CH M1 : MECANIQUE, CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL

I. QUELQUES NOTIONS DE CINEMATIQUE

1. Objet et cadre de l'étude

Définition : La cinématique est l'étude de la description des mouvements des corps sans préoccupation des causes qui les produisent.

* En **cinématique du point**, on étudie le **mouvement** :

- Soit d'un **système** supposé **suffisamment petit** pour être considéré comme **ponctuel** (point matériel).
- Soit du **centre d'inertie** d'un système.

* Le **repérage** ne nécessite que **trois coordonnées de position** évoluant dans le temps.

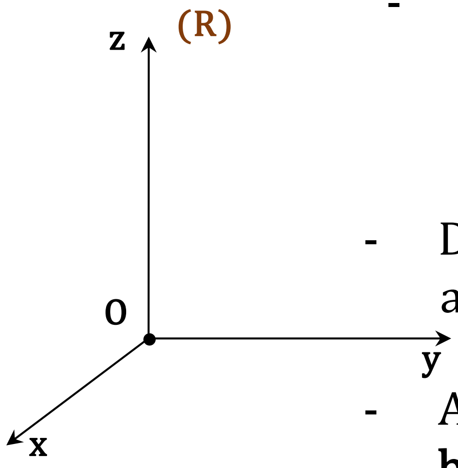
* La **rotation** du **solide** sur **lui-même** est **négligeable.**

2. Référentiels d'observation

Définition : Un référentiel (R) est un solide qui va servir de référence pour déterminer la position (et donc le mouvement) d'un point matériel.

3. Repères

* En **cinématique du point**, on a besoin :



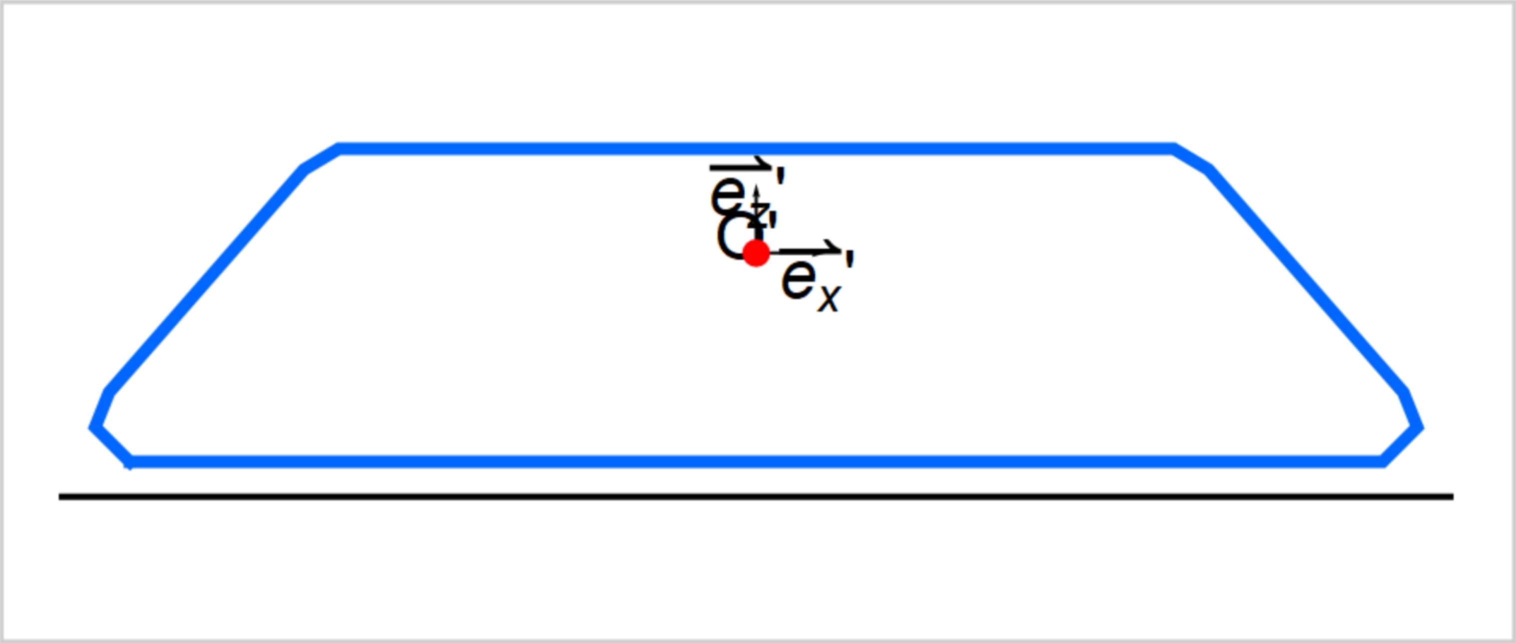
- D'un repère d'espace : (R) : (Ox,Oy,Oz) : **Origine O et système d'axes liés au système étudié.**
- D'un repère de temps : **horloge** avec une origine des dates.
- Au **repère**, on associe une **base vectorielle.**

4. Mouvement et trajectoire

* La **trajectoire** d'un mobile **dépend du référentiel** d'étude. On dit que **le mouvement est relatif**.

<u>Exemple :</u> Un point matériel M est lâché sans vitesse initiale par un opérateur dans un train en déplacement horizontal.

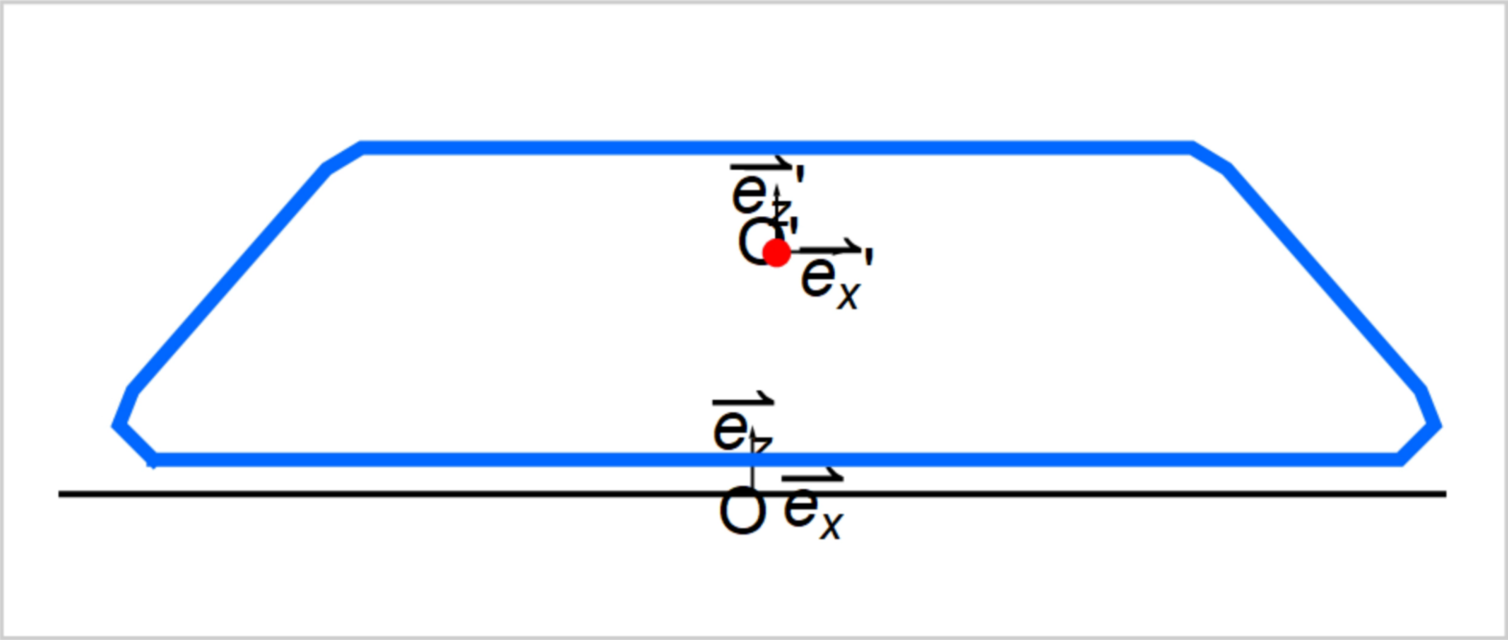
* Dans le référentiel lié au train, on observe :



* La **trajectoire** d'un mobile **dépend du référentiel** d'étude. On dit que **le mouvement est relatif**.

