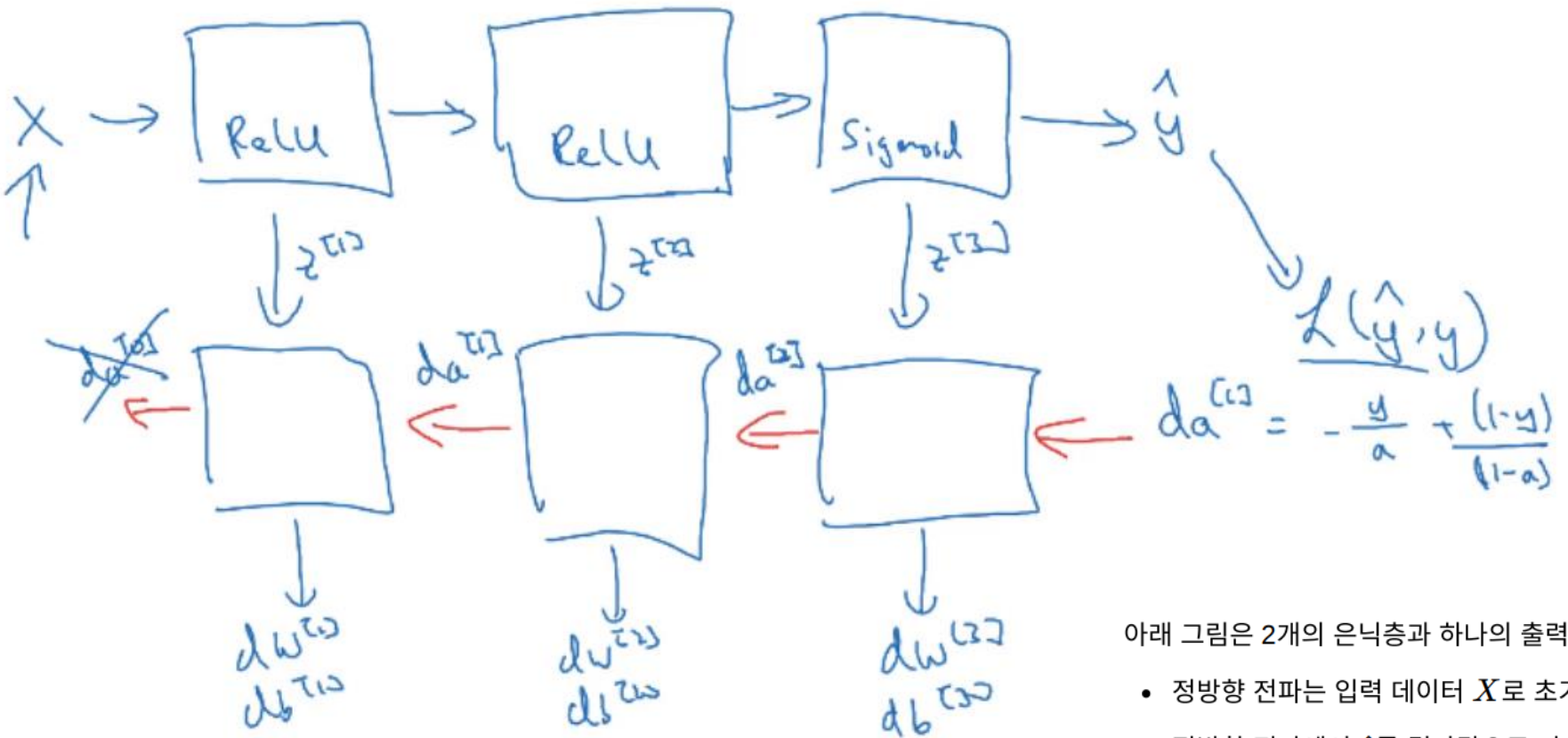
역방향 전파의 결과값 : $da^{[l-1]}$와 업데이트를 위한 $dW^{[l]}, db^{[l]}$

여기서 $dW^{[l]}, db^{[l]}$를 계산하기 위해 정방향 전파에서 캐시로 저장해뒀던 $z^{[l]}, w^{[l]}, b^{[l]}$를 사용한다.

