

[Week3]_문가을

3. 파이썬과 벡터화

파이썬의 브로드캐스팅

차원이 다른 행렬끼리 계산을 할 수 있도록 자동으로 차원을 변환해 계산해줌.

예 :

```
[1] # 칼로리의 백분율을 브로드캐스팅을 이용해 구할 것임
import numpy as np

A = np.array([[56.0, 0.0, 4.4, 68.0],
              [1.2, 104.0, 52.0, 8.0],
              [1.8, 135.0, 99.0, 0.9]])

cal = A.sum(axis=0) # vertical로 계산, axis=1 은 horizontal로 계산
percentage = 100*A/cal.reshape(1,4) #(3,4)행렬을 (1,4)행렬로 나눔. ->broadcasting
# reshape는 쓰지 않아도 됨. 하지만 행렬의 차원이 확실하지 않을때 사용하면 좋음.
print(percentage)
```

```
[[94.91525424  0.          2.83140283 88.42652796]
 [ 2.03389831 43.51464435 33.46203346 10.40312094]
 [ 3.05084746 56.48535565 63.70656371  1.17035111]]
```



```
[2] a = np.random.randn(5)
    print(a)
```

```
[-0.69301829  0.46122259  1.15617533 -0.42409548  0.60857955]
```

```
[3] print(a.shape) # 랭크가 1인 array
```

```
(5,)
```

```
[4] print(a.T) #transpose를 하여도 원래와 똑같이 생김.
```

```
[-0.69301829  0.46122259  1.15617533 -0.42409548  0.60857955]
```

```
[5] print(np.dot(a, a.T)) #행렬이 나와야할 것 같지만 하나의 수만 나옴.
```

```
2.5799680643344827
```

→ 신경망을 구현할 때, (n,)인 랭크가 1인 배열을 아예 사용하지 않는 것이 좋음.

```
[6] a = np.random.randn(5,1) #(5,1) 열 벡터
    print(a)
```

```
[[-1.03181837]
 [ 1.62670641]
 [-1.7682061 ]
 [ 1.20781377]
 [-1.85843636]]
```

```
[7] print(a.T) #(1,5) matrix
```

```
[[-1.03181837  1.62670641 -1.7682061  1.20781377 -1.85843636]]
```

```
[8] print(np.dot(a, a.T))
```

```
[[ 1.06464916 -1.67846557  1.82446754 -1.24624444  1.91756878]
 [-1.67846557  2.64617376 -2.87635221  1.96475841 -3.02313035]
 [ 1.82446754 -2.87635221  3.12655282 -2.13566368  3.28609851]
 [-1.24624444  1.96475841 -2.13566368  1.45881411 -2.24464503]
 [ 1.91756878 -3.02313035  3.28609851 -2.24464503  3.45378571]]
```



<랭크 1 배열을 대체하는 방법>

1. `assert(a.shape(5,1))`
2. `a = a.reshape((5,1))`

로지스틱 회귀의 비용함수 설명

로지스틱 회귀에서

$$\begin{aligned} \hat{y} &= p(y=1 | x) \\ \left[\begin{array}{l} \text{If } y=1 : p(y|x) = \hat{y} \\ \text{If } y=0 : p(y|x) = 1-\hat{y} \end{array} \right. \\ \rightarrow p(y|x) &= \hat{y}^y (1-\hat{y})^{(1-y)} \quad \text{한번에 써줄 수 있음.} \\ \text{If } y=1 \quad p(y|x) &= \hat{y} (1-\hat{y})^0 = \hat{y} \\ \text{If } y=0 \quad p(y|x) &= \hat{y}^0 (1-\hat{y})^1 = 1-\hat{y} \end{aligned}$$

손실함수 (Loss Function)

확률을 최대화 시키는 것이 목적임.

코스트는 강한 단조증가함수 (strictly monotonic function) 이기 때문에 $\log p(y|x)$ 를 최대화하는 것 = $p(y|x)$ 를 최대화

$$\begin{aligned} \log p(y|x) &= \log \hat{y}^y (1-\hat{y})^{(1-y)} \\ &= y \log \hat{y} + (1-y) \log (1-\hat{y}) \\ &= -\mathcal{L}(\hat{y}, y) \end{aligned}$$

하루은
증가함
손실함의 음수.
손실함은
증가함.

참고용 :

만약 다음 두 조건 중 하나를 만족시키면, 강한 단조 함수(영어: strictly monotonic function)라고 한다.

- 임의의 $x, y \in I$ 에 대하여, $x < y$ 이면 $f(x) < f(y)$. 이 경우, f 를 강한 증가 함수(영어: strictly increasing function)라고 한다.
- 임의의 $x, y \in I$ 에 대하여, $x < y$ 이면 $f(x) > f(y)$. 이 경우, f 를 강한 감소 함수(영어: strictly decreasing function)라고 한다.