<u>Exemple :</u> Un point matériel M est lâché sans vitesse initiale par un opérateur dans un train en déplacement horizontal.

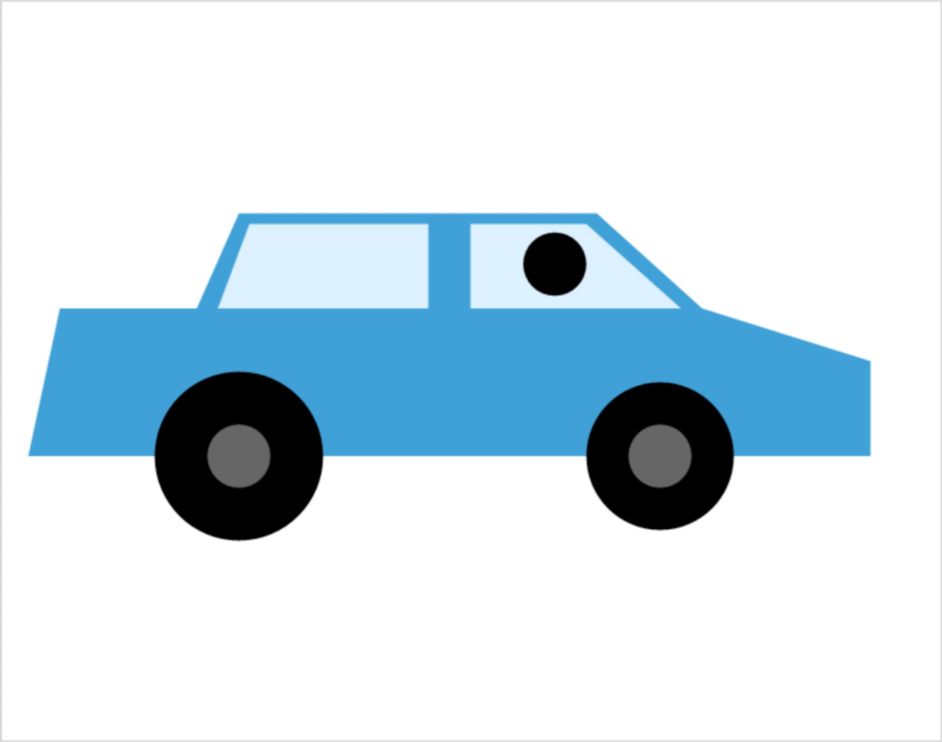
* Dans le référentiel terrestre (lié à la gare), on observe :



- En **mécanique classique** ($v \ll c$), les **coordonnées** (trajectoire) **dépendent** du **référentiel choisi**. Le **temps** est quand à lui un absolu, un **invariant** selon les référentiels.

- En **mécanique relativiste** ($v \simeq c$), les **coordonnées** (trajectoire) **dépendent** du **référentiel** choisi. Mais aussi le **temps** qui devient **relatif** selon les référentiels. C'est la **célérité** de la **lumière** c, qui est alors un **invariant**.

- L'une des deux conséquences de cette relativité du temps est la « **contraction des longueurs** ».

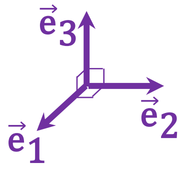


II. REPERAGE DU POINT

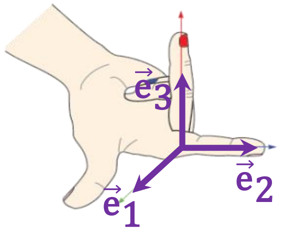
1. Base orthonormée directe

Soit une base orthonormée directe : $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

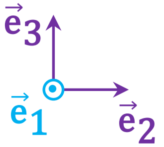
* Les normes sont égales à l'unité.
* Les vecteurs sont orthogonaux 2 à 2.
* La base est directe si : $\vec{e}_3 = \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2$ (produit vectoriel)



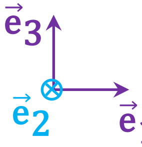
* **Le sens de $\vec{e}_3$ est donné par la règle des 3 doigts de la main droite.**



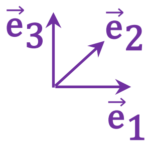
Exemples :



Flèche pointant vers nous



Flèche pointant vers le fond



2. Systèmes usuels de coordonnées

2.a. Coordonnées cartésiennes : (x,y,z)

* Base orthonormée directe : $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

(Base cartésienne)

* Les **coordonnées cartésiennes de M** sont :

x l'**abscisse**,
y l'**ordonnée**,
z la **cote.**

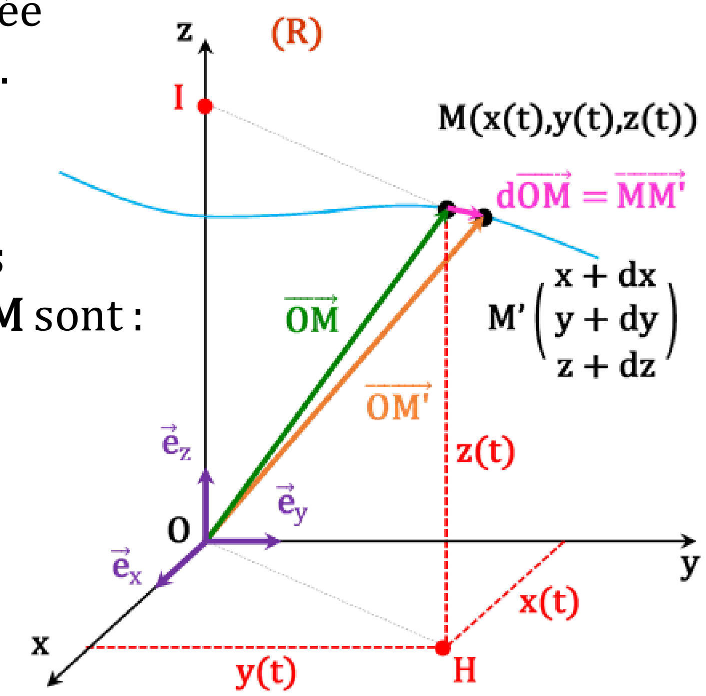


Figure 01

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM}\,(t)$

$$\overrightarrow{OM}\,(t) = x(t).\vec{e}_x + y(t).\vec{e}_y + z(t).\vec{e}_z$$

* Distance à l'origine :

$OM = \|\overrightarrow{OM}\|$ soit $OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

2.b. Coordonnées cylindriques : (r,θ,z)

* Base orthonormée directe : $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