- $dz^{[l]} = da^{[l]} \times g^{[l]\prime}(z^{[l]})$
  - 마지막 줄의 $da^{[l-1]} = W^{[l]T}dz^{[l]}$를 적용한다면 이 식이 나온다
  - $dz^{[l]} = W^{[l+1]T}dz^{[l+1]} \times g^{[l]\prime}(z^{[l]})$
  - 또한 이 식은 요소별 곱셈이기 때문에 이 4개의 식만 있으면 충분하다
- $dW^{[l]} = dz^{[l]}a^{[l-1]}$
- $db^{[l]} = dz^{[l]}$
- $da^{[l-1]} = W^{[l]T}dz^{[l]}$

위 식을 벡터화하면,

- $dZ^{[l]} = dA^{[l]} \times g^{[l]\prime}(Z^{[l]})$
- $dW^{[l]} = \frac{1}{m}dZ^{[l]}A^{[l-1]T}$
- $db^{[l]} = \frac{1}{m}$ `np.sum` $(dZ^{[l]},$ `axis=1`, `keepdims=True` $)$
- $dA^{[l-1]} = W^{[l]T}dZ^{[l]}$



아래 그림은 2개의 은닉층과 하나의 출력층을 가진 신경망의 모습이다

- 정방향 전파는 입력 데이터 X로 초기화한다.
- 정방향 전파에서 $\hat{y}$를 결과값으로 가져 비용함수를 계산한 후, 역방향 전파를 한다.
- 역방향 전파는 $da^{[l]} = -\frac{y}{a} + \frac{(1-y)}{(1-a)}$ 로 초기화한다.
  - y의 예측값, 즉 a에 대해 손실함수 L을 미분하면 이 값을 구할 수 있다.
  - 위 식을 벡터화하면 $dA^{[l]} = (\frac{y^{(1)}}{a^{(1)}} + \frac{(a-y^{(1)})}{(1-a^{(1)})} \cdots - \frac{y^{(m)}}{a^{(m)}} + \frac{(a-y^{(m)})}{(1-a^{(m)})})$