비용함수 (Cost Function)

훈련 샘플들이 독립일 때 가정했을 때,

$$P(\text{labels in training set}) = \prod_{i=1}^m P(y^{(i)} | x^{(i)})$$

를 최대화 하는 것은 찾아야 함.

$$\begin{aligned} \log P(\text{labels in training set}) &= \sum_{i=1}^m \log P(y^{(i)} | x^{(i)}) \\ &= -\sum_{i=1}^m \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) \end{aligned}$$

최대화!
MLE기법

$$\text{cost} : J(w, b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})$$

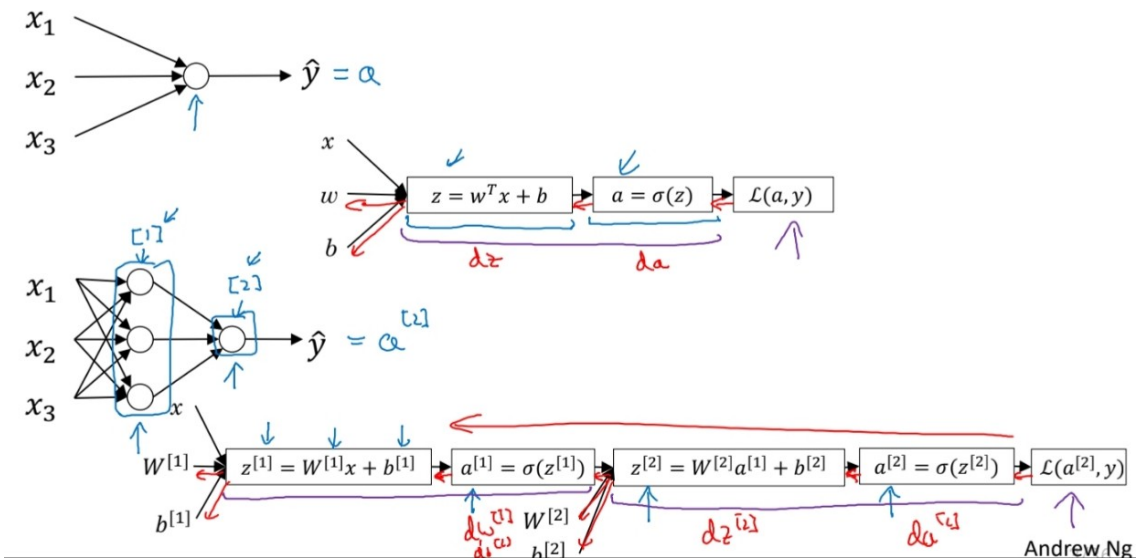
최소화

최대가능도방법 (最大可能度方法, **영어**: maximum likelihood method) 또는 **최대우도법**(最大尤度法)은 어떤 확률 변수에서 표집한 값들을 토대로 그 확률변수의 모수를 구하는 방법이다. 어떤 모수가 주어졌을 때, 원하는 값들이 나올 **가능도**를 최대로 만드는 모수를 선택하는 방법이다. **점추정** 방식에 속한다.