(Base cylindrique) avec : même $\vec{e}_z$ que la cartésienne

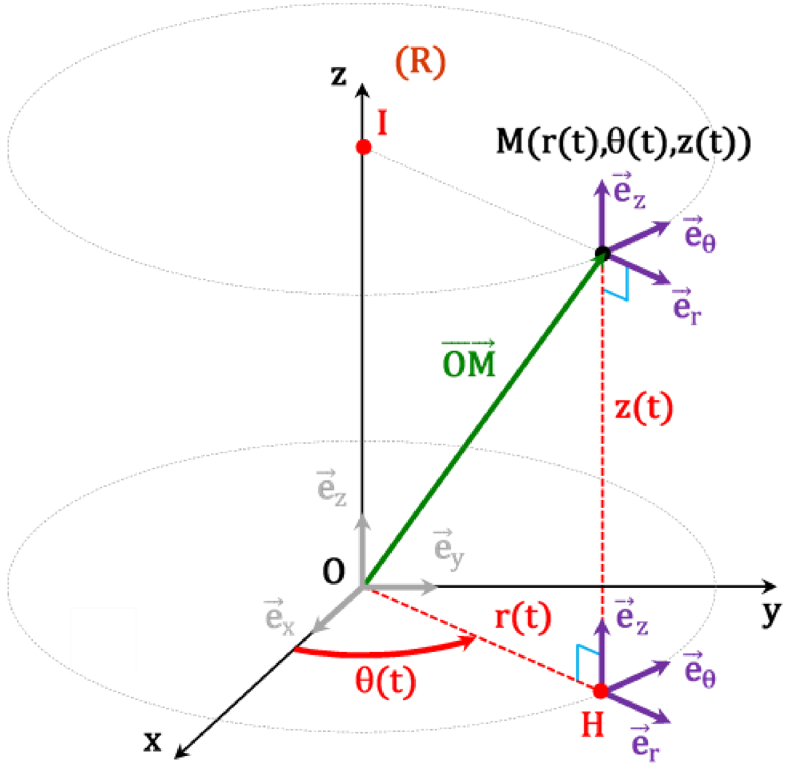


Figure 02

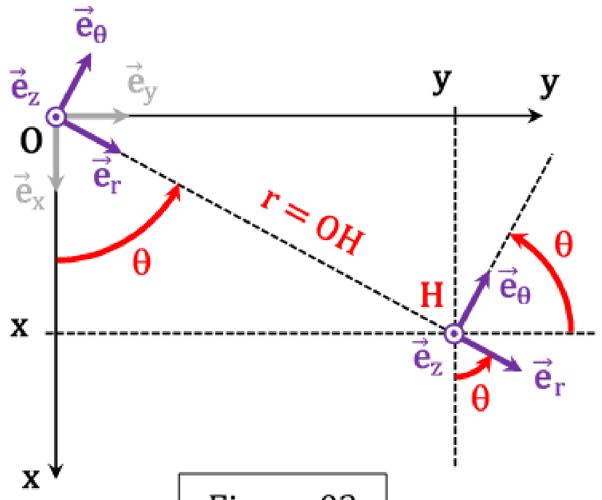


Figure 03

* On **projette M en H** : plan (xOy)
On définit alors : **r = OH**, **(rayon polaire)**
θ = (Ox,OH), **(angle polaire)**

* **r(t), θ(t)** et **z(t)** sont les **coordonnées cylindriques** de M.

* $\vec{e}_r$: **vecteur unitaire radial** : $\overrightarrow{OH} = r.\vec{e}_r$

* $\vec{e}_\theta$: **vecteur unitaire orthoradial** :
rotation de $\vec{e}_r$ de $+\frac{\pi}{2}$

La base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ **dépend de la position de M.**
(A contrario, la base cartésienne, elle, est fixe).

* Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = r.\vec{e}_r + z.\vec{e}_z$

* Distance de l'origine à M : $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{r^2 + z^2}$

Lien avec le système cartésien :

On constate que :

$x = r.\cos\theta$ et $y = r.\sin\theta$

Soit : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

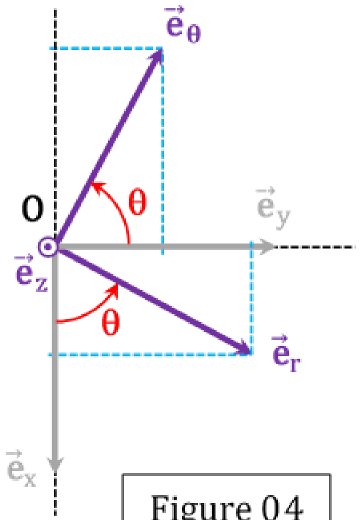


Figure 04

De plus : $\vec{e}_r = \cos\theta.\vec{e}_x + \sin\theta.\vec{e}_y$

$\vec{e}_\theta = -\sin\theta.\vec{e}_x + \cos\theta.\vec{e}_y$

Dérivées par rapport au temps des vecteurs unitaires : $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$ et $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$:

* $$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d(\cos\theta.\vec{e}_x + \sin\theta.\vec{e}_y)}{dt}$$

$$= \frac{d(\cos\theta)}{dt}.\vec{e}_x + \frac{d(\sin\theta)}{dt}.\vec{e}_y$$

(Les dérivées de $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ sont nulles : La base cartésienne est constante)

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = -\dot{\theta}.\sin\theta.\vec{e}_x + \dot{\theta}.\cos\theta.\vec{e}_y$$

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\theta}.(-\sin\theta.\vec{e}_x + \cos\theta.\vec{e}_y)$$

Soit $$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\theta}.\vec{e}_\theta$$

* $$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \frac{d(-\sin\theta.\vec{e}_x + \cos\theta.\vec{e}_y)}{dt}$$

$$= -\frac{d(\sin\theta)}{dt}.\vec{e}_x + \frac{d(\cos\theta)}{dt}.\vec{e}_y$$

$$= -\dot{\theta}.\cos\theta.\vec{e}_x - \dot{\theta}.\sin\theta.\vec{e}_y$$

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}.(\cos\theta.\vec{e}_x + \sin\theta.\vec{e}_y)$$

Soit $$\boxed{\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}.\vec{e}_r}$$

2.c. Coordonnées polaires : (r,θ)

Si le mobile se déplace dans le plan (Oxy) $\Longrightarrow$ z = 0.

Les coordonnées polaires sont les coordonnées cylindriques mais sans le z.

2.d. Coordonnées sphériques : (r,θ,φ)

Données à titre indicatif mais non exigibles.

* On définit : $r = OM$ $\quad \theta = (Oz,\overrightarrow{OM})$ $\quad \varphi = (Ox,\overrightarrow{OH})$

* On définit : $\vec{e}_r = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{OM}$ avec : $\overrightarrow{OM} = r.\vec{e}_r$

$\vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_\varphi$ tel que la base :
$(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{e}_\varphi)$ soit orthonormée directe.