7. 변수 vs 하이퍼파라미터

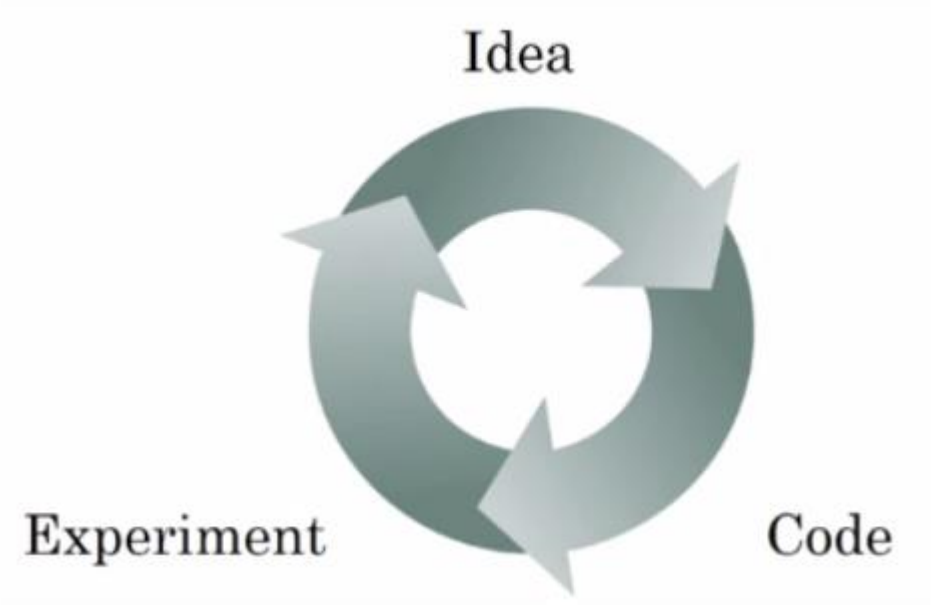
Hyperparameter

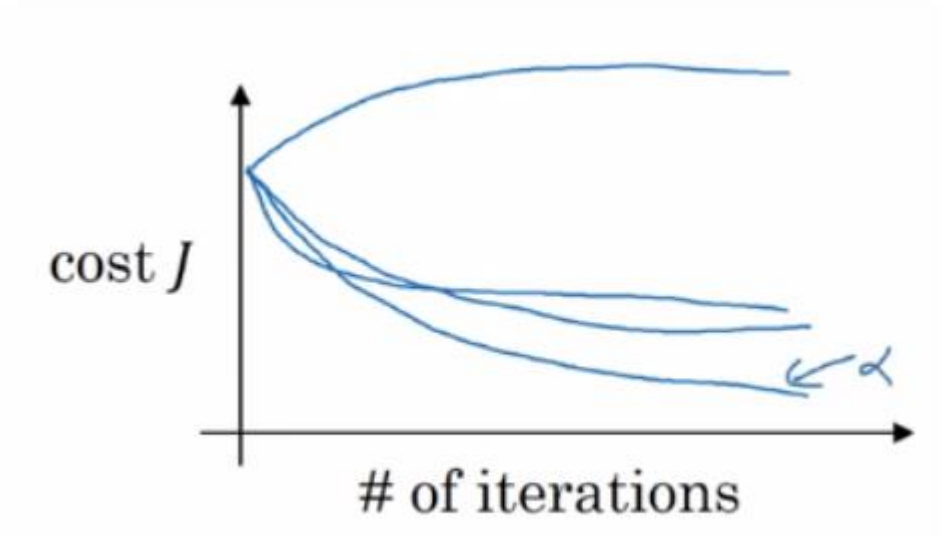
- W와 b를 통제하는 값들, 즉 최종
  매개변수(파라미터)들의 최종 값을 결정하는 변수들이다.

- **parameters** : $W^{[1]}, b^{[1]}, W^{[2]}, b^{[2]}, \ldots$
- **hyperparameters** : learning rate α, number of iterations, number of hidden layers L, number of hidden units $n^{[1]}, n^{[2]}, \ldots$, choice of activation function