4. 얇은 신경망 네트워크

신경망 네트워크 개요

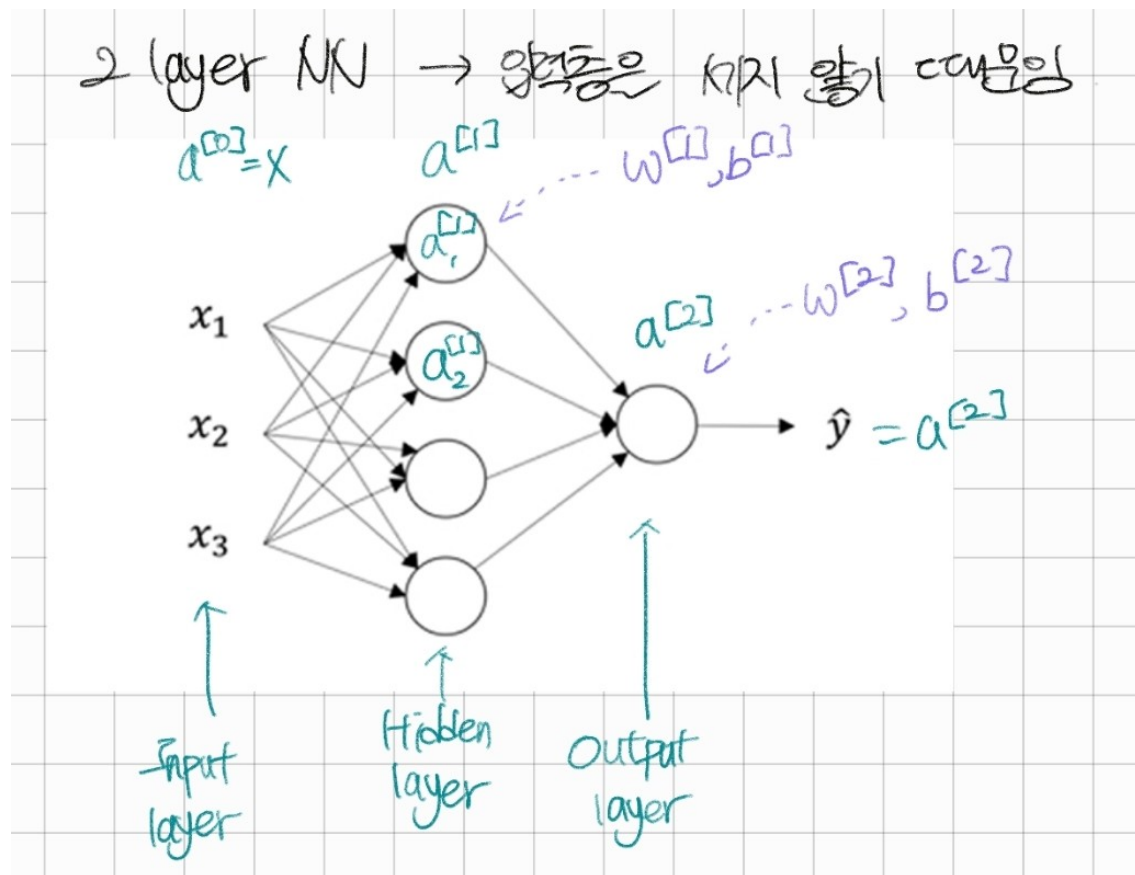
신경망은 로지스틱 회귀를 두 번 반복해주는 것임.



신경망 네트워크의 구성 알아보기

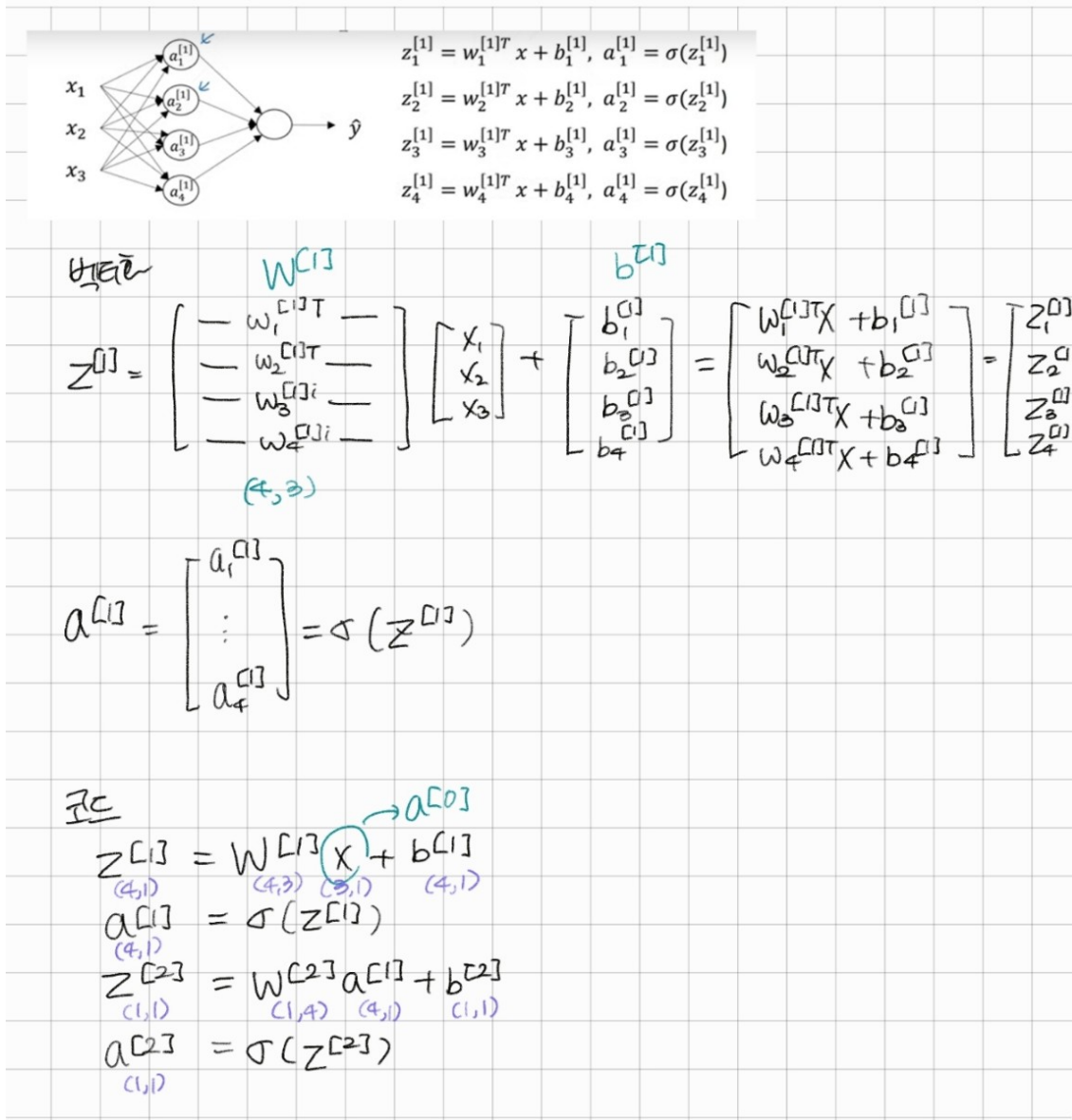
- Input layer : 입력값 X
- Hidden layer : 훈련세트가 입력값 X 와 출력값 Y 로 이루어져 있는데, 은닉층의 실제 값은 훈련세트에 기록되지 않음.
- Output layer : 예측값인 y_{hat} 의 계산을 책임짐.