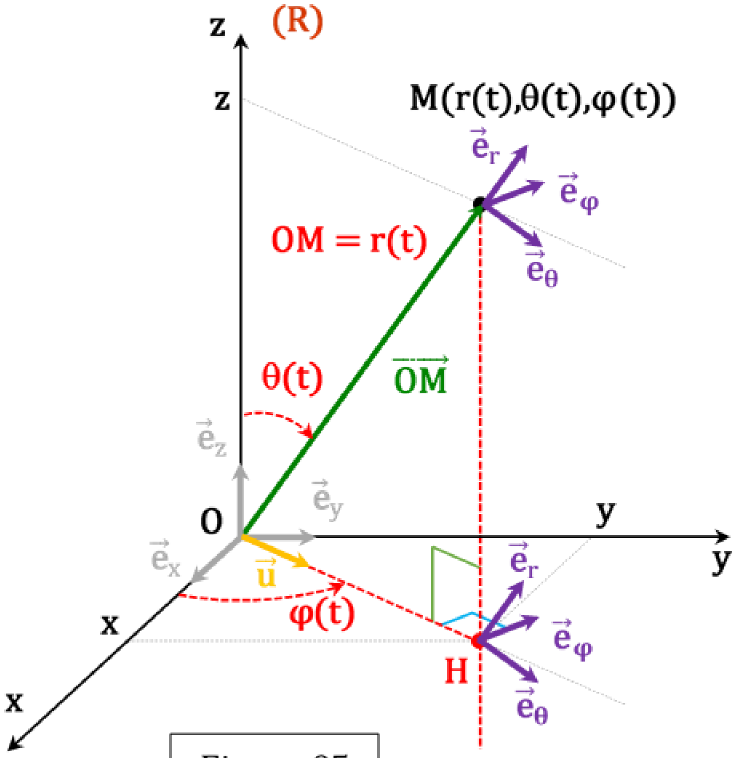


Figure 05

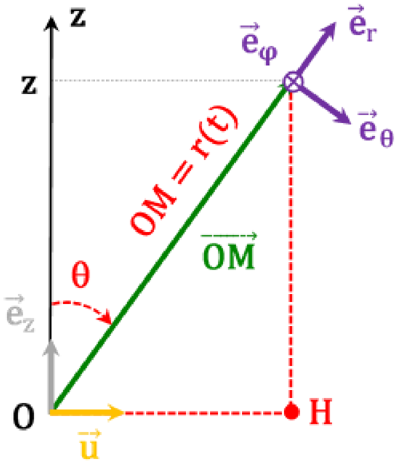


Figure 06

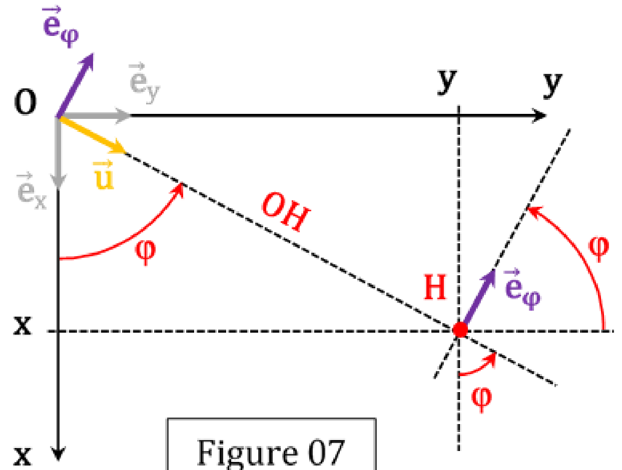


Figure 07

* Lien avec le système cartésien :

$$\begin{cases} x = OH.\cos\varphi = r.\sin\theta.\cos\varphi \\ y = OH.\sin\varphi = r.\sin\theta.\sin\varphi \\ z = r.\cos\theta \end{cases}$$

De plus : On a bien : $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

3. Vecteur vitesse $\vec{v}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel donné

* Soit un point matériel dont la trajectoire est (C) dans (R).

* S'il est en M à l'instant t et en M′ à l'instant t + Δt, alors :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

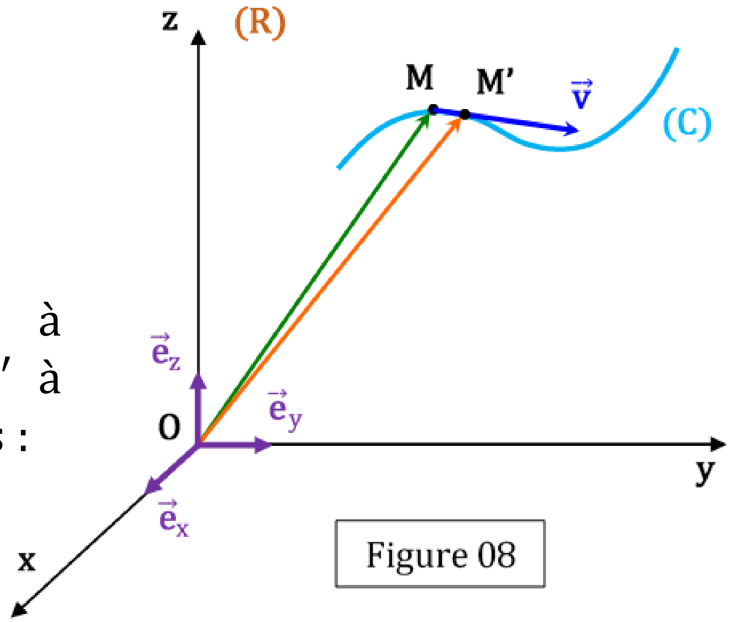


Figure 08

* **Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est ainsi colinéaire au vecteur $\overrightarrow{MM'}$, donc, tangent à la trajectoire.**

* De plus : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}$

Soit : $$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

On note : $$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}_{M/R}$ représente donc la dérivée par rapport au temps dans le référentiel (R) du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

3.b. Expression de $\vec{v}$ en coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_y + z.\vec{e}_z$$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$$

$$= \left(\frac{d\left(x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_y + z.\vec{e}_z\right)}{dt}\right)_R$$

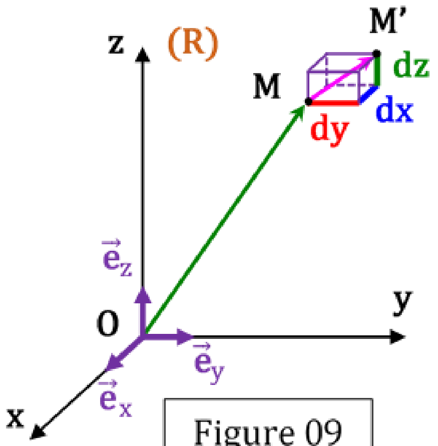


Figure 09

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{d(x.\vec{e}_x)}{dt}\right)_R + \left(\frac{d(y.\vec{e}_y)}{dt}\right)_R + \left(\frac{d(z.\vec{e}_z)}{dt}\right)_R$$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_R .\vec{e}_x + x.\left(\frac{d\vec{e}_x}{dt}\right)_R$$

$$+ \left(\frac{dy}{dt}\right)_R .\vec{e}_y + y.\left(\frac{d\vec{e}_y}{dt}\right)_R$$

$$+ \left(\frac{dz}{dt}\right)_R .\vec{e}_z + z.\left(\frac{d\vec{e}_z}{dt}\right)_R$$

On note : $\dot{x} = \left(\frac{dx}{dt}\right)_R$; $\dot{y} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_R$ et $\dot{z} = \left(\frac{dz}{dt}\right)_R$

De plus : $\left(\frac{d\vec{e}_x}{dt}\right)_R = \vec{0}$; $\left(\frac{d\vec{e}_y}{dt}\right)_R = \vec{0}$ et $\left(\frac{d\vec{e}_z}{dt}\right)_R = \vec{0}$

(Base cartésienne constante)

Ainsi : $\vec{v}_{M/R}(t) = \dot{x}.\vec{e}_x + \dot{y}.\vec{e}_y + \dot{z}.\vec{e}_z$

Et : $v = \|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ la norme.

3.c. Expression de $\vec{v}$ en coordonnées cylindriques

En cylindrique, on a : $\overrightarrow{OM} = r.\vec{e}_r + z.\vec{e}_z$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$$