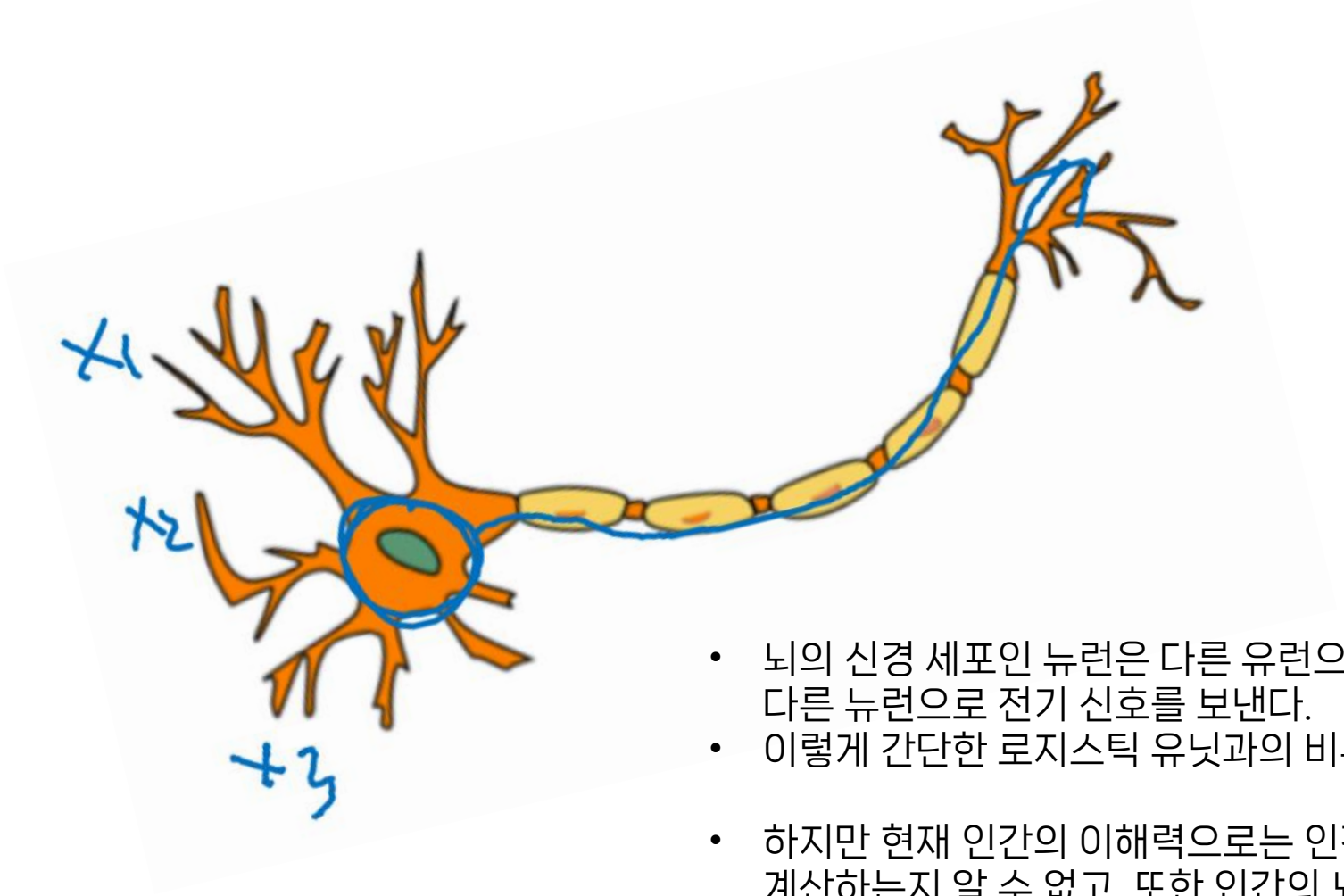
- 효과적으로 신경망을 학습시키기 위해서는 매개변수들 뿐만 아니라 하이퍼 파라미터들도 잘 업데이트 시켜야 한다.
- 하이퍼파라미터가 많이 없던 딥러닝 초기에는 값이 자주 파라미터라고 불리곤 했는 데, 이제는 잘 구분 지을 필요가 있다.

딥러닝은 경험적인 과정 (empirical process)





- 딥러닝은 많은 분야에서 오디오, 이미지, 텍스트 데이터와 같은 다양한 종류의 데이터를 다루고 있다. 그리고 이 다양한 데이터마다 하이퍼파라미터에 대한 직관은 다르기 때문에, 매번 할 때마다 다양한 시도를 해야한다.
- 그렇기 때문에 새로 시작하는 사람들은 다양한 범위의 값을 시도해보고 범위를 좁혀가 는 것을 조언한다.
- 또한 CPU, GPU, 네트워크, 데이터 등 다양한 조건들이 있고 이 것들도 항상 변화하고 있기 때문에, 항상 다양한 하이퍼 파라미터들을 확인해보는 과정이 필요하다.



8. 인간의 뇌와 어떤 연관이 있을까

- 뇌의 신경 세포인 뉴런은 다른 유런으로부터 전기적 신호를 받아 계산을 하고 다른 뉴런으로 전기 신호를 보낸다.
- 이렇게 간단한 로지스틱 유닛과의 비유를 들 수 있다.