2층 신경망 예시 :



신경망 네트워크 출력의 계산

각 노드마다 z 와 a 계산함

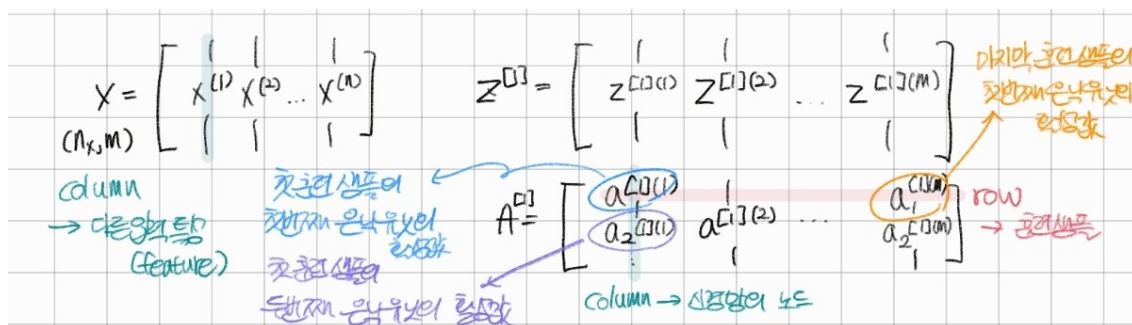


많은 샘플에 대한 벡터화

훈련 샘플을 행렬의 열로 쌓아 모든 샘플에 대한 출력값을 거의 동시에 계산할 수 있도록 함.

<for문>	<Vectorization>
for $i = 1$ to m ,	$z^{[1]} = w^{[1]}x + b^{[1]}$
$z^{[1]}(i) = w^{[1]}x^{(i)} + b^{[1]}$	$A^{[1]} = \sigma(z^{[1]})$
$a^{[1]}(i) = \sigma(z^{[1]}(i))$	$z^{[2]} = w^{[2]}x + b^{[2]}$
$z^{[2]}(i) = w^{[2]}x^{(i)} + b^{[2]}$	$A^{[2]} = \sigma(z^{[2]})$
$a^{[2]}(i) = \sigma(z^{[2]}(i))$	

*참고



벡터화 구현에 대한 설명

$$z^{[1]} = w^{[1]}x + b^{[1]}$$

$$z^{[1]} = \begin{bmatrix} -w_1^{[1]T} \\ -w_2^{[1]T} \\ \vdots \\ -w_n^{[1]T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(1)} & x^{(2)} & \dots & x^{(m)} \\ | & | & & | \end{bmatrix} + b^{[1]}$$

$$= \begin{bmatrix} w^{[1]T}x^{(1)} & w^{[1]T}x^{(2)} & \dots & w^{[1]T}x^{(m)} \\ | & | & & | \end{bmatrix} + b^{[1]}$$

$$= \begin{bmatrix} z^{1} & z^{[1](2)} & \dots & z^{[1](m)} \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$