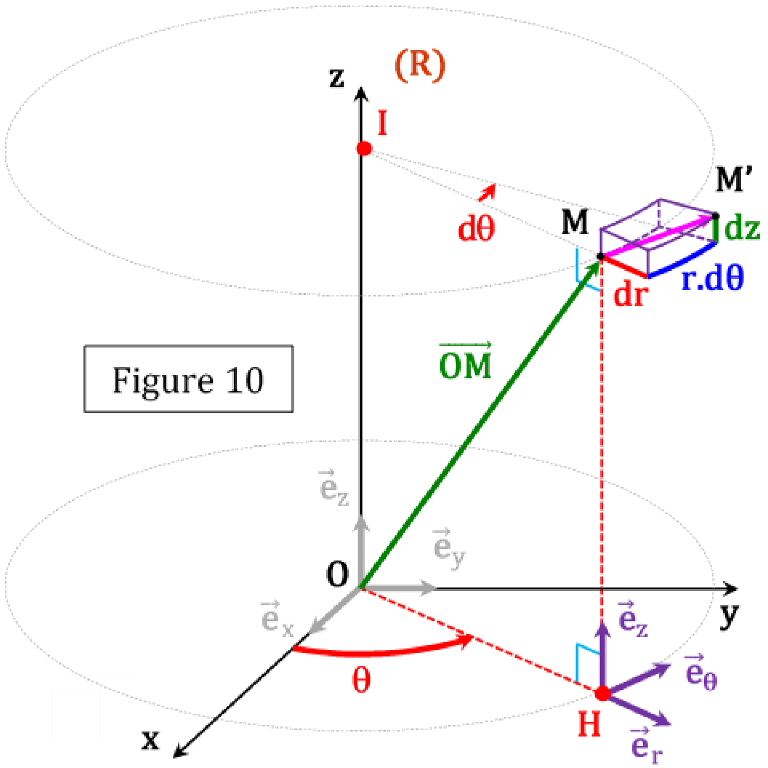


Figure 10

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{d(r.\vec{e}_r + z.\vec{e}_z)}{dt}\right)_R$$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \left(\frac{dr}{dt}\right)_R.\vec{e}_r + r.\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R + \left(\frac{dz}{dt}\right)_R.\vec{e}_z + z.\left(\frac{d\vec{e}_z}{dt}\right)_R$$

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \dot{r}.\vec{e}_r + r.\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R + \dot{z}.\vec{e}_z$$

Attention !! $\left(\frac{d\vec{e}_z}{dt}\right)_R = \vec{0}$

(base cartésienne constante)

Mais $\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R \neq \vec{0}$

(base cylindrique variable)

D'après les résultats du II)2)b) : $\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R = \dot{\theta}.\vec{e}_\theta$

Ainsi : $\vec{v}_{M/R}(t) = \dot{r}.\vec{e}_r + r.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + \dot{z}.\vec{e}_z$

d'où : $\mathbf{v} = \|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{r}^2 + (r.\dot{\theta})^2 + \dot{z}^2}$ la norme.

3.d. Expression de $\vec{v}$ en coordonnées sphériques

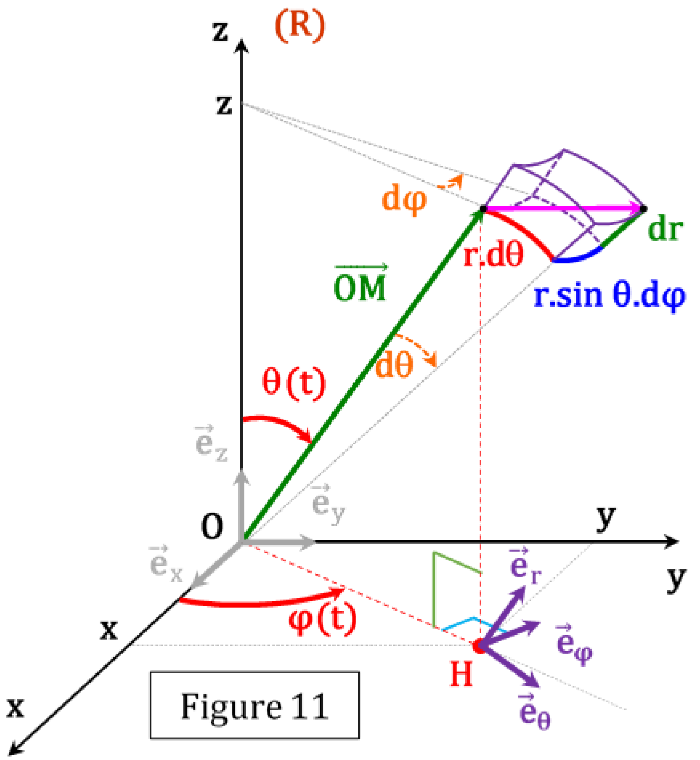


Figure 11

On montre que :

$$\vec{v}_{M/R}(t) = \dot{r}.\vec{e}_r + r.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + r.\sin\theta.\dot{\varphi}.\vec{e}_\varphi$$

4. Vecteur accélération $\vec{a}_{M/R}$ d'un point M dans un référentiel donné

4.a. Définition

Le vecteur accélération $\vec{a}_{M/R}$ représente donc la dérivée par rapport au temps dans le référentiel (R) du vecteur vitesse $\vec{v}$.

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R$$

« $\frac{d^2}{dt^2}$ » représente la notation différentielle d'une dérivée seconde.

4.b. Expression de $\vec{a}$ en coordonnées cartésiennes

$\vec{v} = \dot{x}.\vec{e}_x + \dot{y}.\vec{e}_y + \dot{z}.\vec{e}_z$ et donc :

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\left(\dot{x}.\vec{e}_x + \dot{y}.\vec{e}_y + \dot{z}.\vec{e}_z\right)}{dt}\right)_R$$

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\dot{x}}{dt}\right)_R.\vec{e}_x + \left(\frac{d\dot{y}}{dt}\right)_R.\vec{e}_y + \left(\frac{d\dot{z}}{dt}\right)_R.\vec{e}_z$$

On note : $\ddot{x} = \left(\frac{d\dot{x}}{dt}\right)_R$; $\ddot{y} = \left(\frac{d\dot{y}}{dt}\right)_R$ et $\ddot{z} = \left(\frac{d\dot{z}}{dt}\right)_R$

Donc : $\vec{a}_{M/R}(t) = \ddot{x}.\vec{e}_x + \ddot{y}.\vec{e}_y + \ddot{z}.\vec{e}_z$

D'où : $a = \|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$ la norme.

4.c. Expression de $\vec{a}$ en coordonnées cylindriques

On prend : $\vec{v}_{M/R}(t) = \dot{r}.\vec{e}_r + r.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + \dot{z}.\vec{e}_z$

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R$$

soit $\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\frac{d\left(\dot{r}.\vec{e}_r + r.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + \dot{z}.\vec{e}_z\right)}{dt}\right)_R$

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \ddot{r}.\vec{e}_r + \dot{r}.\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R + \dot{r}.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + r.\left(\frac{d\left(\dot{\theta}.\vec{e}_\theta\right)}{dt}\right)_R + \left(\frac{d\dot{z}}{dt}\right)_R.\vec{e}_z$$

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \ddot{r}.\vec{e}_r + \dot{r}.\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R + \dot{r}.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + r.\dot{\theta}\left(\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right)_R + r.\ddot{\theta}.\vec{e}_\theta + \ddot{z}.\vec{e}_z$$

Or : $\left(\frac{d\vec{e}_r}{dt}\right)_R = \dot{\theta}.\vec{e}_\theta$ et $\left(\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\right)_R = -\dot{\theta}.\vec{e}_r$

$$\vec{a}_{M/R}(t) = \ddot{r}.\vec{e}_r + \dot{r}.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta + \dot{r}.\dot{\theta}.\vec{e}_\theta - r.\dot{\theta}^2.\vec{e}_r + r.\ddot{\theta}.\vec{e}_\theta + \ddot{z}.\vec{e}_z$$

Soit : $\vec{a}_{M/R}(t) = \left(\ddot{r} - r.\dot{\theta}^2\right).\vec{e}_r + \left(r.\ddot{\theta} + 2.\dot{r}.\dot{\theta}\right).\vec{e}_\theta + \ddot{z}.\vec{e}_z$

D'où : $a = \|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\ddot{r} - r.\dot{\theta}^2\right)^2 + \left(r.\ddot{\theta} + 2.\dot{r}.\dot{\theta}\right)^2 + \ddot{z}^2}$

* $a_r = \ddot{r} - r.\dot{\theta}^2$ représente l'**accélération radiale**.
* $a_\theta = r.\ddot{\theta} + 2.\dot{r}.\dot{\theta}$ représente l'**accélération orthoradiale**.