- 하지만 현재 인간의 이해력으로는 인간의 뇌의 뉴련이 어떤 방법으로 정보를 계산하는지 알 수 없고, 또한 인간의 뇌가 경사 하강법과 같은 알고리즘을 활용하는지도 불분명하다.
- 인간의 뇌가 활용하는 학습 원리는 신경망의 것과 완전히 다를 수도 있다.

- 초반에는 딥러닝이 인간의 뇌에서 영감을 받아 시작만, 갈 수록 딥러닝과 뇌의 비유는 무너지고 있다.

복습퀴즈

✓ 1. 다음 중 **하이퍼 파라미터**로 맞는 것을 모두 골라주세요. * 1/1

1. iteration의 횟수
2. 신경망의 레이어 개수 L
3. 활성화 레이어 $a^{[l]}$
4. learning rate α
5. 가중치 행렬 $W^{[l]}$
6. 은닉층의 크기 $n^{[l]}$
7. 편향 벡터 $b^{[l]}$

- [x] 1 ✓
- [x] 2 ✓
- [ ] 3
- [x] 4 ✓
- [ ] 5
- [x] 6 ✓
- [ ] 7

✓ 2. forward propagation과 back propagation의 구현에서 캐시(cache)는 어디에 쓰이나요? *1/1

- ○ 훈련 과정에서 비용함수의 중간 값을 계산하기 위해 쓰인다.
- ○ 우리가 찾고 있는 하이퍼파라미터를 추적하여 계산을 빠르게 하기 위해 쓰인다.
- ◉ forward propagation을 할 때의 변수를 해당하는 backward propagation 단계에 전달한다. 미분값을 계산할 때 유용한 정보를 담고 있기 때문이다. ✓
- ○ backward propagation을 할 때 계산한 변수를 해당하는 forward propagation 단계에 전달한다. activation을 계산할 때 유용한 정보를 담고 있기 때문이다.

✗ 5. forward propagation을 할 때, 레이어 l에서의 활성화 함수를 알아야 하고, backpropagation을 할 때 그래디언트가 레이어 l의 활성화 함수에 의존하기 때문에 해당하는 backward function 을 알아야 한다. *0/1

