# T1 -- 涂色

### 解法：

考虑一次询问怎么做。依次枚举每个位置，如果这个位置需要被染的颜色是 $x$

- 如果 $x$ 之前没有出现过，那么显然需要一次操作给这个位置涂色。
- 如果 $x$ 出现过，考虑这两次出现之间的所有颜色，如果其中没有更浅的颜色，显然之前涂色时可以涂到当前位置，这里不需要贡献一次操作。否则则需要一次额外的涂色操作。

因此可以维护一个出现过的颜色数组，遍历一个颜色时把更深的颜色从数组中抹掉即可。这样可以 $O(nq)$ 解决问题。

多次询问时，可以发现从前往后和从后往前做这个事情都是可以的，并且询问的区间会把问题分成互不相关的左右两份，因此从前往后从后往前分别做一遍，维护前缀和后缀的答案即可。

复杂度 $O(n+q)$ 。

# T2 -- 树

## 解法：

### 子任务 $1$

暴力。

### 子任务 $2$

设 $siz_i$ 表示 $i$ 子树的大小。则：

$$\sum_{u=1}^{n}\sum_{v=1}^{u} w_{lca(u,v)} = \sum_{i=1}^{n} w_i(\frac{siz_i(siz_i+1)}{2} - \sum_{v\ of\ i} \frac{siz_v(siz_v+1)}{2})$$

即按 $lca$ 统计答案。用新式子算即可。

### 子任务 $3$

把上式再变形一下，统计 $\frac{siz_i(siz_i+1)}{2}$ 的贡献，即为 $\sum_{i=1}^{n}\frac{siz_i(siz_i+1)}{2}(w_i - w_{fa_i})$。其中 $fa_i$ 表示 $i$ 的父节点，此时新增加一个点的贡献只与其祖先有关且只会影响其祖先，考虑树剖。

先离线，把最终的树树链剖分，新增加一个点，对其祖先产生的贡献为：
$\frac{(siz+2)(siz+1)}{2} - \frac{siz(siz+1)}{2}(w - w_{fa}) = (siz+1)(w - w_{fa})$

可以用线段树维护 $\sum w_i - w_{fa_i}$，$\sum siz_i(w_i - w_{fa_i})$，$\sum \frac{siz_i(siz_i+1)}{2}(w_i - w_{fa_i})$ 。

考虑标记的合并，即：一次新加 $k$ 个点，产生的贡献为：

$\frac{(siz+k)(siz+k+1)}{2} - \frac{siz(siz+1)}{2}(w - w_{fa}) = (siz \times k + \frac{k(k+1)}{2})(w - w_{fa})$，也可以通过上面维护的东西求得。

时间复杂度 $O(n\log^2 n)$。

# T3 -- 灯泡

## 解法：

考虑建出一张图，他的点就是原来的灯泡 $1, 2, \cdots, n$。然后如果 $i$ 和 $i+1$ 都是亮着的，那么就把他们之间连一条边。
那么一个极长亮灯区间就对应图中的一个联通块。因为链也是树，所以连通块数等于点数减边数，即极长亮灯区间数等于亮着的灯泡数减去连续亮着的灯泡数。
前者显然可以非常方便地维护，考虑如何维护这个连续亮着的灯泡数。
设阈值 $B$，则我们可以把所有颜色按照对应灯泡个数和 $B$ 的关系分为大小两种。
若翻转的是小的颜色，则我们直接可以暴力枚举这种颜色中的所有点，然后计算连续亮着的灯泡数。
否则如果翻转的是大的颜色，则和它相邻的颜色有两种：小的和大的：
• 如果是大的，那么因为大的颜色只有 $\frac{n}{B}$ 种，所以只要先预处理出任意两种大的颜色之间有多少条边可以连，然后直接枚举这个另外的大的颜色即可。
• 对于小的的情况，我们考虑在小的那里处理。即，在枚举小的点的时候，如果周围遇到了一个大的颜色，则我们就在这个大的颜色上打一个标记，表示如果它翻转了那么会造成多大的改变即可。
时间复杂度：$\Theta(q(B+\frac{n}{B}))$，取 $B=\sqrt{n}$ 即可做到时间复杂度 $\Theta(q\sqrt{n})$。

# T4 -- 手刃

## 解法：

答案为 $n - \text{边双数量} + 1$ 。

对于一个大小为 $t$ 的边双连通分量，取去掉每一条边形成的子图的交，结果为 $t$ 个孤立点，此时最大。考虑缩点，那么最终的交如果包含了割边两侧的点，则必然包含割边。但是将割边另一侧的点加入最终结果，答案不变，因此加入所有边双连通分量必然不更劣。因此答案是 $n - \text{边双数量} + 1$。