De plus : $a_\theta = \left(\frac{1}{r}.\frac{d(r^2.\dot\theta)}{dt}\right)_R$

* En coordonnées polaires ($z = 0$) :

$$\vec{a}_{M/R}(t) = (\ddot r - r.\dot\theta^2).\vec{e}_r + (r.\ddot\theta + 2.\dot r.\dot\theta).\vec{e}_\theta$$

4.d. Expression de $\vec{a}$ en coordonnées sphériques

Nous obtenons : $\vec{a}_{M/R}(t) = a_r.\vec{e}_r + a_\theta.\vec{e}_\theta + a_\varphi.\vec{e}_\varphi$

Avec : $a_r = \ddot r - r.\dot\theta^2 - r.\dot\varphi^2.\sin^2\theta$

$$a_\theta = r.\ddot\theta + 2.\dot r.\dot\theta - r.\dot\varphi^2.\cos\theta.\sin\theta$$

$$a_\varphi = r.\ddot\varphi.\sin\theta + 2.r.\dot\varphi.\dot\theta.\cos\theta + 2.\dot r.\dot\varphi.\sin\theta$$

5. Différence entre base et référentiel

Vitesse et accélération sont définies par rapport à un référentiel. Leurs expressions vectorielles dépendent des bases. Il ne faut donc pas confondre base et référentiel.

III. EXEMPLES DE MOUVEMENTS

1. Mouvement uniformément accéléré

Définition : Un mouvement est dit uniformément accéléré si son vecteur accélération est constant :

$$\vec{a}(t) = \overrightarrow{cte}$$

Avec des conditions initiales, on peut écrire :

$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{cte}$ soit $\vec{v}(t) = \vec{a}.t + \vec{v}_0$

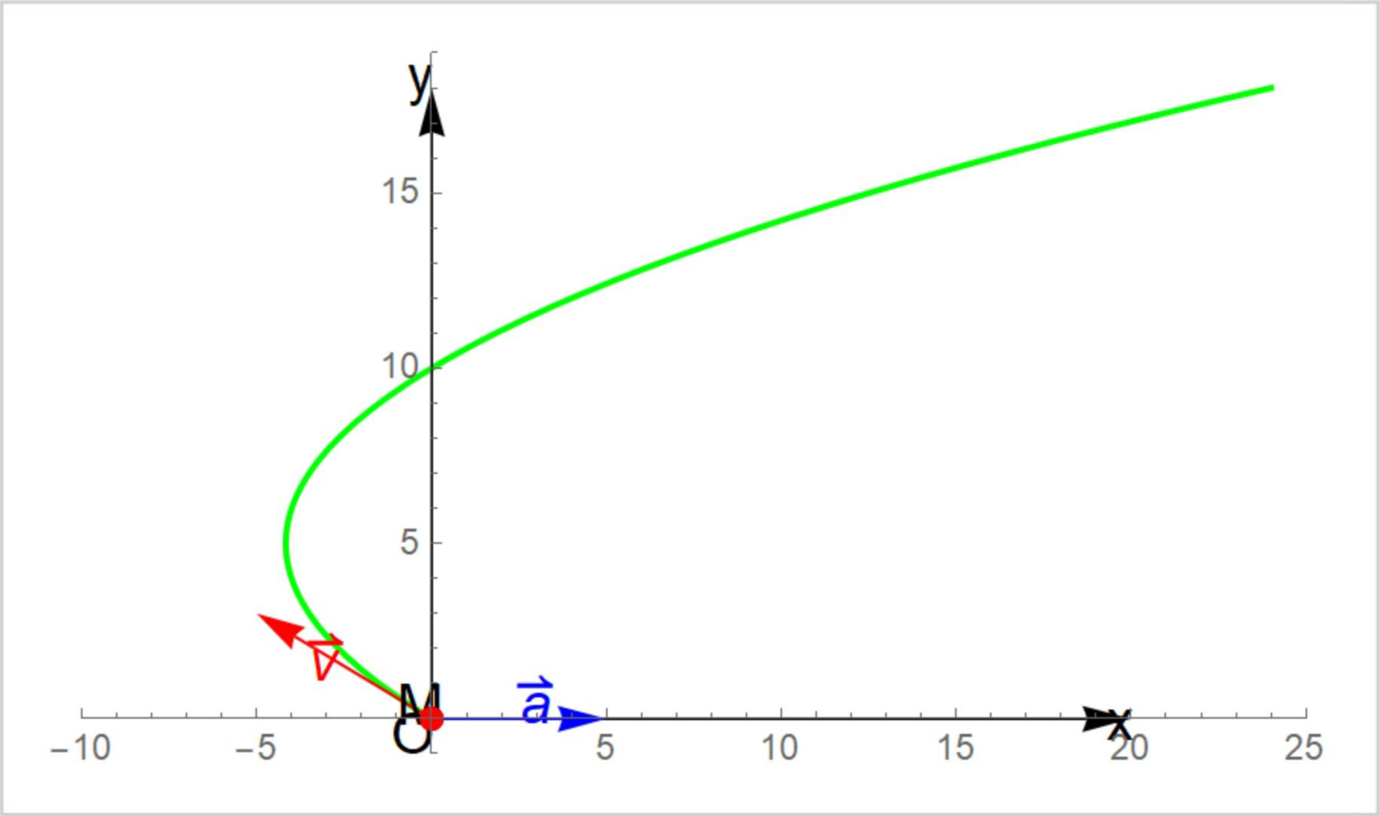
$\vec{v}_0$: vecteur vitesse initial : $\vec{v}(t = 0)$

Et ensuite :

$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{a}.t + \vec{v}_0$ soit $\overrightarrow{OM}(t) = \frac{1}{2}.\vec{a}.t^2 + \vec{v}_0.t + \overrightarrow{OM}_0$

M_0 : position initiale de M (à $t = 0$)

Un mouvement parabolique est un exemple de mouvement rectilignement accéléré. (voir Chap 10)



2. Mouvement rectiligne uniforme

Définition : Un mouvement est dit rectiligne uniforme si son vecteur accélération est nulle : $\vec{a}(t) = \vec{0}$