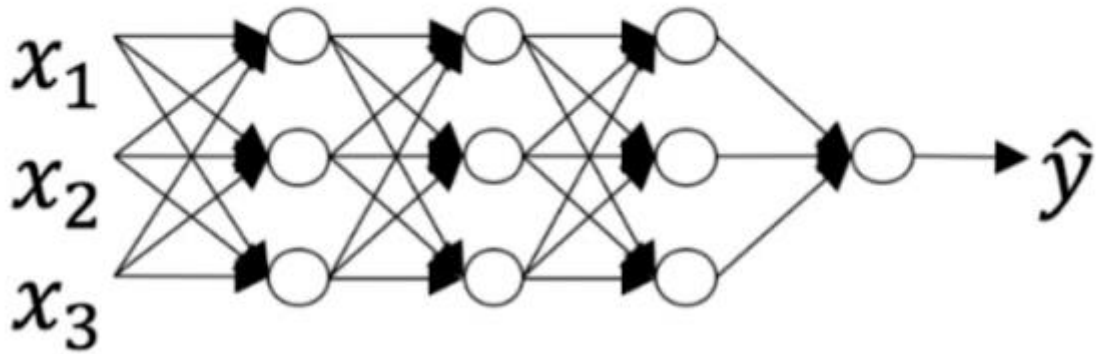
- ○ True
- ◉ False ✗

✓ 7. layer_dims = [n_x, 4, 3, 2, 1]인 레이어들의 배열이 있을 때(layer 1은 4 개의 hidden unit이 있고, layer 2는 3개의 hidden unit이 있고 등등...), 이 배열에 $n^{[l]}$ 의 값을 저장한다고 가정해봅시다. 다음 중 **모델의 파라미터를 초기화**하는 for-loop는 무엇일까요? *1/1

```
# 1
for(i in range(1, len(layer_dims))):
    parameter['W' + str(i)] = np.random.randn(layers[i-1], layers[i]) * 0.01
    parameter['b' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], 1) * 0.01

# 2
for(i in range(1, len(layer_dims))):
    parameter['W' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], layers[i - 1]) * 0.01
    parameter['b' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], 1) * 0.01

# 3
for(i in range(1, len(layer_dims)/2)):
    parameter['W' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], layers[i-1]) * 0.01
    parameter['b' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], 1) * 0.01

# 4
for(i in range(1, len(layer_dims)/2)):
    parameter['W' + str(i)] = np.random.randn(layers[i-1], layers[i]) * 0.01
    parameter['b' + str(i)] = np.random.randn(layers[i], 1) * 0.01
```

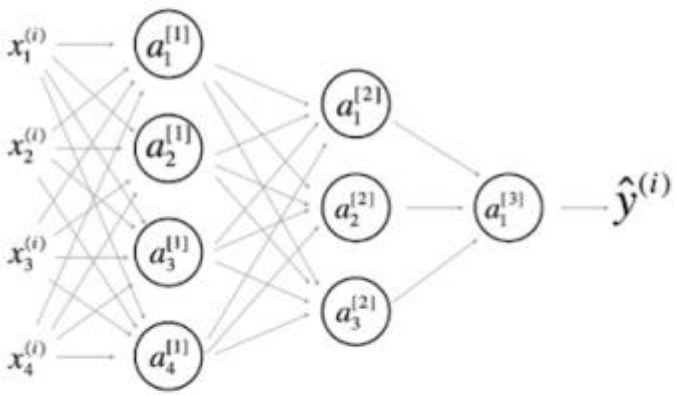
- ○ 1
- ◉ 2 ✓
- ○ 3
- ○ 4

✓ 8. 다음과 같은 신경망이 있을 때, 이 네트워크에는 몇 개의 레이어와, 몇개 의 hidden layer가 있나요? *1/1



- ○ 레이어: 3개 / hidden layer: 3개
- ◉ 레이어: 4개 / hidden layer: 3개 ✓
- ○ 레이어: 4개 / hidden layer: 4개
- ○ 레이어: 5개 / hidden layer: 3개
- ○ 레이어: 5개 / hidden layer: 4개
- ○ 레이어: 6개 / hidden layer: 3개
- ○ 레이어: 6개 / hidden layer: 4개

✓ 9. 다음과 같이 두개의 은닉층을 가진 신경망이 있을 때, 옳은 것을 모두 골라주세요. *1/1



1. $W^{[1]}$의 shape는 (4,4)이다.
2. $W^{[1]}$의 shape는 (3,4)이다.
3. $W^{[2]}$의 shape는 (3,4)이다.
4. $W^{[2]}$의 shape는 (3,1)이다.
5. $W^{[3]}$의 shape는 (3,1)이다.
6. $W^{[3]}$의 shape는 (1,3)이다.
7. $b^{[1]}$의 shape는 (4,1)이다.
8. $b^{[1]}$의 shape는 (3,1)이다.
9. $b^{[2]}$의 shape는 (1,1)이다.
10. $b^{[2]}$의 shape는 (3,1)이다.
11. $b^{[3]}$의 shape는 (1,1)이다.
12. $b^{[3]}$의 shape는 (3,1)이다.

10. 9번에서는 특정한 네트워크를 사용했지만, 일반적인 경우의 레이어 l에서 weight matrix $W^{[l]}$의 차원으로 옳은 것을 골라주세요.

1. $W^{[l]}$의 shape는 $(n^{[l-1]}, n^{[l]})$이다.
2. $W^{[l]}$의 shape는 $(n^{[l]}, n^{[l-1]})$이다.
3. $W^{[l]}$의 shape는 $(n^{[l]}, n^{[l+1]})$이다.
4. $W^{[l]}$의 shape는 $(n^{[l+1]}, n^{[l]})$이다.

- ○ 1
- ◉ 2 ✓
- ○ 3
- ○ 4