* Par conséquent : $\vec{v}(t) = \overrightarrow{cte}$

* Et : $\overrightarrow{OM}(t) = \vec{v}_0.t + \overrightarrow{OM}_0$

3. Mouvement circulaire

3.a. Vecteur vitesse et vecteur accélération

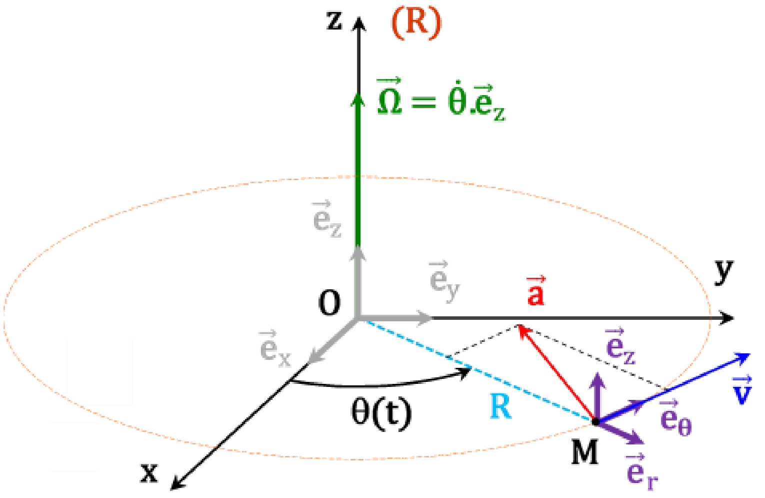


Figure 12

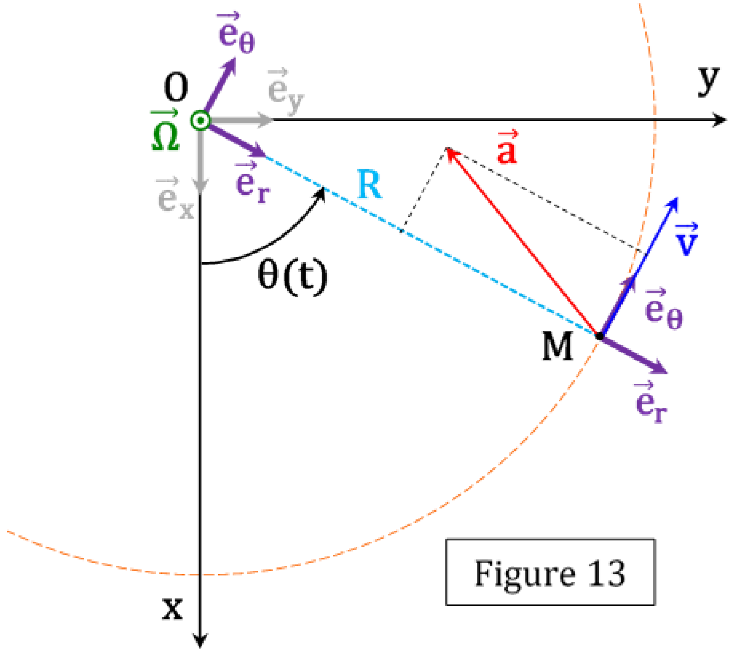


Figure 13

* Le mobile décrit le cercle :

- Rayon : **r = R** (constant),
- Centre : **O**
- Vitesse angulaire : $\omega = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_R = \dot{\theta}$ (en $rad.s^{-1}$).

* On utilise les **coordonnées polaires** : **θ = (Ox,OM).**

Vitesse du mobile : $\vec{v}(t) = \dot{r}.\vec{e}_r + r.\omega.\vec{e}_\theta$

Or : $r = R = cte$ donc $\dot{r} = 0$ soit $\vec{v}(t) = R.\omega.\vec{e}_\theta$

En posant : $\mathbf{v_\theta = R.\omega}$ on obtient : $\vec{v}(t) = v_\theta.\vec{e}_\theta$

Accélération du mobile :

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r.\dot{\theta}^2).\vec{e}_r + (r.\ddot{\theta} + 2.\dot{r}.\dot{\theta}).\vec{e}_\theta$$

Comme : $r = R = cte$ on a également : $\ddot{r} = 0$

Soit $\vec{a}(t) = R.\ddot{\theta}.\vec{e}_\theta - R.\dot{\theta}^2.\vec{e}_r$

Or : $\dot{\theta} = \omega$ donc $\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt}$

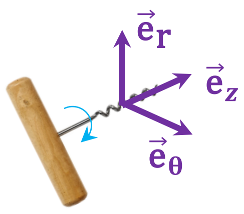
Ainsi : $\vec{a}(t) = \dfrac{d(R.\omega)}{dt}.\vec{e}_\theta - \dfrac{(R.\omega)^2}{R}.\vec{e}_r$

Et comme $v_\theta = R.\omega$

On obtient : $\boxed{\vec{a}(t) = \dfrac{dv_\theta}{dt}.\vec{e}_\theta - \dfrac{v_\theta^2}{R}.\vec{e}_r}$

Vecteur rotation (ou vecteur vitesse de rotation) :

- Le vecteur rotation est : $\vec{\Omega}(t) = \dot{\theta}.\vec{e}_z$
- De norme : $\Omega = \dot{\theta}$
- De direction : L'axe de rotation
- De sens : Celui donné par la règle du tire-bouchon.
- Lien avec les dérivées vectorielles :

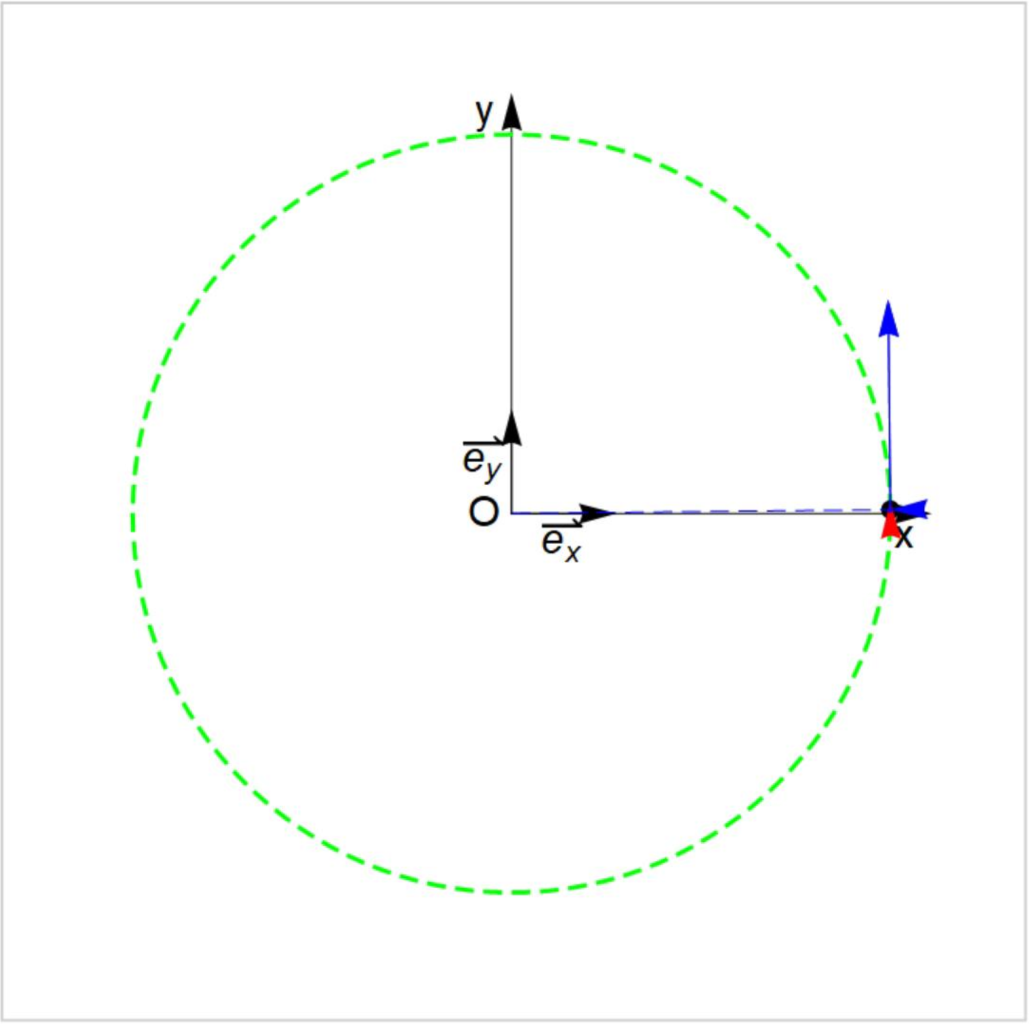


Calculons :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{e}_r = \dot{\theta}.\vec{e}_z \wedge \vec{e}_r = \dot{\theta}.\vec{e}_\theta = \frac{d\vec{e}_r}{dt}$$

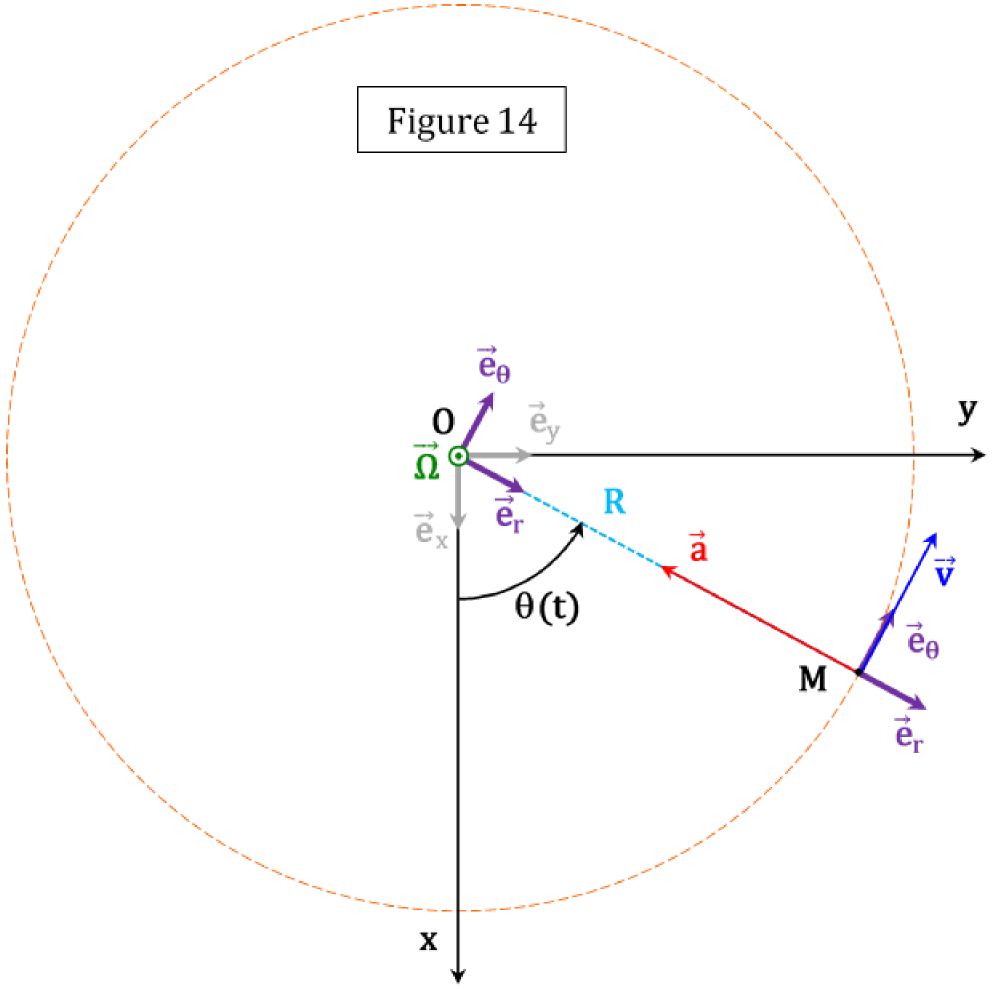
$$\vec{\Omega} \wedge \vec{e}_\theta = \dot{\theta}.\vec{e}_z \wedge \vec{e}_\theta = -\dot{\theta}.\vec{e}_r = \frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$$

Ainsi : $\boxed{\dfrac{d\vec{e}_r}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{e}_r}$ et $\boxed{\dfrac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{e}_\theta}$



3.b. Cas du mouvement circulaire uniforme : « MCU »

Figure 14



* Dans ce cas : $r = R = cte$ et : $\omega = \dot{\theta} = cte$

Et donc : $\vec{\Omega}(t) = \dot{\theta}.\vec{e}_z = \overrightarrow{cte}$

* Conséquence : $v_\theta = R.\omega = cte$ et $\dfrac{dv_\theta}{dt} = 0$

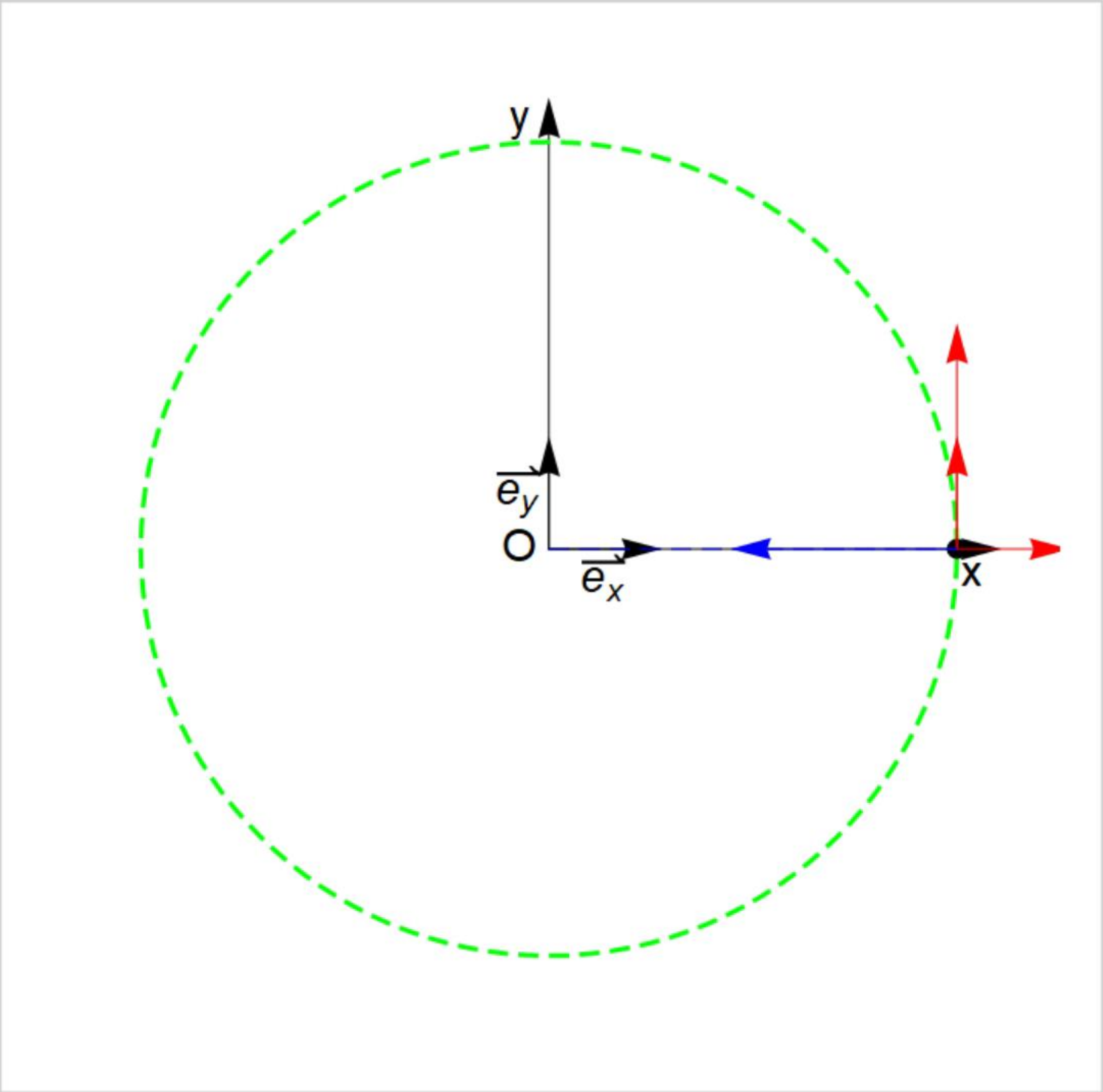
Vecteur vitesse : $\vec{v} = v_\theta.\vec{e}_\theta$

<u>Attention !!!</u> $\vec{v} \neq \overrightarrow{cte}$ même si $v = v_\theta = cte$

Vecteur accélération :

Il est centripète : car : $a_\theta = \dfrac{dv_\theta}{dt} = 0$

On peut écrire : $\vec{a}(t) = -R.\dot{\theta}^2.\vec{e}_r = -R.\omega^2.\vec{e}_r = -\dfrac{v_\theta^2}{R}.\vec{e}_r$


y
$\vec{e_y}$
O
$\vec{e_x}$
x